

Charakterystyki czasowe i częstotliwościowe podstawowych obiektów dynamicznych

Sprawozdanie

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica
Modelowanie Systemów Dynamicznych 2022
WEAliIB, Automatyka i Robotyka

Data wykonania ćwiczenia:
19.10.2022r.

Data oddania sprawozdania:
25.10.2022r.

Jakub Górski
Grupa dziekańska nr 3

Spis Treści

1. Cel ćwiczeń
2. Wstęp teoretyczny
3. Rozwiązanie zadań
 - 3.1. Obiekt inercyjny I rzędu
 - 3.2. Obiekt inercyjny II rzędu
 - 3.3. Obiekt inercyjny II rzędu (inna postać)
 - 3.4. Obiekt całkujący rzeczywisty
 - 3.5. Obiekt różniczkujący rzeczywisty
 - 3.6. Obiekt inercyjny I rzędu z opóźnieniem
4. Wnioski
5. Bibliografia

1. Cel ćwiczeń

Celem laboratorium jest narysowanie w środowisku *Matlab* wykresów charakterystyk czasowych i częstotliwościowych podstawowych obiektów dynamicznych.

2. Wstęp teoretyczny

Podstawowe obiekty dynamiczne zostały umieszczone w poniższej tabeli wraz z ich transmitancjami.

Obiekt	Transmitancja operatorowa
inercyjny I rzędu	$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$
inercyjny II rzędu	$G(s) = \frac{k}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2)s + 1}$
inercyjny II rzędu (inny zapis)	$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$
całkujący rzeczywisty	$G(s) = \frac{k}{T_i s(Ts + 1)}$
różniczkujący rzeczywisty	$G(s) = \frac{T_d s}{Ts + 1}$
inercyjny I rzędu z opóźnieniem	$G(s) = \frac{e^{-s\theta}}{Ts + 1}$

Tabela transmitancji operatorowych wybranych obiektów dynamicznych

Transmitancja to stosunek transformaty Laplace'a sygnału wyjściowego $Y(s)$ do transformaty Laplace'a sygnału wejściowego $X(s)$ w momencie, gdy warunki początkowe są zerowe.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

Matematyczna postać transmitancji

Transmitancję w produkcie firmy *Mathworks* reprezentują dwa wektory, które posiadają współczynniki liczbowe licznika i mianownika. Wypisywane wartości podaje się zaczynając od liczby znajdującego się obok najwyższej potęgi s , po kolei.

W tym laboratorium zwrócono uwagę na dwa rodzaje wymuszeń:

- skok jednostkowy, który jest powiązany z charakterystyką skokową (funkcja *step* w *Matlabie*),
- deltę Diraca powiązaną z charakterystyką impulsową (funkcja *impulse* w *Matlabie*).

Opóźnienie jest efektem polegającym na obserwacji tego samego przebiegu zmiennej na wyjściu, jaki był widoczny na wejściu po upływie pewnej wartości czasu.

Do realizacji obiektów z opóźnieniem w *Matlabie* trzeba połączyć szeregowo transmitancję bez opóźnienia oraz członu opóźniającego, wyznaczonego przy pomocy polecenia *pade*.

W przypadku charakterystyk częstotliwościowych człowiek obserwuje rezultaty dokonania wymuszenia na obiekcie w postaci sinusoidy $Asin(\omega t)$.

Wyróżnia się dwa rodzaje wykresów służących do analizy wyżej wspomnianych charakterystyk:

- wykres Bodego (charakterystyka amplitudowa i fazowa; funkcja *bode* w *Matlabie*),
- wykres Nyquista (charakterystyka amplitudowo–fazowa; funkcja *nyquist* w *Matlabie*).

3. Rozwiązanie zadań

Każdy z poniższych podrozdziałów zawiera kod programu, którego ostatecznym efektem są wykresy odpowiedzi skokowej, odpowiedzi impulsowej, wykres Nyquista i dwa wykresy Bodego dla wymienionych w tabeli we wstępie teoretycznym obiektów dynamicznych. W celu realizacji polecenia, odpowiednim zmiennym każdorazowo nadano określone wartości, utworzono wektory *licz* i *mian*, użyto komend *step* oraz *impulse*, skończywszy na wyrysowaniu charakterystyk i dodając odpowiednie elementy do wykresów (takie jak tytuł, opisy osi i legenda).

Wykresy Bodego zostały wyznaczone przez wykorzystanie funkcji *bode*, dokonanie wskazanych w instrukcji do laboratorium przekształceń i ukazanie przebiegu zależności od częstotliwości, gdzie oś odciętych posiada skalę logarytmiczną.

Wykresy Nyquista zostały utworzone na trzy sposoby.

I sposób – użyto funkcji *nyquist*, a później wyłączono manualnie pokazywanie trajektorii odpowiadającej ujemnym wartościom częstotliwości.

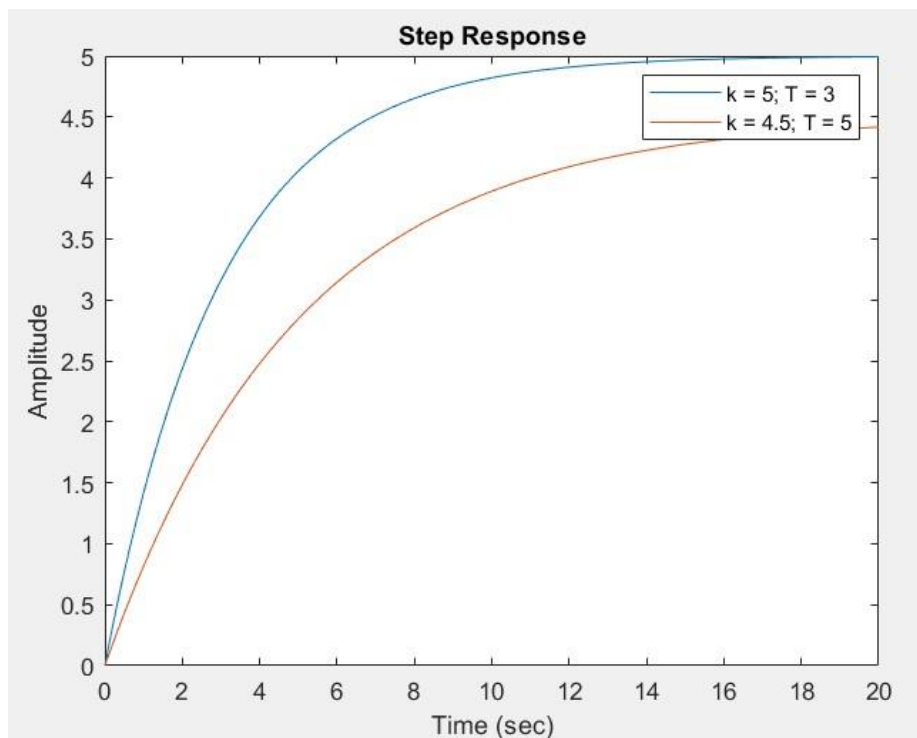
II sposób – przypisano do zmiennych *Re* (część rzeczywista) i *Im* (część urojona) wartości zwracane przez polecenie *nyquist*, a następnie narysowano je w układzie współrzędnych.

III sposób – automatycznie wyłączono pokazywanie nieprawidłowej trajektorii korzystając z komend *nyquistplot* i *setoptions*.

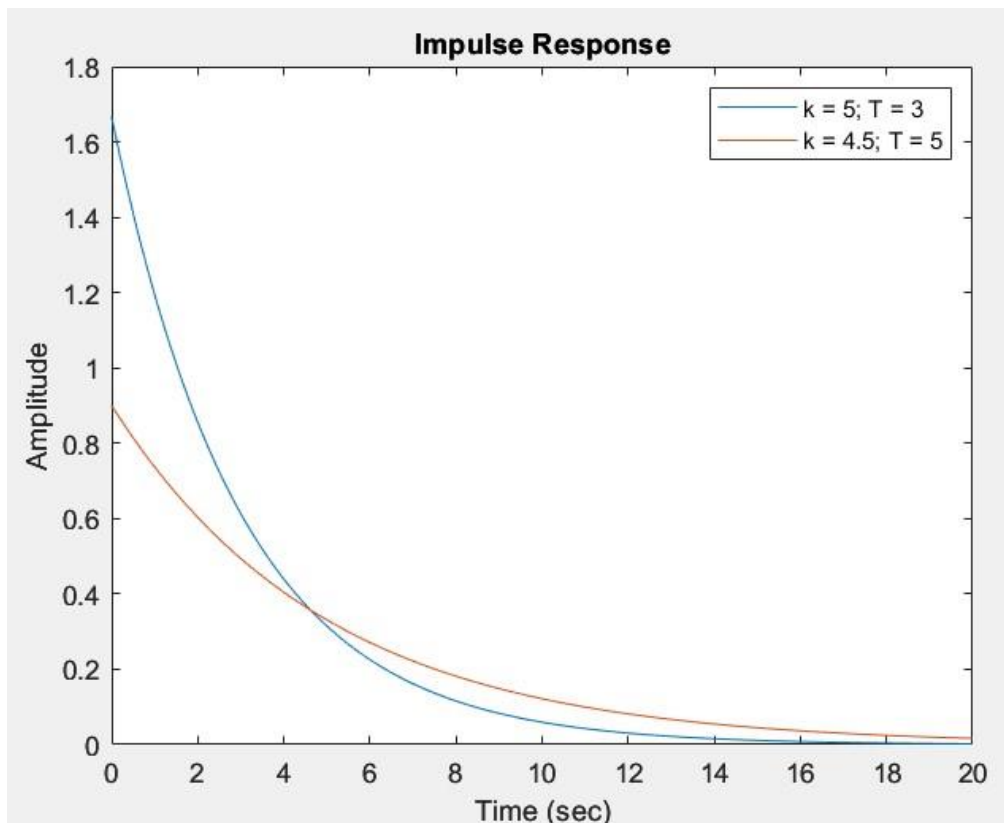
3.1. Obiekt inercyjny I rzędu

```
%% Obiekt inercyjny I rzędu
t = 0:0.1:20;
k = 5;
T = 3;
licz = [0, k];
mian = [T, 1];
y1 = step(licz, mian, t);
z1 = impulse(licz, mian, t);
f1 = figure();
subplot(2,2,[1,3]);
nyquist(licz, mian);
title('Wykres Nyquista');
xlabel('Oś rzeczywista');
ylabel('Oś urojona');
[A, F] = bode(licz, mian, omega);
A_db = 20*log10(A);
subplot(2,2,2);
semilogx(omega, A_db);
title('Wykres Bodego');
ylabel('Amplituda [dB]');
subplot(2,2,4);
semilogx(omega, F);
xlabel('Częstotliwość');
ylabel('Faza [stopnie]');
f3 = figure();
plot(t, y1, t, y2);
title('Step Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('k = 5; T = 3', 'k = 4.5; T = 5');
f4 = figure();
plot(t, z1, t, z2);
title('Impulse Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('k = 5; T = 3', 'k = 4.5; T = 5');
```

