

Relación de problemas 7

Estimación de parámetros

1. Se sabe que en una gran empresa las retribuciones siguen una $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$. Hallar un intervalo de confianza al 95 % para la retribución media y otro para la varianza, sabiendo que los datos de una muestra seleccionada al azar son los siguientes:

90 80 90 100

2. Los siguientes valores corresponden al nivel de renta (en millones) de 6 individuos:

1.5, 2.8, 1.3, 2.5, 3, 2.2

- a) Calcular un intervalo de confianza para la renta media a un nivel del 99 %.
 - b) Calcular un intervalo de confianza para la varianza de la renta a un nivel de confianza del 99 %
3. De una población normal se selecciona una muestra cuyos valores son los siguientes:

20 22 21 20 18 19 25 21

- a) Obtener estimaciones puntuales para la media y la varianza de la población.
 - b) Obtener un intervalo de confianza del 95 % para la media de la población.
 - c) Obtenga un intervalo de confianza del 90 % para la varianza poblacional.
4. Una muestra de 10 piezas fabricadas en una cierta industria, nos da una media de 4,38 cm de longitud y una desviación típica de 0,06.
 - a) Calcular un intervalo de confianza para la media al 95 %.
 - b) Calcular un intervalo de confianza para la varianza poblacional al 95 %
 5. Se encuestó a 300 personas seleccionadas al azar para conocer la proporción de votantes favorables a un cierto candidato. De los 300 encuestados, sólo 100 se mostraron favorables al candidato. Estimar, con un nivel de confianza del 95 %, in intervalo de confianza para la verdadera proporción en la población
 6. Obtener un intervalo de confianza al 90 % para la varianza de una población tomando una muestra de 10 datos en la que $s^2 = 2,4$.

7. En una encuesta de tamaño 16 de una población $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$, se observa que la media muestral vale 12. Calcular un intervalo de confianza para la media poblacional al 90 %.
8. Para investigar el coeficiente intelectual medio de una cierta población estudiantil, se propuso un test a 400 estudiantes. La media y cuasidesviación típica de este estudio fueron, respectivamente, 86 y 10,2. A partir de estos datos, determinar intervalos de confianza para el coeficiente de inteligencia medio a los niveles de confianza del 90, 95 y 99 %.
9. Una encuesta de 100 votantes para conocer sus opiniones respecto a dos candidatos muestra que 55 apoyan al candidato A y 48 al B. Calcular un intervalo de confianza para la proporción de votos de cada candidato, al nivel de confianza del 95 %.
10. En una muestra aleatoria de 900 personas con pelo oscuro se encontró que 150 de ellas tenían los ojos azules. Construir un intervalo de confianza al 95 % para la proporción de individuos que teniendo el pelo oscuro poseen los ojos azules. ¿Son compatibles estos resultados con la suposición de que la proporción vale $1/4$?
11. De una máquina que fabrica tornillos se toma una muestra de 16 de ellos y se calcula su varianza resultando ser 30. Encontrar un intervalo de confianza para la varianza a un nivel del 90 %.
12. El número de piezas fabricadas por la máquina A en 5 días son: 50, 48, 53, 60 y 37 y por la máquina B: 40, 51, 62, 55 y 64. Construir un intervalo de confianza para la diferencia de medias entre A y B suponiendo igual varianza.
13. Se ensayan dos instrumentos de medida para ver cuál es más exacto. Se realizan 25 mediciones resultando:

$$\bar{x}_1 = 1,001 \text{ cm} \qquad s_1 = 0,001 \text{ cm}$$

$$\bar{x}_2 = 0,995 \text{ cm} \qquad s_2 = 0,002 \text{ cm}$$

Obtener un intervalo de confianza al 95 % para:

- a) μ_1 y μ_2 .
 - b) $\mu_1 - \mu_2$, supuestas varianzas iguales.
 - c) σ_1 y σ_2 .
 - d) σ_1/σ_2
14. Un estudio en 6 parejas de gemelos de animales, sobre el peso de cada uno al nacer, dio los siguientes resultados:

primero en nacer:	7,4	6,2	3,4	4,8	5,3	5,1
segundo en nacer:	6,5	5,8	3,6	4,6	5,5	4,8

asumiendo que la diferencia entre peso es una variable normal, construir un intervalo de confianza al 98 % para la diferencia media de pesos.

15. Se está estudiando el nivel de lipoproteínas en sangre entre un grupo de atletas de élite y no atletas. Analizando muestras de ambas poblaciones nos proporciona los siguientes resultados:

	n	\bar{x}	s
corredores	20	56	12.1
no corredores	72	49	10.5

Obtener un intervalo de confianza al 90 % para la diferencia de medias ($\mu_1 - \mu_2$) y para el cociente de varianzas σ_1/σ_2 .

