



# Operaciones de Procesamiento de Imágenes

II Unidad

Ms. Ing. Liz Sofia Pedro H.



# Contenidos.

1. Morfología matemática.
2. Filtros
3. Detección de bordes.
4. Mejoramiento del contraste.



# 1. MORFOLOGÍA MATEMÁTICA



## 1.1. Historia

- En 1964, Georges Matheron investigaba las relaciones entre la geometría de medios porosos y su permeabilidad; y
- Jean Serra trabajaba en cuantificar la composición y estructura petrográfica de minerales de hierro.
- Matheron formuló y analizó los conceptos de erosión y dilatación que (base de la morfología matemática)



## 1.1. Historia (Cont.)

- Su éxito se debe a aspectos prácticos y teóricos:
  - *Práctica.* los resultados de muchos operadores morfológicos se pueden explicar en términos de características geométricas y topológicas de las imágenes a procesar.
  - *Teórico.* basado en un marco teórico sólido para el estudio de las propiedades algebraicas de los operadores.



## 1.2. Definición

- La morfología matemática se basa en operaciones de teoría de conjuntos
- Los conjuntos en morfología matemática representan a los objetos en la imagen.
- La morfología matemática permite extraer componentes de imagen que son útiles en la representación y descripción de la forma de la región.



## 1.2. Definición (Cont.)

- La morfología matemática representan objetos en una imagen:
  - *Imagen binaria.* El elemento del conjunto es la coordenada  $(x, y)$  del píxel pertenecen al objeto a  $Z^2$ .
  - *Imagen en escala de grises.* El elemento del conjunto son las coordenadas  $(x, y)$  de píxel pertenecen al objeto y los niveles de gris a  $Z^3$ .



## 1.2. Definición (Cont.)

- Las operaciones de morfología matemática son utilizadas para:
  - La eliminación de regiones pequeñas que muchas veces son originadas por el ruido.
  - El relleno de pequeños agujeros en regiones.
  - La extracción de determinados rasgos de la imagen.
  - La descomposición de figuras con formas complejas en sus partes más significativas, eliminando aquellas no relevantes.
- Se tratará la morfología matemática binaria.

