

Problemas del Tema 3

Para cubrir el contenido de este tema haría falta saber hacer los siguientes tipos de problemas:

Representación de textos:

1. Relación entre el número de bits necesario para codificar un alfabeto y nº de elementos de dicho alfabeto.
2. Cómo se representa un texto con distintos códigos de E/S (UNICODE, ASCII-Latin 1).

Representación del sonido:

3. Calcular la capacidad de una canción en distintas calidades (CD, radio, etc).
4. Calcular el número de canciones que caben en distintos dispositivos (CD, DVD, memoria USB).
5. Si las canciones están en calidad CD, calcular cuantas caben si las canciones se comprimen en un determinado formato.
6. Calcular el factor de compresión de un fichero de audio.

Representación de imágenes:

7. Calcular lo que ocupa una foto con una determinada resolución. Indicar lo que ocupa si se comprime con un factor de compresión determinado.
8. Calcular cuantas fotos caben en un dispositivo (CD, DVD, USB) con cierta calidad y sin comprimir.

Representación de vídeo:

9. Calcular el ancho de banda necesario para ver una película de una determinada calidad.
10. Calcular la tasa de transferencia y el factor de compresión de un vídeo.

Representación de datos numéricos:

11. Dos datos de 16 bits en hexadecimal, indicar su significado en UNICODE, IEEE-754.
12. Representar enteros en signo y magnitud, complemento a 1, complemento a 2 y notación sesgada.
13. Representar números reales según la normalización IEEE 754 simple precisión.

Detección de errores

14. Poner varios datos binarios de 7 bits y añadir el bit de paridad con paridad par.
15. Han llegado a través de un canal de comunicación ruidoso 10 datos de 8 bits, que incluyen un bit de paridad par. Detectar los datos que llegan erróneos.

EJEMPLOS DE PROBLEMAS

Representación de textos

1. Queremos codificar números en octal, que tiene un alfabeto formado por $m=8$ elementos. ¿Cuántos bits, n , necesitaríamos?

$$n \geq 3.32 \log(m) = 3.32 \log(8) = 2.998$$

El entero menor que cumple la condición es 3 ($2^3=8$). Por lo tanto, necesitamos 3 bits para codificar números en octal.

Representación del sonido

2. ¿Cuánto ocupará 1 minuto de música con calidad CD estéreo?

SOLUCIÓN:

Según la tabla anterior, con calidad CD se utiliza una $F_s=44,1$ KHz y 16 bits para cada muestra.

$$44100 \frac{\text{muestras}}{\text{segundo}} \times 60 \text{ segundos} = 2646000 \text{ muestras}$$

Si se usan 16 bits = 2 Bytes para codificar cada muestra:

$$2646000 \text{ muestras} \times 2 \frac{\text{Bytes}}{\text{muestra}} \times 1 \frac{\text{MB}}{2^{20} \text{ Bytes}} = 5,05 \text{ MB}$$

Como es estéreo: $5,05 \text{ MB} \times 2 \approx 10 \text{ MB}$

-
3. ¿Cuánto ocupará 1 minuto de música con calidad radio?

4. Dentro de mi PC tengo grabado, con calidad CD, el Allegro del Concierto de Piano y Orquesta número 1 de Mozart. Se encuentra comprimido en MPEG 1 nivel 3, con un factor de compresión 7,35:1 (13,6%) y ocupa 7,44 MB. Obtener:

- a) La capacidad del archivo descomprimido.
- b) La tasa de datos de transmisión (*bit rate*) en Kbps
- c) La duración que tendrá la audición del citado archivo.

