

SPECT képalkotása

Hesz Gábor

2013. február

1. Bevezető

Az orvosi képalkotó eljárások segítségével neminvazív módon nyerhetünk információkat a test felépítéséről és működéséről, a szervek anatómiájáról és funkcionalitásáról. A képalkotó eljárások segítségével lehetőségünk van egyes betegségek pontos meghatározására, korai felismerésére, illetve a megfelelő kezelések kidolgozására.

Az orvosi diagnosztikában használt képalkotó eljárások (a teljesség igénye nélkül) az alábbiak:

Hagyományos röntgen Wilhelm Conrad Röntgen (1845–1923) 1895-ben fedezte fel az általa X-sugárzásnak elnevezett elektromágneses sugárzást (az angol irodalom továbbra is az *X-ray* elnevezést használja). A röntgensugárzáson alapul több transzmissziós képalkotó eljárás is. Ezek jellemzője, hogy külső, röntgencsőből származó sugárzást bocsátanak át a vizsgált testen, amely anyagi jellemzőinek megfelelően elnyeli, illetve eltéríti a sugárzást. A testen áthaladó sugárzás intenzitását a hagyományos röntgen-felvétel készítésekor filmen rögzítik, így a test egy 2 dimenziós vetülete jelenik meg a filmek előhívásakor. Az eljárás alkalmas például csonttörések vizsgálatára.



1. ábra. Mellkasról készült röntgen-felvétel

Fluoroszkópia A hagyományos röntgenhez hasonlóan működik, de a film helyett képernyőn jelenítik meg a képet, valós időben. Ezzel az orvos például nyomon követheti a páciens véráramába juttatott kontrasztanyag útját.

CT A *Computed Tomography* (számított tomográfia) eljárás során egy vékony röntgennyalábbal minden irányból vetületi képeket készítenek a vizsgált testről, majd számítógépek segítségével háromdimenziós képet alkotnak a mért adatokból. Egy modern spirál-CT készülék akár egy másodperc alatt is képes 3 dimenziós felvételt készíteni az emberi szívről. EKG jellel párhuzamosan rögzített CT felvétel segítségével beleláthatunk a szív működésébe, elemezhetjük a kamrák térfogatváltozásait is.

SPECT A nukleáris medicina emissziós képalkotó eljárásai közé tartozik. Az angol *Single Photon Emission Computed Tomography*, azaz egy fotonos emissziós számított tomográfia rövidítése. A felvétel során olyan radioaktív izotóppal jelölt anyagot juttatnak a páciensbe, amely bomlása során egy gamma fotont bocsát ki. Ilyen például a technécium-99m (^{99m}Tc), amelyet a véráramba juttatva alkalmas szív oxigénellátásának vizsgálatára vagy foszfátokhoz kötve a csontok vizsgálatára is. A bomlások során keletkező fotonokról kétdimenziós vetületi képeket rögzítenek több irányból, majd képalkotó eljárással elkészítik az izotóp eloszlását a térben.

PET Szintén a nukleáris medicina emissziós képalkotó eljárásai közé tartozik, az angol *Positron Emission Tomography*, azaz pozitron emissziós tomográfia rövidítése. A SPECT-hez hasonlóan itt is radioaktív izotóppal jelölt anyagot juttatnak a páciensbe, itt viszont olyan izotópot alkalmaznak, amely bomlása során pozitron keletkezik. A pozitron rövid vándorlás után találkozik a szervezetben egy elektronnal és mindkettő annihilálódik, melynek során tömegük energiává alakul és két, egymással ellentétes irányban távozó, 511 keV energiájú gamma-foton keletkezik. A PET detektor gyűrűként öleli körbe a vizsgált testet és mindkét fotont detektálja (szerencsés esetben). A detektált fotonpárok egy-egy egyenest határoznak meg, amely mentén az annihiláció történt. Ebből az információból képalkotó eljárással következtethetünk az izotópok eloszlására a vizsgált testben.

MRI Az MRI (*Magnetic Resonance Imaging* – mágneses rezonanciás képalkotás) vizsgálati technikák alkalmasak mind anatómiai, mind funkcionális vizsgálatokra is. Az eljárások alapja az, hogy az erős mágneses térbe helyezett hidrogén-atomok forgási tengelye rendeződik. Ezt a rendezettséget rádiófrekvenciás gerjesztéssel megváltoztatják, majd magára hagyják a gerjesztett protonokat, amelyek forgó mágneses teret hoznak létre és visszasugározzák a többletenergiát. A forgás sebessége függ a mágneses tér erejétől, amit felhasználhatunk a 3D képalkotáshoz. A felvétel során többféle paraméter rögzítése közül választhatunk attól függően, hogy milyen információt szeretnénk nyerni: spin sűrűség, T_1 és T_2 relaxációs idő, áramlás és spektrális eltolódás.

2. Képalkotó eljárások

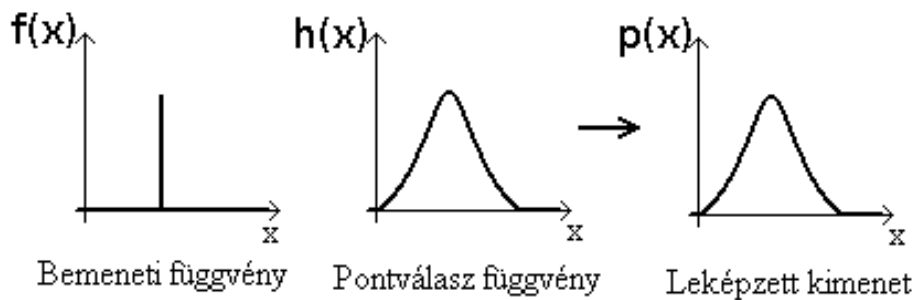
2.1. Vetítés

A felsorolt képalkotó eljárások nagy része a vizsgált testről vetületi képeket készít, amelyből számítások segítségével állítható vissza a jellemző térbeli kép. Legyen a leképezés lineáris és zajmentes!

Vizsgáljuk meg először az egydimenziós esetet, azaz tekintsünk egy $f(x)$ függvényt, amelyet egy leképező eljárás a $p(x)$ függvénybe visz át. Ha a leképezésnek egy pontszerű bemeneti képet – azaz jelen esetben a Dirac-deltát ($\delta(x)$) – adjuk meg, akkor az úgynevezett pontválasz függvényt kapjuk. Jelöljük ezt $h(x)$ -szel (2. ábra)!

A pontválasz függvény segítségével tetszőleges $f(x)$ függvény leképezését felírhatjuk az úgynevezett konvolúciós integrál segítségével (lineáris leképezés esetén):

$$p(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x')h(x' - x)dx'.$$



2. ábra. 1D leképezés

Az eljárás kiterjeszthető 2, illetve 3 dimenzióra is. Például ha adott egy $f(x, y, z)$ térbeli izotóp-eloszlás függvény, amelyről a $g(u, v)$ síkbeli vetületet képezzük és $h(u, v)$ a rendszer pontválasz függvénye, akkor

$$p(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(u', v') h(u' - u, v' - v) du' dv'$$

alakban áll elő a képünk. Itt megint feltételeztük, hogy lineáris a rendszer és a pontválasz függvény független a helytől. Ez utóbbi általában nem teljesül, csupán a detektortól azonos távolságban lévő pontokra tehetjük fel, hogy azonos a pontválasz-függvényük.

2.2. Mintavételezés

A képfeldolgozás első lépése a kép digitalizálása, melynek során az analóg képet képpontokra, másnéven pixelekre bontjuk fel. A tér mintavételezésénél voxeleknek nevezzük ezeket a pontokat. A modern képalkotó eljárásokkal készült tomográfiai képek iso-voxelek, azaz a mintavételezés mindhárom tengelyirányban azonos távolságra történik. A pixeleken/voxeleken belül homogén jellemzőket feltételezünk, amelyeket egy skalárral jelölünk. Ez lehet az anyagra jellemző paraméter (lineáris gyengítési együttható), vagy a mérés eredménye (detektált sugárzás intenzitása), vagy éppen a térrészben lévő izotópok koncentrációja is.

Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a vetületi képek és a térfogat pixel-, illetve voxelmérete azonos, egységnyi, így csak a bemenő paraméterek meghatározásánál kell a mértékegységekkel foglalkoznunk.

