KAIST

Sheldon Natenberg – Option Volatility and Pricing

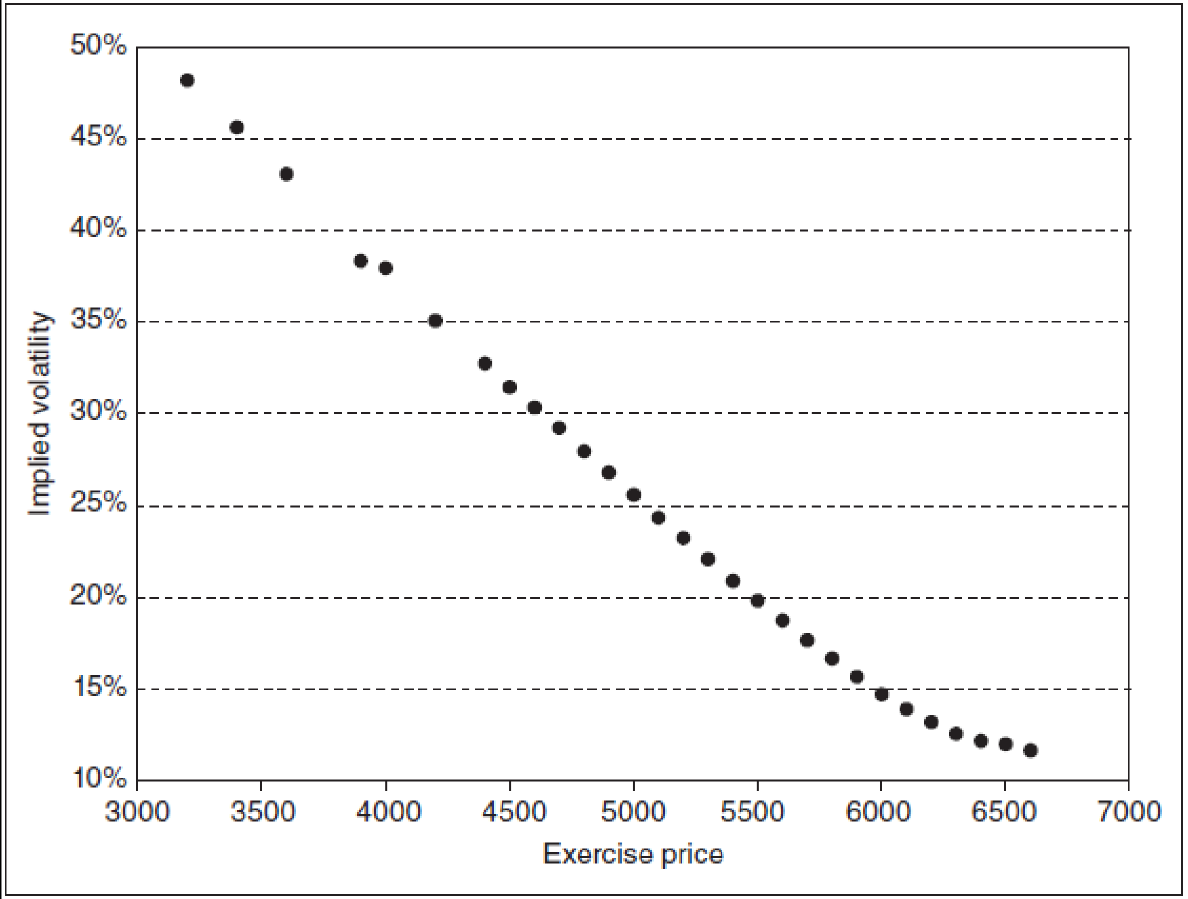
CH24 Volatility Skews

Introduction

- 전통적인 이론적 가격 결정 모델은 현실과 다름
  (Diffusion process, volatility, lognormal distribution)
- Trader는 모델을 아예 사용하지 않는 것 보다 결함이 존재한 모델을 사용하는 것이 더 좋다고 판단
- 더 나은 이론적 가격 모델은 새로운 더 정확한 pricing을 제공, 하지만 모델의 복잡성과 새로운 input에 대한 추정을 고려하면 효율적인 방법은 아님
- 기존의 가격 결정 모델을 통해 오차를 줄이는 방법으로 개선
  (시장이 동일 모델을 사용하고 있다고 가정)

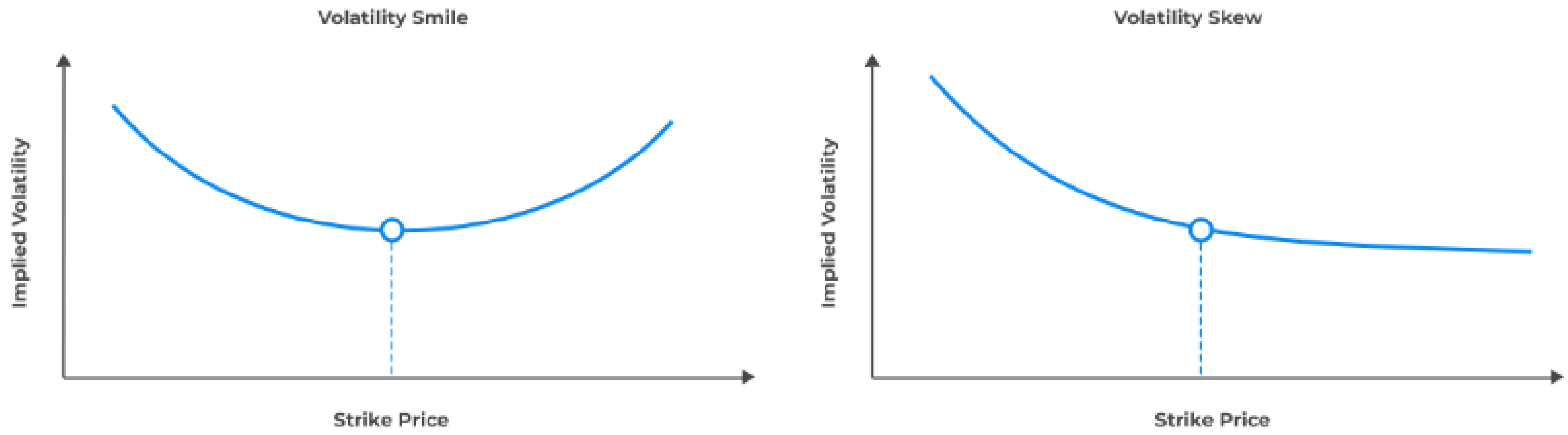
Introduction

Figure 24-1 June 2012 FTSE 100 implied volatilities: March 16, 2012.



Volatility Skew

- 행사 가격에 대한 Implied volatility의 분포
- 분포의 형태에 따라 Volatility smile / skew or smirk로 표현



KAIST

Volatility Skew

Figure 17-1 Long an underlying position and long a protective put.