SOLUCIÓN

- (a) El factor de conversión 7,35:1, quiere decir que cada 7,35 KB (o Bytes o MBytes) del fichero original se convierten en 1 KB (o Bytes o MBytes); es decir:

$$7,35 = \frac{C_a}{C_d}$$

donde C_a es la capacidad del archivo antes de comprimir y C_d a la capacidad del disco después de comprimir, se verifica por tanto que:

$$C_a = 7,35 \cdot C_d = 7,35 \cdot 7,44 \text{ MB} = 54,68 \text{ MB}$$

- (b) Como es calidad CD la frecuencia de muestreo es $F_s = 44,1 \text{ KHz}$, el periodo de muestreo será:

$$T_s = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{44,1 \cdot 10^3} = 2,27 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Dentro de cada periodo (es decir, cada $0,227 \mu\text{s}$, hay que transmitir la información de los dos canales (estéreo) y por cada uno de ellos dos bytes, ya que cada muestra en calidad CD es de 16 bits. Con lo que en cada periodo T hay que transmitir 4Bytes= 32 bits. Es decir, la tasa de datos es:

$$\tau = \frac{32 \text{ bits}}{2,27 \cdot 10^{-5} \text{ segundo}} = 14,1 \cdot 10^5 \text{ bps} = 1.367,652 \text{ KB} = 1,34 \text{ MB}$$

- (c) El numero de periodos de muestreo (grupos de 4 bytes) a que corresponden las muestras que contiene el fichero descomprimido es:

$$(54,68 \text{ MB}) / (4\text{B}/\text{muestra}) = 13,67 \cdot 1024 \cdot 1024 = 14.1334.034 \text{ periodos}$$

pero como cada periodo ocupa un tiempo de $1/F_s$; el tiempo total será:

$$t = 14.1334.034 \text{ periodos} / 44.100 \text{ ciclos/s} = 325 \text{ s} =$$

$$= 5 \text{ minutos } 25 \text{ segundos}$$

- 3.1. ¿Qué tiempo de música en calidad de CD se puede almacenar en un CD-ROM de 650 MB?
¿Y en un DVD de 4,7 GB?

5. Se recibe a través de Internet una emisora de radio con una tasa (velocidad) de transferencia de datos de 32Kbis/s. Si la transmisión está realizada estéreo con calidad CD ¿Cuál es el factor de compresión utilizado?

SOLUCIÓN

Si la transmisión se hiciese en calidad CD, llamando F_s a la frecuencia de muestreo, n_s al número de muestras por canal, y n_c al número de canales, la tasa de transferencia de datos sin comprimir debería ser:

$$R_{sc} = F_s \cdot n_s \cdot n_c = 44.100 \frac{\text{ciclos}}{\text{s}} \cdot 16 \text{ bits} \cdot 2 \text{ canales} = 1,33 \text{ Mb/s}$$

Como la recepción se hace a 32Kb/s el factor de compresión será:

$$f_c = \frac{C_a}{C_d} = \frac{R_{sc}}{R_c} = \frac{1,33 \times 1024 \text{ Kb/s}}{32 \text{ Kb/s}} = 42,56$$

Es decir, la compresión es de 42,56 a 1

Representación de imágenes

6. Una cámara digital realiza fotos con una resolución, cada una de ellas, de 7,2 Mpíxeles (3.072 x 2.304), utilizando 24 bits de atributo (color) de cada píxel. Una vez comprimidas las fotos a JPEG (compresión de 15 a 1) se almacenan en una tarjeta de memoria flash de 1 GB de capacidad.
 - a) ¿Cuántas fotos cabrán en la tarjeta de memoria?
 - b) La cámara dispone de una interfaz USB 2.0 para transferir las fotos al ordenador. ¿Cuánto tiempo tardará en transferir cada fotografía?

3.2. Cuántas imágenes caben en un disquete de 1,44 MBytes suponiendo:

- a) Resolución VGA,
- b) Resolución SVGA,
- c) Resolución XVGA.

7. En un monitor de 19" con resolución de 1440 x 900 píxeles de imagen y 256 tonalidades distintas para cada uno de los tres colores básicos, se quiere visualizar una película DVD a 30 imágenes por segundo.
 - a. ¿Cuál es el tamaño mínimo de la memoria de imagen que se necesita?
 - b. ¿Cuál sería el ancho de banda mínimo requerido para el controlador de gráficos (AGP)?