16. Una muestra aleatoria de 36 cigarrillos de una marca determinada dio un contenido promedio de nicotina de 3 miligramos y una cuasivarianza muestral 1.
 - a) Obtener e interpretar un intervalo de confianza del 95 % para el verdadero contenido promedio de nicotina de estos cigarrillos.
 - b) El fabricante garantiza que el contenido promedio de nicotina es de 2,9 miligramos, ¿qué puede decirse sobre esta afirmación de acuerdo con el intervalo hallado?
17. El tiempo en minutos que tardaron 15 operarios para familiarizarse con el manejo de una máquina moderna adquirida por la empresa fue

3,4 2,8 4,4 2,5 3,3 4 4,8 2,9 5,6 5,2 3,7 3 3,6 2,8 4,8

Suponiendo que los tiempos se distribuyen normalmente,

- a) Determinar e interpretar un intervalo al 95 % de confianza para el verdadero tiempo promedio.
 - b) El instructor considera que el tiempo promedio requerido por la población de trabajadores que recibe instrucción sobre esa máquina es superior a 5 minutos, ¿qué se puede decir de acuerdo con el intervalo hallado?
18. Se desea medir la diferencia entre dos categorías de empleados en la actividad de seguros. Una está formada por personas con título superior y la otra por personas que sólo tienen estudios secundarios. Se toma una muestra de 45 empleados entre los primeros y la media de ventas resulta ser 32. Se toma una muestra de 60 empleados del segundo grupo y la media es 25. Suponiendo que las ventas de los dos grupos se distribuyen normalmente con varianzas de 48 para los titulados superiores y 56 para los de estudios secundarios,
 - a) Calcular e interpretar un intervalo al 90 % de confianza para la verdadera diferencia de medias.
 - b) De acuerdo con el intervalo hallado, ¿hay evidencia de que las medias sean iguales?
19. Un fabricante de baterías para automóvil asegura que las baterías que produce duran en promedio 2 años con una desviación típica de 0,5 años. Si 5 de estas baterías tienen duración:

1,5 2,5 2,9 3,2 4

determinar un intervalo de confianza al 95 % para la media y otro para la varianza e indicar si es cierta la afirmación del fabricante.

20. Se toma una muestra aleatoria de 15 hojas y se mide su largo. La media en esta muestra es 8,6 centímetros. La distribución de los largos de las hojas es normal y se tiene que $s^2=10$. Encontrar un intervalo de confianza a nivel 0,95 para el largo de las hojas.
21. Para comparar la producción media diaria de dos métodos de fabricación se toman dos muestras. Una muestra está formada por los elementos fabricados durante 25 días mediante el primer método y la segunda muestra la forman los elementos producidos durante 16 días usando el segundo método. Por experiencia se conoce que las varianzas poblacionales para los dos métodos son iguales. Las medias muestrales son 136 y 128 respectivamente. Suponiendo la normalidad e independencia de las poblaciones, obtener el intervalo de confianza para la diferencia de medias, al nivel de confianza 0,99.

22. A fin de comparar las medias de dos poblaciones con distribución normal, se obtuvieron dos muestras aleatorias de tamaños 10 y 9, dadas por:

Población 1	5	8	7	8,5	6,5	8	6	7	6	8
Población 2		7	6	8	5,5	6,5	5	5	6	5

Obtener e interpretar un intervalo de confianza para la diferencia de medias a nivel 0,90.

23. De una población con distribución normal se extrae una muestra aleatoria de tamaño 11, de la cual se obtiene una varianza muestral de 5. Obtener un intervalo de confianza para la varianza poblacional con un nivel de confianza del 98 %.
24. El peso de los paquetes enviados por una empresa de transportes se distribuye según una ley Normal. En un estudio realizado con una muestra aleatoria de 9 paquetes, se obtuvieron los siguientes pesos en kilos:

9,5 10 8,5 10,5 12,5 10,5 12,5 13 12

Obtener un intervalo de confianza para el peso medio de los paquetes enviados por esa empresa para un nivel de confianza del 99 %.

25. Se está realizando un estudio para comparar la edad a la que empiezan a fumar los chicos adolescentes (X) y las chicas adolescentes (Y). Suponemos que las variables X e Y siguen distribuciones normales con varianzas iguales. Se cree que los jóvenes adolescentes que fuman comienzan a hacerlo a una edad más temprana que las chicas. Se toman muestras de ambos grupos y se obtienen los resultados que aparecen en la tabla, ¿apoyan los datos esta suposición? (tomar $\alpha = 0,05$)

Chicos	Chicas
$n_x = 28$	$n_y = 14$
$\bar{x} = 11,3$	$\bar{y} = 12,6$
$S_x = 2$	$S_y = 1,7$

26. La muestra 12, 10, 8, 9, 11, 7, 12, 10 procede de una distribución normal. Calcular un intervalo de confianza a nivel de confianza del 90 % para σ^2 .
27. Un mismo producto tiene diferentes precios de venta según las zonas de localización de la tienda en que se vende. Teniendo como objeto la estimación de la demanda de productos similares y necesitando un dato fiable, recogemos el precio en 10 tiendas y obtenemos los siguientes precios de ventas:

28 28,85 28,15 27,45 25,85 28,60 28,30 28,95 28,55 29,45

Obtener un intervalo de confianza con un nivel de significación del 1 % para el precio medio.

28. La elasticidad del plástico puede variar dependiendo del proceso por el cual el plástico es preparado. Para comparar la elasticidad producida por dos procesos diferentes se toman muestras aleatorias de cada uno de ellos

Proceso 1	6,1	9,2	8,7	7,5	9	
Proceso 2	9,2	8,1	6,9	7,9	6,5	9

Suponiendo que la elasticidad en ambos procesos son poblaciones normales e independientes, ¿presentan los datos suficiente evidencia para poder asegurar que existen diferencias entre las elasticidades medias de los procesos? (Usar un nivel de significación igual a 0,02).