3. Emissziós tomográfia

3.1. Nyomkövető, izotóp

A radioaktív izotópok folyamatosan bomlanak, sugárzást bocsátanak ki, amit a megfelelő érzékelőkkel rögzíthetünk és ebből következtethetünk vissza a radioaktív sugárforrások és így az izotópok eloszlására. Ebből a képből információt nyerhetünk a testben lezajló folyamatról, illetve a test felépítéséről. Ehhez viszont fontos a megfelelő izotóp kiválasztása.

Minden szervnek megvan a maga specifikus működése. A nyomjelző anyagot úgy kell kiválasztani, hogy a vizsgálni kívánt szerv folyamatához kötődjön. Az izotóp energiája is lényeges. Az izotóp bomlásakor gamma-sugárzás szabadul fel, amely nagyon hasonlít a röntgensugárzáshoz, csak míg a röntgensugárzás az atom elektronburkából származik, addig a gamma-sugárzás az atom magjából. Minél nagyobb a gamma-sugárzás energiája, annál kevésbé lép kölcsönhatásba az anyaggal, illetve más-más módon hathat kölcsön vele.

A sugárzásforrások eloszlását szeretnénk mérni, így az elnyelődés a nukleáris medicinában nem kívánatos jelenség. Ebből az következik, hogy minél nagyobb energiájú sugárforrást használjunk. Ugyanakkor minél nagyobb a sugárzás energiája, annál jobban roncsolja a szöveteket, illetve annál nehezebb a γ -fotont detektálni.

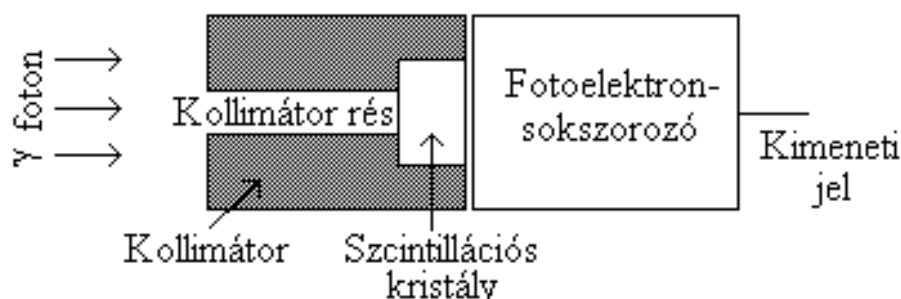
A használt izotóp kiválasztásának harmadik fontos szempontja a felezési ideje. A felezési idő adja meg azt az időtartamot, amely alatt az izotópok fele elbomlik. Olyan izotópot használnak, amelynek felezési ideje rövid (pár perc vagy óra), mert ekkor az izotóp a csak a vizsgálat ideje alatt terheli a szervezetet.

Például ismert, hogy a tumorok sejtei megállás nélkül szaporodnak, amelyhez rengeteg energiára van szükségük. Ezt az energiát leginkább a cukorból nyerik. Ezért a PET vizsgálati eljárásoknál például gyakran használják az FDG (fluor-dezoxi-glükóz) vegyületet, amelyben a fluor 18-as izotópja (^{18}F) radioaktív. Az FDG-t az élő szervezet a cukorhoz hasonlóan tekinti, elszállítja a cukorfelvívó sejtekhez, viszont a foszforiláció után a sejt nem tudja tovább bontani, így feldúsul a sejtben. Az ^{18}F izotóp elbomlásával a vegyület glükóz-6-foszfáttá alakul (amit a sejt már fel tud dolgozni), a keletkező pozitron pedig elárulja nekünk a bomlás helyét.

A $^{99\text{m}}\text{Tc}$ -tetrofosmin (technécium-tetrofosmin) vegyületet a szívizom gyorsan felveszi, körülbelül 5 perc alatt eléri a maximális szintet. A teljes beadott dózis 66%-a 48 órán belül kiürül a szervezetből. Ezért gyakran használják a szívizom vizsgálatára: először terheléssel vizsgálatot végeznek (*stress*), vagyis gyógyszerekkel vagy intenzív tornáztatással serkentik a szív működését, majd SPECT felvételt készítenek a szívről. Az így nyert képi információból megállapítható a szívizom állapota, az esetleges infarktus okozta sérülések. Elváltozás esetén a vizsgálatot nyugalmi állapotban is megismétlik (*rest*) néhány nappal később és a két felvételt hasonlítják össze a további diagnózishoz.

3.2. Gamma-detektor

A gamma-fotonok érzékelésére alkalmas detektort (3. ábra) egy olyan kristályból építettek, mely fényfelvillanással válaszol minden benne elnyelődő γ -fotonra. Az ilyen kristályt *szcintillációs* kristálynak hívjuk. Mivel vetületi képeket szeretnénk rögzíteni, ezért a kristály elé egy *kollimátort* kell helyezni, amely csak a kristályra merőlegesen érkező fotonokat engedi át. Mivel a fényfelvillanások száma arányos a vizsgált térrészből beérkező γ -fotonok számával, így elég a felvillanásokat számlálni. Ehhez a szcintillációs kristályban történt fényfelvillanások fényét elektromos jellé kell alakítani egy *fotonelektron-sokszorozó* (Photon-Electron Multiplier (PEM) vagy Photo-Multiplier Tube (PMT)) felhasználásával. A PEM árama arányos az érzékelt gamma-foton energiájával, amit például felhasználhatunk a szórt, illetve más forrásból származó fotonok szűrésére.



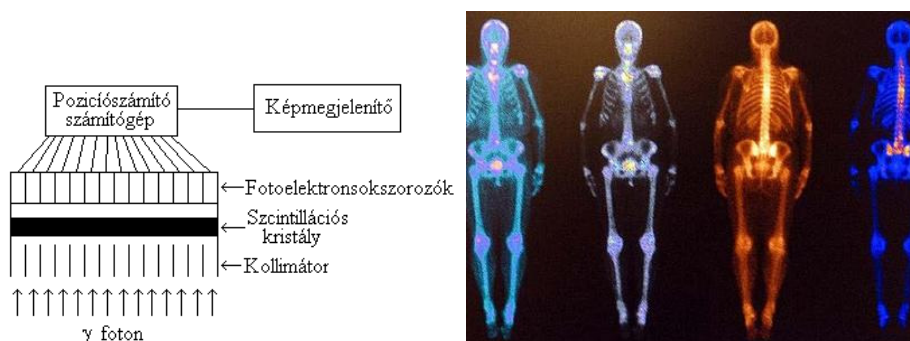
3. ábra. Irányérzékeny γ -sugárzásdetektor

4. Gamma-kamera

Síkvetületek rögzítéséhez kiterjedt detektort kell építenünk, ilyen például a széles körben alkalmazott *Gamma-kamera*. Ennek felépítése hasonló az egyszerű sugárdetektoréhoz (4. ábra): egy kollimátor biztosítja, hogy csak a síkra merőleges γ -fotonokat érzékeljük. A szcintillációs kristály látható fénné alakítja az elnyelt γ -fotonok energiáját. A detektor hátsó részén pedig több PEM csatlakozik a szcintillációs kristályhoz egy optikai csatoló rétegen keresztül. A fény a kristályban minden irányban terjed, így egy-egy felvillanás több PEM-en is mérhető. Az Anger-elv alapján a PEM-ek geometriájából meghatározható a felvillanás helye: a PEM-ek pozíciójából az általuk mért fotonok számával súlyozott átlagot számítunk, azaz

$$(\hat{x}, \hat{y}) = \left(\frac{\sum_{i=1}^N n_i x_i}{\sum_{i=1}^N n_i}, \frac{\sum_{i=1}^N n_i y_i}{\sum_{i=1}^N n_i} \right),$$

ahol az i -edik PEM pozíciója (x_i, y_i) és az általa mért (fény)fotonok száma n_i . Világos, hogy ez a módszer csak akkor működik, hogyha egyszerre csak egyetlen γ -fotont detektálunk. Mivel $\sum_{i=1}^N n_i$ itt is arányos a detektált γ -foton energiájával, ezért az energiára felső korlátozást is be kell vezetni.



4. ábra. Balra: Gamma-kamera felépítése; jobbra: csont szcintigráfia

4.1. Gamma-fotonok kölcsönhatásai

A gamma-fotonok kölcsönhatásba lépnek a környező anyaggal. Alapvetően háromféle kölcsönhatást különböztethetünk meg:

Fotoelektromos hatás A gamma-foton az atom egy elektronjával ütközik és azt kilöki a helyéről. A γ -foton teljes energiája elnyelődik, így az elektron mozgási energiája egyenlő a γ -foton energiájával mínusz a kötési energia. 50 keV-nél kisebb energiájú γ -fotonokra domináns hatás, nagyobb energiákon ritkábban fordul elő.