Representación de video

8. Supongamos que se utiliza un computador para ver una película y queremos que se visualice en el monitor a una resolución de 1024 x 768 píxeles con color real (8 bits para cada uno de los colores básicos) actualizando las imágenes 25 veces por segundo. ¿Podríamos utilizar una tarjeta gráfica con 8 MB de buffer, conectada a través de un bus ISA-AT (con una velocidad de transferencia de hasta 16,7 MB/s)? Razone la respuesta.

SOLUCIÓN:

El buffer de la tarjeta debe tener capacidad suficiente para almacenar una imagen, ya que a partir de dicho buffer se suele realizar el refresco de la pantalla y por tanto se debe mantener en el al menos una imagen completa. para comprobar que se cumple este

requisito, primero vamos a obtener la capacidad que ocupa una imagen, teniendo en cuenta que por cada píxel se deben almacenar 3 Bytes (uno por cada color básico):

$$C_{imagen} = 1.024 \cdot 768 \text{ píxeles} \cdot 3 \text{ B/píxel} = 2.359.296 \text{ B} = 2,25 \text{ MB}$$

Como la capacidad del buffer es 8 MB, caben en el más de 3 imágenes.

Para transferir 25 imágenes por segundo hacia la tarjeta de video, necesitamos la siguiente velocidad de transferencia (ancho de banda):

$$AB = 2,25 \text{ MB/imagen} \cdot 25 \text{ imágenes/s} = 56,25 \text{ MB/s}$$

Con lo que las especificaciones del bus ISA-AT propuesto son insuficientes (admite velocidades de transferencia de tan sólo 16,7 MB/s).

9. Suponga que se dispone de un video digital para transmitir por internet, cuyas imágenes tienen una resolución de 320 x 240 píxeles, con 65.536 colores posibles para cada píxel, y 30 imágenes por segundo. Obtener:
- La tasa de transferencia (bits/s) que se necesitaría para poder transmitir este video sin compresión
 - El factor de compresión mínimo necesario para ser visto en tiempo real recibéndolo desde un servidor de Internet utilizando una línea de 1,5 Mbits/s.

SOLUCIÓN:

- a) Cada imagen ocupa:

$$C_i = 320 \text{ píxeles} \cdot 240 \text{ píxeles} \cdot 2 \frac{\text{Bytes}}{\text{pixel}} = 150 \text{ KBytes}$$

Como hay que transmitir 30 imágenes por segundo, la tasa de transferencia será:

$$v_t = 150 \frac{\text{KB}}{\text{imagen}} \cdot 30 \frac{\text{imágenes}}{\text{s}} = 4.500 \frac{\text{KB}}{\text{s}} = 4,39 \frac{\text{MB}}{\text{s}} = 35,16 \frac{\text{Mbits}}{\text{s}}$$

- b) La capacidad de información por segundo antes de comprimir es:

$$C_{antes} = 35,16 \text{ Mbits}$$

La capacidad de información por segundo después de comprimir es:

$$C_{después} = 1 \text{ Mbits}$$

Luego el factor de compresión es:

$$f_c = \frac{C_{antes}}{C_{después}} = \frac{35,16 \text{ Mb}}{1 \text{ Mb}} \approx 36$$

Es decir, se requiere al menos una compresión de 36:1

Representación de datos numéricos

10. Representar en signo y magnitud, complemento a 1, complemento a 2 y notación sesgada, utilizando $n = 16$ bits los números: $N_1 = -4685_{10}$ $N_2 = 4685_{10}$

SOLUCIÓN:

Paso a binario el valor absoluto:

$$4685_{10} = 124D_{16} = 0001\ 0010\ 0100\ 1101_2$$

- Signo y magnitud:
como $N_1 < 0 \Rightarrow 1001\ 0010\ 0100\ 1101$; como $N_2 > 0 \Rightarrow 0001\ 0010\ 0100\ 1101$
- Complemento a 1:
como $N_1 < 0$, $C_1(|N|) \Rightarrow 1110\ 1101\ 1011\ 0010$; $N_2 > 0 \Rightarrow 0001\ 0010\ 0100\ 1101$
- Complemento a 2:
como $N_1 < 0$, $C_2(|N|) \Rightarrow 1110\ 1101\ 1011\ 0011$; $N_2 > 0 \Rightarrow 0001\ 0010\ 0100\ 1101$
- Sesgada:
 $S = 2^{n-1} = 2^{15} = 1000\ 0000\ 0000\ 0000$