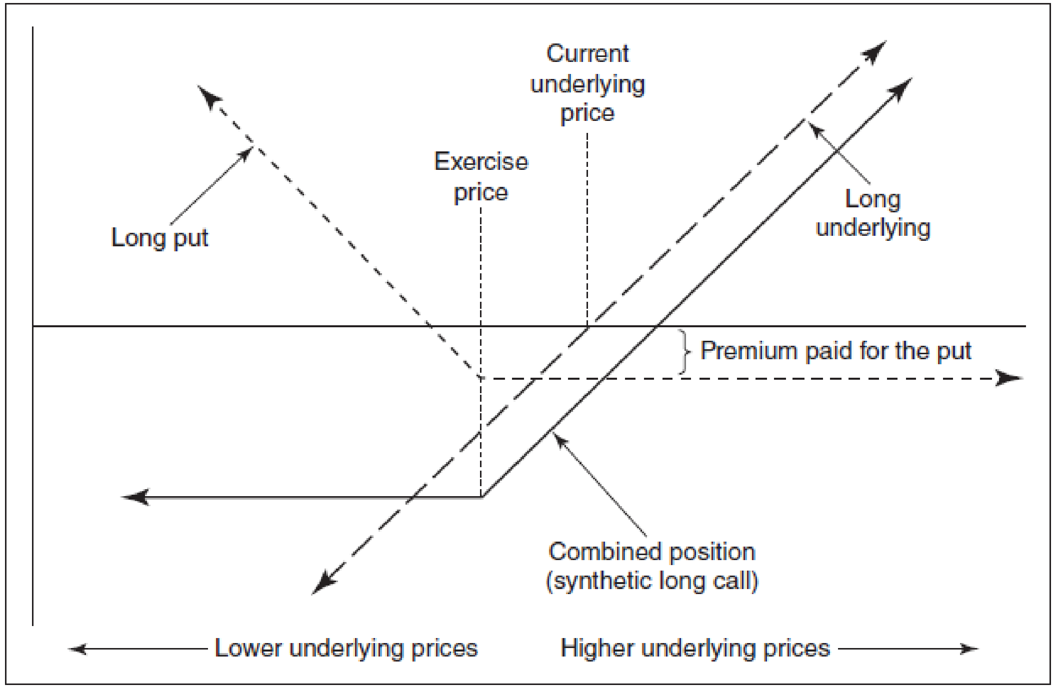
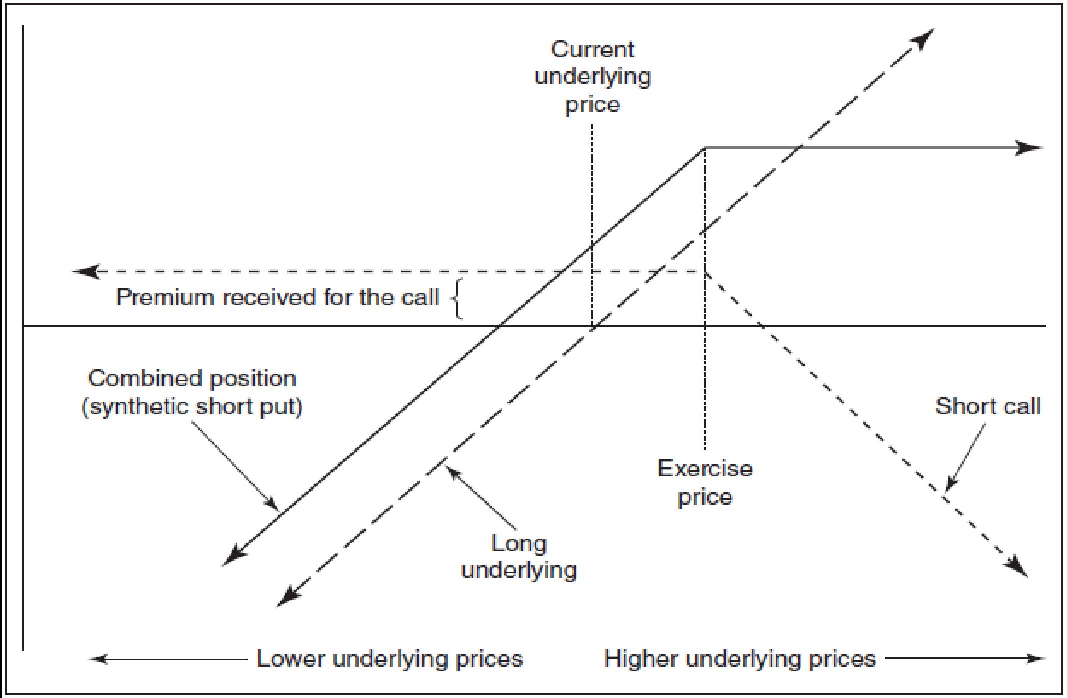
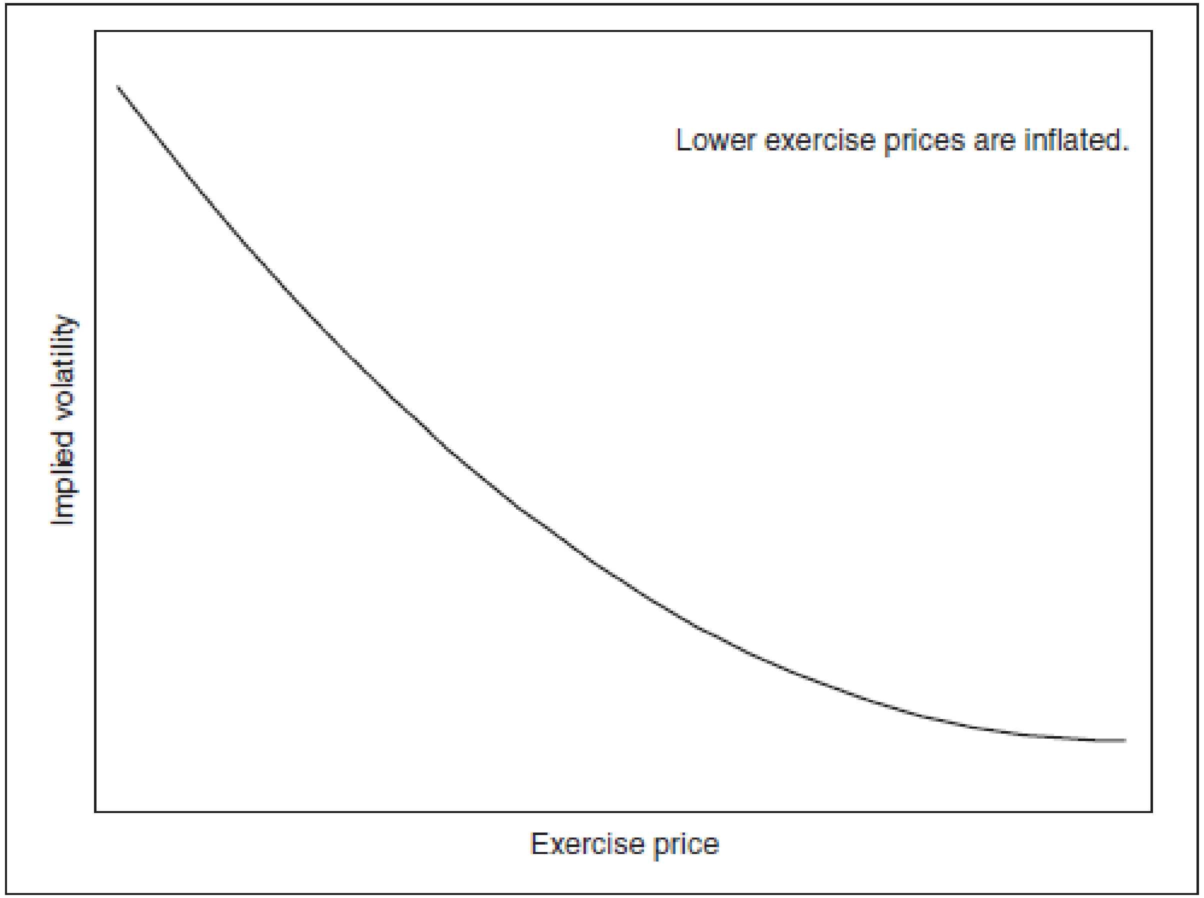


Figure 17-3 Long an underlying position and short a covered call.



Volatility Skew



< Investment skew >

Volatility Skew

Figure 17-2 Short an underlying position and long a protective call.

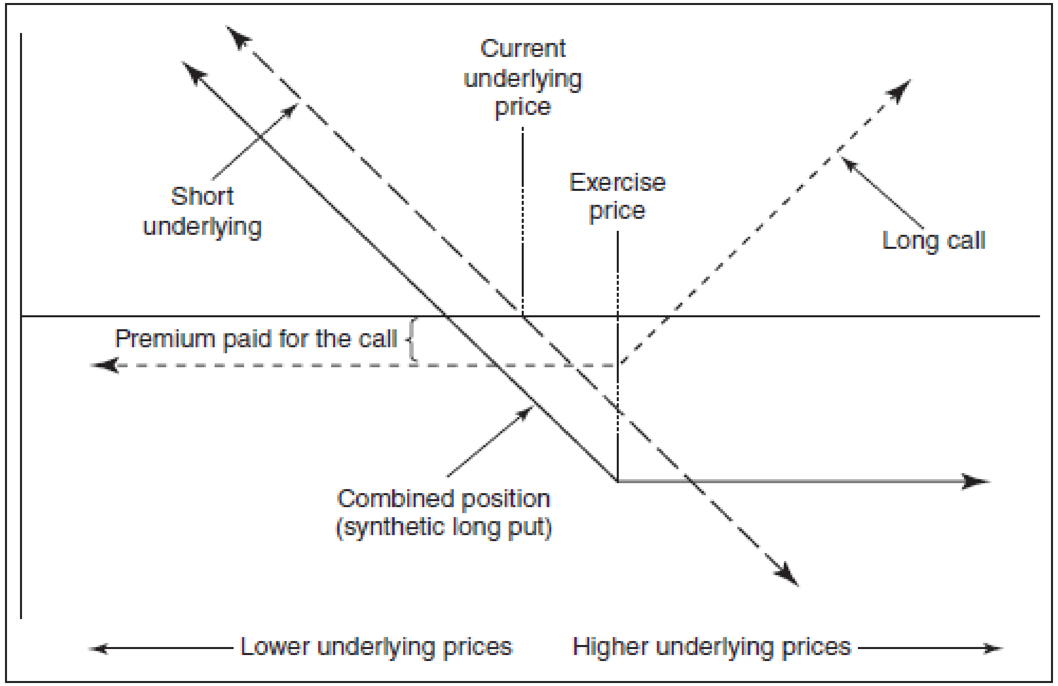
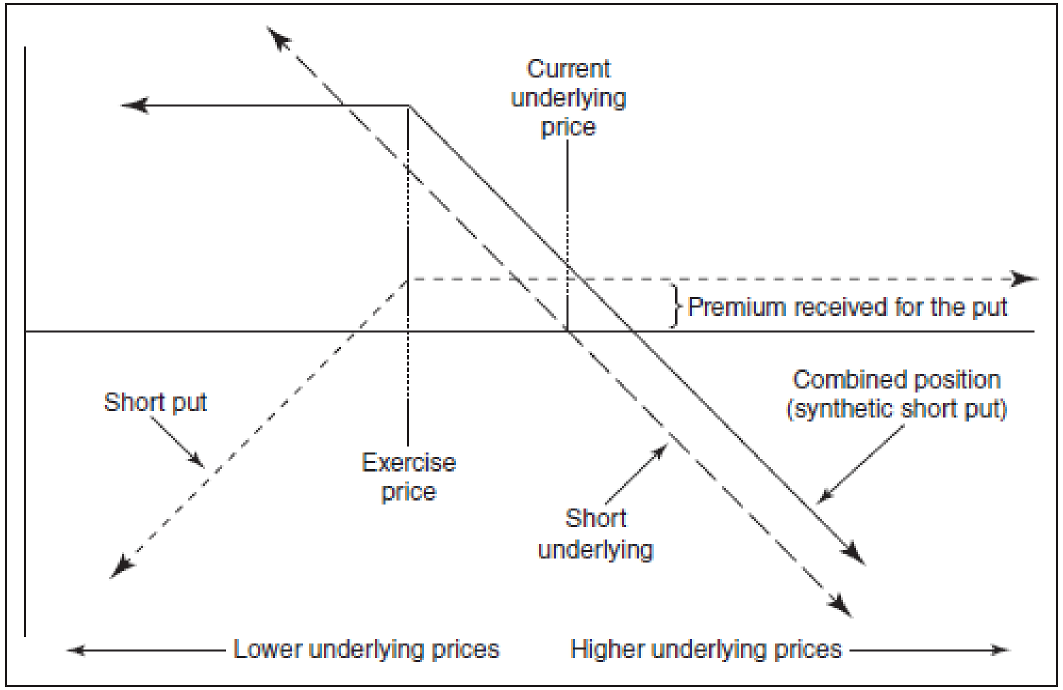
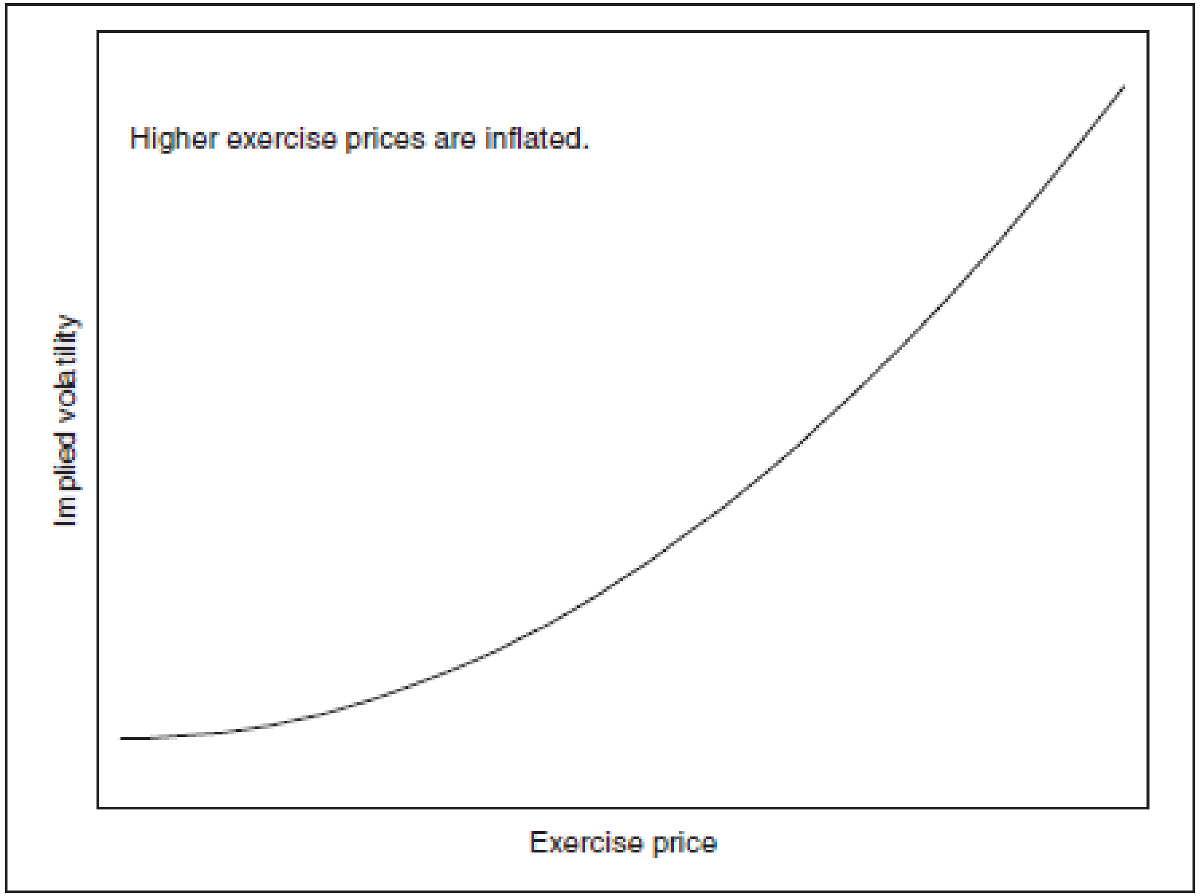


