Modelowanie i symulacja zbiornika z grzaniem

Sprawozdanie

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica

Modelowanie Systemów Dynamicznych 2022 WEAliIB, Automatyka i Robotyka

Data wykonania ćwiczenia: 14.12.2022 r.

Data oddania sprawozdania: 20.12.2022 r.

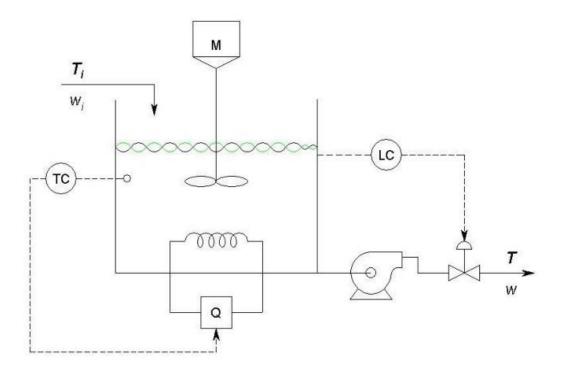
Spis Treści

- 1. Cel ćwiczeń
- 2. Wstęp teoretyczny
- 3. Wykonanie zadań
- 4. Wnioski
- 5. Bibliografia

1. Cel ćwiczeń

Celem laboratorium jest zamodelowanie zbiornika o stałym przepływie, stałej pojemności, z idealnym mieszaniem oraz grzaniu (stałym, a także zmiennym). W ramach wykonania ćwiczenia rozwiązano numerycznie równania różniczkowe opisujące zadany model korzystając z metody Eulera.

2. Wstęp teoretyczny



Schemat modelu potrzebnego do wykonania laboratorium

Równania różniczkowe opisujące zadany model:

Z zasady zachowania masy:

$$\rho \frac{dV}{dt} = w_i - w$$

Z zasady zachowania energii:

$$V\rho \frac{dT}{dt} = w_i(T_i - T) + \frac{Q}{C}$$

Oznaczenia:

 T_i – temperatura strumienia wejściowego [K]

T – temperatura strumienia wyjściowego [K]

 w_i – masowy strumień wejściowy [kg/s]

w – masowy strumień wyjściowy [kg/s]

V – objętość cieczy w zbiorniku [m³]

Q – moc grzałki [W]

 ρ – gęstość cieczy [kg/m³]

C – ciepło właściwe cieczy [J/(kg⋅K)]

Można zauważyć, że model zbiornika jest nieliniowy (na podstawie działań mnożenia i dzielenia w przedstawionych wyżej równaniach różniczkowych).

Schemat metody Eulera:

$$x_{n+1} = x_n + h\dot{x_n}$$

$$t_{n+1} = t_n + h,$$

h - krok

3. Wykonanie zadań

Wartości wykorzystywane w trakcie symulacji:

N = 10000 - liczba próbek

h = 0.1 - krok

 $T_i = 293 \text{ K} - \text{temperatura strumienia wejściowego}$

 $T_{ust} = 303 \text{ K} - \text{temperatura strumienia wyjściowego w stanie ustalonym}$

 $w_{ust} = 0.4 \text{ kg/s} - \text{masowy strumień w stanie ustalonym}$

 $V_{ust} = 0.04 \text{ m}^3 - \text{objętość cieczy w zbiorniku (stan ustalony)}$

 $Q_{max} = 25000 \text{ W} - \text{maksymalna moc grzałki}$

 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ – gęstość cieczy

 $C = 4200 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} - \text{ciepło właściwe cieczy}$

