금융공학 프로그래밍3 중간고사 대체과제 (2024 Spring)

1. 채권의 가격과 듀레이션

- 각 시점 $t = 1, \ldots, n$ 에서 C_t의 현금흐름이 발생함.
- 연간 쿠폰 지급 횟수가 f 번이며 ($f = 1,2,4$인 경우만 고려), 쿠폰 이자율은 연 $r\%$임.
- 쿠폰은 매 시점마다 지급되며, 액면가격은 PV 원은 만기 시점에 쿠폰과 함께 지급됨.
- 채권의 만기는 M (년)임.
- 시장의 만기수익률이 연 $y\%$임.
- 이 경우 해당 채권 가격과 듀레이션은 다음 식으로 계산될 수 있음

채권 가격 : $P = \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+(y/100)/f)^t}$, 듀레이션 : $D = \sum_{t=1}^{n} t \cdot \frac{\frac{C_t}{(1+(y/100)/f)^t}}{P}$

(1) 5개의 인자 facevalue=PV, couprate=r, yield=y, maturity=M으로 입력하고, frequency=f에 맞게 "annual", "semi-annual", "quarterly" 중 하나의 문자 값으로 입력하면, 위 식에 따라 계산된 채권가격과 듀레이션을 아래와 같은 형태의 튜플로 반환하는 함수 bondftn을 작성하여라.

```
In [6]: bondftn( facevalue=100, couprate=5, y=4.5, maturity=2, frequency="quarterly")
Out[6]: (100.951, 1.916)
```

(2) 만기수익률(yield)이 10%에서 11%로 오른다고 하자. 이 때 채권가격의 변화율 (=(yield 11%에서의 채권가격/yield 10%에서의 채권가격)–1)이 쿠폰이자율(couprate)과 만기(maturity)에 따라 어떻게 달라지는지를 (1)에서의 bondftn을 활용하여 계산해 보고자 한다.

만기 M이 5, 4, 3, 2, 1인 각 경우에 대해, 쿠폰이자율이 5%, 4%, 3%, 2%, 1% 인 각각에 대하여 만기수익률이 10%에 11%로 상승함에 따라 채권 가격의 변화율이 몇 %인지를 모두 계산한 뒤, 아래와 같은 중첩된 딕셔너리 result_dict으로 저장하여라. 단, 액면가는 100, 쿠폰 지급 횟수는 연간 1회라고 하자.

```
In [4]: result_dict
Out[4]: {'M=5': {'5%': -0.03974,
           '4%': -0.04046,
           '3%': -0.04126,
           '2%': -0.04215,
           '1%': -0.04314},
          'M=4': {'5%': -0.03287,
           '4%': -0.03332,
```

result dict에서 만기가 5이고 쿠폰이자율이 5%인 경우의 채권가격 변화율은 다음과 같이 추출할 수 있어야 함.

```
In [5]: # 만기 M=5이고, 쿠폰이자율이 5%인 경우의 채권가격 변화율
        result_dict['M=5']['5%']
Out[5]: -0.03974
```

(3) 만기 M이 5, 4, 3, 2, 1인 각 경우에 대해, 쿠폰이자율이 5%, 4%, 3%, 2%, 1% 인 각각에 대하여 만기수익률이 10%로 주어졌을 때의 듀레이션을 (1)에서의 bondftn을 활용하여 모두 계산하여라. 또한 이를 (2)에서와 동일한 구조를 가지는 (중첩된) 딕셔너리 result_dict_dur에 저장하여라. 즉 아래와 같은 방식으로 값을 추출할 수 있어야 한다. 단, 여기서도 액면가는 100, 쿠폰 지급 횟수는 연간 1회라고 하자.

```
In [31]: result_dict_dur ['M=5'] ['4%']
         # 만기 M=5이고 쿠폰이자율이 5%인 경우의 듀레이션 값을 반환
Out[31]: 4.57019
```

2. 자동차 보험회사에 관한 몬테카를로 시뮬레이션

어느 자동차 보험회사의 보험료 수입과 보험금 지급은 다음의 프로세스로 설명된다고 하자.

-
- 보험금의 연간 청구 건수는 평균이 100인 포아송 분포를 가짐.
- 각 청구 건수 별 청구금액은 모양이 2, 척도가 1/2 (즉, 평균은 1이고 분산은 1/2)인 감마분포로부터 나오며, 청구가 이루어지자 마자 보험금은 지급된다고 가정.
- 각 청구 건수 별 청구 발생시점은 0에서 1(년) 사이의 균일분포를 따른다고 가정.
- 보험회사의 보험료 수입은 연간 150의 비율로 1년 균등히 보험료를 받게 됨. 즉 어떤 해에 t시점 $(0 \le t \le 1)$까지 받게 되는 전체 보험료는 150t임.

(1) 어떤 1년 동안 발생하는 모든 청구들의 시간과 금액을 모의실험해 보자. 0에서 시작하여 1년 동안 보험회사의 잔고를 계산한 뒤 balance라는 리스트로 저장하여라. 단, balance의 첫번째 값은 0이며, 보험 청구가 발생하는 시점(t)에만, 해당 시점의 balance (그 시점까지 받은 보험료 수익($150t$)을 더하고, 그 시점에서 청구로 지급되는 보험금을 빼 주는 방식)를 계산하여 순서대로 저장할 것.

(2) 위 모의실험을 10000회 반복하여 다음에 대한 확률을 추정해 보자.

- 보험회사가 최종적으로 가지게 되는 balance의 기대값(모의실험을 10000회 반복하였을 때 각 모의실험마다 계산된 balance의 최종값들의 평균으로 추정)은 얼마인가?
- 보험회사의 balance가 1년 중 한번 이상 -5 이하로 떨어질 확률(10000회의 모의실험 중에서 balance가 -5이하로 떨어진 적이 있었던 경우의 비율로 추정)은 얼마인가?