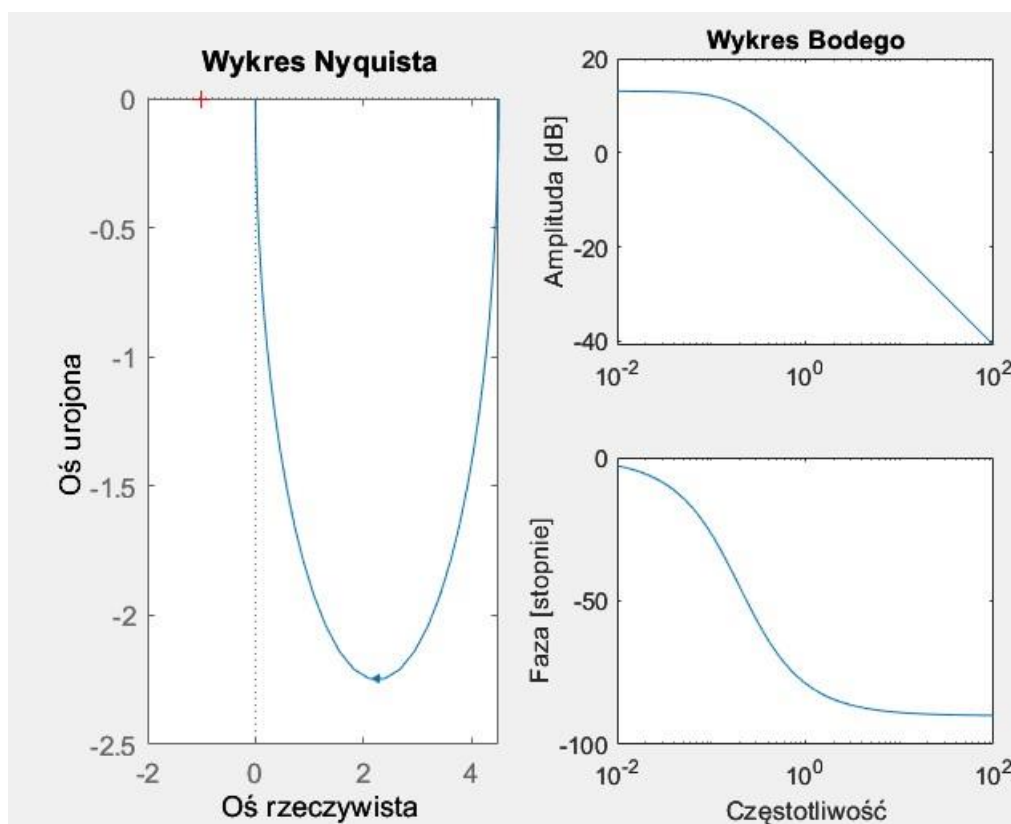
Kod realizujący zadane w ćwiczeniu polecenie dla obiektów inercyjnych I rzędu



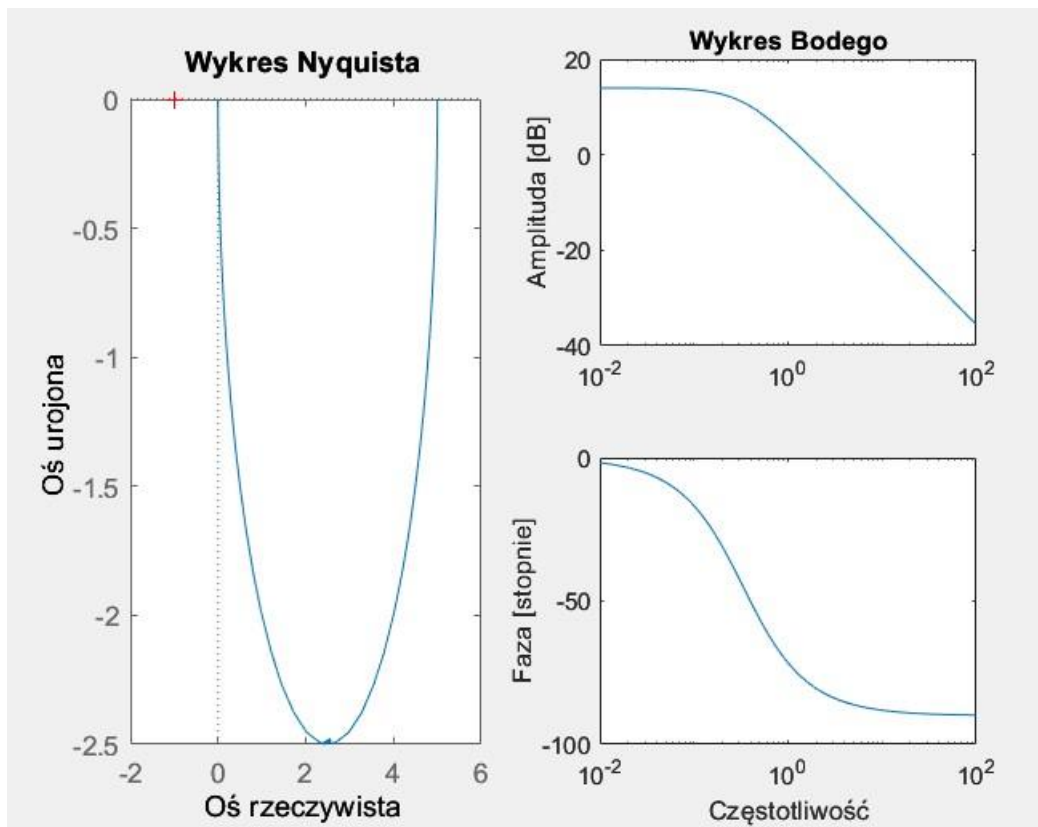
Odpowiedzi skokowe dla obiektów inercyjnych I rzędu



Odpowiedzi impulsowe dla obiektów inercyjnych I rzędu



Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu inercyjnego I rzędu o parametrach $k = 4.5$ i $T = 5$



Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu inercyjnego I rzędu o parametrach $k = 5$ i $T = 3$