Compton szórás A gamma-foton ismét egy elektronnal ütközik, elég energiát ad át neki ahhoz, hogy kilépjen az atommag vonzáskörzetéből. De a γ -foton sem nyelődik el teljesen, hanem kisebb energiával és megváltozott irányban halad tovább. 100 keV és 10 MeV közötti energiájú fotonokra ez a legjellemző kölcsönhatás.

Koherens szórás A gamma-foton és az anyag olyan kölcsönhatása, amely során a foton energiája nem változik meg, de az iránya igen (Rayleigh és Thompson szórás).

Párokeltés Akkor történhet meg, ha a gamma-foton energiája meghaladja az 1.02 MeV-ot, de inkább 5 MeV felett válik jelentőssé. A gamma-foton kölcsönhatásba lép az atommag elektromos mezőjével, amely során egy pozitron–elektron pár keletkezik. Ezek együttes nyugalmi tömege 1.02 MeV energiának felel meg, a foton maradék energiájából mozgási energia lesz. A pozitron az anyaggal történő kölcsönhatása során elveszti mozgási energiáját, majd egy elektronnal találkozva annihilálódik, és két új, legalább 511 keV energiájú gamma-fotont hoz létre.

Ezek a kölcsönhatások energia és anyagfüggőek. Például vízben az 5. ábra szemlélteti a különböző energiájú gamma-fotonok esetén fellépő kölcsönhatások valószínűségét.

A Beer–Lambert törvény segítségével megmondhatjuk, hogy egy I_0 intenzitású sugárnyaláb mekkora része halad át irányváltoztatás nélkül egy d vastagságú, homogén anyagrészen, ha ismert az anyag μ lineáris gyengítési együtthatója:

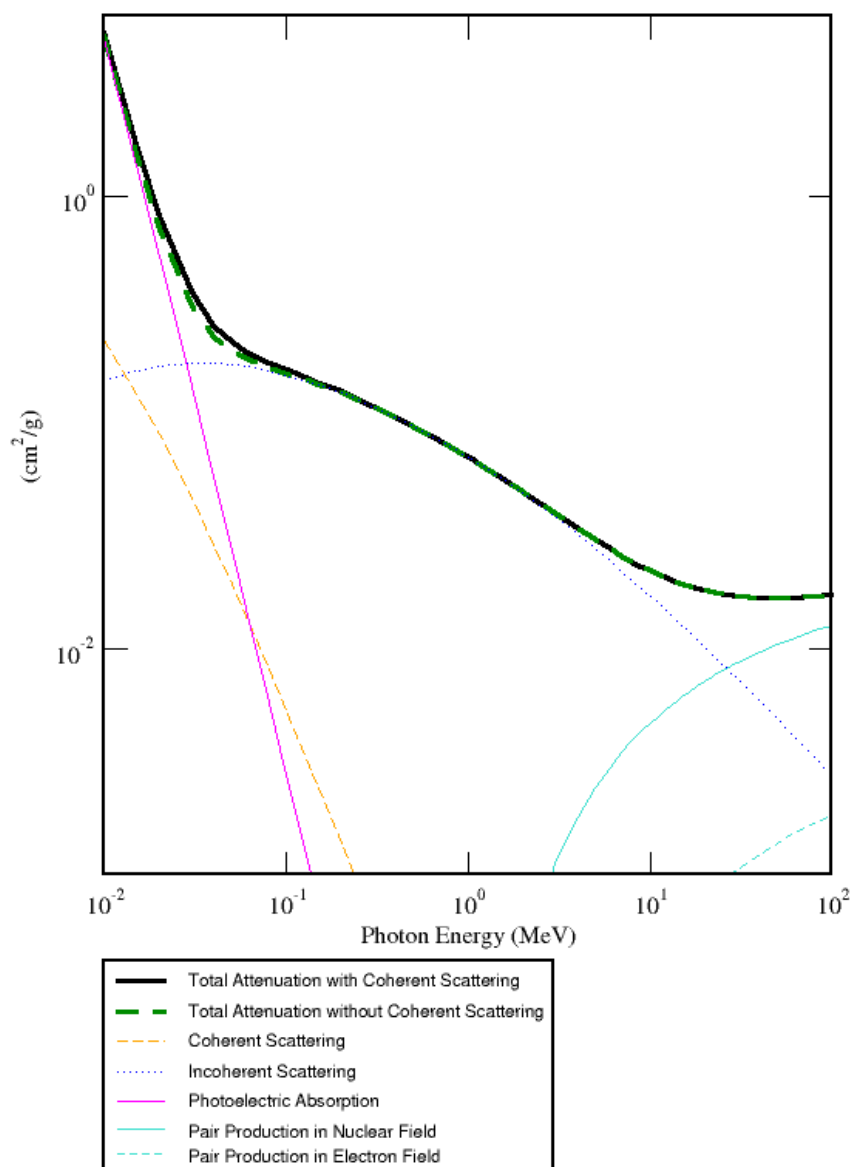
$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d}.$$

Mint láttuk, a lineáris gyengítési együttható függ a gamma-foton energiájától is és az anyag jellemzőitől is. Az értékét táblázatokból vagy méréssel is meghatározhatjuk.

4.2. SPECT

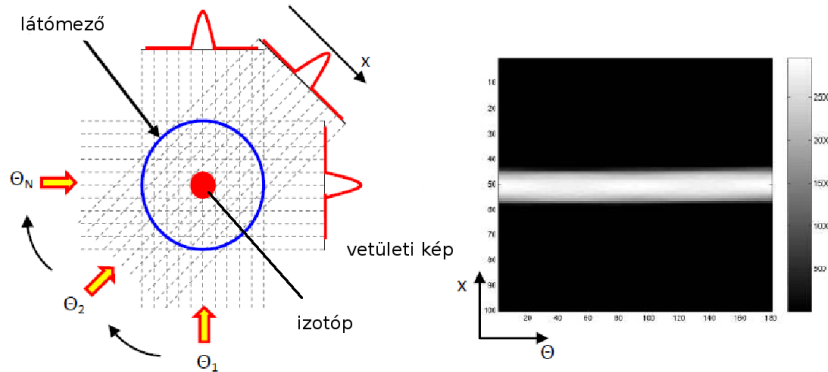
Egy gamma-kamerával adott szögben készíthetünk síkvetületi képet az izotópok eloszlásáról. Ha ezt a kamerát körbeforgatjuk a páciens körül, akkor sok vetületi képet kapunk, amelyekből képrekonstrukciós módszerekkel következtethetünk az izotóp testen belüli eloszlására (6. ábra). Általában 180 fokos vagy 360 fokos szögben forgatják körbe a kamerát és 64, 128 vagy 256 felvételt készítenek közben. A felvételek *step-and-shoot* módon történnek, tehát a kamera beáll egy adott szögbe, ott felvételt készít, majd forog a következő pozícióba. A SPECT berendezésekben általában egyszerre több gamma-kamera (2, 3 vagy 4) is van, amelyek párhuzamosan több vetületi képet rögzítenek, ezzel is gyorsítva a mérést. Gyakran CT készülékkel kombinálják, így a funkcionális felvétellel párhuzamosan egy anatómiai kép is készül a páciensről. Ez

VÍZ



5. ábra. Különböző energiájú gamma-fotonok kölcsönhatása vízzel
 (Total attenuation: teljes gyengítés; Coherent scatter: koherens szórás; Incoherent scatter: Compton szórás; Photoelectric absorption: fotoelektromos hatás; Pair production: párkeltés.)
 Forrás: NIST XCOM adatbázis, <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>.

utóbbit fel lehet használni az izotóp eloszlásának meghatározásánál is (elnyelési térkép, szervhatárok).



6. ábra. SPECT felvétel vázlata

SPECT képalkotás jellemzői

Kristály elmosása

A Gamma-kamerában lévő szcintillációs kristály nem ideális, a kristályba lépő gamma-foton Compton-szóródások sorozatával adja le az energiáját, így egy elmosott képet kapunk. Az elmosás Gauss-függvénnyel közelíthető, mértékét kalibrációs méréssel meg lehet határozni.

A Gauss-eloszlás a

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

függvénnyel írható le, ahol σ az eloszlás szórása.

A kristályra jellemző elmosást jelöljük σ_I -vel (intrinsic – belső) (tipikus értéke 2 mm körül van).