Figure 17-4 Short an underlying position and short a covered put.

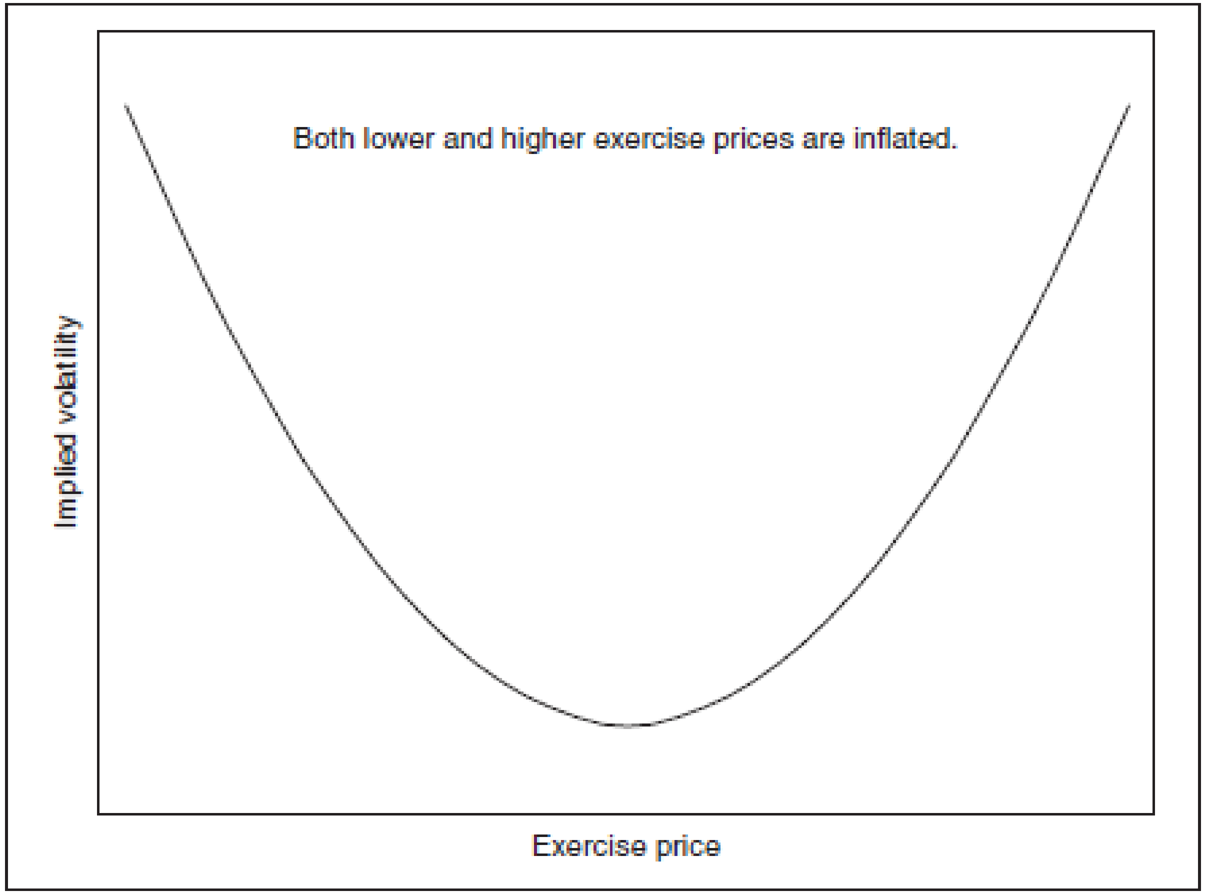


Volatility Skew



< Demand or commodity skew >

Volatility Skew

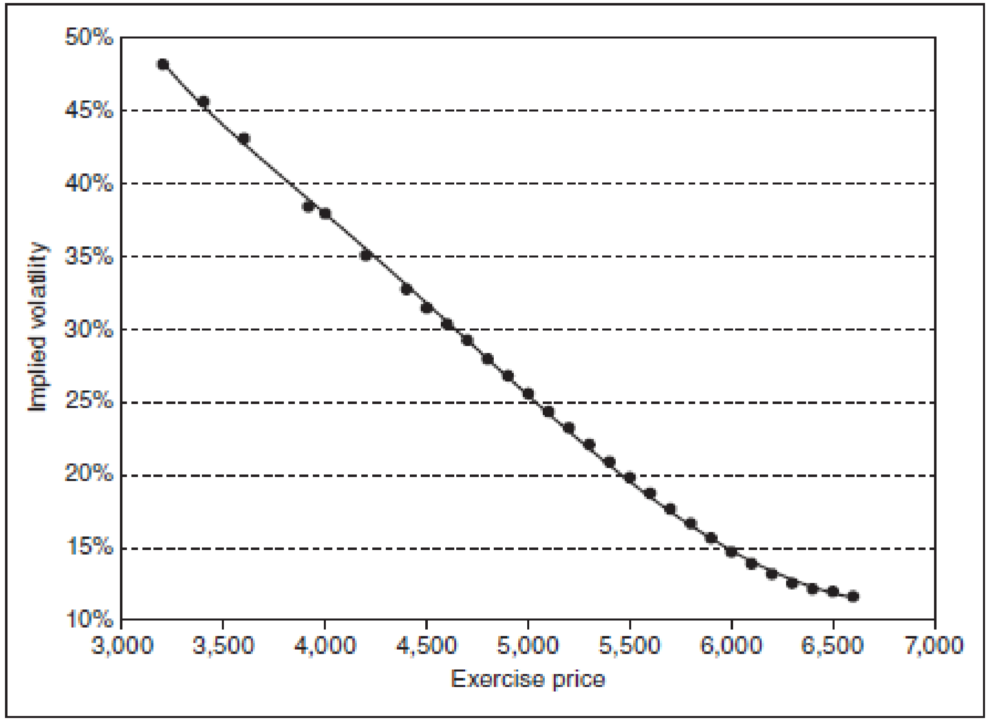


< Balanced skew >

KAIST

Modeling the Skew

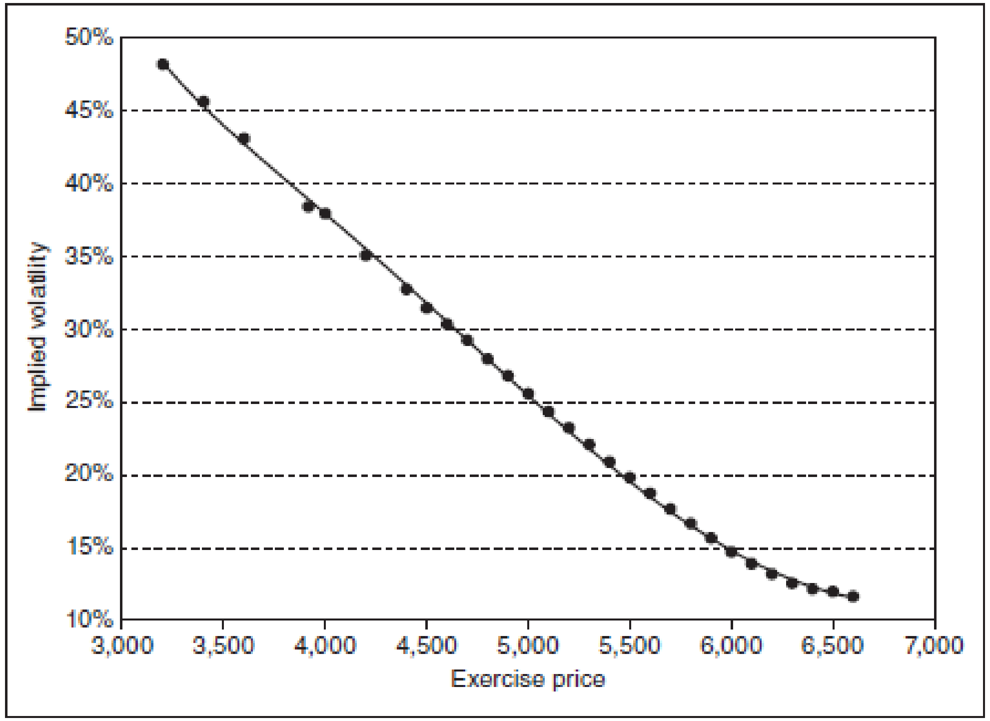
Figure 24-3 June 2012 FTSE 100 implied volatilities: March 16, 2012.