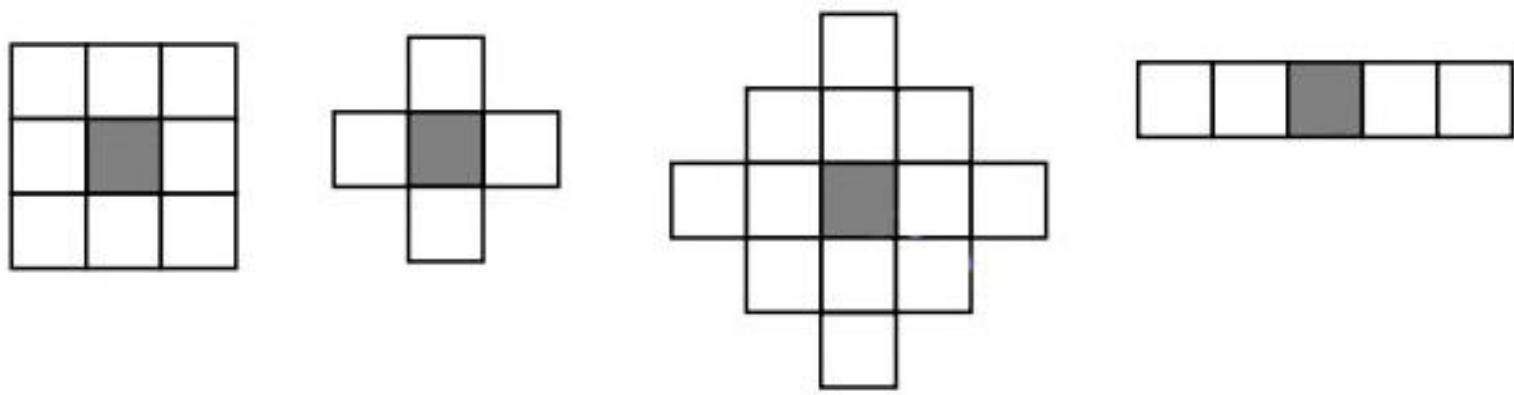


## 1.3. El elemento estructurador: SE

- También llamado elemento estructural (structuring element).
- Es un pequeño conjunto (plantilla) que recorrerá la imagen.
  - Para cada SE, definir origen.
  - La forma y el tamaño deben adaptarse a las propiedades geométricas de los objetos:
    - Puntos
    - Línea
    - Cruz
    - Cuadrado, etc.
  - Normalmente es simétrico, convexo e conexo o conectado.

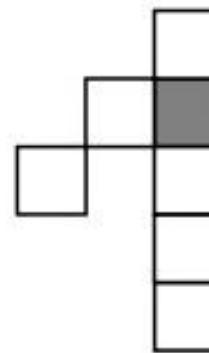


## 1.3. El elemento estructurador: SE (Cont.)





## 1.3. El elemento estructurador: SE (Cont.)



No siempre



## 1.4. Dilatación.

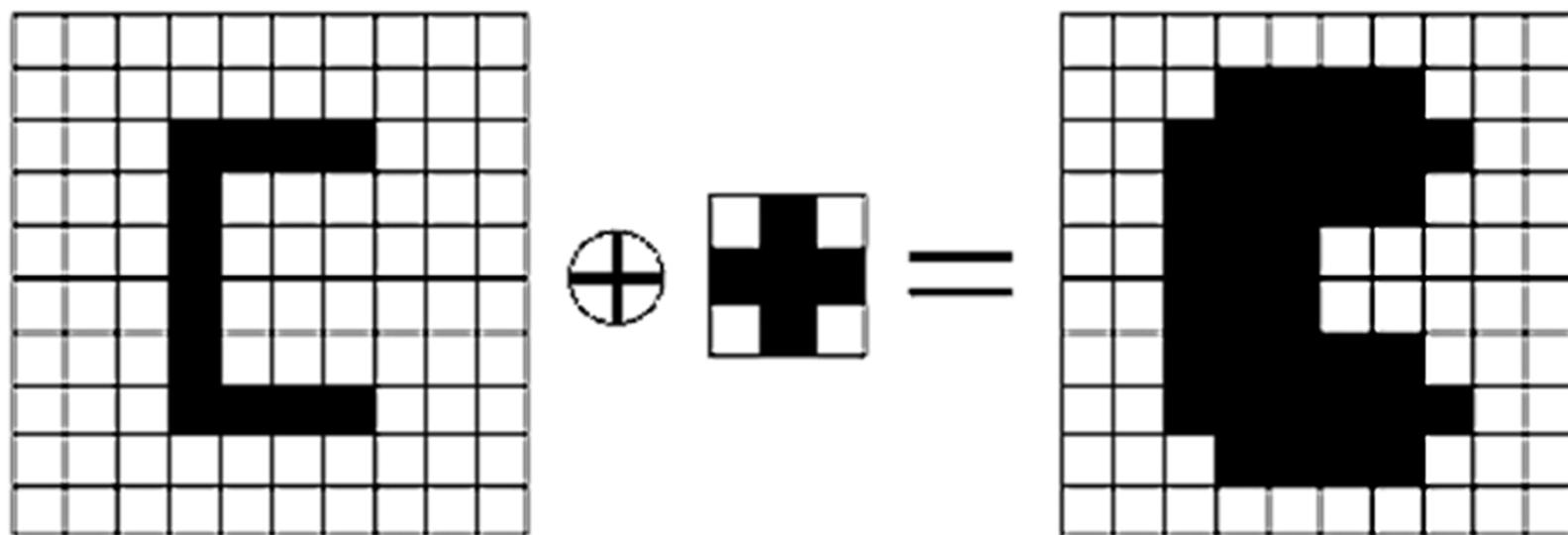
- La dilatación de un conjunto  $X$  por un elemento estructurante  $E$  se define como el lugar geométrico de los puntos  $x$  es tal que  $E$  intercepta con  $X$  cuando su origen es colocado en  $x$ :

$$X \oplus E = \{c \mid c = a + b \text{ para algun } a \in X \text{ y } b \in E\}$$