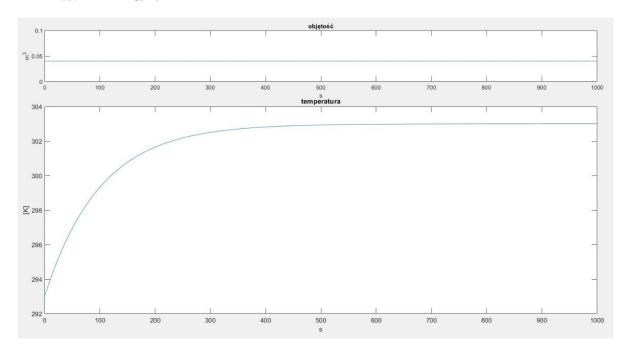
```
clear all;
close all;
N = 10000;
h = 0.1;
Q_max = 25000;
w_ust = 0.4;
T_i = 293;
T_ust = 303;
V_ust = 0.04;
C = 4200;
rho = 1000;
Q_ust = -C*w_ust*(T_i - T_ust);
t = 0:h:N*h;
T(1) = T_i;
for i = 1:N
   dT = (w_ust*(T_i - T(i)) + Q_ust/C)/(V_ust*rho);
T(i+1) = T(i) + dT*h;
figure;
subplot(4, 1, 1);
plot(t, ones(1, length(t))*V_ust);
ylim([0 0.1]);
title('objętość');
xlabel('s'); ylabel('m^3');
subplot(4, 1, 2:4);
plot(t, T);
ylim([292 304]);
title('temperatura');
xlabel('s'); ylabel('[K]');
X = ones(1, floor(N/5));
                  Kod programu (I)
```

```
figure;
hold on;
for w = [0.4, 0.5, 0.6]
    Q_ust = -C*w*(T_i - T_ust);
    Q = [Q_ust, Q_ust*X, 0.5*Q_ust*X, Q_ust*X, 1.5*Q_ust*X, Q_ust*X];
    plot(t, Q);
end
title('Moc grzałki');
xlabel('Czas [s]'); ylabel('Moc [W]');
grid on:
legend('w = wi = 0.4', 'w = wi = 0.5', 'w = wi = 0.6', Location='northwest');
figure;
hold on;
Tw(1) = T_i;
for w = [0.4, 0.5, 0.6]
    Q ust = -C*w*(T_i - T_ust);
    Q = [Q_ust, Q_ust*X, 0.5*Q_ust*X, Q_ust*X, 1.5*Q_ust*X, Q_ust*X];
       dTw = (w*(T_i - Tw(i)) + Q(i)/C)/(V_ust*rho);
        Tw(i+1) = Tw(i) + dTw*h;
    end
    plot(t, Tw)
end
ylim([290 310]);
yticks(290:5:310);
title('Temperatura cieczy w zbiorniku dla stałej objętości');
xlabel('Czas [s]'); ylabel('Temperatura [K]');
grid on:
legend('w = wi = 0.4, V = 0.04', 'w = wi = 0.5, V = 0.04', 'w = wi = 0.6, V = 0.04', Location='northwest');
hold off;
Q_ust = -C*w_ust*(T_i - T_ust);
Q = [Q_ust, Q_ust*X, 0.5*Q_ust*X, Q_ust*X, 1.5*Q_ust*X, Q_ust*X];
figure;
subplot(4, 1, 1);
plot(t, Q);
ylim([0 30000]);
title('Moc grzałki');
xlabel('Czas [s]'); ylabel('Moc [W]');
grid on;
                                            Kod programu (II)
 subplot(4, 1, 2:4);
 hold on;
 TV(1) = T_i;
 for V = [0.04, 0.06, 0.08]
     for i = 1:N
        dTV = (w_ust*(T_i - TV(i)) + Q(i)/C)/(V*rho);
        TV(i+1) = TV(i) + dTV*h;
    end
    plot(t, TV)
 end
ylim ([290 310]);
 yticks(290:5:310);
 title('Temperatura cieczy w zbiorniku dla stałego przepływu');
 xlabel('Czas [s]'); ylabel('Temperatura [K]');
 grid on;
 legend('w = wi = 0.4, V = 0.04', 'w = wi = 0.4, V = 0.06', 'w = wi = 0.4, V = 0.08', Location='northwest');
 hold off;
```

We wstępie obliczono wartość mocy grzałki w stanie ustalonym wykorzystując do tego równanie różniczkowe wynikające z zasady zachowania energii w stanie ustalonym (ukazana pochodna jest równa zeru).

Moc grzałki w stanie ustalonym wynosi 16800 W.

Następnie, stosując metodę Eulera, rozwiązano równanie różniczkowe (bazujące na zasadzie zachowania energii) i narysowano wykres przebiegu temperatury i objętości cieczy w zbiorniku w czasie (przy stałych wartościach $Q_{ust}=16800~\mathrm{W},\,V_{ust}=0.04~\mathrm{m}^3$ oraz $w_{ust}=0.4~\mathrm{kg/s}$).