- f(K) = IV
- a + bx + cx^2 + dx^3 + … 와 같은 다항식 함수 형태 활용

Modeling the Skew

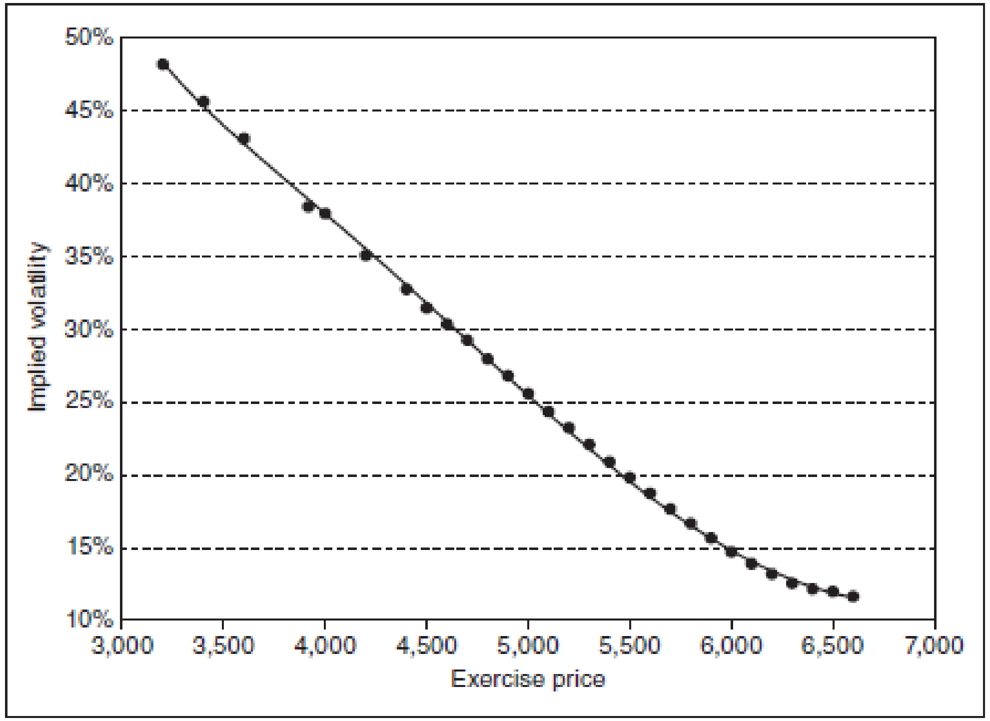
Figure 24-3 June 2012 FTSE 100 implied volatilities: March 16, 2012.



- Skew를 모델에 대한 input값으로 생각한다면 시장상황의 변화에 따른 Skew의 형태가 어떻게 변할 것인지 확인 할 수 있다.

Modeling the Skew

Figure 24-3 June 2012 FTSE 100 implied volatilities: March 16, 2012.

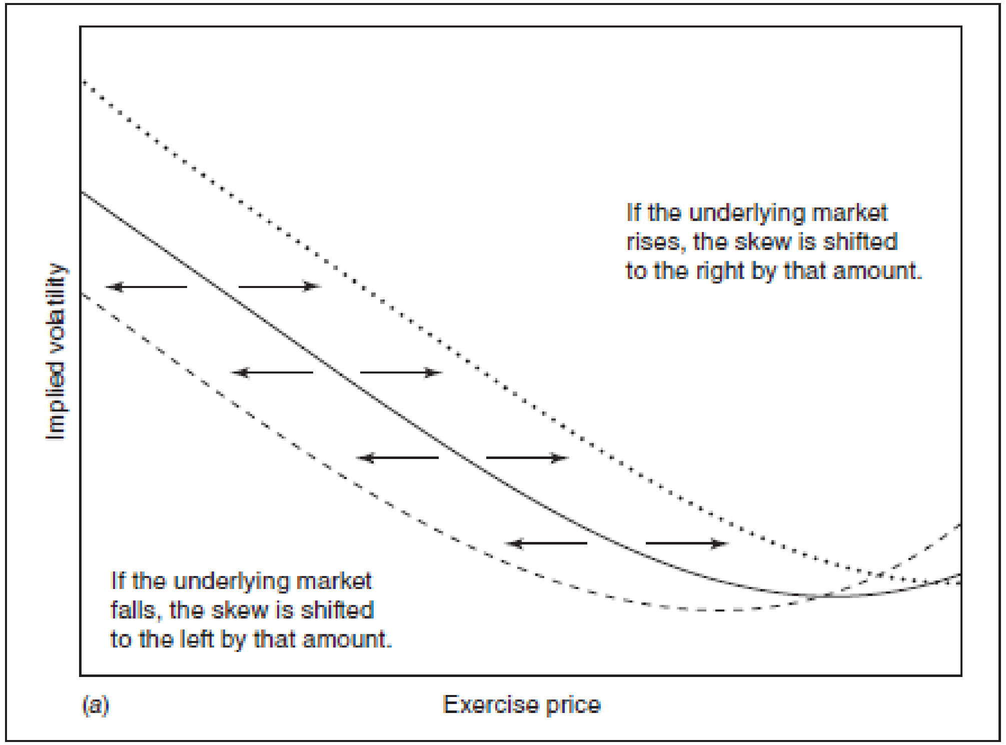


"Sticky-strike" 가정

- 시장상황(ex. 주가)이 변해도 skew의 location과 shape이 고정된 상태를 유지할 것이다.
- 각 행사가격 별 IV만 결정됨

Modeling the Skew

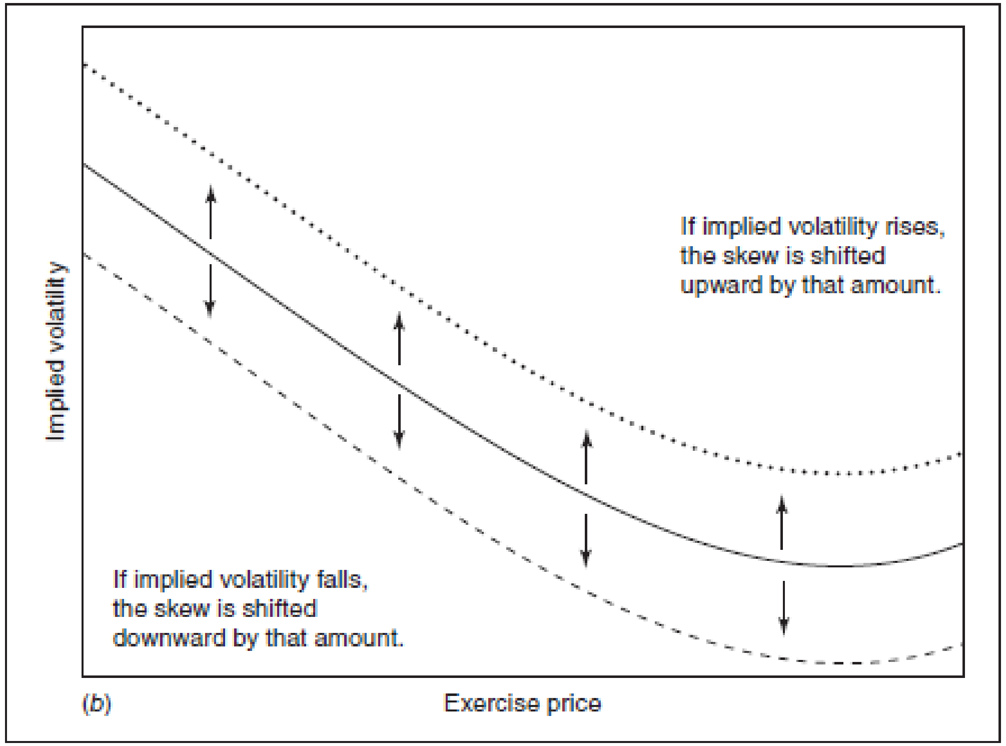
Figure 24-4 (*a*) A simple floating skew as the underlying price changes. (*b*) A simple floating skew as implied volatility changes.



"Floating skew" 가정

- 기초자산의 가격이 변동할 때, skew가 수평으로 이동
- IV가 변동할 때, skew가 수직으로 이동

Modeling the Skew



"Floating skew" 가정

- 기초자산의 가격이 변동할 때, skew가 수평으로 이동
- IV가 변동할 때, skew가 수직으로 이동

Modeling the Skew

- 가격 변동의 상대적 크기를 조정

  S=100, K=90와 S=200, K=180의 moneyness는 동일

- 각각의 행사 가격을 ln(X/S) 와 같은 형태로 표현

  (X:strike price, S:underlying, Underlying price가 lognormal을 따름)

- 시간에 대한 skew의 변동은 행사가격의 하락과 IV의 변화에 따라 유지 또는 변화

Modeling the Skew

Figure 24-5 FTSE 100 option implied volatilities, March 16, 2012 (FTSE = 5965.58).