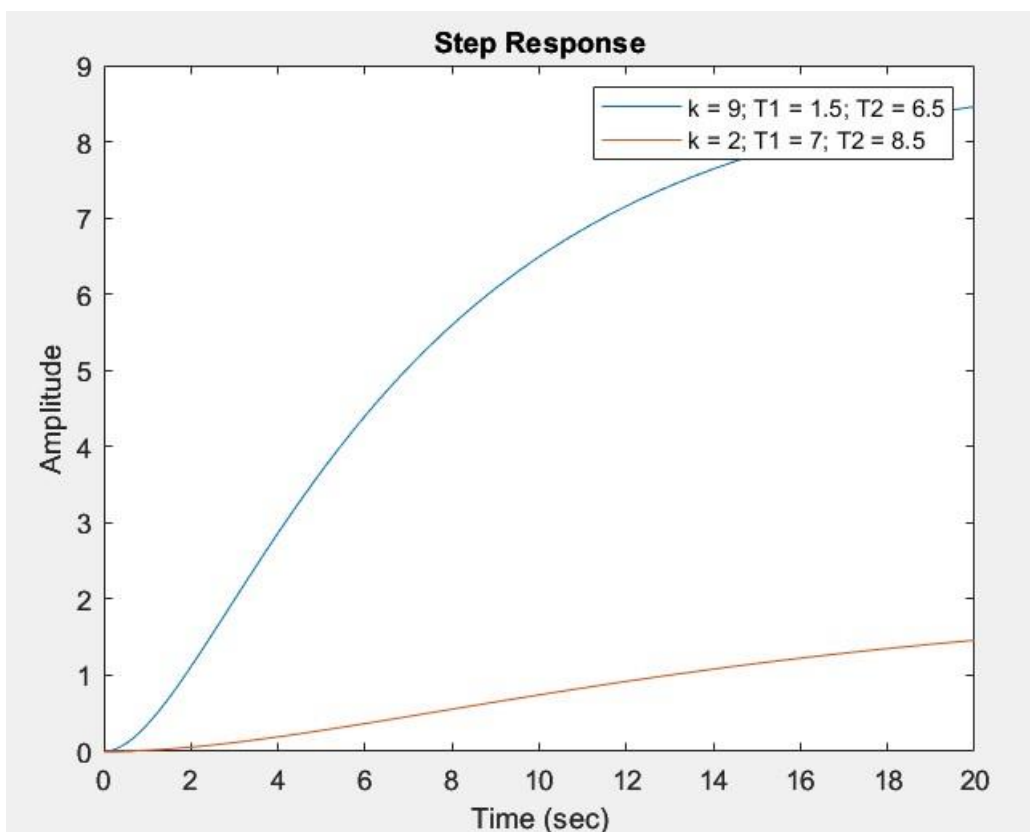
3.2. Obiekt inercyjny II rzędu

```

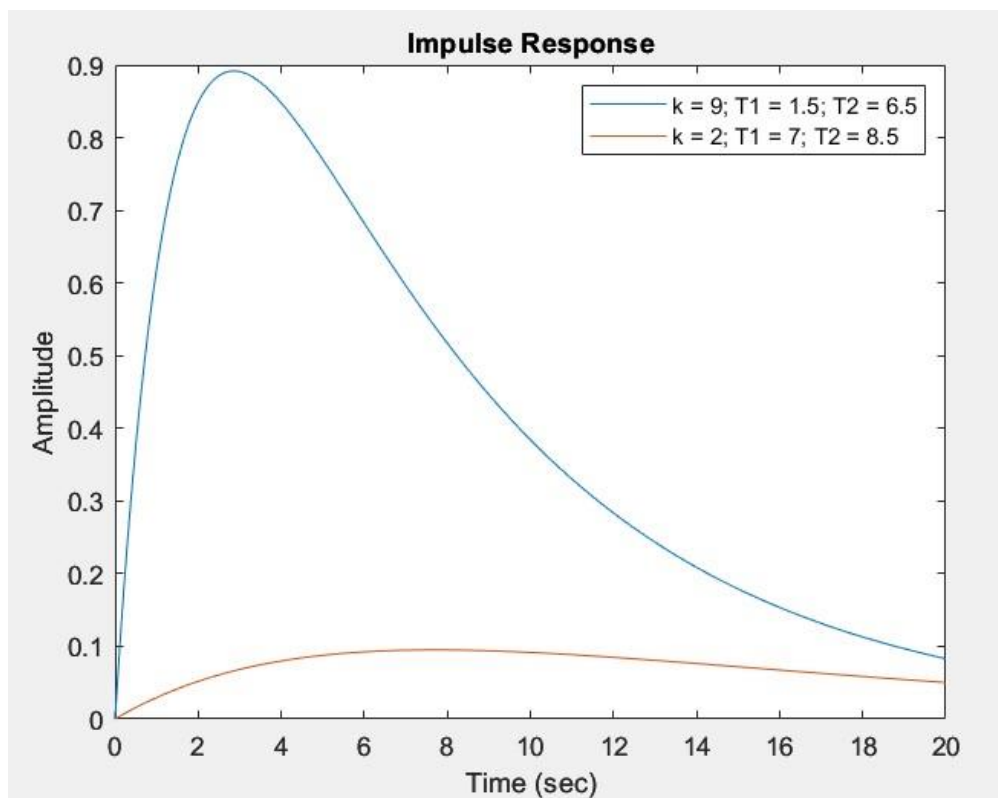
%% Obiekt inercyjny II rzędu
t = 0:0.1:20;
k = 9;
T1 = 1.5;
T2 = 6.5;
licz = [0, 0, k];
mian = [T1*T2, T1+T2, 1];
y1 = step(licz, mian, t);
z1 = impulse(licz, mian, t);
f5 = figure();
[Re, Im] = nyquist(licz, mian);
subplot(2,2,[1,3]);
plot(Re(:), Im(:));
title('Wykres Nyquista');
xlabel('Oś rzeczywista');
ylabel('Oś urojona');
omega = logspace(-2, 2, 1000);
[A, F] = bode(licz, mian, omega);
A_db = 20*log10(A);
subplot(2,2,2);
semilogx(omega, A_db);
title('Wykres Bodego');
ylabel('Amplituda [dB]');
subplot(2,2,4);
semilogx(omega, F);
xlabel('Częstotliwość');
ylabel('Faza [stopnie]');
f7 = figure();
plot(t, y1, t, y2);
title('Step Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('k = 9; T1 = 1.5; T2 = 6.5', 'k = 2; T1 = 7; T2 = 8.5');
f8 = figure();
plot(t, z1, t, z2);
title('Impulse Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('k = 9; T1 = 1.5; T2 = 6.5', 'k = 2; T1 = 7; T2 = 8.5');

```

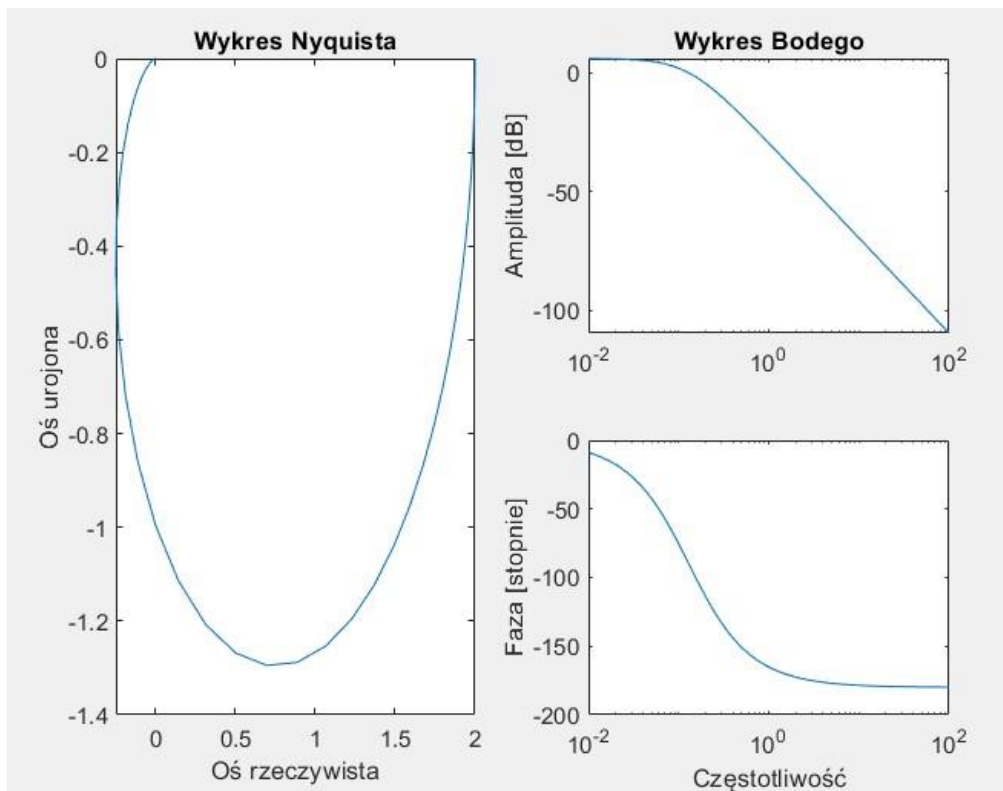
Kod realizujący zadane w ćwiczeniu polecenie dla obiektów inercyjnych II rzędu



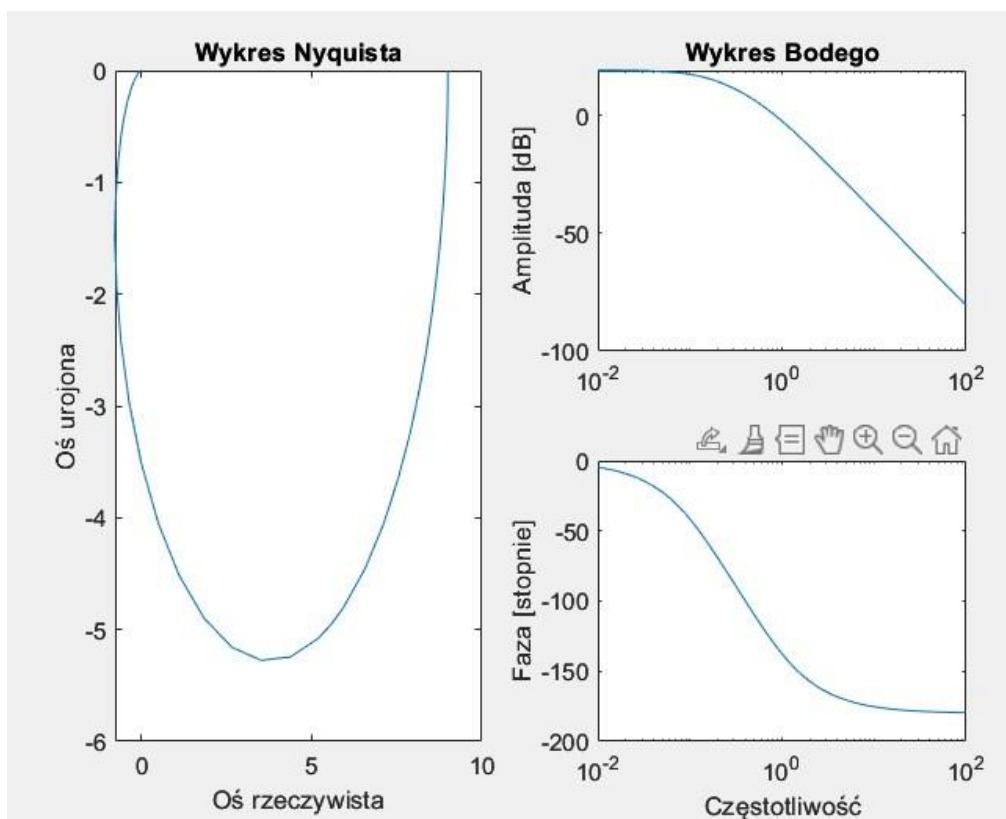
Odpowiedzi skokowe dla obiektów inercyjnych II rzędu



Odpowiedzi impulsowe dla obiektów inercyjnych II rzędu



Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu inercyjnego II rzędu o parametrach $k = 2$, $T_1 = 7$ i $T_2 = 8.5$



