

## BAF510: 채권분석

## Homework 2

Spring 2024

1. 만기 2년, 액면이자율 10% (연 1회 지급), 액면가 100 인 수익상환채권 callable bond 를 생각하자. 이 채권의 상환액 call price 는 100, 상환기간은 1년부터 (이자지급 이후) 만기까지 이다. 즉, 채권발행자 (기채자, 채무자) 는 상환기간 동안 원하는 때 100으로 채권을 상환할 수 있다.

1년이 지난 시점에서 만기수익률을 10.05% 라 가정하자. 채권의 가격  $P_0$  를 구하시오. 시중금리 변화에 따라 이 만기수익률이 즉각적으로 10bp 상승할 때의 가격  $P_+$  를 구하시오. 그리고 만기수익률이 즉각적으로 10bp 하락할 때의 가격  $P_-$  를 구하시오. 채권발행자는 채권의 가치가 100을 넘어서면 상환할 인센티브가 있음을 고려하라. 이들 세 값을 바탕으로 우리는 수익상환채권에 대하여 유효한 듀레이션을  $-\frac{1}{P_0} \cdot \frac{P_+ - P_-}{20\text{bps}}$  로 구할 수 있다. 소수점 네째자리까지 리포트하시오.

2. hw2.xlsx 에는 Treasury par yield (% 값) 가 일부 주어져 있다. 이것은 2024년 3월 21일 기준 US Treasury Par Yield Curve 이다. 선형보간법을 이용하여 빈 곳을 채우고, 1년에 2회 이자를 지급하는 기준으로 하여 spot rate 을 구하시오. 단, 0.5년 과 1년 채권은 무이표 채권이다. 제출할 때에는 % 로 소수점 둘째 자리까지 보이시오.

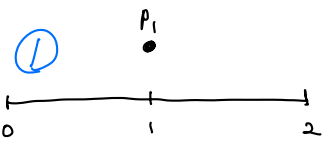
3. 위의 문제에서 구한 현물이자율을 이용하여 선도이자율을 구하여라. 이 때 선도이자율은 6개월 구간마다 주어진다. 물론 0 부터 6개월까지의 선도이자율은 6개월 현물이자율과 같다. 선도이자율도 % 로 소수점 둘째 자리까지 구하시오.

4. 챕터2 에서 우리는 선도이자율이 구간별로 주어질 수 있음을 배웠다. Semi-annual 베이스로 현물이자율을 정의했을 때,  $r_1$  은 1년 현물이자율,  $r_{1.5}$  는 1년 6개월 현물이자율을 나타낸다. 그리고 6개월부터 1년까지 기간에 대한 선도이자율은  $(1+r_1/2)^2 = (1+r_{0.5}/2)(1+f_{[0.5,1]}/2)$  를 만족한다. 현물이자율을 연속복리법으로 정의했을 때, 1년 현물이자율을  $r_1$  이라 놓으면 시작점에서 1의 투자는  $e^{r_1}$  으로 성장한다. 마찬가지로 시간  $t$  에 대한 현물이자율을  $r_t$  라 놓으면 시작점에서의 1의 투자는  $e^{r_t}$  로 성장한다. 두 시점  $a < b$  에 대하여 연속복리법에 의한 현물이자율  $r_a, r_b$  가 주어져 있다. 투자자는  $(a, b)$  구간에 적용되는 선도거래를 체결하려고 한다. 이 때 중요한 것은

선도이자율인데, 무차익원리에 의한 선도이자율  $f(a, b)$  를  $a, b, r_a, r_b$  를 이용하여 나타내시오.  
물론 연속복리법을 적용한다.

5. 2024년 3월 15일 호가가 액면 100 당 103-22+ 로 주어진 미 국채가 있다. 이 채권의 만기는 2029년 10월 15일이고 표면금리는 6.125% 이다. 이자는 매 4월 15일, 10월 15일 지급될 때, full price 를 구하시오. 소수점 여섯째자리까지 반올림하여 나타내시오.