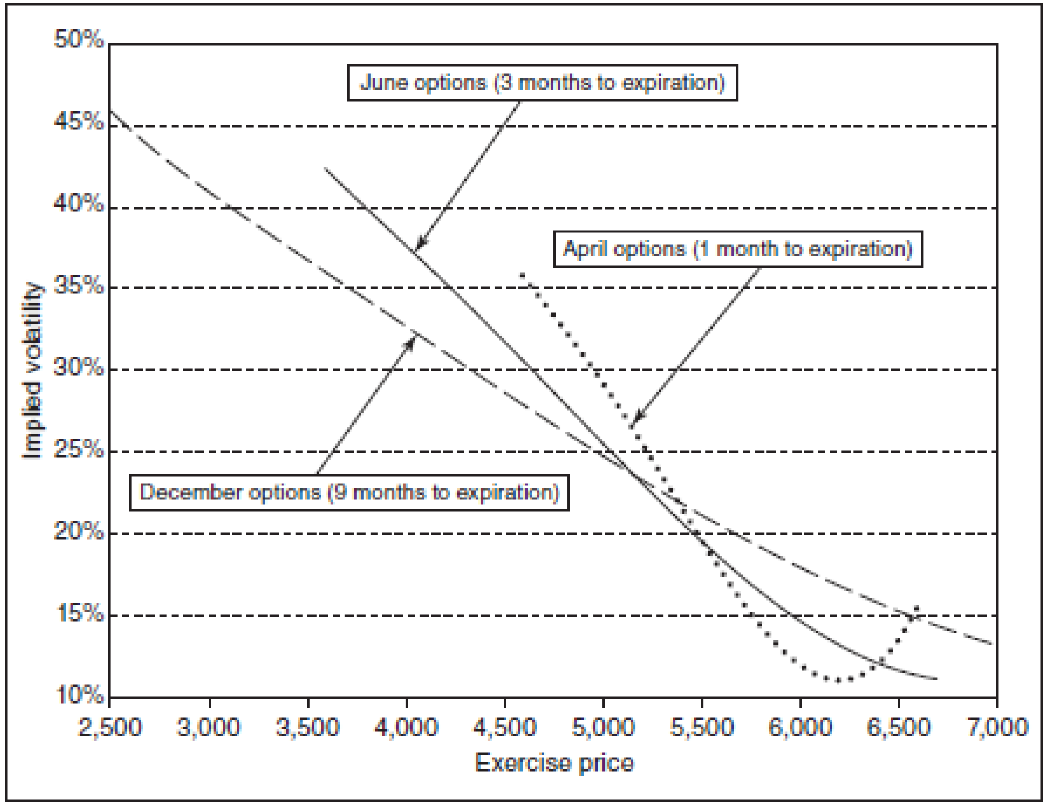
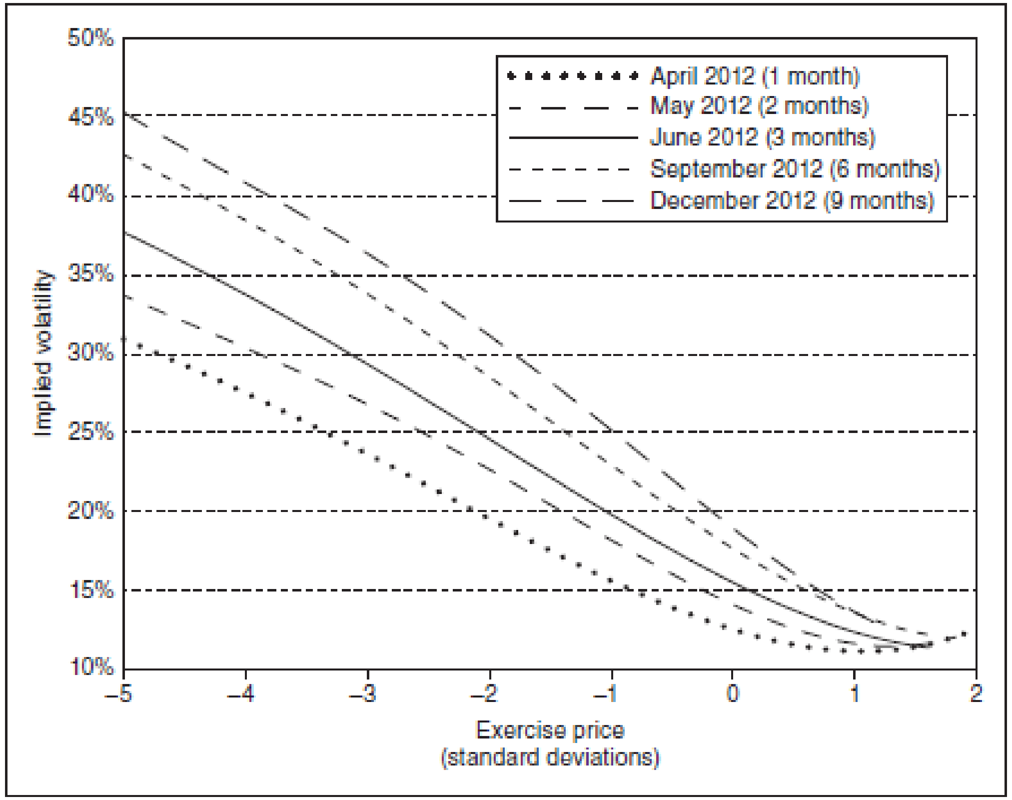


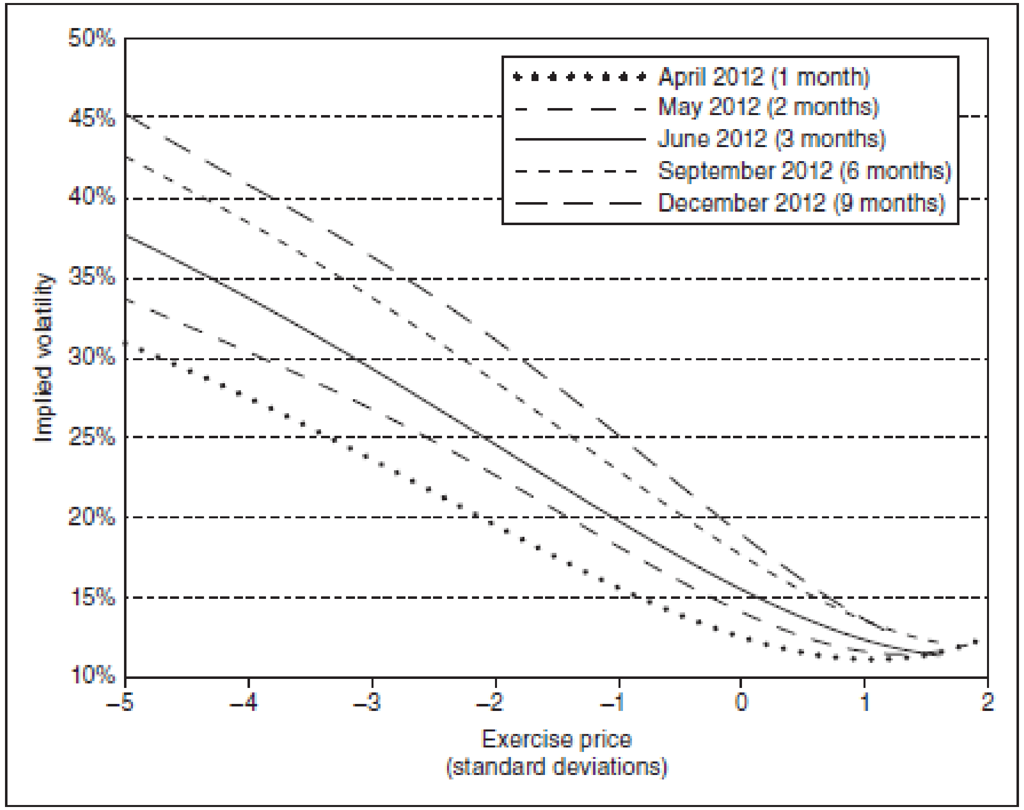
Figure 24-6 FTSE 100 implied volatilities, March 16, 2012.



KAIST

Modeling the Skew

Figure 24-6 FTSE 100 implied volatilities, March 16, 2012.

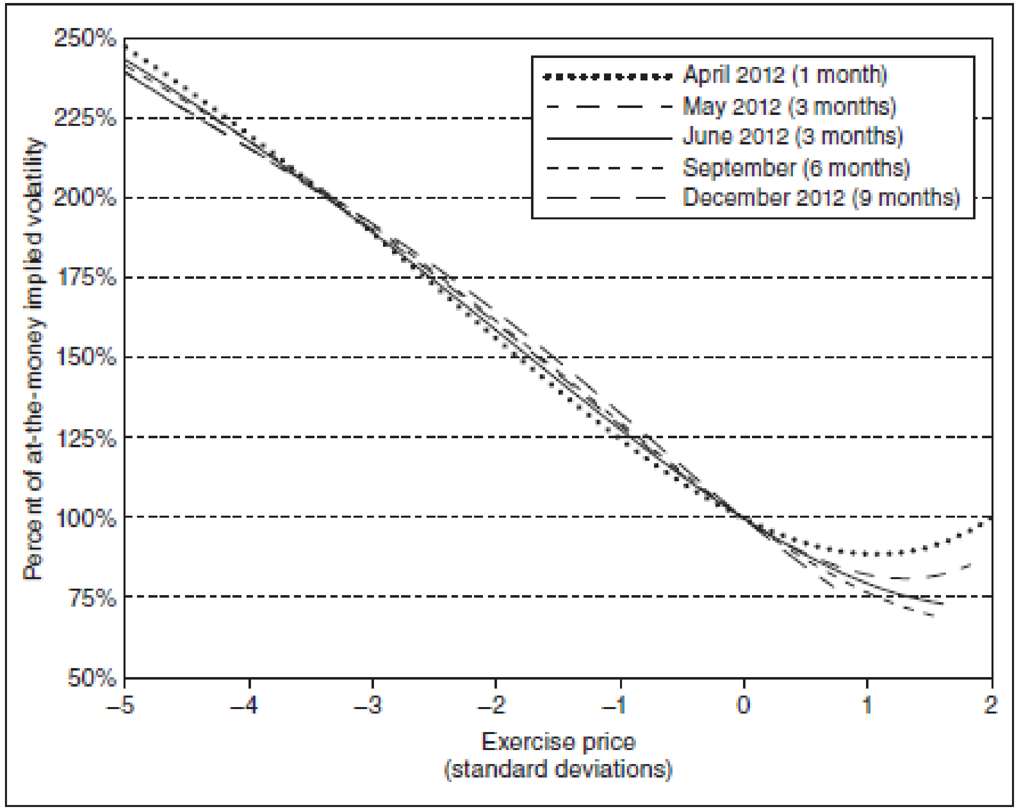


"Sticky-delta skew"

- ATM을 기준으로 표준편차 형태로 행사가격 표현
- ln(X/S)/(σ*t^0.5)
- Delta가 ATM에서 얼마나 OTM ITM인지 나타내기 때문

Modeling the Skew

Figure 24-7 FTSE 100 implied volatilities, March 16, 2012.



Y축 조정

- ATM IV를 기준으로 백분율 형태
- ATM IV = 20%, 어느 한 행사가격의 IV이 25%라면, 125%(=25/20)로 표시

Skewness and Kurtosis

- Skewness

  행사가격의 차이에 따른 기울기(변동성)

- Kurtosis

  skew의 곡률

Figure 23-9 *Skewness*—the degree to which one tail of a distribution is longer than the other tail.

