

## Relación de problemas 5

# Algunas Distribuciones de Probabilidad

1. En un hospital se ha comprobado que la aplicación de un tratamiento en enfermos de cirrosis produce una cierta mejoría en el 80 % de los casos. Se seleccionan 8 pacientes enfermos de cirrosis y se aplica el tratamiento. Calcular:
  - a) La probabilidad de que mejoren 5 pacientes.
  - b) La probabilidad de que mejoren al menos 3 pacientes.
  - c) El número esperado de pacientes que mejoran.
2. En una ciudad el 20 % de los hogares están asegurados contra incendios. Con objeto de establecer una encuesta en el área, una compañía de seguros selecciona 5 hogares al azar
  - a) ¿Qué número de hogares se espera que estén asegurados?
  - b) Calcular la probabilidad de que dos hogares estén asegurados.
  - c) Calcular la probabilidad de que al menos tres hogares de los seleccionados estén asegurados.
  - d) Calcular la probabilidad de que ninguno de los hogares seleccionados esté asegurado.
  - e) Calcular la probabilidad de que haya algún hogar asegurado entre los seleccionados.
3. Todos los días se seleccionan de manera aleatoria 12 unidades de un proceso de manufactura, con el propósito de verificar el porcentaje de unidades defectuosas en la producción. Con base en la información pasada se sabe que la probabilidad de obtener una pieza defectuosa es de 0.25. La gerencia ha decidido detener la producción cada vez que una muestra de 12 unidades tenga dos o más defectuosas.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que, cualquier día se detenga la producción?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente 2 defectuosas?
4. Un club de automovilistas comienza una campaña telefónica con el propósito de aumentar el número de asociados. Con base a la experiencia previa se sabe que una de cada 20 personas que reciben la llamada se une al club. Si en un día 11 personas reciben la llamada telefónica,
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos dos de ellas se asocien al club?
  - b) ¿Cuál es el número de nuevos asociados que se espera conseguir?

- c) ¿Cuál es la probabilidad de que más de tres se asocien al club?
  - d) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente dos se asocien al club?
5. Una compañía de seguros descubre que hay un 10% de la población que tiene un cierto tipo de accidente cada año. Si se seleccionan 8 asegurados al azar en la población,
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no más de dos de ellos tengan un accidente de este tipo en el próximo año?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de ellos sufra un accidente de este tipo?
  - c) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya más de tres accidentes de este tipo entre los seleccionados?
6. Se sabe que la probabilidad de aprobar un examen es del 30 % para una asignatura. Si se presentan a ella 10 alumnos, calcular:
- a) La probabilidad de que aprueben más de 5.
  - b) La probabilidad de que aprueben más del 40 % de los presentados.
7. La probabilidad de que un satélite, después de colocarlo en órbita, funcione de manera adecuada es 0.9. Supongamos que cinco de estos satélites se ponen en órbita:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos el 80 % funcione adecuadamente?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno funcione?
8. Se sabe que por término medio, el número de llamadas telefónicas a una centralita es de tres cada cinco minutos. Calcular:
- a) Probabilidad de que se efectúen seis llamadas en cinco minutos.
  - b) Probabilidad de que se efectúen tres llamadas en diez minutos.
  - c) Probabilidad de que haya dos llamadas en un minuto.
9. Sea  $X$  una variable aleatoria tal que sigue una distribución de Poisson de parámetro  $\lambda$  y tal que

$$P[X = 2] = \frac{P[X = 1]}{5}$$

Obtener  $E[X]$  y  $Var[X]$ .

10. El número medio de enfermos hospitalizados en un servicio de urgencias es 1.8 cada 10 minutos.
- a) Definir la variable aleatoria correspondiente al problema. Dar las expresiones de su función masa de probabilidad, función de distribución, esperanza y varianza.
  - b) Calcular la probabilidad de que en 10 minutos no se hospitalice a nadie y la probabilidad de que se hospitalice a 2 enfermos.
  - c) Calcular la probabilidad de que en 30 minutos se hospitalice al menos a 2 pacientes.
11. Un promedio de 4 personas acuden a una oficina de información de un supermercado cada hora. Obtener la probabilidad de que:
- a) Exactamente 2 personas acudan durante una hora seleccionada al azar.
  - b) Menos de tres personas acudan durante una hora seleccionada al azar.
  - c) Exactamente cuatro personas acudan en una hora.

