Contraste de hipótesis: Procedimiento estadístico mediante el cual se investiga la veracidad de una hipótesis sobre una característica desconocida de una población o conjunto de poblaciones

Contraste Paramétrico: Conocida una variable aleatoria y su función de probabilidad, se establecen hipótesis sobre los parámetros de esta variable (media, varianza, proporción, diferencia de medias, cociente de varianzas o diferencia de proporciones)
Contraste No paramétrico: Las afirmaciones a contrastar no se hacen en base a la distribución de probabilidad, la cual es desconocida.

Hipótesis

En todos los contrastes se establecen:

- Hipótesis nula H_0: Hipótesis que se plantea en un problema de contraste
- Hipótesis alternativa H_1: Hipótesis contraria a la hipótesis nula

Errores asociados al contraste

	Decisión	
Hipótesis nula (H_0)	Rechazo	No rechazo
Verdadera	Error tipo I (α)	Decisión correcta
Falsa	Decisión correcta	Error tipo II (β)

Estadístico del test

- Llamamos *Estadístico del Test* o *Estadístico de Contraste* a una variable aleatoria con distribución de probabilidad conocida cuyos valores nos permiten tomar la decisión de aceptar o rechazar la hipótesis nula.
- Al valor concreto que toma el estadístico del test para la muestra escogida se llama *Valor Experimental del Estadístico de Contraste*

Región de Rechazo

- **Región de Rechazo o Región Crítica:** La formada por el conjunto de los valores del estadístico de contraste que nos llevan a rechazar la hipótesis nula H_0 , se llama región crítica (los puntos que delimitan la región crítica se llaman *puntos críticos*)
- **Región de Aceptación o Región de No Rechazo**: Es la formada por el conjunto de los valores del estadístico de contraste que nos lleva a aceptar la hipótesis nula *H0*

p-valor asociado a un contraste

- **p-valor o nivel de significación observado**: Es el valor de α más pequeño que hace que la muestra observada nos indique que se debe rechazar H_0. Elegido un nivel de significación α, se rechazará H_0 si $p \le \alpha$

PASOS PARA LA REALIZACIÓN DE UN CONTRASTE:

1. Fijar las hipótesis Nula H_0 y Alternativa H_1.
2. Buscar el **estadístico del test** que bajo la hipótesis nula tenga un comportamiento conocido
3. Determinar la **región crítica**
4. Seleccionar una **muestra de tamaño n**, para la cual el estadístico de contraste tome un valor numérico (**valor experimental del estadístico de contraste**)
5. Adoptar la **decisión sobre el rechazo o no** de la hipótesis nula

CONTRASTES PARAMÉTRICOS

Contraste para la media de una población normal

$$T=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \rightarrow t_{n-1}$$

contraste	Región de rechazo
$H_0:\mu=\mu_0$ $H_1:\mu\neq\mu_0$	$T_{\exp}\leq -t_{n-1;1-\alpha/2}$ $T_{\exp}\geq t_{n-1;1-\alpha/2}$
$H_0:\mu\leq\mu_0$ $H_1:\mu>\mu_0$	$T_{\exp}\geq t_{n-1;1-\alpha}$
$H_0:\mu\geq\mu_0$ $H_1:\mu<\mu_0$	$T_{\exp}\leq t_{n-1;\alpha}$

Contraste para la varianza

$$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \rightarrow \chi^2_{n-1}$$

contraste	Región de rechazo
$H_0:\sigma^2=\sigma_0^2$ $H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$	$\chi^2_{\exp}\leq\chi^2_{n-1;\alpha/2}$ $\chi^2_{\exp}\geq\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}$
$H_0:\sigma^2\leq\sigma_0^2$ $H_1:\sigma^2>\sigma_0^2$	$\chi^2_{\exp}\geq\chi^2_{n-1;1-\alpha}$
$H_0:\sigma^2\geq\sigma_0^2$ $H_1:\sigma^2<\sigma_0^2$	$\chi^2_{\exp}\leq\chi^2_{n-1;\alpha}$

Contraste para la proporción

$$Z=\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \rightarrow N(0;\ 1)$$

contraste	Región de rechazo
$H_0:p=p_0$ $H_1:p\neq p_0$	$Z_{\exp}\leq Z_{\alpha/2}$ $Z_{\exp}\geq Z_{1-\alpha/2}$
$H_0:p\leq p_0$ $H_1:p>p_0$	$Z_{\exp}\geq Z_{1-\alpha}$
$H_0:p\geq p_0$ $H_1:p<p_0$	$Z_{\exp}\leq Z_{\alpha}$