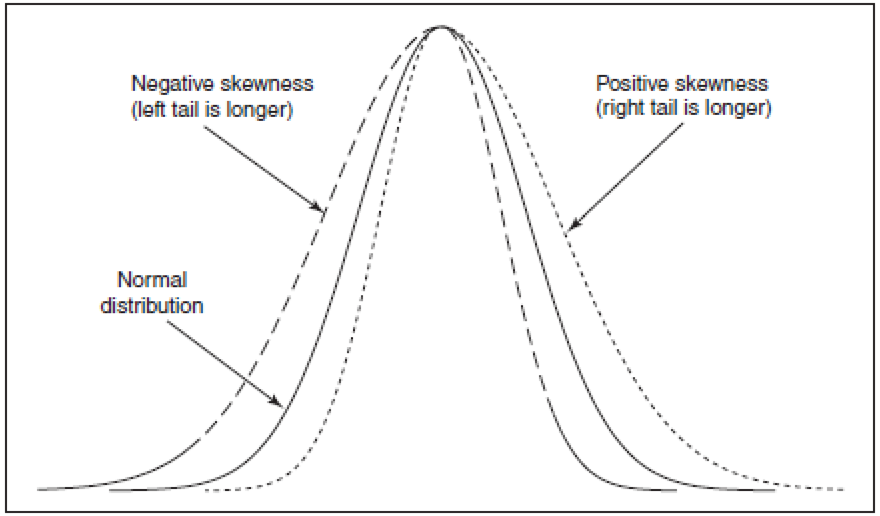
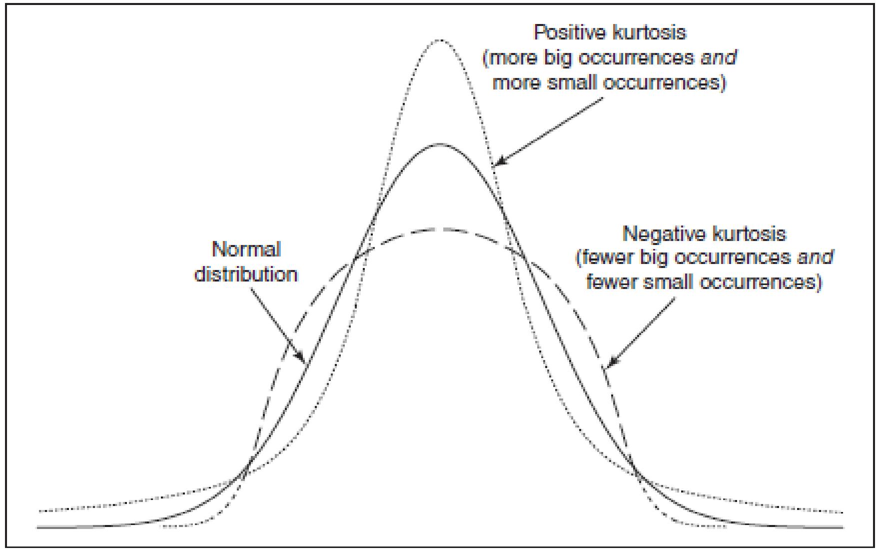


Figure 23-10 *Kurtosis*—the degree to which a distribution has a taller peak and wider tails.



Skewness and Kurtosis

Figure 24-9 Skewness.

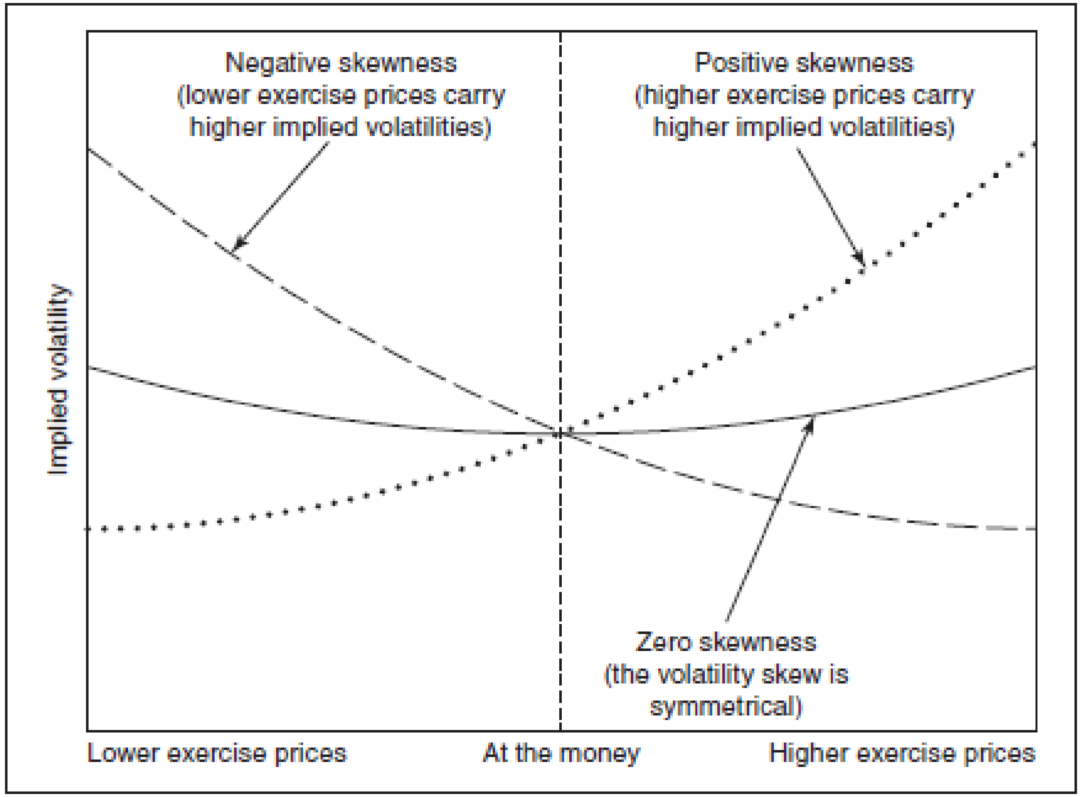
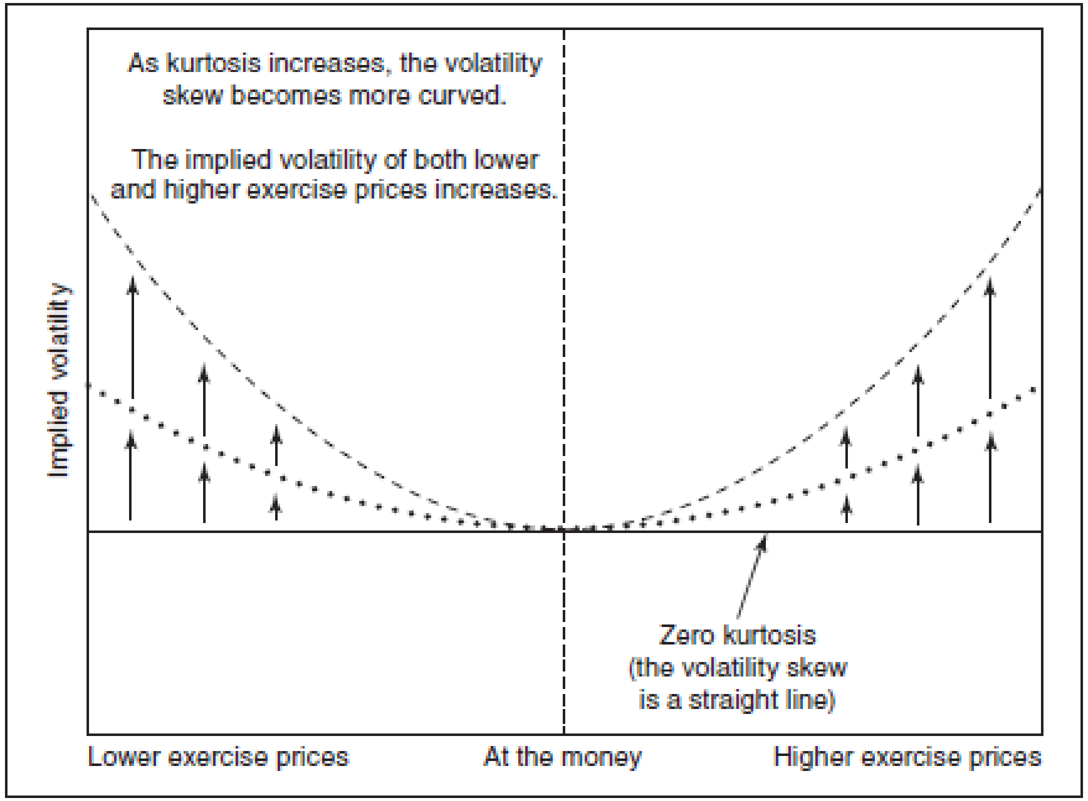


Figure 24-10 Kurtosis.



Skewness and Kurtosis

- Skew에 대한 민감도

  $y = a + bx + cx^2$

  x : 행사가격

  a : base volatility (ATM의 IV)

  b : skewness

  c : kurtosis (>0)

Skewed Risk measures

- Skew를 모델링 하는 것은 델타, 감마, 세타, 베가 측정에도 영향을 미침
  Vol의 변화가 skew되어 있지 않으면, 옵션가치 및 위험 민감도가
  예상보다 많거나 적을 수 있음
- ex) OTM인 put delta of -20
  기초자산 가격 1 상승하면 옵션가치 0.2 하락
  옵션의 베가가 0.1 이고 skew의 변화로 인해 옵션의 IV 0.5%증가
  옵션가치 0.5 * 0.1 = 0.05만큼 증가
  따라서 옵션의 가치는 0.15만큼 변화
  0.15 = skewed or adjusted delta of -15

Skewness and Kurtosis Strategies

- 델타 및 감마에 베팅 하듯이 투자자는 skew의 형태를 예측할 수 있음

Figure 24-14 (*a*) Declining skewness. (*b*) Increasing skewness.