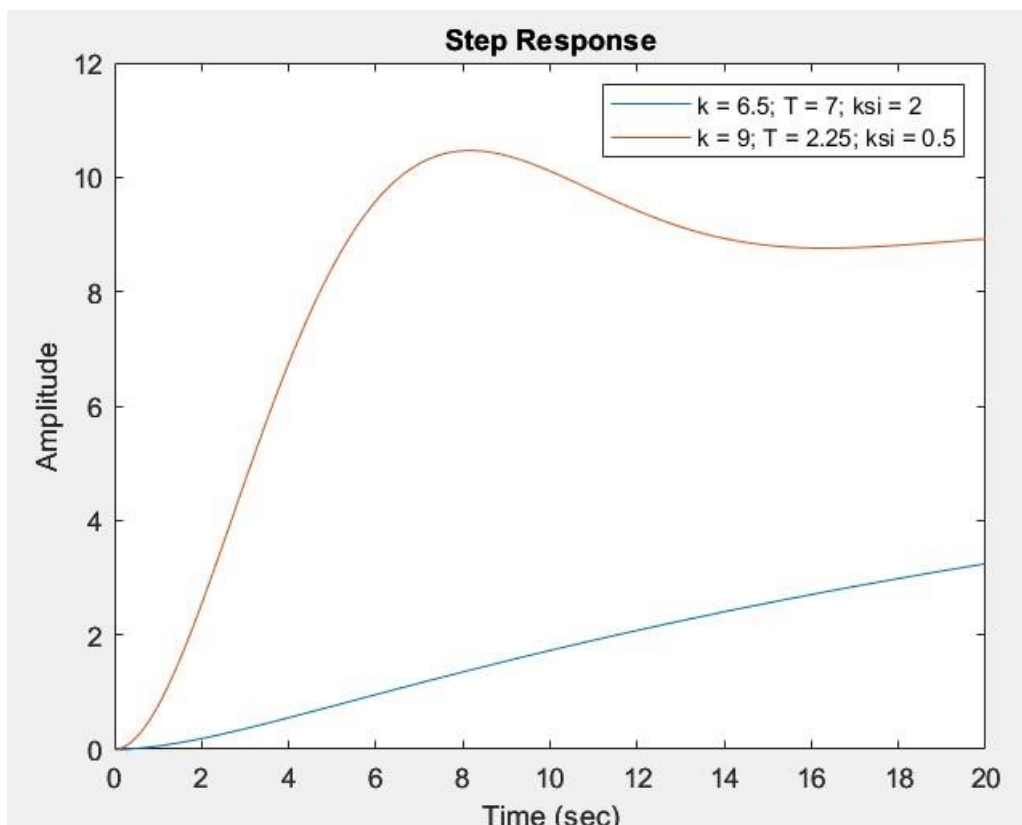
Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu inercyjnego II rzędu o parametrach $k = 9$, $T_1 = 1.5$ i $T_2 = 6.5$

3.3. Obiekt inercyjny II rzędu (inna postać)

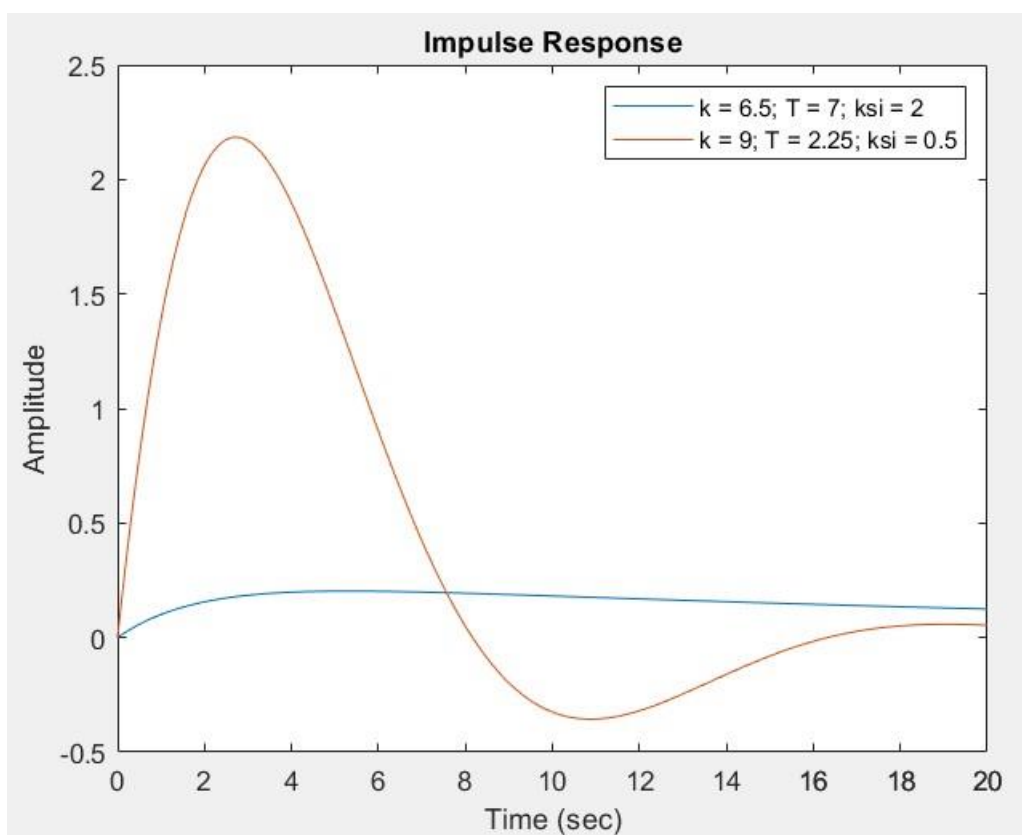
W poniższym przykładzie przyjęto dwa obiekty o różnych współczynnikach tłumienia. Jeden z nich wynosi 2 (układ tłumiony), a drugi – 0.5 (układ oscylacyjny).

```
%% Obiekt inercyjny II rzędu (inna postać)
t = 0:0.1:20;
k = 6.5;
T = 7;
ksi = 2;
licz = [0, 0, k];
mian = [T^2, 2*ksi*T, 1];
y1 = step(licz, mian, t);
z1 = impulse(licz, mian, t);
f9 = figure();
sys = tf(licz, mian);
subplot(2,2,[1,3]);
h = nyquistplot(sys);
setoptions(h, 'ShowFullContour', 'off');
title('Wykres Nyquista');
xlabel('Oś rzeczywista');
ylabel('Oś urojona');
[A, F] = bode(licz, mian, omega);
A_db = 20*log10(A);
subplot(2,2,2);
semilogx(omega, A_db);
title('Wykres Bodego');
ylabel('Amplituda [dB]');
subplot(2,2,4);
semilogx(omega, F);
xlabel('Częstotliwość');
ylabel('Faza [stopnie]');
k = 9;
T = 2.25;
ksi = 0.5;
licz = [0, 0, k];
mian = [T^2, 2*ksi*T, 1];
y2 = step(licz, mian, t);
z2 = impulse(licz, mian, t);
f10 = figure();
sys = tf(licz, mian);
subplot(2,2,[1,3]);
h = nyquistplot(sys);
setoptions(h, 'ShowFullContour', 'off');
title('Wykres Nyquista');
xlabel('Oś rzeczywista');
ylabel('Oś urojona');
[A, F] = bode(licz, mian, omega);
A_db = 20*log10(A);
subplot(2,2,2);
semilogx(omega, A_db);
title('Wykres Bodego');
ylabel('Amplituda [dB]');
subplot(2,2,4);
semilogx(omega, F);
xlabel('Częstotliwość');
ylabel('Faza [stopnie]');
f11 = figure();
plot(t, y1, t, y2);
title('Step Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('k = 6.5; T = 7; ksi = 2', 'k = 9; T = 2.25; ksi = 0.5');
f12 = figure();
plot(t, z1, t, z2);
title('Impulse Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('k = 6.5; T = 7; ksi = 2', 'k = 9; T = 2.25; ksi = 0.5');
```

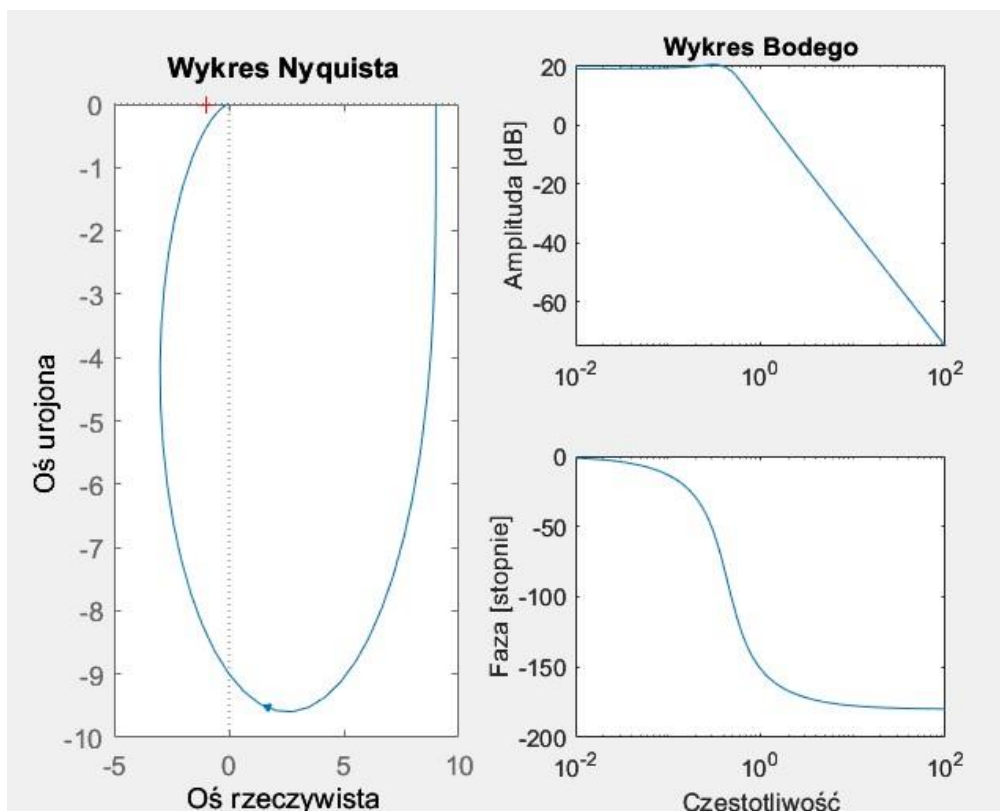
Kod realizujący zadane w ćwiczeniu polecenie dla obiektów inercyjnych II rzędu



