

Eigenfaces

PCA para reconocimiento facial

Ramón Valdez Dan Muñiz Jafet Castañeda César Ávila

Departamento de Matemáticas
Universidad de Guanajuato

Diciembre 2022



- La principal motivación detrás de la idea de Eigenfaces es el reconocimiento facial.
- Las Eigenfaces pueden utilizarse también como una técnica de compresión de datos.



- El reconocimiento facial es un problema de clasificación utilizando datos de alta dimensión por lo que es razonable emplear técnicas de reducción de dimensión.
- Una opción para realizar esto es el Análisis de Componentes Principales (PCA por sus siglas en inglés).



- Sirovich y Kirby demostraron que el PCA puede utilizarse en una colección de imágenes faciales para formar un conjunto de características básicas.
- M. Turk y A. Pentland ampliaron estos resultados y presentaron el método eigenface de reconocimiento facial.



Descripción del Método; Representación de la imagen

- Una imagen en escala de grises suele representarse como una matriz numérica. Cada entrada representa la saturación de un pixel.
- Concatenando vectores formamos un vector que contiene la información original.



Definición

Dado un conjunto de n caras denotaremos por Γ_i , $i \in \{1, \dots, n\}$ a la i -ésima cara en la representación vectorial mencionada anteriormente.

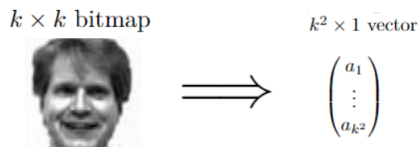


Figure: Representar una cara como un vector



Definición

Definimos la **cara promedio (mean face)** de la siguiente manera

$$\Psi := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Gamma_i$$

Definición

Dado $\Phi_i := \Gamma_i - \Psi$, definimos

$$A := [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n]$$



Definición

Denotemos por C a la matriz de covarianza de A

$$C = \frac{1}{n} A^T A$$

Esta matriz no necesariamente es cuadrada, pero se sabe que $A^T A$ y AA^T tienen los mismo *eigenvalores* y *eigenvectores*, por lo tanto consideramos el segundo producto matricial.



Definición

Denotemos por (v_i) a los *eigenvectores* y (λ_i) a los *eigenvalores* de la matriz C . Definimos las *eigencaras* como

$$u_i := \frac{v_i}{\|v_i\|}$$

el conjunto de todas las eigencaras u_i forman una base del conjunto de imágenes.



Descripción del Método; Reconstrucción

Dado $m \in \mathbb{N}$ con $m \leq n$ podemos reconstruir aproximadamente la cara Γ_i mediante la siguiente ecuación matricial

$$\Gamma_i \approx \Psi + \begin{bmatrix} u_1 & \cdots & u_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix}$$

De otra manera

$$\Gamma_i \approx \Psi + \sum_{i=1}^m w_i u_i.$$



Es de interés el cálculo de los pesos w_j , y estos se obtienen de la siguiente manera

$$w_j = u_j^T \Phi_i,$$

donde j es la j -ésima posición del vector de pesos e i es la i -ésima imagen Γ_i a reconstruir.



Definición

El vector de pesos para cada cara Γ_i lo denotaremos como $\Omega_i = [w_1, \dots, w_m]$. Esto es la representación de cada cara bajo el sistema coordenado generado por las *Eigencaras*,

Ω_i es particularmente útil para empezar con la tarea de clasificación, puesto que podemos usar la *distancia euclideana* calcular distancias entre caras.



Aplicación y Resultados

Realizando el siguiente comando en la terminal obtenemos de manera visual la herramienta.

```
python EigenFaces.py
```

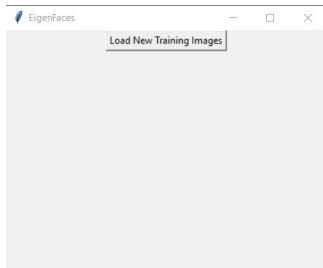


Figure: Primer Instancia de Interfaz



Aplicación y Resultados

Tras seleccionar *Load New Training Images* se despliega un explorador de archivos en el cual el usuario debe seleccionar una carpeta. Tras seleccionar la carpeta el menú toma la siguiente forma

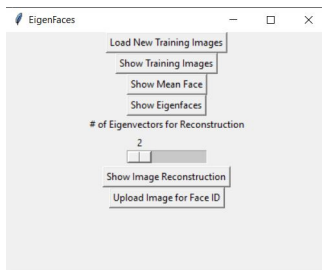


Figure: Menú de operaciones



Aplicación y Resultados

Seleccionando *Show Training Images* o *Show Mean Face* obtenemos respectivamente las siguientes imágenes.



Figure: Resultados



Aplicación y Resultados

Seleccionando *Show Eigenfaces* o *Show Image Reconstruction* obtenemos respectivamente las siguientes imágenes, para el segundo botón se toma en cuenta el número de eigenvectores en el deslizador.

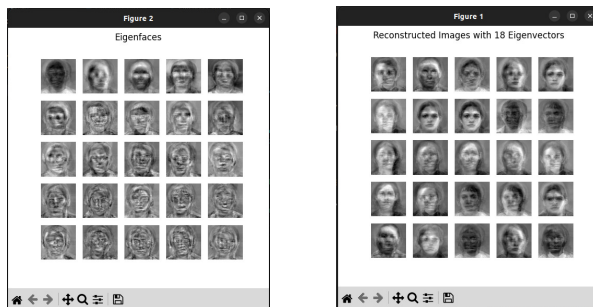


Figure: Resultados



Aplicación y Resultados

Seleccionando *Upload Image for Face ID*, se despliega un explorador de archivos para cargar una imagen, tras seleccionarla se muestra la siguiente figura

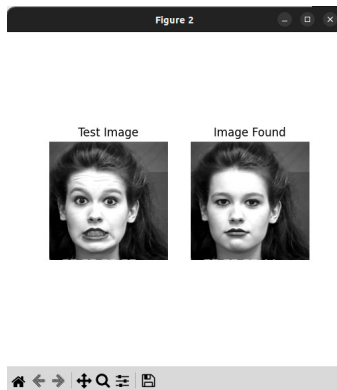


Figure: Clasificación de Imágenes



Es claro que el uso de *Eigenfaces* es la punta del *iceberg* cuando de reconocimiento facial se trata, pero este método ofrece muchas ventajas

- No requiere conocimiento avanzado de álgebra lineal.
- Puedes imaginar una noción geométrica al momento de concebir las caras resultantes.



- Burden, Richard; Douglas Faires. Análisis numérico. Editorial Iberoamérica, México, 1985.
- M. Turk and A. Pentland. Eigenfaces for recognition. J. Cognitive Neuroscience, 1991.
- Papers with code - CK+ dataset. CK+ Dataset — Papers With Code. (n.d.). Recuperado el 4 de diciembre, 2022, de <https://paperswithcode.com/dataset/ck>
- Wikimedia Foundation. (2022, November 10). Eigenface. Wikipedia. Recuperado el 4 de diciembre, 2022, de <https://en.wikipedia.org/wiki/Eigenface>