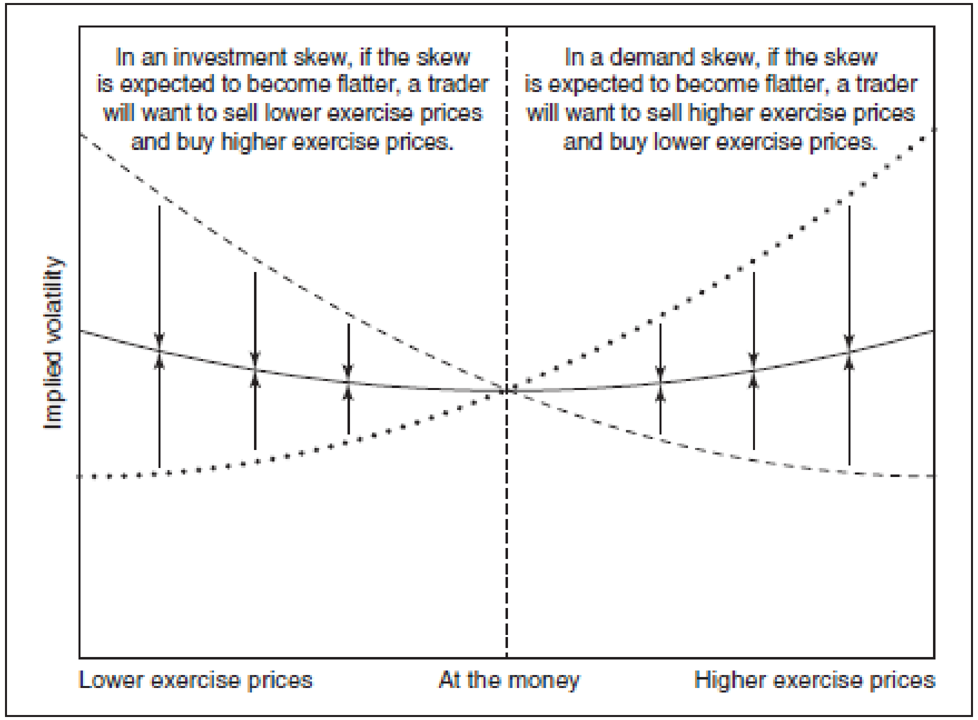
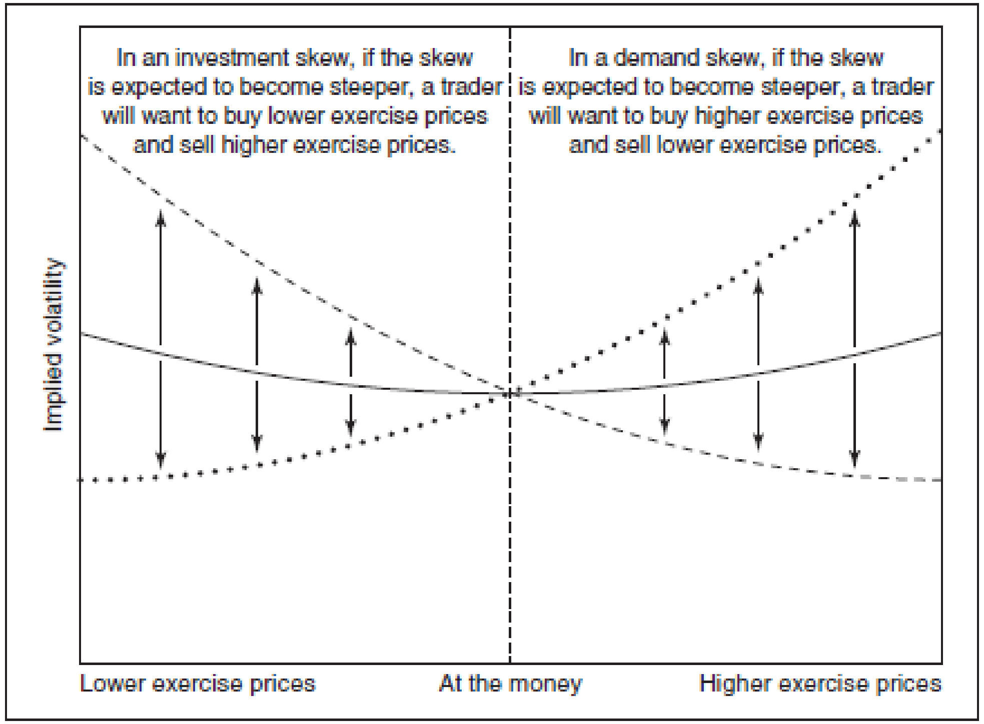


Figure 24-14 (*continued*)



KAIST

Skewness and Kurtosis Strategies

- 델타 및 감마에 베팅 하듯이 투자자는 skew의 형태를 예측할 수 있음

+10 June 95 puts (–25)
–10 June 105 calls (+25)
+5 underlying contracts

<Skew가 험준해 질 것으로 예상>

Long OTM put + Short OTM call

Delta < 0

Long underlying

–30 December 90 puts (–15)
+30 December 110 calls (+15)
–9 underlying contracts

<Skew가 완만해 질 것으로 예상>

Long OTM call + Short OTM put

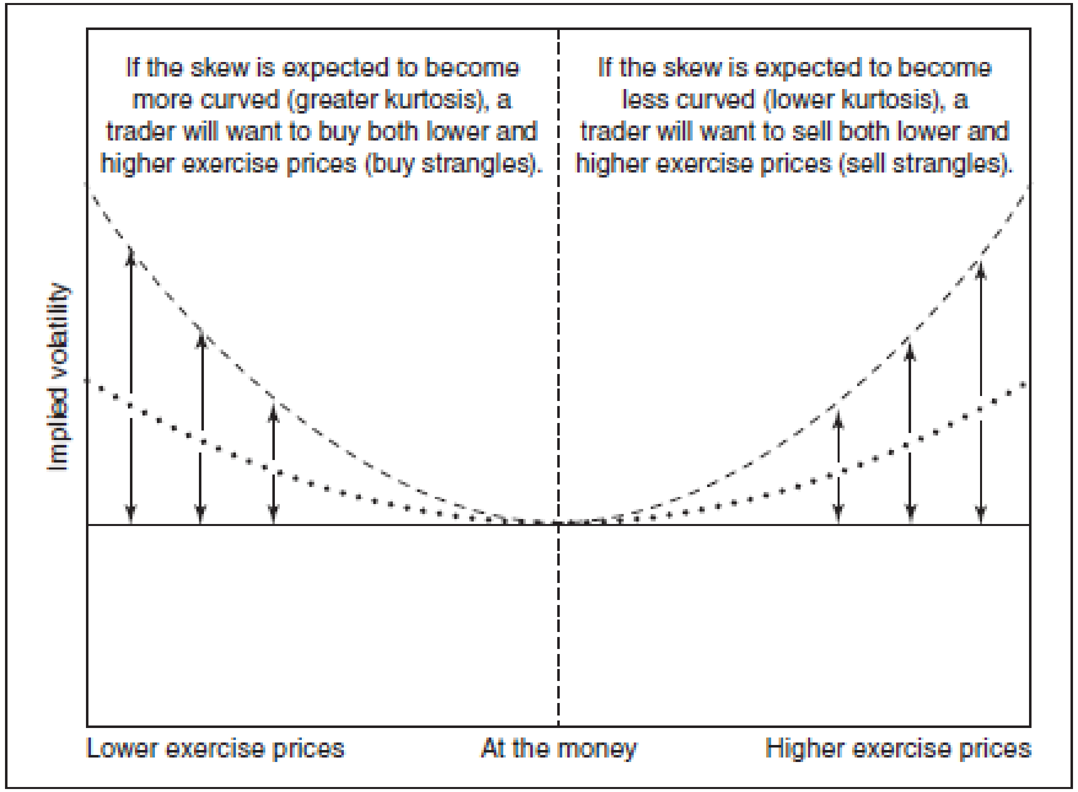
Delta > 0

Short underlying

Skewness and Kurtosis Strategies

- 델타 및 감마에 베팅 하듯이 투자자는 skew의 형태를 예측할 수 있음

Figure 24-15 Rising and falling kurtosis.



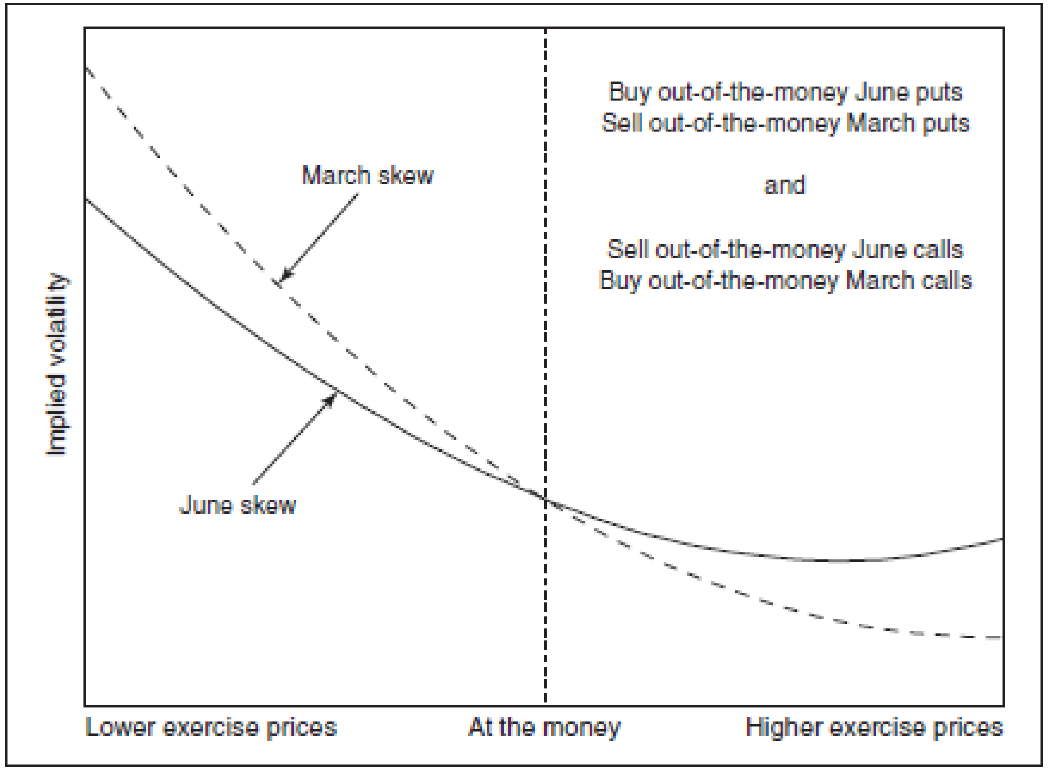
Long strangles:	+35 June 90 puts (0.11)
	+35 June 110 calls (0.12)
Short straddles:	–20 June 100 calls (0.20)
	–20 June 100 puts (0.20)

Short strangles:	–26 December 80 puts (0.08)
	–26 December 120 calls (0.09)
Long straddles:	+10 December 100 calls (0.22)
	+10 December 100 puts (0.22)

Skewness and Kurtosis Strategies

- 델타 및 감마에 베팅 하듯이 투자자는 skew의 형태를 예측할 수 있음

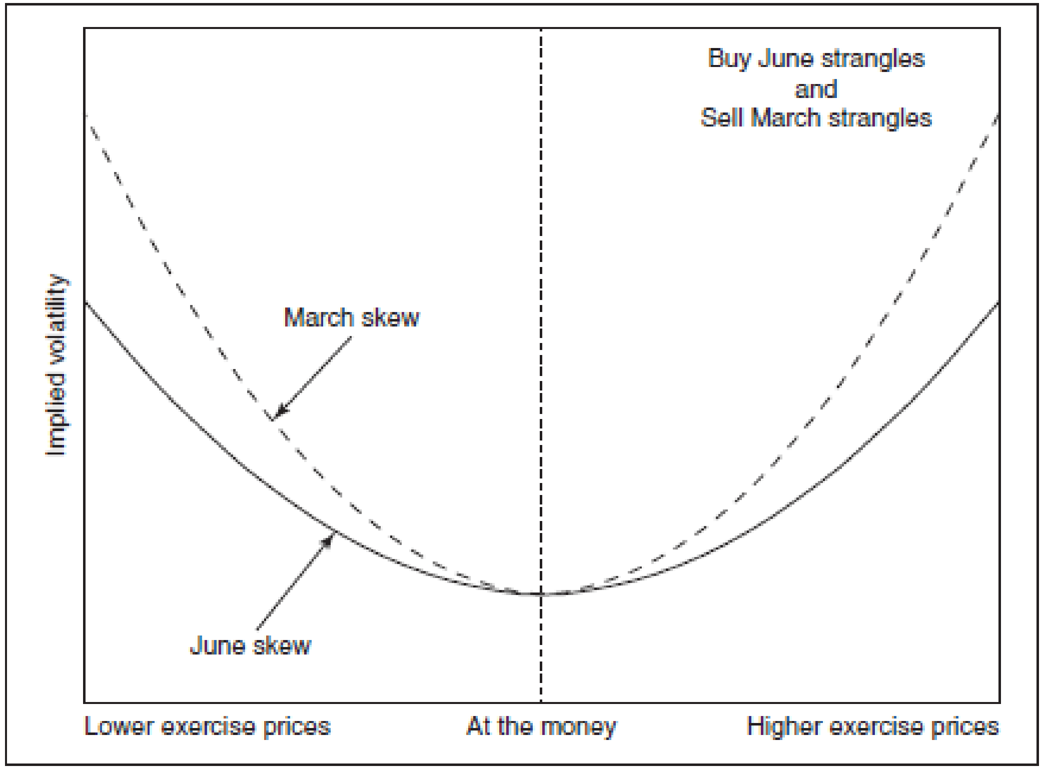
Figure 24-16 Buying and selling skew in different expiration months.