Kollimátor hatása

A SPECT készülékeknél többféle kollimátort is szoktak alkalmazni. Talán a leggyakoribb a párhuzamos lyukú kollimátorlemez. Kétféleképpen készítik: vagy egy körülbelül 20 mm vastag ólomlemezbe párhuzamosan lyukakat fúrnak, vagy pedig hasonló szélességű, vékony ólomlemezekből hatszögletű rácsot hajtogatnak. Mindkét esetben a kollimátor pontválasz függvényét egy távolságfüggő Gaussos elmosással közelíthetjük. A távolságfüggés lineáris, így a szórásra felírhatunk egy kétparaméteres egyenletet:

$$\sigma_C(d) = psf_A + d \cdot psf_B,$$

ahol psf_A és psf_B a kollimátorra jellemző paraméterek, d pedig a pontszerű forrás és a kollimátor távolsága.

Két Gauss elmosás eredője szintén Gauss elmosás lesz, amelynek szórásnégyzete egyenlő a két szórás négyzetösszegével. Hasonlóan N darab, $\sigma_1, \dots, \sigma_n$ szórású Gauss

elmosás eredője

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2}.$$

Így a kollimátor és a detektor együttes hatására a

$$\sigma(d) = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_C^2(d)}$$

modellt állíthatjuk fel.

Elnyelés

A gamma-fotonok kölcsönhatásba léphetnek az anyaggal. A korábban ismertetett hatásokat (lásd a 4.1. szakaszt) a lineáris gyengítési együtthatóba sűrítethetjük (μ), amely megmondja, hogy egységnyi vastagságú anyagon egy sugárnyaláb mekkora része jut át változatlanul. A Beer–Lambert törvény értelmében egy inhomogén közegen áthaladó gamma-sugár intenzitása az alábbi módon változik:

$$I = I_0 \cdot e^{-\int_L \mu(l) dl},$$

ahol I_0 a belépő sugár intenzitása, $\mu(l)$ a sugár útjába eső, dl vastagságú anyagra jellemző lineáris gyengítési együttható az l pontban, I pedig az L utat megtett gamma-sugár kilépési intenzitása. Az L út alatt a gamma-fotonok nem feltétlenül nyelődnek el – szóródhatnak is, és ekkor megváltozott irányban haladnak tovább. Az I intenzitás az egyenesen továbbhaladó fotonokra vonatkozik.

Az elnyelés hatását figyelembe vehetjük a rekonstrukció során, ha ismert a páciens lineáris gyengítési együttható térképe, amelyet szokás multimodalitású SPECT/CT berendezés esetén a CT felvételtől származtatni, de kidolgoztak olyan mérési módszereket is, amelyek segítségével a SPECT felvételtől is becsülhető ez az elnyelési térkép. (Párhuzamosan több energiaablakkal készítenek projekciós felvételt és ezek összehasonlításával nyerik az elnyelésre vonatkozó információkat.)

Szórás

A SPECT felvételeknél használt (^{99m}Tc) izotóp által kibocsátott gamma-foton energiája 140 keV. Ezen az energián a Compton-szórás a legvalószínűbben előforduló kölcsönhatás, ami jelentősen rontja a kép minőségét. Ezért a SPECT felvételek során figyelik a detektált gamma-fotonok energiáját és a 140 keV-nél lényegesen alacsonyabb, illetve magasabb energiájú fotonokat figyelmen kívül hagyják (tipikusan 126–154 keV-es energiaablakkal mérnek).

Másik gyakran használt technika a több energiaablakos mérés: ekkor különböző energia-ablakkal végzik el a mérést (párhuzamosan több vetületi képre gyűjtik az adatokat a fotonok energiaszintjének megfelelően), majd ezekből megbecsülik a szórt fotonok számát és ezzel korrigálják a felvételt.

Iteratív rekonstrukció esetén az elnyelési térkép ismeretében lehetőség van a szórás szimulációjára is az előre-, illetve a visszavetítő lépésnél (lásd később).

5. Képrekonstrukció

5.1. Analitikus képkalkotás és rekonstrukció

A nukleáris medicinában történő mérések általában visszavezethetők egy vetítésre – tehát egy 3D eloszlás 2D vetületét mérjük. Ezekből a vetületi képekből szeretnénk meghatározni magát a képet. Az egyszerűség (és a számítási teljesítmény / idő) kedvéért csökkentjük a dimenziók számát és vizsgáljuk 2D képek 1D vetületeit!

A matematikai modellt Johann Karl August Radon (1887–1956) osztrák matematikus írta le 1917-ben a róla elnevezett Radon-transzformációval. Ha az $f(x, y)$ függvényből az L egyenes mentén vonalintegrált számítunk (7. ábra), akkor

$$Rf(L) = \int_L f(x) |dx|.$$

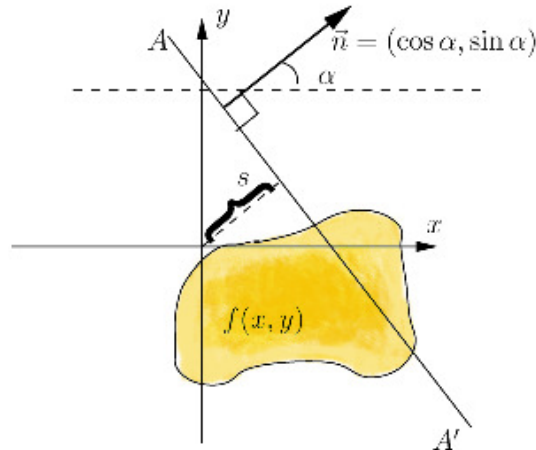
Ha az L egyenest parametrizáljuk

$$(x(t), y(t)) = ((t \sin \alpha + s \cos \alpha), (-t \cos \alpha + s \sin \alpha)),$$

akkor

$$\begin{aligned} Rf(\alpha, s) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x(t), y(t)) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f((t \sin \alpha + s \cos \alpha), (-t \cos \alpha + s \sin \alpha)) dt \end{aligned}$$

alakhoz jutunk. Az így nyert képet *szinogrammnak* nevezzük. (Vegyük észre, hogy $Rf(\alpha, s)$ éppen az $f(x, y)$ kép α irányú vetületi képe és egy pontszerű kép vetülete szinuszhullámot ír le, ha képként ábrázoljuk Rf -et!)



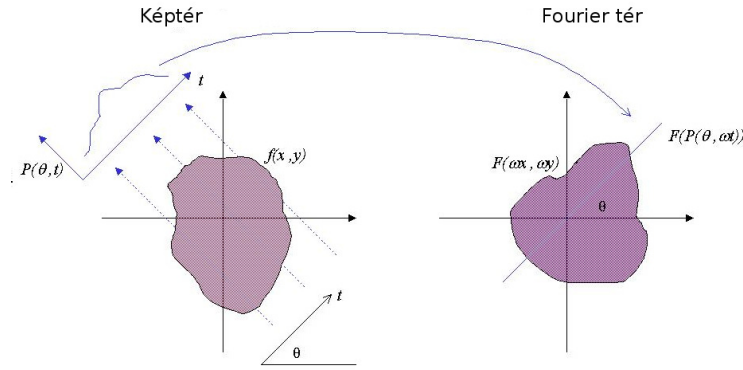
7. ábra. A Radon-transzformáció

Radon megmutatta továbbá, hogy ez a transzformáció megfordítható, azaz a vetületi képek ($Rf(\alpha, s)$) ismeretében meghatározhatjuk az $f(x, y)$ függvényt. Ehhez a

visszavetítés műveletét definiálta:

$$\hat{f}(x, y) = \int_0^\pi Rf(\alpha, (x \cos \alpha + y \sin \alpha)) d\alpha,$$

ahol $\hat{f}(x, y)$ a rekonstruált kép, $Rf(\alpha, s)$ a szinogram. Ez a visszavetítés egy elmosott képet eredményez, amelyet a ramp szűrővel lehet kiélesíteni. Mivel azonban a 2D szűrés költséges művelet, ezért a *Fourier-szelet* tétel (azt mondja ki, hogy a Radon-transzformáltak megegyeznek a kép Fourier-transzformáltjának origón átmenő szeleteivel, lásd 8. ábrát) alapján megfordíthatjuk a szűrés és visszavetítés sorrendjét. Innen adódik az FBP algoritmus (filtered backprojection): a szinogramot Fourier-transzformáljuk (1D), megszüntjük, majd inverz Fourier-transzformáljuk, végül pedig a fenti visszavetítéssel állítjuk elő a képet.