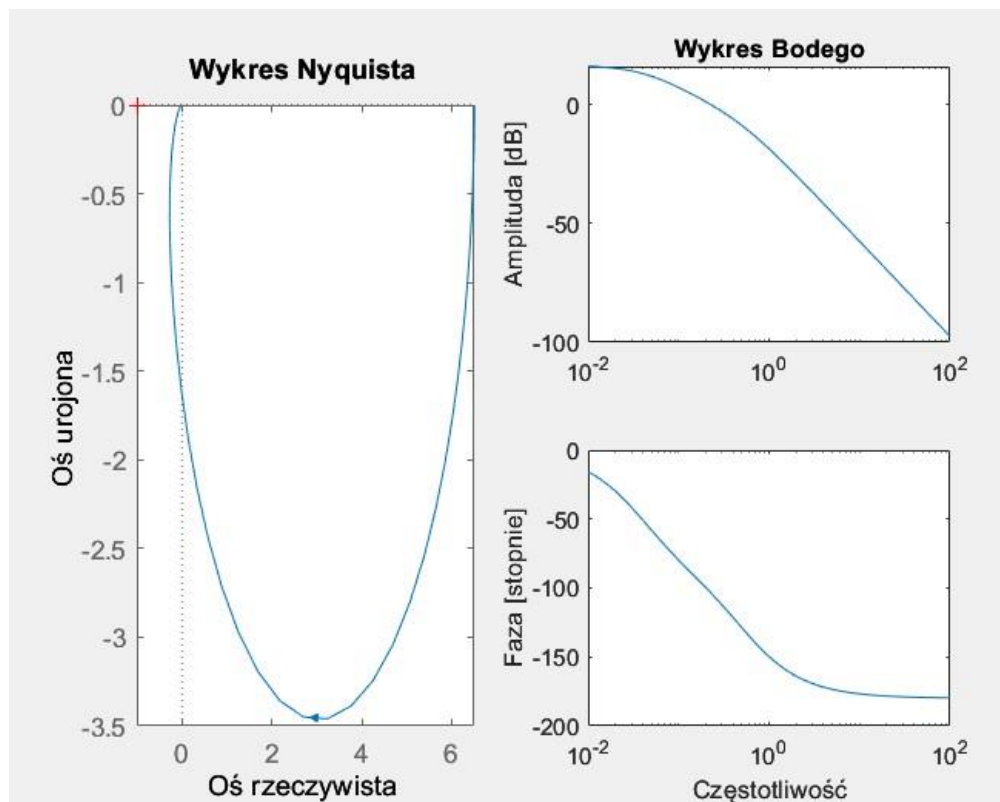
Odpowiedzi skokowe dla obiektów inercyjnych II rzędu



Odpowiedzi impulsowe dla obiektów inercyjnych II rzędu



Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu inercyjnego II rzędu o parametrach $k = 9$, $T = 2.25$
i $\xi = 0.5$

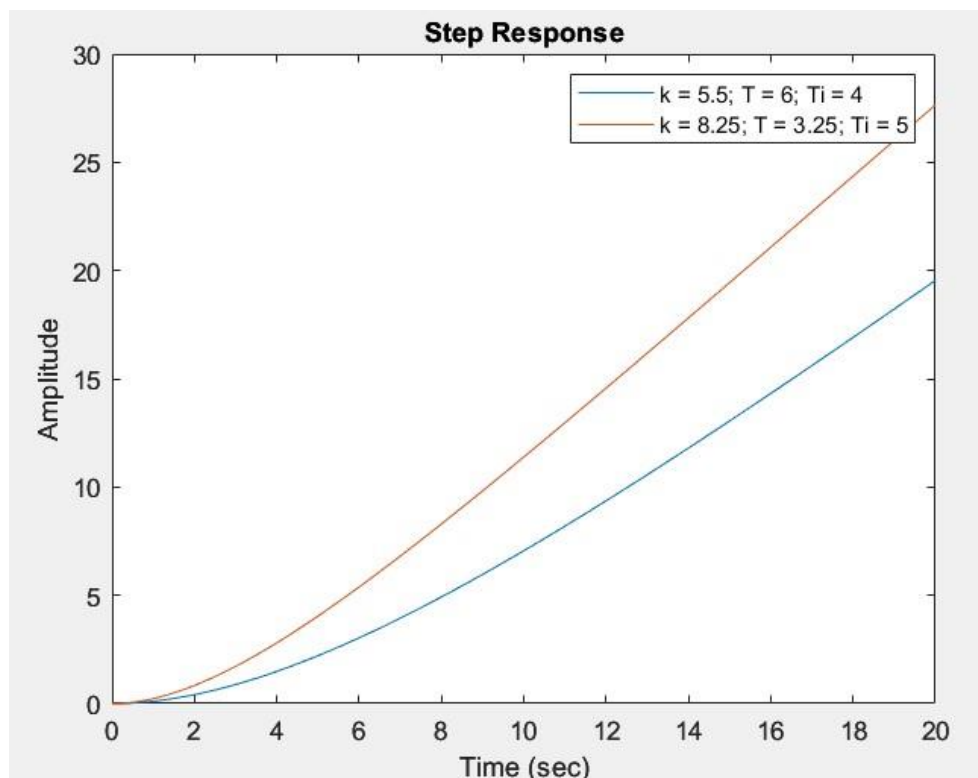


Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu inercyjnego II rzędu o parametrach $k = 6.5$, $T = 7$
i $\xi = 2$

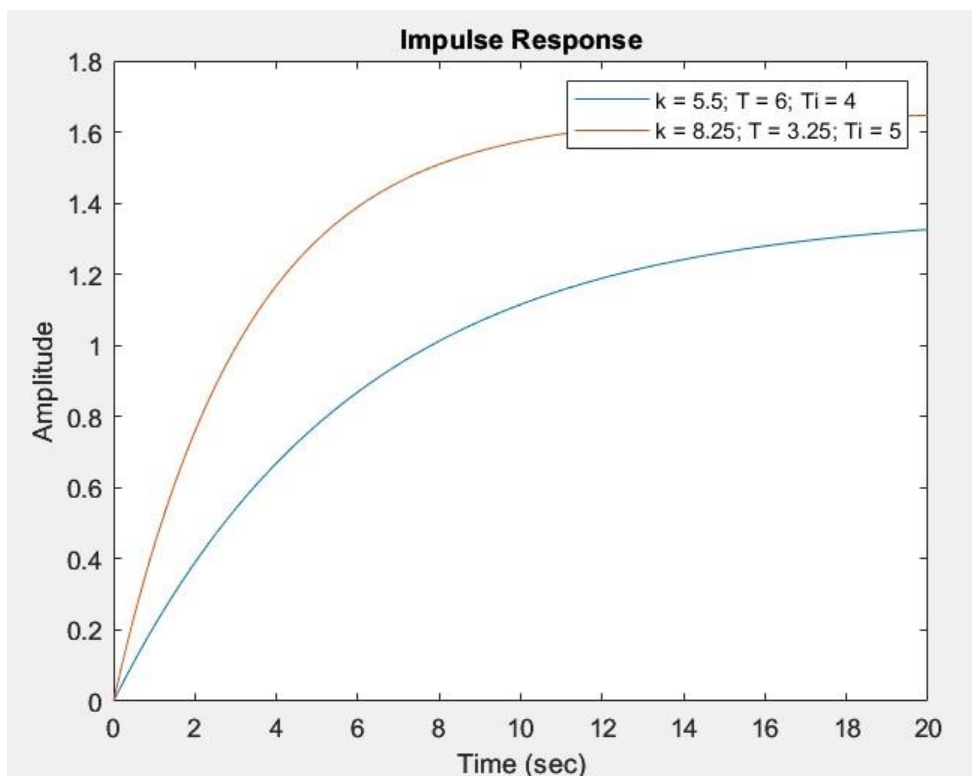
3.4. Obiekt całujący rzeczywisty

```
%% Obiekt całujący rzeczywisty
t = 0:0.1:20;
k = 5.5;
T = 6;
Ti = 4;
licz = [0, 0, k];
mian = [T*Ti, Ti, 0];
y1 = step(licz, mian, t);
z1 = impulse(licz, mian, t);
f13 = figure();
subplot(2,2,[1,3]);
nyquist(licz, mian);
title('Wykres Nyquista');
xlabel('Oś rzeczywista');
ylabel('Oś urojona');
omega = logspace(-2, 2, 1000);
[A, F] = bode(licz, mian, omega);
A_db = 20*log10(A);
subplot(2,2,2);
semilogx(omega, A_db);
title('Wykres Bodego');
ylabel('Amplituda [dB]');
subplot(2,2,4);
semilogx(omega, F);
xlabel('Częstotliwość');
ylabel('Faza [stopnie]');
f15 = figure();
plot(t, y1, t, y2);
title('Step Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('k = 5.5; T = 6; Ti = 4', 'k = 8.25; T = 3.25; Ti = 5');
f16 = figure();
plot(t, z1, t, z2);
title('Impulse Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('k = 5.5; T = 6; Ti = 4', 'k = 8.25; T = 3.25; Ti = 5');
```

