Atividade 2

1. Se (M, d) é um espaço métrico, com d a métrica zero-um, determine explicitamente $B_r(a), B_r[a]$ e $S_r(a)$, onde $S_r(a) = B_r[a] \setminus B_r(a)$, para $r < 1, r = 1$ e $r > 1$.

2. Mostre que todo conjunto finito de pontos, num espaço métrico, é sempre limitado.

3. Sejam (X, d) e (Y, d') espaços métricos. Dizemos que uma função $f : X \to Y$ é **uniformemente contínua** se, para qualquer $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que, dados $a, b \in X$, se $d(a, b) < \delta$, então $d'(f(a), f(b)) < \varepsilon$. Mostre que:

   (a) Toda função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, é uniformemente contínua (na métrica usual de $\mathbb{R}$);

   (b) Toda função uniformemente contínua é contínua;

   (c) A função $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ (todos com a métrica usual de $\mathbb{R}$) dada por $f(x) = \frac{1}{x}$ é contínua em $(0, +\infty)$ mas não é uniformemente contínua em $(0, +\infty)$.