$$S + N_1 = 1000\ 0000\ 0000\ 0000 + (-0001\ 0010\ 0100\ 1101) = 0110\ 1101\ 1011\ 0011$$

$$S + N_2 = 1000\ 0000\ 0000\ 0000 + 0001\ 0010\ 0100\ 1101 = 1001\ 0010\ 0100\ 1101$$

-
11. Hallar la representación interna en un computador de longitud de palabra 16 del número entero con signo D'-2003 suponiendo representación:

- En signo y magnitud,
- En complemento a 1,
- En complemento a 2,
- Sesgada ($S = 2^{n-1} - 1$)

-
- 3.3. Hallar los valores decimales correspondientes a un dato entero con signo de 16 bits almacenado como AB74 suponiendo representación:

- En signo y magnitud,
- En complemento a 1,
- En complemento a 2,
- Sesgada ($S = 2^{n-1}$)

-
12. Representar en signo y magnitud, complemento a 1, complemento a 2 y notación sesgada, utilizando $n = 16$ bits los números: -594_{10} y 594_{10}

-
13. Suponiendo que tenemos que representar el número entero $N = -87$ con $n = 8$ bits, obtener su representación en signo y magnitud, complemento a 1, complemento a 2 y notación sesgada.

14. Dado el número $N = -35$ obtener su representación interna (en binario y hexadecimal) con $n=32$ bits como:

- a. Dato de tipo entero en complemento a 2
 - b. Dato de tipo real IEEE 754 simple precisión
-

15. Representar según el estándar IEEE 754 simple precisión los siguientes números decimales:

- a. $N = 26$
 - b. $N = 345,32 \times 10^{-23}$
-

16. Obtenga la representación del número 53.2874 en formato normalizado IEEE 754 para coma flotante de 16 bits, con 8 bits para el campo del exponente y 7 para el de la mantisa.

17. Encuentre el equivalente decimal del número H'4237 8000 representado en el formato IEEE 754 de 32 bits.

18. Encuentre el equivalente decimal del número H'FF80 0000 representado en el formato IEEE 754 de 32 bits.

19. En dos posiciones consecutivas de la memoria de CODE, y suponiendo se sigue el criterio del extremo menor, se tiene lo siguiente:

<i>Dirección</i>	<i>Contenido</i>
2000	H'0040
2001	H'0021

Indicar la información representada, suponiendo que los valores almacenados representan:

- a) Caracteres codificados en Unicode.
- b) Un número real IEEE754 precisión sencilla.
- c) Un número entero de 32 bits en complemento a dos.
- d) Dos instrucciones máquina de CODE-2.

SOLUCION:

- (a) Tal y como se forman los caracteres Unicode, basta con que consulte el la tabla ASCII (Latín-1) los caracteres H'40 y H'21; esto son @ y i, respectivamente.
- (b) Al usar el criterio del extremo menor, el patrón del número real almacenado es:
 $H'00210040 = 0000\ 0000\ 0010\ 0001\ 0000\ 0000\ 0100\ 0000$

En otras palabras, tenemos:

- Signo $\rightarrow 0 \rightarrow N > 0$
- Exponente almacenado: 0000 0000; lo cual quiere decir que el número está denormalizado, con lo que $E = -126$, y la mantisa será:
- Mantisa 0, 010 0001 0000 0000 0100 0000 $= 2^{-2} + 2^{-7} + 2^{-17} = 0,25 + 0.0078125 + 7.6293945 \cdot 10^{-6} = 0,2578201$

Con lo que el número es:

$$N = 0,2578201 \cdot 2^{-126} = 0,2578201 \cdot 1,1754944 \cdot 10^{-38} = 3,0306611 \cdot 10^{-39}$$

20. En un computador con palabras de 32 bits, se tiene lo siguiente:

Dirección	Contenido
2000	H'00A1 0030
2001	H'00A9 0030

Indicar la información que se está representando:

- Si los dos datos representan caracteres codificados en Unicode (suponer que en cada palabra se almacenan dos caracteres de texto).
- Si los dos datos representan valores numéricos reales en IEEE754 precisión sencilla.
- Si los dos datos representan valores numéricos enteros de 32 bits en complemento a dos.