8. ábra. Fourier-szelet tétel: a θ szögű vetület megegyezik a Fourier-térben az origón átmenő, θ szögű szelettel

Az analitikus levezetés szerint a ramp szűrőt kellene alkalmazni, viszont ez felerősíti a magas frekvenciákat a képen, így a mérési zajt is. Ezért az alábbi alul-áteresztő szűrőket szokták használni: Cosine, Shepp–Logan, Hann, Hamming, Butterworth (9. ábra).

CT képek esetén a képalkotás során a röntgen-cső által gerjesztett I intenzitású gamma-sugárnyalábot bocsátjuk át a vizsgált testen, majd a gyengült sugár intenzitását mérjük, azaz a mért érték

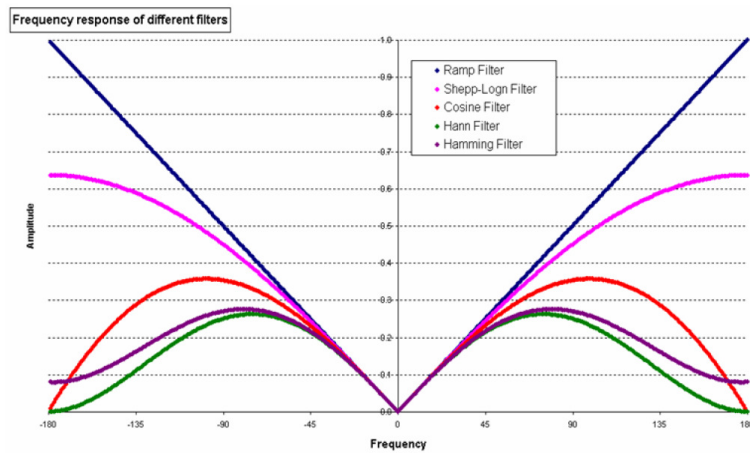
$$I_0 = I \cdot e^{-\int_L \mu(l) dl},$$

ahol L a sugár által megtett egyenes és $\mu(l)$ az egyenes mentén lévő anyag lineáris gyengítési együtthatója.

Emissziós tomográfiánál (SPECT, PET) pedig az izotópok eloszlásáról készítünk vetületi képeket, azaz egy, a detektorra merőleges L irányban ezen egyenesek mentén összegezzük a bomlások számát:

$$N(L) = \int_L f(l) dl,$$

ahol $f(l)$ azt mondja meg, hogy a tér adott pontján a mérési idő alatt mennyi bomlás történt. (Itt azért csalunk, mert a bomlások során keletkező gamma-fotonok a tér minden irányában egyenletes valószínűséggel indulnak el, mi pedig csak egy adott irányban érzékeljük ezeket.)



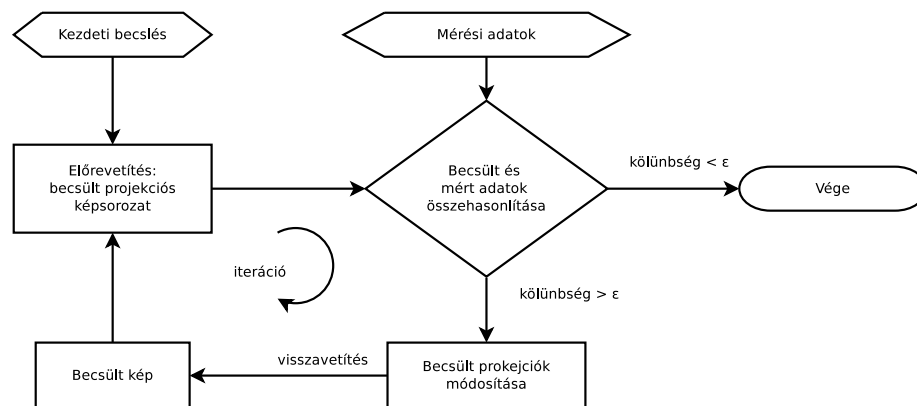
9. ábra. A leggyakrabban használt szűrők Fourier-transzformáltjai

5.2. Iteratív technikák

A szűrt visszavetítés gyors és kis számítási igényű ugyan, de csupán a matematikai problémát képes megoldani, így nem veszi figyelembe a valódi rendszer pontválasz függvényét, a különböző zajokat, a fotonok elnyelődéséből, illetve szórásából adódó hatásokat stb. Ezért a számítási kapacitás növekedésével egyre népszerűbbé válnak az iteratív technikák. Ezek közös jellemzője, hogy egy lineáris egyenletrendszer megoldását keresik:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n},$$

ahol \mathbf{y} a mért értékek vektora, \mathbf{x} a képtérből készített vektor (amit keresünk), \mathbf{n} a zaj és \mathbf{A} az úgynevezett rendszermátrix, amely megmondja, hogy a képtér egy adott voxelétől hogyan függ a mért vetület egy pixele.



10. ábra. Az iteratív képrekonstrukciós algoritmusok működési elve

5.2.1. Algebrai rekonstrukciós technika – ART

Talán a legegyszerűbb iteratív algoritmus. Lényege, hogy egy-egy irányban kiszámítjuk a becsült térfogatra a projekciós képet, majd összehasonlítjuk a mért képpel: a kettőt kivonjuk egymásból. Ennyivel kell korrigálni a becslésünket ahhoz, hogy a vetítés értéke megegyezzen a mérttel. A korrekció során kiszámítjuk, hogy egy-egy vetítési út mentén hány voxel van és ennek megfelelően osztjuk el a számított hibát az adott voxelekben. Rövid példán szemléltetve, 2×2 mátrixszal és 2 projekciós képpel:

$$\begin{array}{|cc|} \hline ? & ? \\ \hline ? & ? \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \mathbf{12} \\ \mathbf{14} \end{array}$$

11 15

A kiindulási állapot legyen egy csupa 0 kép. Ha először a sorok összegét nézzük, akkor az első sort 12-vel kell korrigálni, a másodikat 14-gyel:

$$\begin{array}{|cc|} \hline 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \mathbf{0} \rightarrow +12/2 \\ \mathbf{0} \rightarrow +14/2 \end{array}$$

Második lépésben az oszlopok összegeit hasonlítjuk a méréshez, itt -2 és $+2$ korrekció adódik:

$$\begin{array}{|cc|} \hline 6 & 6 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \mathbf{12} \\ \mathbf{14} \end{array}$$

13 13

$\downarrow \quad \downarrow$
 $-2/2 \quad +2/2$

Ahonnán meg is kaptuk a megoldást:

$$\begin{array}{|cc|} \hline 5 & 7 \\ \hline 6 & 8 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \mathbf{12} \\ \mathbf{14} \end{array}$$

11 15

(A fenti rendszer nem egyértelmű, így több megoldás is elképzelhető a feladatra.)

A rövid példa után felírhatjuk az ART algoritmust képletszerűen:

$$x_v^{n+1} = x_v^n + \sum_p A_{pv} \frac{y_p - \sum_{v'} A_{pv'} x_{v'}^n}{\sum_{v'} A_{pv'}}$$

ahol x_v^n az n . iteráció v voxelének becsült értéke, y_p a mért projekciós kép p pixelének értéke, A_{pv} pedig a rendszermátrix.

A rendszermátrix a rekonstruált térfogat v voxele és a projekciós kép p pixele közötti együtthatókat tartalmazza. Mérete igen nagy lehet: ha a képteret például 256^3 voxelre, a 256 projekciós kép mindegyikét 256^2 pixelre bontjuk, akkor a rendszermátrix $256^6 \approx 2.81 \cdot 10^{14}$ elemű lenne (azaz 64 bites double pontossággal tárolva 2 petabyte). Viszont igen ritka mátrixról van szó, sok szimmetriával, amelyet esetleg ki lehet használni a tárolására, de általában kifizetődőbb mindig újraszámolni az értékeit. A rendszermátrix elemei tartalmazhatják az elnyelést, a szórást és egyéb hatásokat is.

5.2.2. Maximum Likelihood Expectation Maximization – ML-EM

A *Maximum Likelihood Expectation Maximization* (ML-EM) algoritmust 1982-ben javasolta L. A. Shepp és Y. Vardi, azóta széles körben elterjedt, bizonyítottan konvergens iteratív eljárás.

Az algoritmust az alábbi képlettel írhatjuk le:

$$x_v^{n+1} = \frac{x_v^n}{\sum_P A_{pv}} \cdot \sum_P \left[A_{pv} \frac{y_p}{\sum_{v'} A_{pv'} \cdot x_{v'}^n} \right],$$

ahol x_v^n a rekonstruált térfogat v eleme az n . iterációs lépésben, y_p a mért projekciós kép p . pixele és A_{pv} a rendszermátrix.