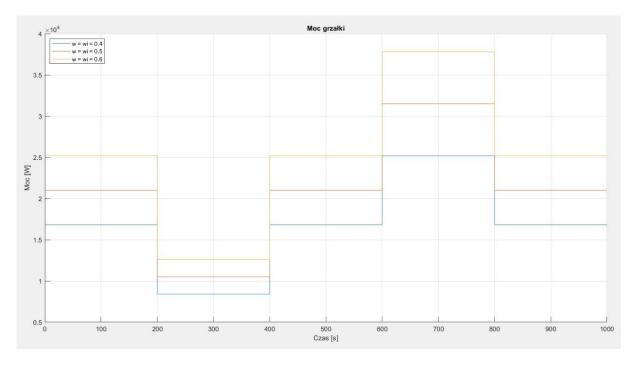
Wykres przebiegu wartości temperatury i objętości cieczy w czasie (przy stałych wartościach $Q_{ust}=16800~{\rm W},\,V_{ust}=0.04~{\rm m}^3~{\rm oraz}\,w_{ust}=0.4~{\rm kg/s})$

Kolejnym etapem laboratorium jest uzyskanie charakterystyk temperaturowych o objętości cieczy w zbiorniku należącej do zbioru {0.04, 0.06, 0.08} [m³], o wartości przepływu znajdującej się w zbiorze {0.4, 0.5, 0.6} [kg/s] (wszystkie przypadki są osobno traktowane) przy zmiennej wartości mocy grzałki.

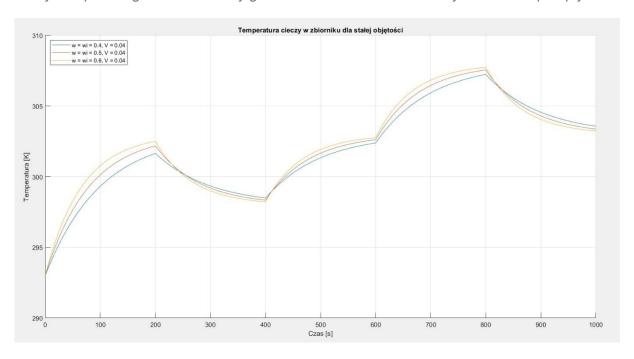
Aby zasymulować zmienność mocy elementu grzewczego utworzono odpowiednie wektory, które zawierają chwilowe wartości mocy grzałki (w tym fragmencie użyto dostarczonej w instrukcji wskazówki). Z uwagi na to, że moc grzałki w stanie ustalonym zależy od wartości przepływu, dla każdego przypadku związanego z ustaloną (inną) wartością wskazanej wielkości należy zmienić wektor będący reprezentacją mocy elementu grzewczego w czasie.

Bez względu na wartość strumienia masy przebiegi mocy mają postać skokową.

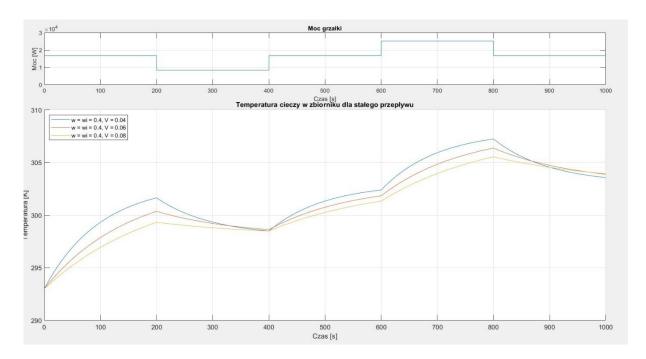
Ostateczne rezultaty ukazują poniższe wykresy.



Wykres przebiegu wartości mocy grzałki w czasie dla trzech różnych wartości przepływu



Wykres przebiegu wartości temperatury w czasie przy skokowej zmianie mocy grzałki (dla trzech różnych wartości przepływu)



Wykresy przebiegu wartości temperatury w czasie przy skokowej zmianie mocy grzałki oraz charakterystyka wspomnianej mocy grzałki w dziedzinie czasu (dla trzech różnych wartości objętości cieczy)

4. Wnioski

- Metoda Eulera umożliwia w sposób iteracyjny rozwiązać równanie różniczkowe.
- Przy stałych wartościach przepływu i objętości cieczy w zbiorniku zaprojektowany model zachowuje się jak obiekt liniowy, lecz jeśli jeden ze wspomnianych parametrów będzie się zmieniał w czasie, to model staje się nieliniowy.

5. Bibliografia

Konspekt do zajęć "Modelowanie i symulacja zbiornika z grzaniem"