Relación de problemas 6

Distribuciones Muestrales

1. En un servicio de atención al cliente el tiempo de espera hasta recibir atención es una variable aleatoria normal de media 10 minutos. Se toman muestras aleatorias del tiempo de espera de los clientes que llegan en un día concreto y se tiene que la desviación típica en los datos es 2. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de espera de una muestra de 25 clientes no supere los 9 minutos?

2. Se toma una muestra aleatoria de 100 empleados de una gran compañía y se estudian los salarios mensuales en la muestra. La desviación típica muestral de los salarios es de 1500 euros.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra no difiera en más de 200 euros de la verdadera media salarial?

   b) ¿Qué probabilidad hay de obtener una muestra de media mayor a 8500 euros si el promedio verdadero de la compañía es de 8200 euros?

3. Se obtiene una muestra aleatoria de tamaño 5 de una variable aleatoria con distribución $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$. Calcular:

   a) $P[\overline{X} > 13]$, sabiendo que $\mu = 12$ y $S = 2$.

   b) $P[\overline{X} \leq 9$, sabiendo que $\mu = 12$ y $S = 2$.

4. La longitud en centímetros de las piezas fabricadas por una máquina se distribuyen según una $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$. Para una muestra de tamaño 25, donde se tiene que S=2, calcular, para $\mu = 10$ y $\sigma = 1{,}8$:

   a) $P[9{,}68 < \overline{X} < 10{,}1]$.

   b) $P[10 \leq \overline{X} \leq 11]$.

   c) $P[9{,}5 < \overline{X} \leq 10{,}5]$.

   d) $P[S^2 < 0{,}45]$.

   e) $P[0{,}32 < S^2 < 0{,}48]$.

5. De una población normal $\mathcal{N}(\mu = 100, \sigma)$ se extrae una muestra y se obtiene S=5. ¿De qué tamaño ha de ser la muestra para que la media muestral tenga una probabilidad de 0,05 de superar el valor 120?

6. Se toma una muestra de tamaño 11 de una población $\mathcal{N}(100, 20)$. ¿A partir de qué valor de la cuasivarianza muestral están situados el 5 % de los valores más altos de S^2?

7. Sea una población normal con media μ.

   a) Extraída una muestra de tamaño 16 donde se obtiene que $S = 4$, calcular la probabilidad de que

      1) la media sea mayor que $\mu + 2$.
      2) este comprendida entre $\mu - 2$ y $\mu + 2$.

   b) Calcular las mismas probabilidades considerando un tamaño muestral de 25 elementos.

8. Supongamos que se va a seleccionar una muestra aleatoria de tamaño n de una distribución normal de media μ y desviación típica σ. Si se obtiene que S=2, determinar el mínimo valor de n tal que

$$P[\overline{X} - \mu < 0{,}1] > 0{,}9$$

9. Se realiza una investigación sobre el nivel de delincuencia en un barrio. Se supone que la media de delitos en una semana es de 15, y se observa una desviación típica muestral 10. ¿Cuántas semanas seleccionadas aleatoriamente debe contener una muestra para tener una probabilidad de 0,975 de observar una media de delitos superior a 12?

10. Unos grandes almacenes calculan que el 1 % de los artículos son robados en periodo de rebajas. Si hay 200 piezas rebajadas. Calcular:

    a) La probabilidad de que se roben menos del 0.5 % de los artículos.

    b) La probabilidad de que se roben más del 1 % de los artículos.

11. Sean
    $X \to \mathcal{N}(150, \sigma_X)$
    $Y \to \mathcal{N}(100, \sigma_Y)$

    Si tomamos muestras de tamaño 10, y se tienen S_X=5 y S_Y=4 se pide:

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de X no sea superior a la de Y en 45 unidades?

    b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de X sea superior a la de Y en 55 unidades?

12. ¿Cuál es la probabilidad de que la cuasivarianza muestral de una muestra de 31 elementos sea al menos 2 veces superior a la de otra de 25 si ambas son normales independientes con igual varianza?

13. ¿Cuál es la probabilidad de que la cuasivarianza de una muestra sea mayor que tres veces la de otra si ambas provienen de poblaciones normales independientes con igual varianza y las muestras son ambas de tamaño 10?