21. Indicar la representación interna en IEEE754 precisión sencilla, del número: $7,4 \cdot 10^{-3}$

22. Indicar el número que se está codificando en IEEE754 doble precisión en el patrón de bits H'003C 0000 0000 0000.

23. Dado el número $N = -25$ obtener su representación interna (en binario y hexadecimal) con $n=32$ bits como (dar las soluciones en hexadecimal):

- Dato de tipo entero en signo y magnitud
- Dato de tipo entero en complemento a 2
- Dato de tipo real IEEE 754 simple precisión

24. Dado el número $N = -243$ obtener su representación interna (en binario y hexadecimal) con $n=32$ bits como:

- Dato de tipo entero en signo y magnitud
- Dato de tipo entero en complemento a 2
- Dato de tipo real IEEE 754 simple precisión

25. En una posición de memoria del ordenador se encuentra la siguiente información:

H' 00E0 0000

- a) Si fuese código UNICODE ¿qué representa esa información?
- b) Si representase a un número en IEEE754 en simple precisión, ¿cuál sería el valor de dicho número en decimal?

Compresión de datos

26. Suponiendo que un archivo de una capacidad de 4 MB se comprime ocupando 2,5 MB, obtener su factor de compresión y su porcentaje de conversión.

27. Un documento de un texto se compone de 37.724 palabras (considerando también como palabras los signos de puntuación), y por término medio en número de caracteres por palabra es 4,5. El número total de palabras distintas que contiene el texto es 629. Obtener el factor de compresión si el texto se codificase con un diccionario adaptativo en lugar de UNICODE.

28. Un documento de un texto se compone de 45.325 palabras (considerando también como palabras los signos de puntuación), y por término medio en número de caracteres por palabra es 3,5. El número total de palabras distintas que contiene el texto es 507. Hacer una estimación del factor de compresión si el texto se codificase con un diccionario adaptativo en lugar de ASCII Latín 1.

SOLUCIÓN

Codificación en ASCII Latín-1: Cada carácter se codifica con 8 bits, con lo que la capacidad del fichero sin comprimir será:

$$C_a = N_{\text{palabras}} \cdot N_{\text{caracteres/palabra}} \cdot N_{\text{Bytes/palabra}} = 45.325 \cdot 3,5 \cdot 1 \text{ Bytes} \\ = 158.638 \text{ Bytes} \approx 155 \text{ KB}$$

Compresión con diccionario adaptativo:

La ocupación del diccionario será:

$$C_{\text{diccionario}} = 507 \cdot 8 \text{ bits}$$

Como hay 507 palabras, se necesitarán 9 bits para codificar cada una de ellas; con lo que el texto ocupará:

$$C_{\text{texto}} = 45.325 \cdot 9 \text{ bits}$$

Es decir, la capacidad total que ocupará el fichero con diccionario adaptativo será:

$$C_{da} = C_{\text{diccionario}} + C_{\text{texto}}$$

Con lo que el factor de compresión será:

$$f_c = \frac{C_a}{C_d} = \frac{C_a}{C_{da}} = \dots$$

Detección de errores

29. Una computadora de longitud de palabra de memoria de 16 bits, criterio del extremo mayor, utiliza el código ASCII con paridad impar para entrada/salida de los datos. Suponiendo que introducimos el dato X=3,2:

a) ¿Cómo queda inicialmente almacenado ese dato en memoria?

b) Suponiendo que definimos el dato X como real en simple precisión y se utiliza la notación IEEE 754, ¿cómo lo almacenará en memoria el compilador de C?

30. Un computador recibe de un terminal los siguientes caracteres ASCII que contienen un bit de paridad (criterio impar). ¿Cuáles deben ser rechazados por ser erróneos?

7A; 5C; 47; CA; 7C; C8