**Due date:** Mar 29, 5pm



$FV = 100$   
 $m = 2$   
 $C = 0.1$ ,  $C = FV \cdot c = 10$

$$P_1 = \frac{C + FV}{(1 + y)} = \frac{110}{1.1005} = 99.9546$$
  
 $y = 0.1005$

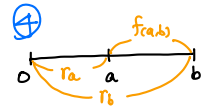
$y \leftarrow y + 10 \text{ bp}$   

$$P_2 = \frac{110}{1.1015} = 99.8636$$

$y \leftarrow y - 10 \text{ bp}$   
 $P_- = \frac{10}{1.0995} = 100.0455$  but, callable @ \$100 이므로 즉시 상환  
 $\therefore P_- = 100$

$$D = -\frac{1}{P_0} \cdot \frac{P_+ - P_-}{20 \text{ bps}} = 0.6812$$

②, ③ : excel 지출



$$e^{R_b \cdot b} = e^{R_a \cdot a} \cdot e^{f(a,b)(b-a)}$$
  

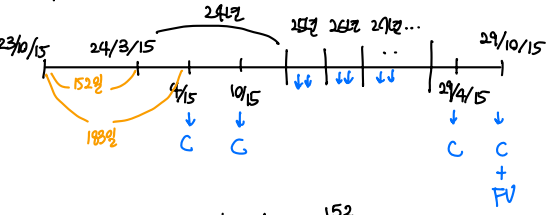
$$R_b \cdot b = R_a \cdot a + f(a,b)(b-a)$$
  

$$f(a,b) = \frac{R_b \cdot b - R_a \cdot a}{b-a}$$

⑤ 이 34 convention :  $\frac{\text{actual}}{\text{actual}}$

year	period	par yield	par yield 2	zero/spot	inverted pow	forward	forward_r	1+forward/2	product
0.5	1	5.36	5.36%	zero	5.36%	0.973899494	4.66%	[0.5, 1]	1
1	2	5.01	5.01%	zero	5.01%	0.951721543	4.40%	[1, 1.5]	1.023302983
1.5	3	4.815	4.82%		4.81%	0.931221516	4.01%	[1.5, 2]	1.022014126
2	4	4.62	4.62%		4.61%	0.912918519	4.10%	[2, 2.5]	1.020048883
2.5	5	4.52	4.52%		4.51%	0.894585762	3.89%	[2.5, 3]	1.020493013
3	6	4.42	4.42%		4.40%	0.87752464	4.12%	[3, 3.5]	1.019442327
3.5	7	4.38	4.38%		4.36%	0.859803322	4.04%	[3.5, 4]	1.020610898
4	8	4.34	4.34%		4.32%	0.842795005	3.95%	[4, 4.5]	1.020180847
4.5	9	4.3	4.30%		4.28%	0.826474693	3.86%	[4.5, 5]	1.019746899
5	10	4.26	4.26%		4.24%	0.810818449	4.32%	[5, 5.5]	1.019309186
5.5	11	4.265	4.27%		4.25%	0.79671363	4.33%	[5.5, 6]	1.021604768
6	12	4.27	4.27%		4.25%	0.776843861	4.34%	[6, 6.5]	1.02166137
6.5	13	4.275	4.28%		4.26%	0.76033049	4.36%	[6.5, 7]	1.021718675
7	14	4.28	4.28%		4.27%	0.744125881	4.25%	[7, 7.5]	1.021776704
7.5	15	4.278333	4.28%		4.27%	0.728638724	4.25%	[7.5, 8]	1.021254919
8	16	4.276667	4.28%		4.26%	0.71348769	4.24%	[8, 8.5]	1.021235172
8.5	17	4.275	4.28%		4.26%	0.698665375	4.24%	[8.5, 9]	1.021215185
9	18	4.273333	4.27%		4.26%	0.684164539	4.23%	[9, 9.5]	1.021194954
9.5	19	4.271667	4.27%		4.26%	0.669978104	4.23%	[9.5, 10]	1.021174475
10	20	4.27	4.27%		4.26%	0.656099151		[10,]	1.021153743

$103 - 22 + = 103 + \frac{22}{32} + \frac{1}{64} = 103.708125$   
 $C_r = 6.125\%$   
 $\rightarrow C_{\frac{1}{2}} = \frac{100 \cdot 6.125\%}{2} = 3.0625$   
 Coupon dates: 4/15, 10/15 (semi-annual)



$$\text{accrued interest} = 3.0625 \times \frac{152}{183} = 2.543715$$

$$\text{full price} = 2.543715 + 103.708125 = 106.246841$$