A fenti képlet négy blokkból áll össze:

- Előrevetítés: $d_p^n = \sum_{v'} A_{pv'} \cdot x_{v'}^n$. Ez a lépés a becsült képből egy projekciós képsorozatot állít elő, tehát szimulálja a detektor működését.
- Projekciók módosítása: $c_v^n = y_p / d_p^n$. Ebben a lépésben összehasonlítjuk a becsült projekciós képsorozatot a mérés eredményével. A hányadossal fogjuk korrigálni a becsült képet.
- Visszavetítés: $b_v^n = \sum_P [A_{pv} \cdot c_v^n]$. Az előrevetítés megfordítása.
- Normalizálás: $x_v^{n+1} = \frac{x_v^n}{\sum_P A_{pv}} \cdot b_v^n$. Az algoritmus gyorsítása érdekében a normalizálás együtthatóit egy térképként tárolhatjuk, amely térkép a csupa 1-et tartalmazó projekciós képsorozat visszavetítése.

Az algoritmus megalkotásakor figyelembe vették a mérés jellegzetes zaját is: a bomlás Poisson-eloszlás szerint történik, így a projekciós képeket is Poisson-zaj terheli. Az ML-EM eljárás azt a képet keresi meg, amelyikből a legvalószínűbb, hogy az adott projekciós képek keletkeznek. Ehhez egy likelihood függvényt definiáltak, amely megmondja, hogy egy rekonstruált kép mennyire valószínű:

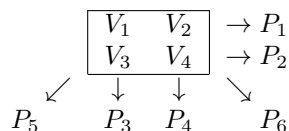
$$L(y|x) = \prod_p P(d_p|y_d) = \prod_p \frac{e^{-d_p} \cdot p_p^{y_p}}{y_p!}.$$

Az iteratív algoritmus a likelihood függvény maximumát keresi meg, felhasználva, hogy a logaritmus monoton, így elég a log-likelihood függvényt vizsgálni:

$$\Lambda = \log(L(y|x)) = \sum_p -d_p + y_p \ln d_p - \ln y_p!.$$

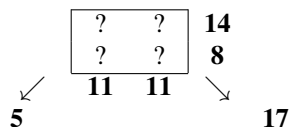
6. Ellenőrző kérdések

1. Mi a különbség az emissziós és transzmissziós képalkotás között? A Röntgen, CT, SPECT és PET készülékek melyik elven működnek?
2. Vázolja fel a gamma-detektort és a gamma-kamerát! Mit mérhetünk felük?
3. Hogyan készül a vetületi kép a gamma-kamerával? (Anger elv)
4. Hogyan épül fel egy SPECT rendszer?
5. Melyek a SPECT képalkotására jellemző hatások?
6. Mi az a rendszermátrix?
7. Rajzolja fel az iteratív rekonstrukciós módszerek blokkvázlatát!
8. Adja meg az alábbi képalkotó rendszermátrixát:



(A ferde nyilak a 45 fokos vetületet jelképezik, azaz itt a megfelelő átlóban lévő két elem összegét. Ezek nem igazi vetületek, de matematikailag egyértelművé teszik az egyenletrendszert, így egyszerű illusztrációs célt szolgálnak, lásd a következő feladatot.)

9. Rekonstruálja a képet az alábbi vetületi adatokból (a sorok, oszlopok és átlók összege adott) az ART algoritmussal:



7. Mérés menete, feladatok

A mérés folyamán különböző 2D képeket próbálunk meg rekonstruálni különböző algoritmusokkal és a rekonstruált képeket összehasonlítani egymással. **A csillagos feladatok megoldása nem kötelező.**

A függvények definíciójánál a szögletes zárójelben adott paraméterek opcionálisak, azaz nem kötelező őket megadni! Ezeknek sokszor speciális jelentése van, használhatjuk az alapértelmezett értéküket. Ha megadjuk, akkor a `[]` zárójelpárt hagyjuk el!

Matlab ismeretek

Képek kezelése SPECT képek esetén intenzitásképekkel dolgozunk, azaz olyan 2 dimenziós mátrixokkal, amelyek egy-egy eleme azt mondja meg, hogy az adott térrészben mekkora aktivitás van. Egy ilyen képet Matlab alatt mátrixként is értelmezhetünk. (A Matlabban egy sor folytatását három ponttal jelezhetjük. Ezeket nem kell beírni, ha nem töríték el a sorokat!)

```
% 128 x 128-as intenzitáskép létrehozása
img = zeros([128 128]);

% néhány pixelérték átállítása:
% 32:33, 32:33 egy 2x2-es blokkot jelöl ki,
% amely minden pixelét megváltoztatjuk
img(32:33, 32:33)=100; img(95:96, 32:33)=100;
img(65:65, 62:66)=40; img(32:96, 96:96)=10;

% kép megjelenítése
figure(1); % új megjelenítő
imagesc(image); % kép kirajzolása

% koordináták képként való értelmezése --
% négyzetesek legyenek a pixelek a képernyőn
axis image;

% színpaletta
colorbar;

% és legyen szürkeárnyaltos a kép
colormap(gray);

% cím
title('Smile');
```

Készítettem egy parancsot a képmegjelenítésre:

```
showImage( img[, caption[, figureID[, subID]]])
```

amely megjeleníti az *img* képet a *figureID* ablak *subID* részében és a *caption* címet adja a képnek. Például

```
for subimage=1:4
    showImage( rand(32, 32), ...
```



```

    ['Fehér zaj #' num2str(subimage)], ...
    1, ...
    [2 2 subimage]);
end

```

RAW formátumú fájlok Az anyaggal letölthető, raw kiterjesztésű fájlok csak a nyers adatokat tartalmazzák, ami jelen esetben a nevükben megadott méretű képet jelent. Ezeket a `readRawR32` paranccsal lehet beolvasni, amely két paramétert vár: a raw fájl nevét és a méretét:

```

img = readRawR32('phantom-shepplogan-128x128.raw', ...
    [128 128]);
showImage(img, 'Shepp-Logan fantom');

```

Fantomok Az alábbi táblázat tartalmazza a fantomokat (mindegyik fájl a `phantom-` előtaggal kezdődik és `raw` kiterjesztésű).

| Fájlnév | Méret | leírás |
|--------------------|-----------|---|
| coldballs-128x128 | [128 128] | Jaszczak fantom egy szelete, amely aktív hengerben 6 különböző méretű hideg gömbből áll |
| derenzo-128x128 | [128 128] | Derenzo fantom egy szelete, amely plexi hengerbe helyezett aktivitással töltött rudakat tartalmaz |
| ncat-128x128 | [128 128] | Az átlagember mellkasának aktivitása egy szív-SPECT felvétel során |
| ncat-64x64 | [64 64] | Az átlagember mellkasának aktivitása egy szív-SPECT felvétel során |
| point-128x128 | [128 128] | Egyetlen pontforrást tartalmazó kép |
| point-32x32 | [32 32] | Egyetlen pontforrást tartalmazó kép |
| point-64x64 | [64 64] | Egyetlen pontforrást tartalmazó kép |
| shepplogan-128x128 | [128 128] | Shepp-Logan agyfantom |
| shepplogan-64x64 | [64 64] | Shepp-Logan agyfantom |
| ring-64x64 | [64 64] | Egy gyűrű alakú forrást tartalmazó kép |
| ring-128x128 | [128 128] | Egy gyűrű alakú forrást tartalmazó kép |

Továbbá az `attenuation-cyl-128x128.raw` egy vízhenger elnyelési térképét tartalmazza, míg az `attenuation-ncat-128x128.raw` az átlagember elnyelési térképe.