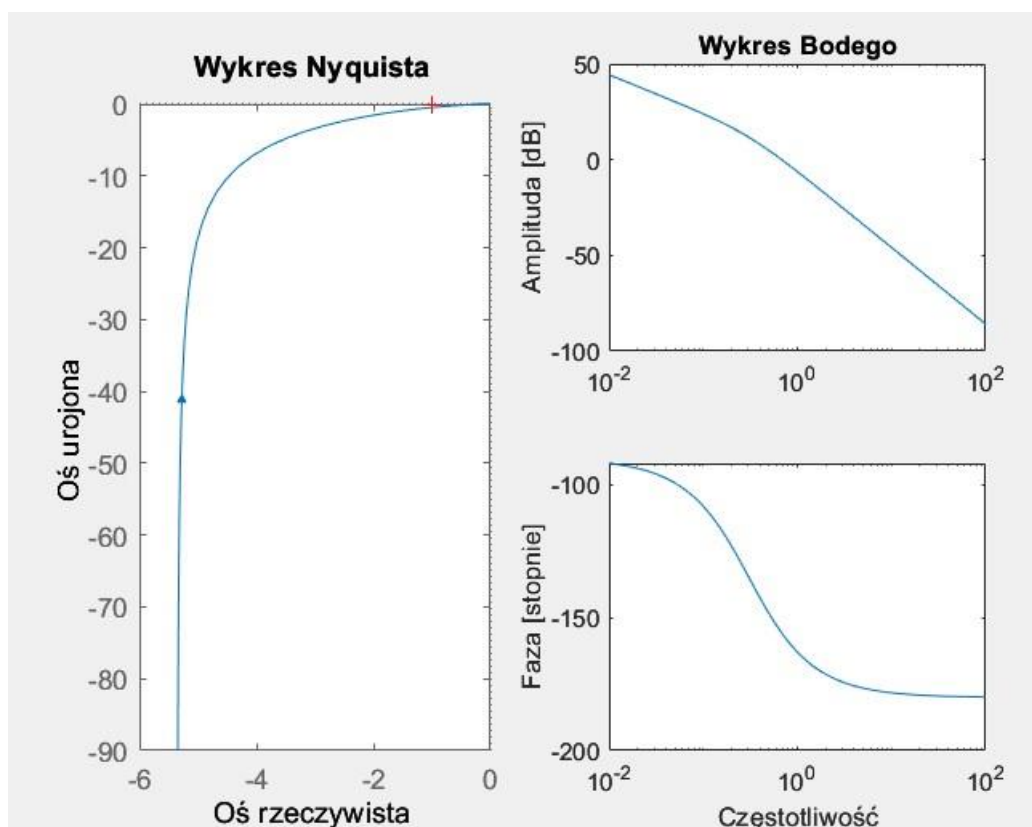
Kod realizujący zadane w ćwiczeniu polecenie dla obiektów całujących rzeczywistych



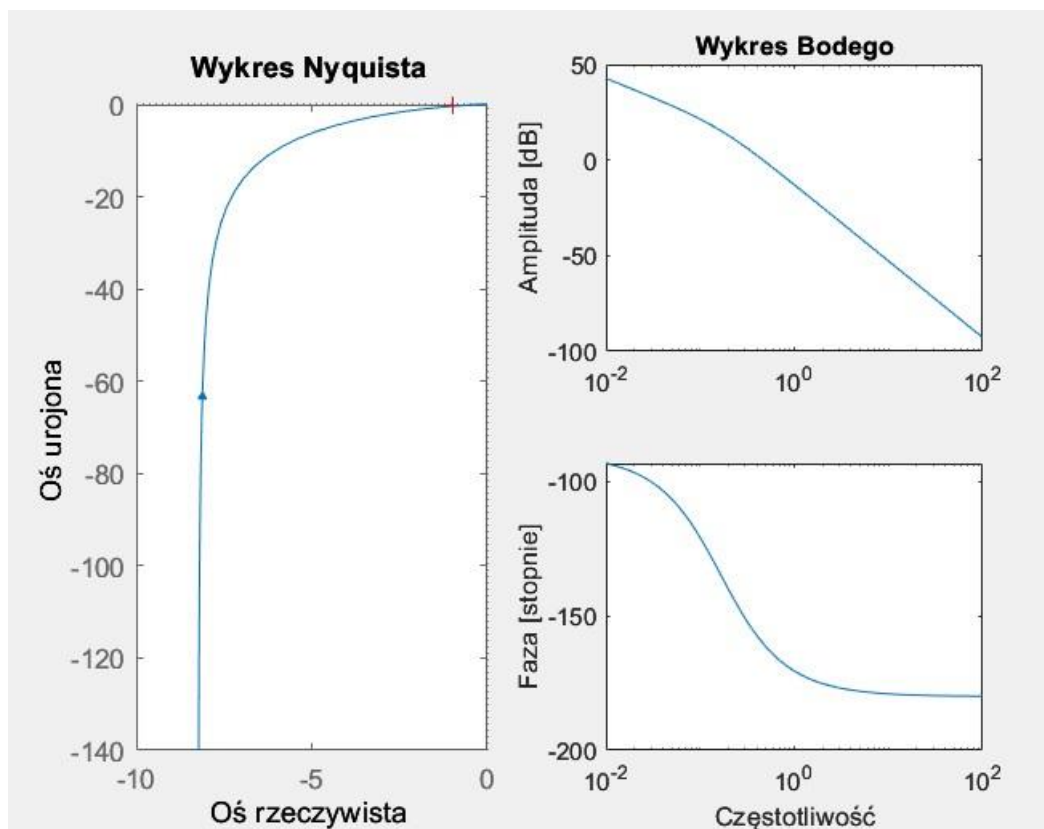
Odpowiedzi skokowe dla obiektów całujących rzeczywistych



Odpowiedzi impulsowe dla obiektów całkujących rzeczywistych



Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu całkującego rzeczywistego o parametrach $k = 8.25$, $T = 3.25$ i $T_i = 5$

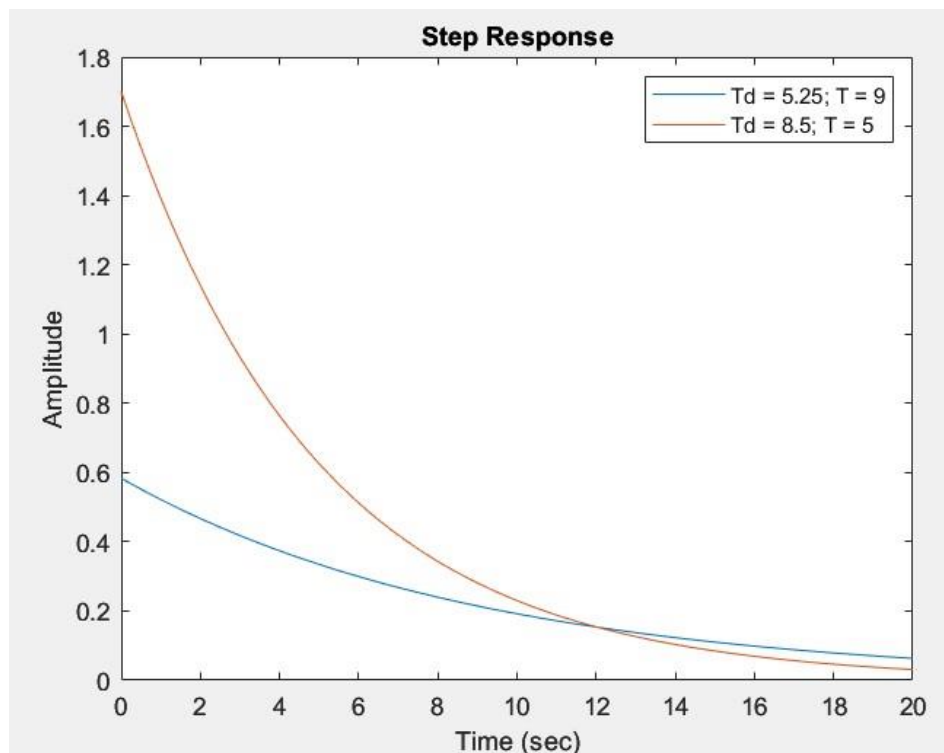


Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu całkującego rzeczywistego o parametrach $k = 5.5$,
 $T = 6$ i $T_i = 4$

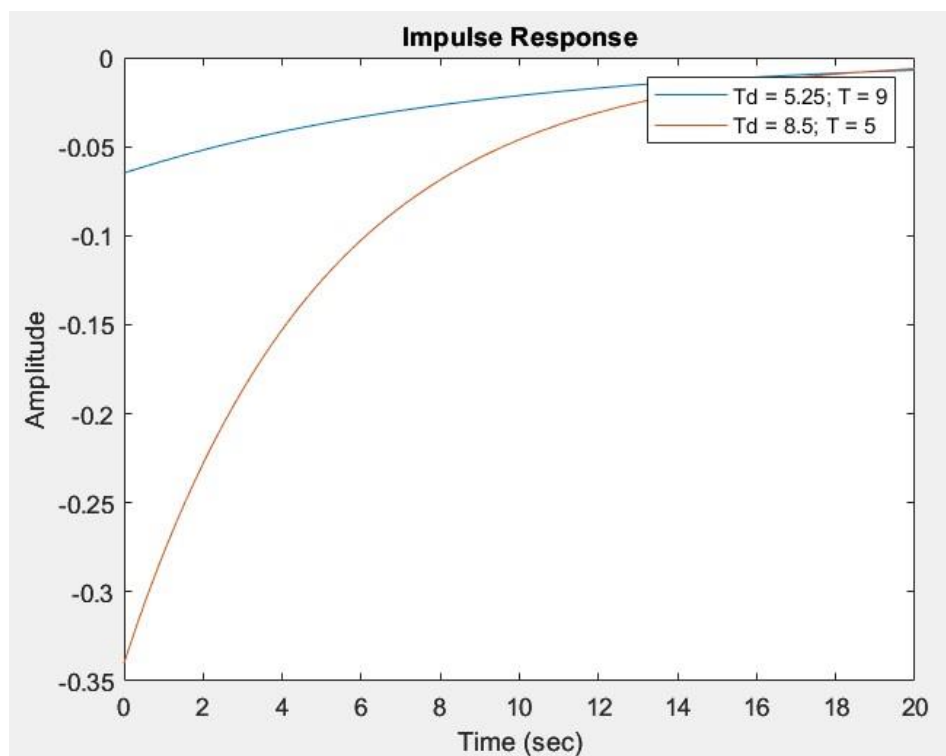
3.5. Obiekt różniczkujący rzeczywisty

```
%% Obiekt różniczkujący rzeczywisty
t = 0:0.1:20;
Td = 5.25;
T = 9;
licz = [Td, 0];
mian = [T, 1];
y1 = step(licz, mian, t);
z1 = impulse(licz, mian, t);
f17 = figure();
[Re, Im] = nyquist(licz, mian);
subplot(2,2,[1,3]);
plot(Re(:), Im(:));
title('Wykres Nyquista');
xlabel('Oś rzeczywista');
ylabel('Oś urojona');
omega = logspace(-2, 2, 1000);
[A, F] = bode(licz, mian, omega);
A_db = 20*log10(A);
subplot(2,2,2);
semilogx(omega, A_db);
title('Wykres Bodego');
ylabel('Amplituda [dB]');
subplot(2,2,4);
semilogx(omega, F);
xlabel('Częstotliwość');
ylabel('Faza [stopnie]');
f19 = figure();
plot(t, y1, t, y2);
title('Step Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('Td = 5.25; T = 9', 'Td = 8.5; T = 5');
f20 = figure();
plot(t, z1, t, z2);
title('Impulse Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('Td = 5.25; T = 9', 'Td = 8.5; T = 5');
```

