

## Relación de problemas 3

# Probabilidad

1. Escribir el espacio muestral del experimento que consiste en lanzar simultáneamente una moneda y un dado.
2. Se lanza una moneda 3 veces. Se pide:
  - a) Construir el espacio muestral.
  - b) Expresar, en función de los sucesos elementales, los siguientes sucesos:
    - 1) Los tres lanzamientos producen el mismo resultado.
    - 2) El mismo resultado aparece dos veces exactamente.
    - 3) Al menos dos veces sale cara.
    - 4) Exactamente dos veces sale cara.
    - 5) La cara aparece en el primero y en el segundo de los lanzamientos.
3. Un operario de una fábrica observa de tres en tres las piezas producidas por una máquina, anotando si cada una de ellas es defectuosa o no.
  - a) Escribir el espacio muestral correspondiente a esta situación.
  - b) Sea  $A$  el suceso *la primera pieza observada es defectuosa*,  $B$  el suceso *la segunda pieza observada es defectuosa* y  $C$  el suceso *la tercera pieza observada es defectuosa*. Dar la descomposición en sucesos elementales de los siguientes sucesos:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cup C$ ,  $B \cup C$ ,  $A \cup B \cup C$ ,  $B \cap C$  y  $A \cap B \cap C$ .
4. Se tienen los sucesos aleatorios  $A$  y  $B$  y se conocen las probabilidades  $P(A)=0.4$ ;  $P(B)=0.2$  y  $P(A \cup B)=0.5$ . ¿Son estos sucesos incompatibles? ¿Son estos sucesos independientes?
5. Una caja contiene 6 bombillas, de las cuales dos son defectuosas. Si las bombillas son probadas hasta encontrar una defectuosa, descríbase el espacio muestral del experimento.
6. Un dado se lanza dos veces. Se pide:
  - a) Construir el espacio muestral.
  - b) Sea  $A$  el suceso *en el primer lanzamiento, el número es menor o igual que 2*. Calcular la  $P(A)$  suponiendo que el dado está bien construido.
  - c) Sea  $B$  el suceso *en el segundo lanzamiento el número es menor que 5*. Calcular  $P(B)$ .
  - d) Calcular  $P(A \cup B)$

7. Consideremos el experimento aleatorio consistente en el lanzamiento de dos monedas y un dado.
- Escribir el espacio muestral correspondiente.
  - Expresar explícitamente los sucesos siguientes:  $A$ : aparecen dos caras y un número primo,  $B$ : aparece un 3,  $C$ : aparecen exactamente una cara y un número primo.
  - Expresar explícitamente los sucesos:  $A$  y  $B$  suceden, sucede solamente  $B$ , sucede  $B$  o  $C$ .
8. Supongamos que  $A$  y  $B$  son dos sucesos para los cuales  $P(A) = x$ ,  $P(B) = y$  y  $P(A \cap B) = z$ . Expresar cada una de las probabilidades siguientes en términos de  $x$ ,  $y$  y  $z$ :
- $P(\overline{A} \cup \overline{B})$
  - $P(\overline{A} \cap B)$
  - $P(\overline{A} \cap \overline{B})$
9. La caja A contiene 4 bolas rojas, 1 verde y 3 negras. La caja B contiene 8 bolas rojas, 1 verde y 7 negras. Se tira un dado y si sale un número entre 1 y 4 entonces se selecciona al azar una bola de la caja A. Si en el dado sale 5 o 6 se selecciona una bola de la caja B. Consideremos los sucesos  $A$ : seleccionar la caja A,  $B$ : seleccionar la caja B,  $R$ : sacar la bola roja,  $V$ : sacar la bola verde y  $N$ : sacar la bola negra. Se pide:
- Escribir el espacio muestral asociado al experimento aleatorio.
  - $P(\overline{R}|A)$
  - $P(V)$
  - $P(V \cap B)$
  - $P(R \cup A)$
  - $P(R \cap V)$
  - $P(B|N)$
  - ¿Son  $R$  y  $A$  sucesos independientes?
10. Supongamos el espacio muestral  $E = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$  que consta de 4 elementos. ¿Qué función de las siguientes define una probabilidad?
- $p(s_1) = \frac{1}{2}, p(s_2) = \frac{1}{3}, p(s_3) = \frac{1}{4}, p(s_4) = \frac{1}{5}$ .
  - $p(s_1) = \frac{1}{2}, p(s_2) = \frac{1}{4}, p(s_3) = \frac{1}{4}, p(s_4) = \frac{1}{2}$ .
  - $p(s_1) = \frac{1}{2}, p(s_2) = \frac{1}{4}, p(s_3) = \frac{1}{8}, p(s_4) = \frac{1}{8}$ .
  - $p(s_1) = \frac{1}{2}, p(s_2) = \frac{1}{4}, p(s_3) = \frac{1}{4}, p(s_4) = 0$ .
11. En una urna hay 6 bolas de color verde, 3 bolas de color rojo y 2 bolas de color amarillo. Se extrae una bola al azar. Calcular la probabilidad de que:
- La bola sea amarilla.
  - La bola no sea roja.
  - La bola sea verde o roja.
  - La bola no sea amarilla o sea verde.
  - La bola no sea roja y no sea amarilla.
  - La bola no sea roja ni verde.