Contraste para la diferencia de medias de dos poblaciones normales

Varianzas desconocidas pero iguales

$$T=\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\mu_0}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_X}+\frac{1}{n_Y}}} \rightarrow t_{n_X+n_Y-2}$$

contraste	Región de rechazo
$H_0:\mu_x-\mu_y=\mu_0$ $H_1:\mu_x-\mu_y\neq\mu_0$	$T_{\exp}\leq -t_{n_x+n_y-2;1-\alpha/2}$ $T_{\exp}\geq t_{n_x+n_y-2;1-\alpha/2}$
$H_0:\mu_x-\mu_y\leq\mu_0$ $H_1:\mu_x-\mu_y>\mu_0$	$T_{\exp}\geq t_{n_x+n_y-2;1-\alpha}$
$H_0:\mu_x-\mu_y\geq\mu_0$ $H_1:\mu_x-\mu_y<\mu_0$	$T_{\exp}\leq t_{n_x+n_y-2;\alpha}$

Varianzas desconocidas, tamaños muestrales grandes ($n_x\geq30$, $n_y\geq30$)

$$Z=\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-\mu_0}{\sqrt{\frac{S_X^2}{n_X}+\frac{S_Y^2}{n_Y}}} \rightarrow N(0;1)$$

contraste	Región de rechazo
$H_0:\mu_x-\mu_y=\mu_0$ $H_1:\mu_x-\mu_y\neq\mu_0$	$Z_{\exp}\leq Z_{\alpha/2}$ $Z_{\exp}\geq Z_{1-\alpha/2}$
$H_0:\mu_x-\mu_y\leq\mu_0$ $H_1:\mu_x-\mu_y>\mu_0$	$Z_{\exp}\geq Z_{1-\alpha}$
$H_0:\mu_x-\mu_y\geq\mu_0$ $H_1:\mu_x-\mu_y<\mu_0$	$Z_{\exp}\leq Z_{\alpha}$

Contraste para el cociente de varianzas

$$F=\frac{S_X^2}{S_Y^2} \rightarrow F_{n_X-1;\,n_Y-1}$$

contraste	Región de rechazo
$H_0:\sigma_x^2=\sigma_y^2$ $H_1:\sigma_x^2\neq\sigma_y^2$	$F_{\exp}\leq\frac{1}{F_{n_y-1,n_x-1;1-\alpha/2}}$ $F_{\exp}\geq F_{n_x-1,n_y-1;1-\alpha/2}$
$H_0:\sigma_x^2\leq\sigma_y^2$ $H_1:\sigma_x^2>\sigma_y^2$	$F_{\exp}\geq F_{n_x-1,n_y-1;1-\alpha}$
$H_0:\sigma_x^2\geq\sigma_y^2$ $H_1:\sigma_x^2<\sigma_y^2$	$F_{\exp}\leq\frac{1}{F_{n_y-1,n_x-1;1-\alpha}}$

Contraste para la diferencia de proporciones

$$Z=\frac{(\hat{p}_x-\hat{p}_y)-p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_x(1-\hat{p}_x)}{n_x}+\frac{\hat{p}_y(1-\hat{p}_y)}{n_y}}} \rightarrow N(0;1)$$

contraste	Región de rechazo
$H_0:p_x-p_y=p_0$ $H_1:p_x-p_y\neq p_0$	$Z_{\exp}\leq Z_{\alpha/2}$ $Z_{\exp}\geq Z_{1-\alpha/2}$
$H_0:p_x-p_y\leq p_0$ $H_1:p_x-p_y>p_0$	$Z_{\exp}\geq Z_{1-\alpha}$
$H_0:p_x-p_y\geq p_0$ $H_1:p_x-p_y<p_0$	$Z_{\exp}\leq Z_{\alpha}$

CONTRASTES NO PARAMÉTRICOS

Contraste χ^2 de independencia

H_0: *A* y *B* son independientes
H_1: *A* y *B* no son independientes

Contraste de bondad de ajuste

H_0: *X* sigue una distribución de probabilidad *F*
H_1: *X* no sigue esa distribución de probabilidad