Radon transzformációhoz kapcsolódó feladatok

Matlab parancsok

P = radon(I, theta) Radon-transzformáció. (Ha a Matlab nem találja a `radon` parancsot, akkor a letöltött `SPECTRadon`-t használjuk helyette!) *I* az az intenzitáskép, amelyet előre szeretnénk vetíteni, *theta* pedig egy vektor, amelyben a projekciók szögei vannak felsorolva. A következő példakódban a 0, 3, 6, ..., 177 fokokat adtam meg Matlab kifejezéssel. A vetületek száma így $180/3 = 60$. A kimeneti adatok között *P* az elkészített szinogram.

```
img = readRawR32( 'phantom-shepplogan-128x128.raw', [128 128]);
P = SPECTRadon( img, 0:3:179 );
showImage(img, 'Shepp-Logan fantom', 1, 221);
showImage(P, 'Shepp-Logan szinogram', 1, 222);
```

I = iradon(P, theta, interpolation, filter) Inverz radon-transzformáció. (Ha a Matlab nem találja az `iradon` parancsot, akkor a letöltött `SPECTIRadon`-t használjuk helyette!) Ez a parancs a P szinogramra végzi el az FBP algoritmust. A szinogram θ szögeit meg kell adnunk, mint ahogy a `radon`-nál is. Fontos, hogy ugyan azokat a szögeket adjuk meg, máskülönben a rekonstrukció hibát, illetve hibás eredményt ad! Az *interpolation* paraméter adja meg, hogy milyen interpolációt használjon az algoritmus, értéke `'nearest'`, `'linear'`, `'spline'`, `'cubic'`. A *filter* adja meg, hogy milyen szűrőt alkalmazzunk: lehet `'Ram-Lak'`, `'Shepp-Logan'`, `'Cosine'`, `'Hamming'`, `'Hann'`, illetve kikapcsolva: `'none'`. **Egyes interpolációs algoritmusok és szűrők hiányoz(hat)nak az adott megvalósításban.** Nézzétek meg a használt parancs dokumentációját!

```
Rnone = SPECTIRadon( P, 0:3:179, 'linear', 'none' );
RHann = SPECTIRadon( P, 0:3:179, 'linear', 'Hann' );
showImage(Rnone, 'FBP rekonstrukció szűrő nélkül', 1, 223);
showImage(RHann, 'FBP rekonstrukció HANN szűrővel', 1, 224);
```

Feladatok

Radon-1 Hozzon létre egy 128×128 méretű intenzitásképet, amelyen egyetlen pixel értéke legyen 0-tól különböző (a kép közepétől kicsit távolabb legyen ez a pontforrás, hogy a szinogrammon lássuk a szinuszos formát)! Készítse el ezen pontforrás Radon-transzformáltját és jelenítse meg a szinogramot (180 fokos és 360 fokos felvétel esetén is)! A projekciók mondjuk 3 fokonként készüljenek.

Radon-2 Vizsgálja meg, hogy az inverz Radon-transzformáció hogyan rekonstruálja a pontforrást különböző számú (2, 4, ...) vetületből! A vetületeket úgy válassza ki, hogy azok a lehető legtávolabb legyenek egymástól, ugyanis ekkor a legjobb a rekonstrukció! (Tehát 3 vetületnél ne a 0, 3, 6 fokos irányokban legyen a kamera, hanem $180/3 = 60$ fokos szögállásokban (0, 60, 120). Természetesen lehet a 0-tól eltérő kezdőszöveget is választani.) Mit tapasztal?

Radon-3 Végezze el az előző feladatot egy másik fantommal is (például Shepp-Logan, NCAT)! Legalább hány projekciós képet kell készíteni ahhoz, hogy vissza tudjuk állítani a kép részleteit?

Radon-4 Adjon Poisson zajt az előző feladatban (legalább 60 vetületi kép esetén) készült **szinogramhoz** és próbálja meg szűrő nélkül, illetve valamelyik szűrővel is a rekonstrukciót!

Ne a pontforrást használja, ahhoz hiába adunk Poisson-zajt!

Egy P szinogramot a mellékelt

```
PNoisy = SPECT2DAddNoise( P, totalcount )
```

paranccsal tud Poisson zajossá tenni, ahol *totalcount* a képsorozat teljes beütésszámát határozza meg. (A Poisson-eloszlás szórása a várható érték gyöke, így minél nagyobb

az eseményszám, annál jobban hasonlít a zajjal terhelt kép az eredetire. Egy átlagos SPECT felvétel vetületenként nagyságrendileg 100 000 eseményt tartalmaz. Mi most csak egy-egy szeletet rekonstruálunk úgyhogy a 10–100 ezer közötti eseményszámmal érdemes kísérletezni.)

.....

Rendszermátrix használata

Matlab parancsok

A = SPECT2DSysMatrix(imgsize, theta, projsize) Rendszermátrixot generál a megadott paraméterek felhasználásával. Az *imgsize* paraméter adja meg, hogy mekkora a képtér (négyzetes), a *theta* a radon-nál megismert projekciós szögeket tartalmazó vektor, *projsize* pedig egy-egy projekció mérete (ha nincs megadva, vagy 0, akkor a radon függvényvel kompatibilis detektor-méretet választ). **Figyelem!** A parancs által készített rendszermátrix $imgsize^2 \cdot projsize \cdot size(theta, 2)$ elemből áll és minden eleme 8 bájtot foglal el. Számolja ki, hogy mennyi memóriára lesz szüksége a rendszermátrix elkészítéséhez, mielőtt használja a parancsot! (Például (128, 0:3:179, 0) paraméterekkel 1.4 GB memóriára van szükség.)

A = SPECT2DRRSysMatrix(imgsize, theta, projsize, psfA, psfB, sigmaIntr, ror, step) Rendszermátrixot készít a távolságfüggő elkenés szimulálásával. *psfA* és *psfB* a kollimátorra jellemző Gaussos elmosás paraméterei, *sigmaIntr* a kristályra jellemző elmosás, *ror* a kamera forgási sugara és végül *step* a kép voxeleinek, illetve a szinogram pixeleinek mérete (mm-ben megadva).

Tipikus paraméterek LEHR kollimátorra:

```
imgsize = 64
theta = 0 : 3 : 179
psfA = 0.97030 mm
psfB = 0.017239
sigmaIntr = 2.0 mm
ror = 280 mm
step = 6.0 mm
```

P = SPECT2DForwardProjSM(img, A, [thetaIDs]) Az *A* rendszermátrixot használva elkészíti a megadott *img* kép szinogramját. A *thetaIDs* vektorral azon vetületek sorszámaát lehet megadni, amelyekre az előrevetítést alkalmazzuk: ilyenkor csak ezek szerepelnek a *P* szinogramban.

R = SPECT2DBackwardProjSM(P, A, [thetaIDs]) Az *A* rendszermátrixot használva elkészíti a megadott *P* vetületek visszavetítését a képtérbe. Ha *P* nem tartalmazza az összes, *A*-ban definiált irányú vetületet, akkor a *thetaIDs* paraméterrel kell megadni az irányok sorszámaát.

R = SPECT2DMLEMSM(P, A, iter, [img]) A P szinogramból az A rendszermátrix és az ML-EM algoritmus segítségével rekonstruálja a képet, $iter$ iterációban. Ha img is adott, akkor ebből a képből indul ki és nem a csupa 1-esekből, így folytathatunk egy korábbi rekonstrukciót további $iter$ számú iterációval.

R = SPECT2DOSEMSM(P, A, iter, subsets, [img]) A P szinogramból az A rendszermátrix és az OS-EM algoritmus segítségével rekonstruálja a képet, $iter$ iterációban, $subsets$ blokkra osztva a projekciókat. Ha img is adott, akkor ebből a képből indul ki és nem a csupa 1-esekből, így folytathatunk egy korábbi rekonstrukciót további $iter$ számú iterációval.

Az OS-EM algoritmus az ML-EM egy gyorsított változata, amely $subsets$ részre bontja a projekciók sorozatát: egy-egy rész egy olyan SPECT felvétel lesz, amely a projekciók $1/subsets$ részét tartalmazza. Ezen a részfelvételek felhasználásával egy-egy ML-EM algoritmust futtatunk (mindegyik részre 1 ML-EM iterációt), egy-egy OSEM iterációs lépésben az összes részhalmazt felhasználjuk. Az ML-EM-mel ellentétben az OSEM-ről nem bizonyították be, hogy a megoldáshoz konvergál, zajosabb képet eredményez, de eleinte gyorsabb a konvergencia. A $subsets$ ek számát úgy határozzuk meg, hogy legalább 16 vetületi kép legyen egy-egy részben!

Feladatok

SM-1 Készítsen egy rendszermátrixot a fenti SPECT rendszerhez (ideális kollimátort feltételezve, a *SPECT2DSystemMatrix* fv. segítségével)! A detektor felbontása legyen azonos a Radon transzformáció által használttal (azaz $projsize := 0$). Hozzon létre egy forrásképet (64×64) egyetlen forrásponttal, majd készítsen erről egy szimulált „mérést” Radon transzformációval is, és a fenti *SPECT2DForwardProjSM* függvénnyel is! Hasonlítsa össze a két szinogramot!

Hogyan változik a kép, ha a távolságfüggő elkenést is szimuláljuk? (Használja a *SPECT2DRRSystemMatrix* függvénnyel készített rendszermátrixot az előrevetítésnél!)