- 
12. En una fábrica hay dos almacenes con 100 artículos cada uno. En el primero hay 25 artículos defectuosos y en el segundo hay 20. Un operario pasa un artículo del primer almacén al segundo. Calcular la probabilidad de que otro operario, al coger un artículo al azar del segundo almacén obtenga uno defectuoso.
13. Sean  $P(A)=0.1$ ,  $P(B)=0.3$  y  $P(A \cap B)=0.05$ . Calcular las siguientes probabilidades:
- $P(\bar{A} \cap B)$
  - $P(A|\bar{B})$
  - $P(A \cup \bar{B})$
14. Contestar razonadamente las siguientes preguntas:
- Sean los sucesos  $A$  y  $B$  con las siguientes probabilidades:  $P(A) = 1/2$ ,  $P(B) = 1/3$  y  $P(\bar{A} \cap B) = 1/4$ . Calcular  $P(A|\bar{B})$ .
  - Si  $A$  y  $B$  son sucesos independientes, con  $P(A) = 1/2$  y  $P(B) = 1/3$ , calcular  $P(A|\bar{B})$ .
15. Consideramos el experimento que consiste en elegir una moneda de entre dos y lanzarla. La probabilidad de obtener cara con la primera moneda es 0.4 y con la segunda es 0.7. Se pide:
- La probabilidad de que el resultado del lanzamiento sea cruz.
  - Probabilidad de que fuese lanzada la segunda moneda si se conoce que el resultado del lanzamiento ha sido cruz.
16. En una ciudad el 40 % de las personas tienen el pelo rubio, el 25 % ojos azules y el 15 % pelo rubio y ojos azules. Se selecciona una persona al azar. Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:
- Que tenga pelo rubio, si tiene ojos azules.
  - Que tenga ojos azules, si tiene pelo rubio.
  - Que no tenga el pelo rubio ni los ojos azules.
  - Que tenga exactamente una de estas características.
17. Con el fin de ejecutar un proceso, se selecciona un periférico  $A$ ,  $B$  o  $C$ . La probabilidad de escoger cada uno de ellos es: 0.5 para  $A$ , 0.3 para  $B$  y 0.2 para  $C$ . Como resultado de la elección, se pueden producir perturbaciones que detienen la ejecución del proceso. Esto ocurre el 10 % de las veces si el periférico seleccionado es  $A$ , el 20 % si es  $B$  y el 15 % si es  $C$ .
- Hallar la probabilidad de que el proceso no se ejecute.
  - Si el proceso se ha ejecutado, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya hecho desde  $A$  o  $B$ ?
18. Un niño tiene tres huchas donde guarda:
- en la primera hucha: 3 monedas de 50 céntimos y 5 monedas de 1 euro
  - en la segunda hucha: 8 monedas de 50 céntimos y 3 monedas de 1 euro
  - en la tercera hucha: 5 monedas de 50 céntimos y 4 monedas de 1 euro
- Se elige una hucha al azar y se saca una moneda,
- ¿qué probabilidad hay de que sea de 1 euro?
  - si hemos sacado una moneda de 50 céntimos, ¿qué probabilidad hay de que la hucha elegida sea la primera?

19. Un ratón huye de un gato y puede entrar en los callejones A, B, C o D. La probabilidad de que entre cada uno de ellos es, respectivamente, 0.25, 0.54, 0.08 y 0.13. Se sabe que la probabilidad de que el ratón sea cazado en el callejón A es 0.4, en el callejón B es 0.5, en el C 0.9 y en el D 0.12.
- a) Calcular la probabilidad de que el gato cace al ratón.
  - b) Si el ratón finalmente es alcanzado por el gato, ¿qué callejón es más probable que eligiera?
20. Se ha observado la producción de tres máquinas  $M1$ ,  $M2$  y  $M3$  que producen las mismas piezas, arrojándolas sobre un recipiente receptor. En 10 horas de funcionamiento conjunto  $M1$  produce 1000 piezas,  $M2$  300 piezas y  $M3$  700, de las cuales  $M1$  da 1 defectuosa,  $M2$  da 3 y  $M3$  da 5. Se extrae una pieza del recipiente y resulta defectuosa ¿De qué máquina es más probable que provenga?
21. Se está experimentando con 3 tipos de semillas de trigo,  $A$ ,  $B$  y  $C$ . Se sembró una parcela en la que, de las plantas que germinaron, un 60 % eran plantas del tipo  $A$ , 35 % del tipo  $B$  y un 5 % del tipo  $C$ . La probabilidad de que una semilla tenga mas de 50 granos de trigo es igual a 0.20 para el tipo  $A$ , 0.90 para el tipo  $B$  y 0.45 para el tipo  $C$ .
- a) Se elige una espiga al azar ¿Cuál es la probabilidad de que tenga más de 50 granos de trigo?
  - b) Si se escogió una espiga al azar y al analizarla se vio que tenía mas de 50 granos, ¿cuál es la probabilidad de que la espiga escogida fuera del tipo  $C$ ?