Skewness and Kurtosis Strategies

- 델타 및 감마에 베팅 하듯이 투자자는 skew의 형태를 예측할 수 있음

Figure 24-17 Buying and selling kurtosis in different expiration months.



Implied Distribution

- 만기 시 기초자산 가격의 확률 분포를 시장에서 butterfly spread의 가격으로 추정 가능

  1) 0에서 무한대 까지 5단위 마다 행사가격 가정

  2) 최대 payoff가 5인 butterfly spread를 단위마다 매수

  3) 만기의 기초자산 가격에 관계없이 가치는 항상 5

  따라서 모든 butterfly spread의 가격을 합하면 5가 되어야함

KAIST

Implied Distribution

- 만기 시 기초자산 가격의 확률 분포를 시장에서 butterfly spread의 가격으로 추정 가능

1) 만기 시 기초자산 가격이 5단위로 나누어진 행사가격과 동일하다고 가정

2) 각 기초자산 가격이 발생할 확률은 spread의 가격을 5로 나눈 값

ex) 75/80/85 spread의 가격이 0.15인 경우

만기에 underlying 가격이 80일 확률은 3%(=0.15/5)

ex) 90/95/100 spread의 가격이 0.5인 경우

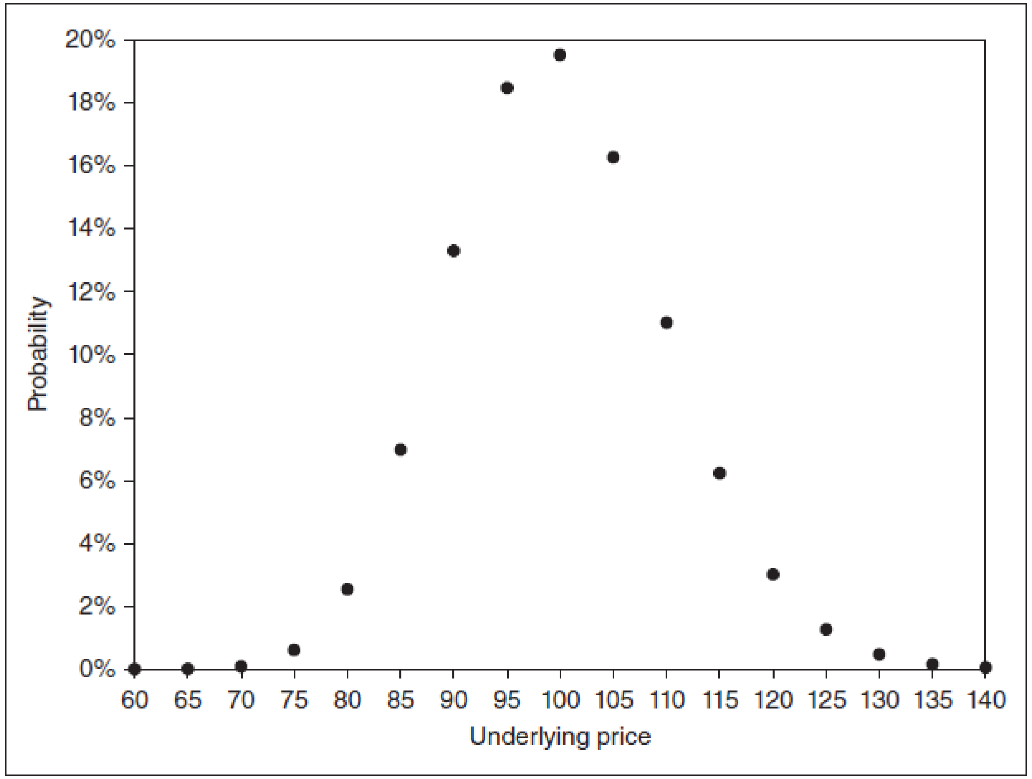
만기에 underlying 가격이 95일 확률 10%(=0.5/5)

Implied Distribution

- 만기 시 기초자산 가격의 확률 분포를 시장에서 butterfly spread의 가격으로 추정 가능

Figure 24-18 Butterfly values and probabilities.

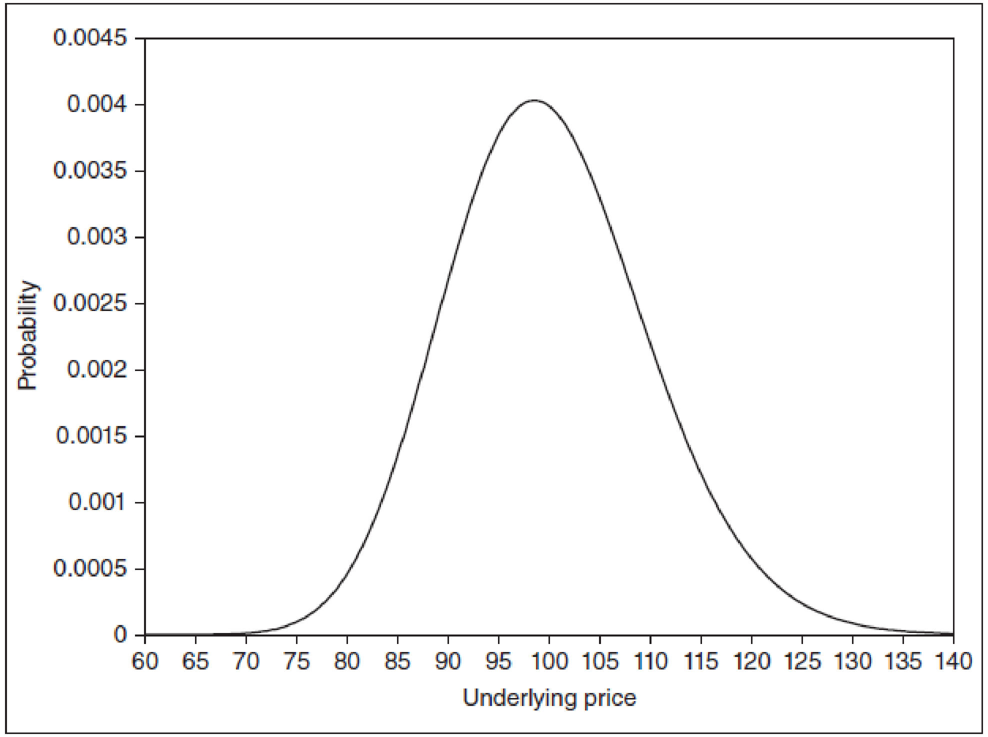
Exercise price:	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135
Call value:	25.00	20.04	15.20	10.71	6.88	3.98	2.06	0.95	0.39	0.15	0.05	0.01	0
Butterfly value:	0.04	0.12	0.35	0.66	0.93	0.98	0.81	0.55	0.32	0.14	0.06	0.03	0.01
Price probability:	0.008	0.024	0.070	0.132	0.186	0.196	0.162	0.110	0.064	0.028	0.012	0.006	0.002



Implied Distribution

- 만기 시 기초자산 가격의 확률 분포를 시장에서 butterfly spread의 가격으로 추정 가능

Figure 24-20 A continuous lognormal probability distribution implied from the prices of butterflies.



Implied Distribution

- 만기 시 기초자산 가격의 확률 분포를 시장에서 butterfly spread의 가격으로 추정 가능

Figure 24-21 Three-month price distribution implied from FTSE 100 option prices, March 16, 2012 (FTSE 100 Index = 5,965.58).

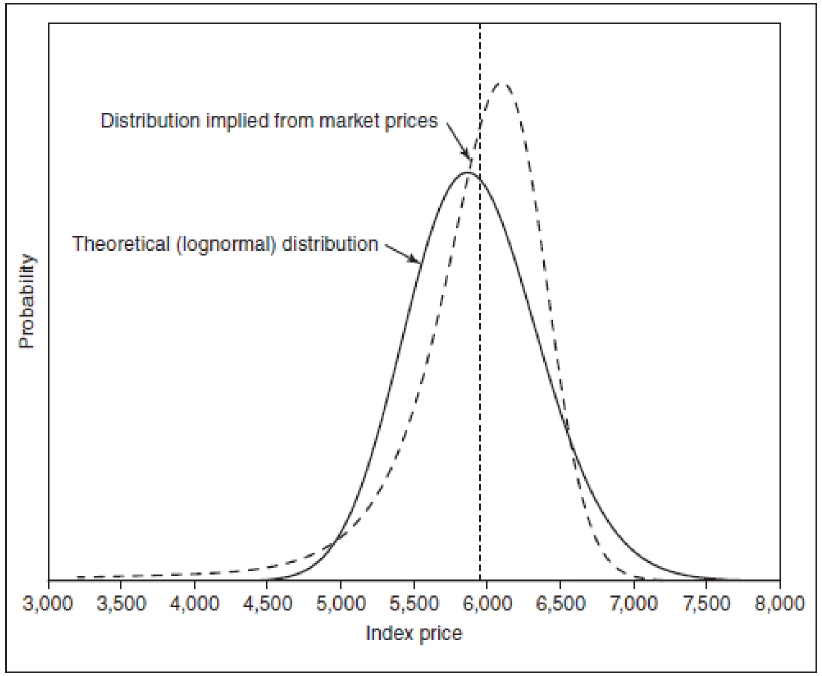


Figure 24-22 Three-month price distribution implied from wheat option prices, January 27, 2012 (with three-month wheat futures at 661.75).