- 
12. Un cajero automático es usado por un promedio de 6 personas por hora. Calcular las siguientes probabilidades:
- a) Exactamente 6 personas usen el cajero en una hora.
  - b) Menos de 5 personas utilicen el cajero durante una hora.
  - c) Nadie utilice el cajero durante un intervalo de 10 minutos.
  - d) Nadie utilice el cajero durante un intervalo de 5 minutos.
13. Supóngase que en un cruce transitado ocurren un promedio de dos accidentes por semana. Determinar la probabilidad de que:
- a) Ocurra un accidente en una semana.
  - b) Ocurran tres accidentes en una semana.
14. Se sabe que el peso en kg de una población formada por animales está distribuido según una normal de media 95 y desviación típica 10. Determinar la probabilidad de que el peso de un animal seleccionado al azar esté comprendido entre 65 y 125 kg.
15. Sea una variable aleatoria con distribución  $\mathcal{N}(\mu, 2)$
- a) Obtener  $\mu$  para que se cumpla que  $P[X > 3] = 0,8$ .
  - b) Obtenido el valor de  $\mu$ , obtener el percentil 75.
16. Sea  $X$  una variable normal de media 50 y varianza 100. Obtener el valor de  $k$  tal que  $P[X < k] = 0,95$ .
17. El salario de un grupo de trabajadores en miles de euros sigue una distribución normal de media 2.5 y desviación típica 0.5. Determinar:
- a) Probabilidad de que el salario de un individuo elegido al azar sea superior a 3.
  - b) ¿Cuál es el menor salario que cobra el 45 % de los trabajadores mejor pagados?
18. Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución  $\mathcal{N}(10, 4)$ , calcular:
- a) Percentil 85.
  - b)  $P[X < 6]$ .
  - c)  $P[5 < X < 6]$ .
  - d)  $P[X > 13]$ .
  - e)  $P[|X| < 6]$ .
19. Una compañía de seguros garantiza pólizas de seguros individuales contra un cierto tipo de accidentes. Una encuesta ha permitido estimar que a lo largo de un año cada persona tiene una posibilidad entre mil de ser víctima de un accidente que esté cubierto por este tipo de póliza y que la compañía podrá vender una media de 4000 pólizas de seguros de este tipo al año. Se pide calcular:
- a) La probabilidad de que el número de accidentes cubiertos por la póliza no pase de cuatro por año.
  - b) Número de accidentes esperados por año.
  - c) Probabilidad de que el número de accidentes sea superior a dos por año.

- d) Probabilidad de que ocurran 12 accidentes por año.
20. Se sabe que en cada hora de funcionamiento el número medio de roturas producidas en una fábrica es 10.
- Definir la variable aleatoria correspondiente al problema.
  - Obtener la función de probabilidad de la variable aleatoria.
  - Calcular la probabilidad de que se produzcan al menos 4 roturas.
  - Calcular la probabilidad de que se produzcan menos de 4 roturas en 2 horas.
21. El número de licencias de matrimonio expedidas en cierta ciudad durante un mes puede considerarse una variable aleatoria normal con media 124 y desviación típica 7,5.
- ¿Con qué probabilidad podemos afirmar que se expedirán entre 100 y 150 licencias de matrimonio?
  - Un mes se considera adecuado para casarse cuando se han concedido más de 140 licencias de matrimonio. ¿Cuál es la probabilidad de que un año cualquiera tenga menos de 2 meses adecuados para casarse?
22. Solamente el 15 % de los alumnos que se matriculan por primera vez en la Universidad estudian más de 30 horas en el primer mes del curso.
- Se eligen 5 alumnos al azar. Se define la variable aleatoria  $X$ : Número de alumnos que estudian más de 30 horas en el primer mes del curso. Se pide la expresión de la función masa de probabilidad y de la función de distribución de dicha variable aleatoria. Además, calcular la probabilidad de que todos los alumnos estudien más de 30 horas.
  - Si se matriculan 50 alumnos por primera vez en la Universidad, ¿cuál es la probabilidad de que el 14 % de los alumnos estudien más de 30 horas?
23. Los años de duración de la placa base de los ordenadores sigue una distribución normal de parámetros  $\mu=10$  y  $\sigma=2$ . Calcular la probabilidad de que una placa base dure más de 12 años.
24. El 1 % de los artículos elaborados por una cadena de producción presenta anomalías. Se envían 400 unidades a un cliente.
- ¿Qué modelo sigue la variable  $X = \text{'Número de artículos defectuosos'}$ ?
  - Calcular la probabilidad de que no haya más de 8 artículos defectuosos.
  - Calcular la probabilidad de que no haya ninguno defectuoso.
  - Obtener la media y la varianza de la variable  $X$ .
25. La estatura de una población se distribuye normalmente con media 1,70 metros y desviación típica 0,1 metros. ¿Cual es la probabilidad de que una persona elegida al azar mida menos de 1,72?
26. La proporción de parados de una población es de 0.2. Se seleccionan aleatoriamente 60 individuos de dicha población. Obtener:
- La probabilidad de que entre los seleccionados 20 o más estén parados.
  - La probabilidad de que entre los seleccionados trabajen exactamente 48.
  - $P[X = 6]$ .
27. Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución  $F$  de Snédecor de parámetros 2 y 4 e  $Y$  otra variable aleatoria  $F$  de Snédecor de parámetros 10 y 12. Calcular:

- 
- a)  $x_1$  tal que  $P[X < x_1] = 0,95$  y  $x_2$  tal que  $P[X < x_2] = 0,99$ .  
b)  $x_3$  tal que  $P[Y < x_3] = 0,95$  y  $x_4$  tal que  $P[Y < x_4] = 0,99$ .
28. Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución Chi-cuadrado con 8 grados de libertad e  $Y$  otra variable con distribución Chi-cuadrado con 6 grados de libertad. Se pide:
- a)  $x_1$  tal que  $P[X < x_1] = 0,95$ .  
b)  $P[X < 0]$ .  
c)  $P[1,23 < Y < 2,21]$ .  
d)  $x_2$  tal que  $P[X < x_2] = 0,005$  y  $x_3$  tal que  $P[X < x_3] = 0,9$ .  
e)  $x_4$  tal que  $P[Y < x] = 0,01$  y  $x_5$  tal que  $P[Y < x_5] = 0,99$ .
29. Sea  $X$  una v.a. distribuida según una  $t$  de Student con 10 grados de libertad. Calcular:
- a)  $P[X < -1,813]$ .  
b)  $P[2,764 < X < 4,588]$ .  
c)  $x_1$  tal que  $P[X < x_1] = 0,05$  y  $x_2$  tal que  $P[X > x_2] = 0,95$ .