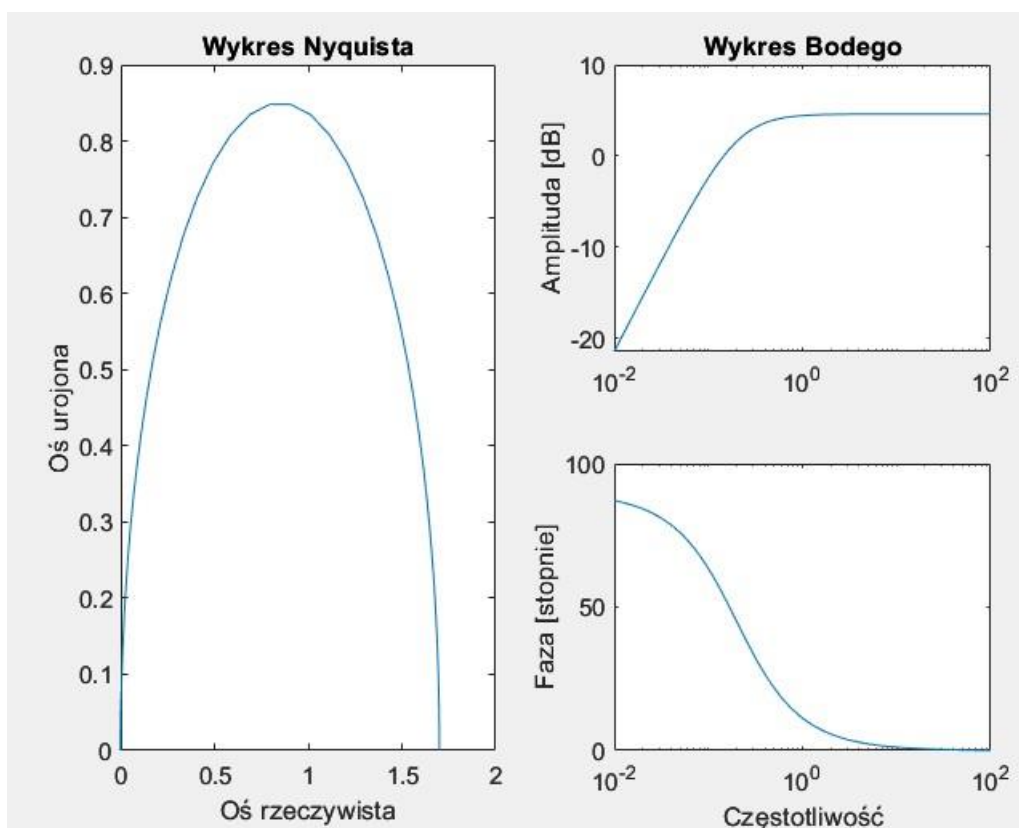
Kod realizujący zadane w ćwiczeniu polecenie dla obiektów różniczkujących rzeczywistych



Odpowiedzi skokowe dla obiektów różniczkujących rzeczywistych

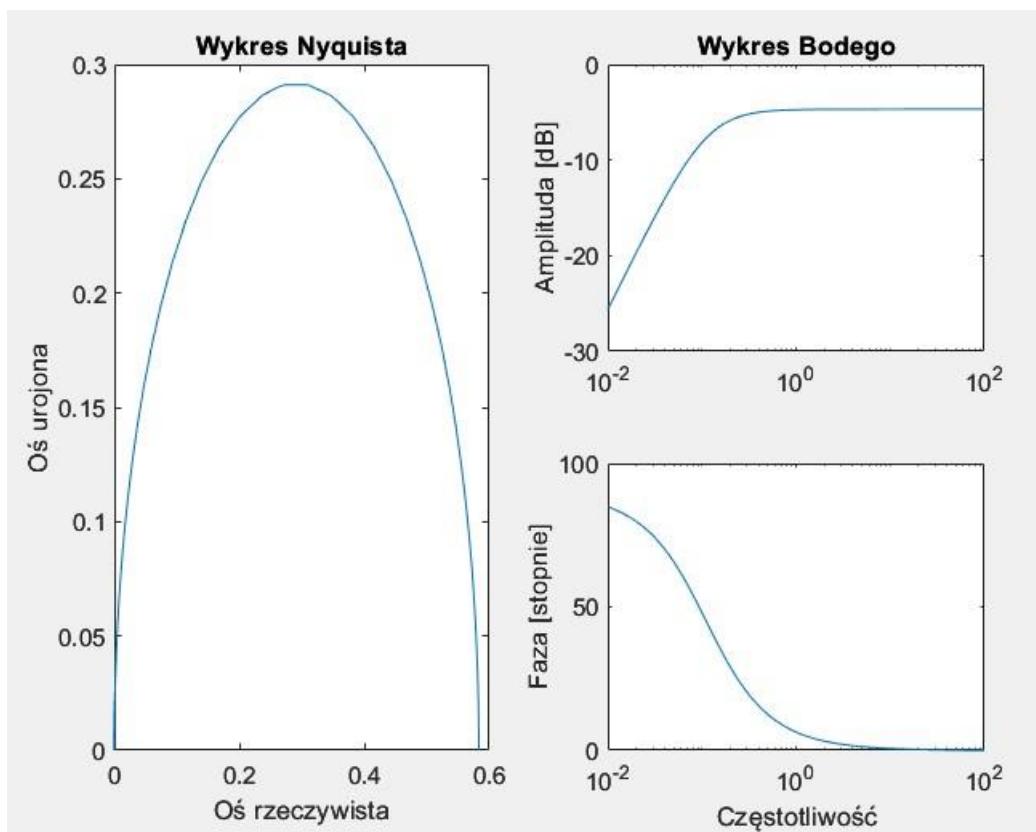


Odpowiedzi impulsowe dla obiektów różniczkujących rzeczywistych



Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu różniczkującego rzeczywistego o parametrach

$$T_d = 8.5, T = 5$$



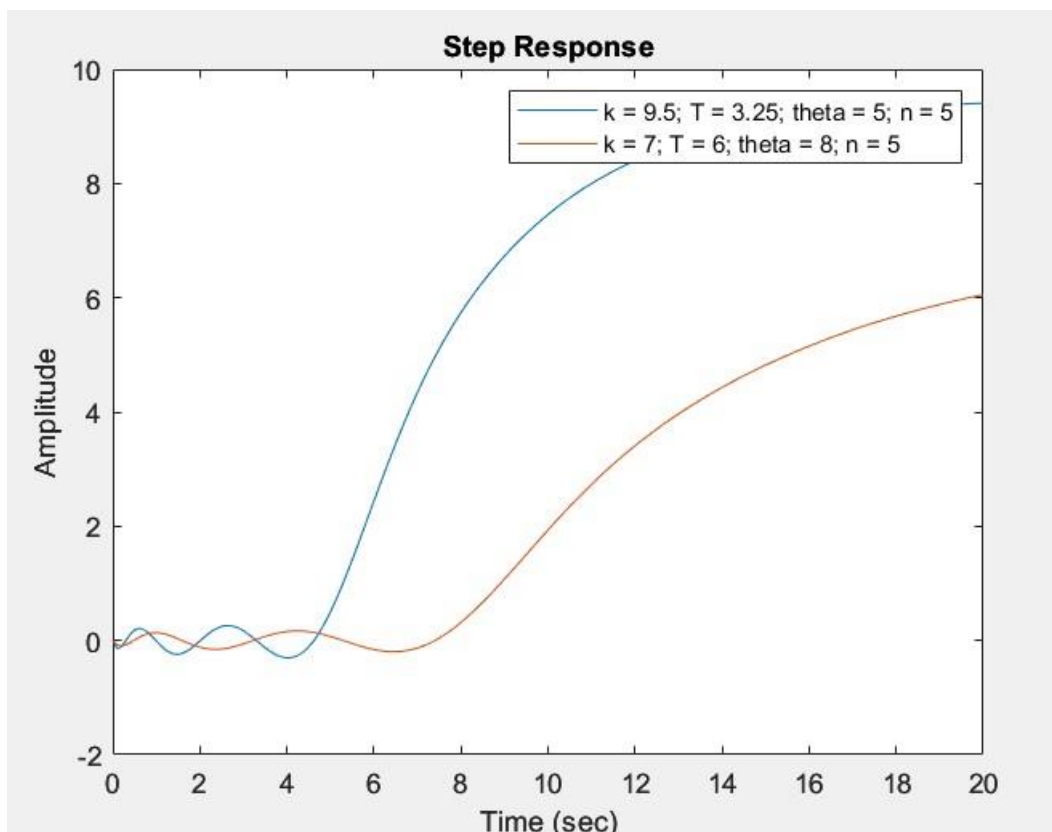
Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu różniczkującego rzeczywistego o parametrach
 $T_d = 5.25$, $T = 9$