***ART-1** Írjon egy olyan képrekonstrukciós eljárást az ART algoritmussal, amely a Radon-transzformált vetületi képekből vissza tudja állítani a 2D képet! Használja a fenti *SPECT2DForwardProj* és *SPECT2DBackwardProj* parancsokat a rendszermátrix helyett, a $thetaIDs$ paraméterrel kiválaszthatja azt a vetületet, amelyikkel számolni kell!

Rekonstruáljon egy képet az ART algoritmussal és vizsgálja meg a képet az iteráció függvényében! (Változik a rekonstrukció sebessége, ha más sorrendben vesszük figyelembe a vetületi képeket, például nem sorban haladunk, hanem az első után a középsőt, aztán a másodikat, középső utánit ... stb. vesszük? Az iteráció sebességének becsléséhez lásd a következő blokk *ImageDistance_* függvényeit, illetve az MLEM-3 feladatot.)

.....

Beépített rendszermátrix használata

Matlab parancsok

S = SPECT2DSystem(imgsize, theta, projsize, psfA, psfB, sigmaIntr, ror, step)
Rendszerleíró készíti a berendezéshez, amelyet az alábbi parancsok használnak majd.

$psfA$ és $psfB$ a kollimátorra jellemző Gaussos elmosás paraméterei, σ_{intr} a kristályra jellemző elmosás, r_{or} a kamera forgási sugara és végül $step$ a kép voxeleinek, illetve a szinogram pixeleinek mérete (mm-ben megadva).

Tipikus paraméterek LEHR kollimátorra:

$$\begin{aligned}imgsize &= 128 \\theta &= 0 : 3 : 359 \\psf_a &= 0.97030 \text{ mm} \\psf_b &= 0.017239 \\\sigma_{intr} &= 2.0 \text{ mm} \\r_{or} &= 280 \text{ mm} \\step &= 3.0 \text{ mm}\end{aligned}$$

P = SPECT2DForwardProj(img, S) Az S rendszerleíró használva elkészíti az img kép előrevetített képét.

P = SPECT2DForwardProj(img, S, thetaIDs) Ha megadjuk a θIDs vektort, akkor csak az általa megadott vetületeit számítja ki. Például ha minden negyedik vetületet szeretnénk csak megkapni, akkor használjuk a $P = \text{SPECT2DForwardProj}(img, S, 1:4:60)$ parancsot (feltéve, hogy a rendszer összesen 60 projekciós képet készít).

img = SPECT2DBackwardProj(P, S) Az S rendszerleíró használva elkészíti a projekciós képsorozatból a visszavetített képet.

img = SPECT2DBackwardProj(P, S, thetaIDs) Ha P nem tartalmazza az összes, S -ben definiált vetületi irányt, akkor az irányokat a θIDs vektorral kell megadni, az előrevetítéshez hasonlóan.

R = SPECT2DMLEM(P, S, iter, [img]) A P szinogramból az S rendszerleíró és az ML-EM algoritmus segítségével rekonstruálja a képet, $iter$ iterációban. Ha img is adott, akkor ebből a képből indul ki és nem a csupa 1-esekből, így folytathatunk egy korábbi rekonstrukciót további $iter$ számú iterációval.

R = SPECT2DOSEM(P, S, iter, subsets, [img]) A P szinogramból az S rendszerleíró és az OS-EM algoritmus segítségével rekonstruálja a képet, $iter$ iterációban. Ha img is adott, akkor ebből a képből indul ki és nem a csupa 1-esekből, így folytathatunk egy korábbi rekonstrukciót további $iter$ számú iterációval.

d = ImageDistance_CC(ref, img).

d = ImageDistance_L2(ref, img).

Két kép hasonlóságát mérő számot számítanak ki. A CC norma nem érzékeny az aktivitáshelyességre, csupán a képek hasonlóságát vizsgálja. Az L2 norma a „szokásos” módon definiált:

$$d = 100 \cdot \sqrt{\frac{\sum_v (ref_v - img_v)^2}{\sum_v ref_v^2}}.$$

Feladatok

MLEM-1 Hozzon létre egy rendszerleíró a fenti SPECT rendszerhez (a *projsize* megint legyen 0)! Készítse el valamelyik forrásfájl (Shepp–Logan, Derenzo) előre-vetített képét a *SPECT2DForwardProj* függvénnyel, majd rekonstruálja a képet Radon transzformációval és MLEM-mel is (10-20 iteráció)! Mit tapasztal?

MLEM-2 Készítsen egy képsorozatot különböző iterációs szám mellett! Hogyan változik a kép az iterációs szám növelése mellett? (Próbáljon meg **for** ciklust használni és az *MLEM és *OSEM függvényeknek adja meg a korábbi iterációknál kapott képet, mint kiindulási forrás-eloszlást! Célszerű a következő feladatot is beépíteni a ciklusba, így csak egyszer kell lefuttatni a rekonstrukciókat.)

MLEM-3 Készítsen CC és L^2 görbék az iteráció függvényében ML-EM és OSEM algoritmussal is! (Ha túl lassan futna, akkor próbáljuk meg inkább 64×64 -es felbontásban!) Milyen a konvergencia sebessége?

Tipp: az MLEM és OSEM függvényeknél megadható a kezdőkép, így célszerű olyan for ciklust összerakni, amely csak 1-1 iterációt futtat le mindig, az előző eredményét felhasználva. Az utolsó paraméterrel célszerű kikapcsolni az állapotjelzőt.

MLEM-4 Ismételje meg az MLEM-1–3. feladatokat zajjal terhelt felvétel esetén is!

***MLEM-5** Írjon egy olyan Matlab függvényt, amely kiszámítja a log-likelihood függvény értékét adott rekonstrukciós kép és mérési adatok esetén! Ábrázolja is a görbét az iteráció függvényében!

.....

Elnyelés szimulálása

Matlab parancsok

```
P = SPECT2DAttenuatedForwardProj( img, S, mumap, [thetaIDs]).
img = SPECT2DAttenuatedBackwardProj( P, S, mumap, [thetaIDs]).
R = SPECT2DAttenuatedMLEM( P, S, mumap, iter, [img] ).
R = SPECT2DAttenuatedOSEM( P, S, mumap, iter, subsets, [img] ).
```

Az előző függvények kiegészítve az elnyelési korrekcióval. A paraméterezés és a működés ugyanaz, de meg kell adni az elnyelési térképet is: *mumap* az *img* méreteivel megegyező kép, amelynek minden pixele az anyagra jellemző lineáris gyengítési együtthatót ($[cm^{-1}]$) tartalmazza. (A lineáris gyengítési együttható értéke függ az anyagtól, a sűrűségétől és a foton energiájától is, értékét táblázatokból lehet meghatározni, például: <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>.)

Feladatok

ATT-1 Készítsen elnyeléses szimulációt a gyűrű fantommal!

A *phantom-ring-128x128* forrást és *attenuation-cyl-128x128* elnyelési térképet használja! Rekonstruálja a vetületet iradon-nal, és OSEM-mel is! Mit tapasztal?

ATT-2 Rajzoljon ismét CC és L^2 görbékét az iteráció függvényében OSEM esetén!

.....

Valódi mérési adatok

Kalibráció* Adott egy kalibrációs mérési sorozat, amely egy UHR kollimátoros SPECT detektorral készült. A mérés során egy aktivitással teli kapillárist helyeznek el a detektortól bizonyos távolságra és ennek a vonalforrásnak a képét rögzítik. A `psf_gate.raw` fájlban a detektortól rendre 255:-20:15 mm távolságra lévő, 1024×1024 felbontású képeket talál (összesen 13 vetületi kép). A pixelek mérete 0.2×0.2 mm. Határozza meg a detektor psf_a , psf_b és σ_{intr} paramétereit!

NCAT* A `sinogram-ncat-128x128.raw` fájl az NCAT fantomról készült szimuláció egy szelete, amely az összes fizikai hatást tartalmazza (elnyelés, szórás, a szimuláció a GATE programmal készült (<http://www.opengatecollaboration.org/>)). A paraméterek az alábbiak:

$imgsize = 128$
 $projsize = 128$
 $theta = 0 : (360/128) : 359$
 $psf_a = 0.97030$ mm
 $psf_b = 0.017239$
 $\sigma_{intr} = 0.0$ mm
 $ror = 281$ mm
 $step = 3.0$ mm

Az elnyelési térkép az `attenuation-ncat-128x128.raw` fájlban van.
Próbálja meg rekonstruálni a forrást!