3.6. Obiekt inercyjny I rzędu z opóźnieniem

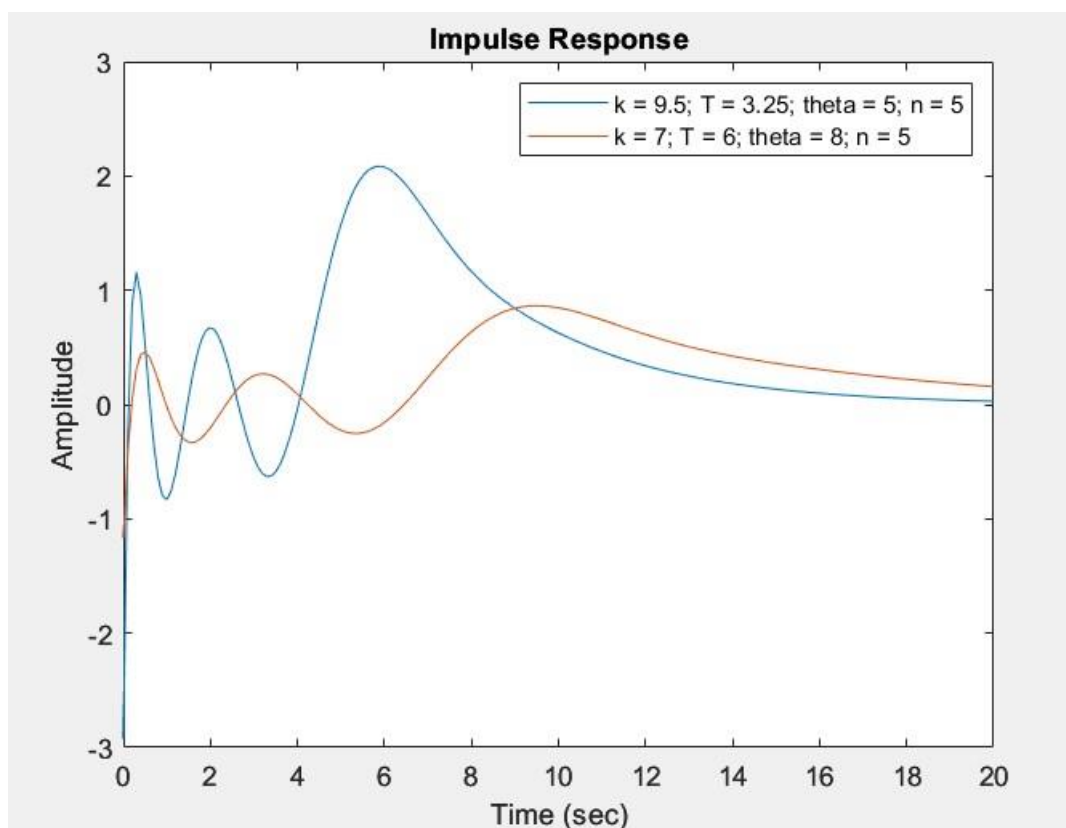
W ramach zadania przyjęto opóźnienie równe 5 s oraz rząd aproksymacji wynoszący również 5.

```
%% Obiekt inercyjny I rzędu z opóźnieniem
t = 0:0.1:20;
k = 9.5;
T = 3.25;
theta = 5;
n = 5;
licz_iner = [0, k];
mian_iner = [T, 1];
[licz_op, mian_op] = pade(theta, n);
[licz, mian] = series(licz_op, mian_op, licz_iner, mian_iner);
y1 = step(licz, mian, t);
z1 = impulse(licz, mian, t);
f21 = figure();
sys = tf(licz, mian);
subplot(2,2,[1,3]);
h = nyquistplot(sys);
setoptions(h, 'ShowFullContour', 'off');
title('Wykres Nyquista');
xlabel('Oś rzeczywista');
ylabel('Oś urojona');
omega = logspace(-2, 2, 1000);
[A, F] = bode(licz, mian, omega);
A_db = 20*log10(A);
subplot(2,2,2);
semilogx(omega, A_db);
title('Wykres Bodego');
xlabel('Częstotliwość');
ylabel('Faza [stopnie]');
f23 = figure();
plot(t, y1, t, y2);
title('Step Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('k = 9.5; T = 3.25; theta = 5; n = 5', 'k = 7; T = 6; theta = 8; n = 5');
f24 = figure();
plot(t, z1, t, z2);
title('Impulse Response');
xlabel('Time (sec)');
ylabel('Amplitude');
legend('k = 9.5; T = 3.25; theta = 5; n = 5', 'k = 7; T = 6; theta = 8; n = 5');
```

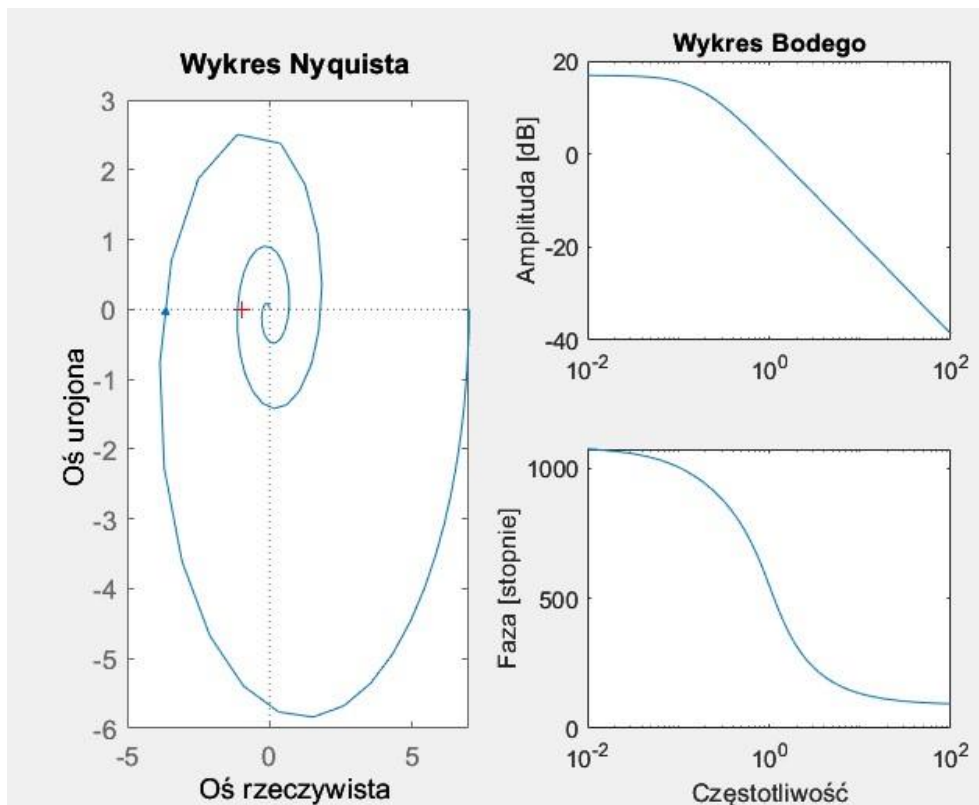
Kod realizujący zadane w ćwiczeniu polecenie dla obiektów inercyjnych I rzędu z opóźnieniem



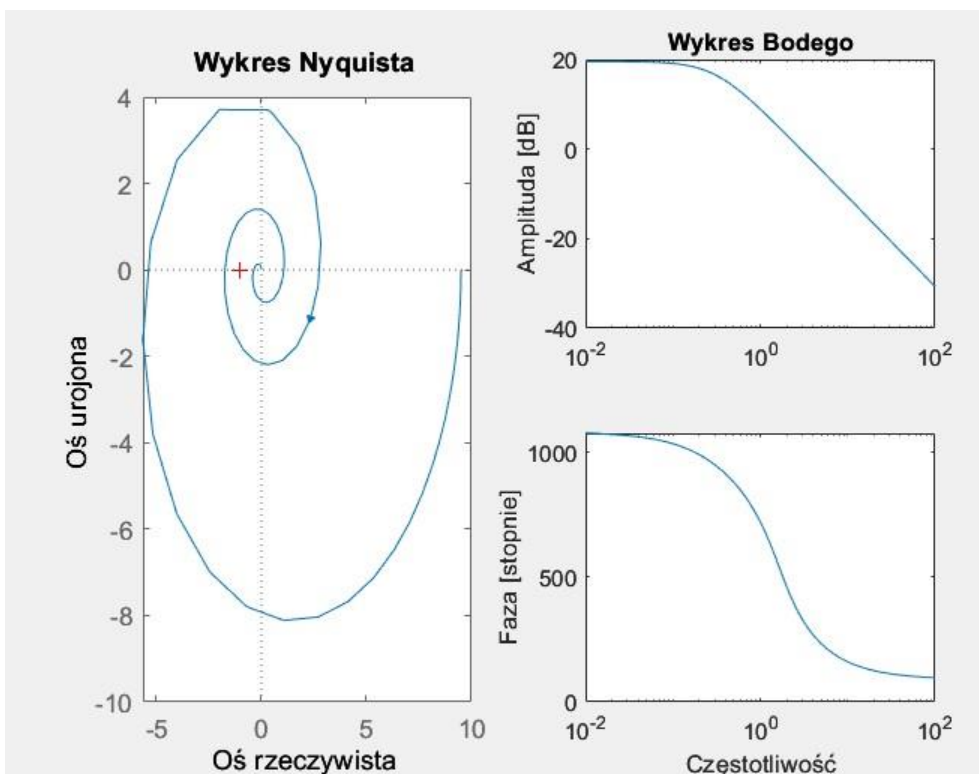
Odpowiedzi skokowe dla obiektów inercyjnych I rzędu z opóźnieniem



Odpowiedzi impulsowe dla obiektów inercyjnych I rzędu z opóźnieniem



Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu różniczkującego rzeczywistego o parametrach
 $k = 7$, $T = 6$, $\Theta = 8$ i $n = 5$



Wykresy Nyquista i Bodego dla obiektu różniczkującego rzeczywistego o parametrach
 $k = 9.5$, $T = 3.25$, $\Theta = 5$ i $n = 5$

4. Wnioski

Środowisko *Matlab* umożliwia reprezentacji transmitancji operatorowej jako dwóch wektorów (licznik, mianownik). Program ten również pozwala na wyrysowanie pożądanых charakterystyk czasowych i częstotliwościowych przy użyciu wbudowanych funkcji (np. *step*, *bode*).

5. Bibliografia

- konspekty do zajęć zatytułowanych „Charakterystyki czasowe i częstotliwościowe”
- dokumentacja *Matlaba*