- La dilatación combina los dos conjuntos, obteniendo el conjunto de todos los posibles vectores suma de pares de elementos, uno procedente de A y el otro de B

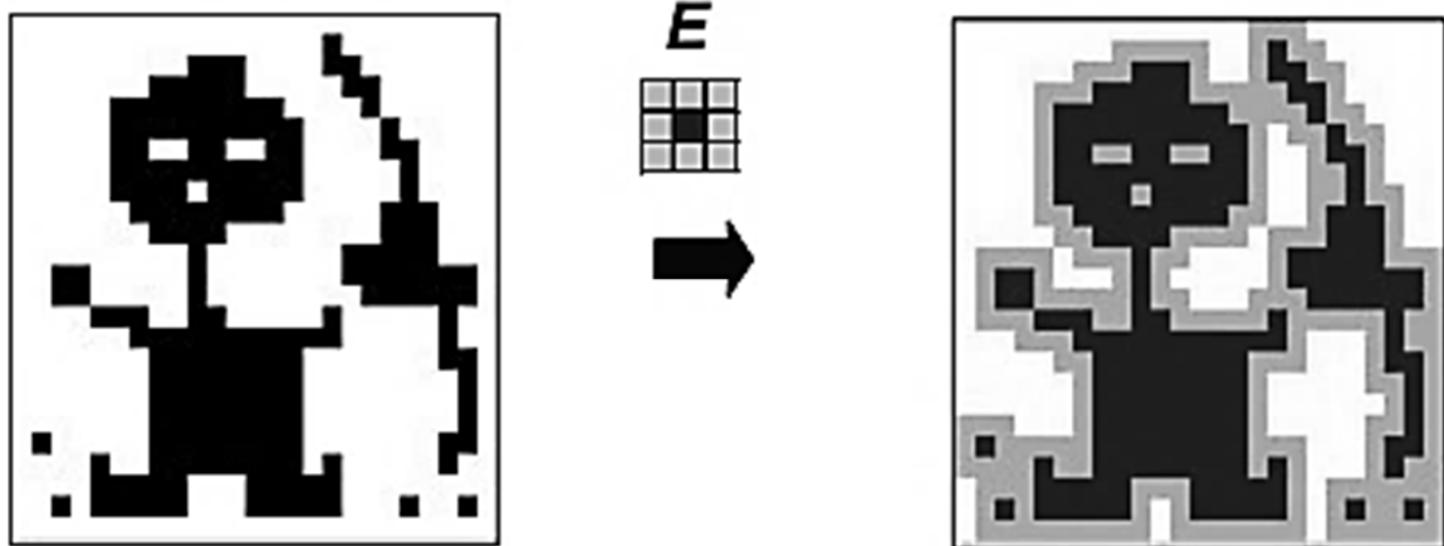


## 1.4. Dilatación (Cont.)



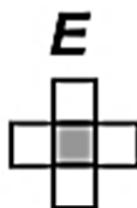


## 1.4. Dilatación (Cont.)





## 1.4. Dilatación (Cont.)



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



*R. C. Gonzalez, R. E. Woods, Digital Image Processing. Prentice Hall, 2002.*



## 1.4. Dilatación (Cont.)

- La dilatación aumenta el tamaño de las regiones.
- Útil para llenar agujeros o cuando interesa unir regiones próximas que en la imagen se han podido separar por una deficiente binarización.
- Consiste en desplazar el elemento estructurador por toda la imagen y cada vez que el origen del elemento estructurador coincide con un píxel de valor 1 de la imagen original se activan todos los píxeles debajo de él que se intercepten con el SE.



## 1.4. Dilatación (Cont.)

□ Propiedades:

- Commutativa:

$$A \oplus B = B \oplus A$$

- Asociativa:

$$(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$$



## 1.5. Erosión.

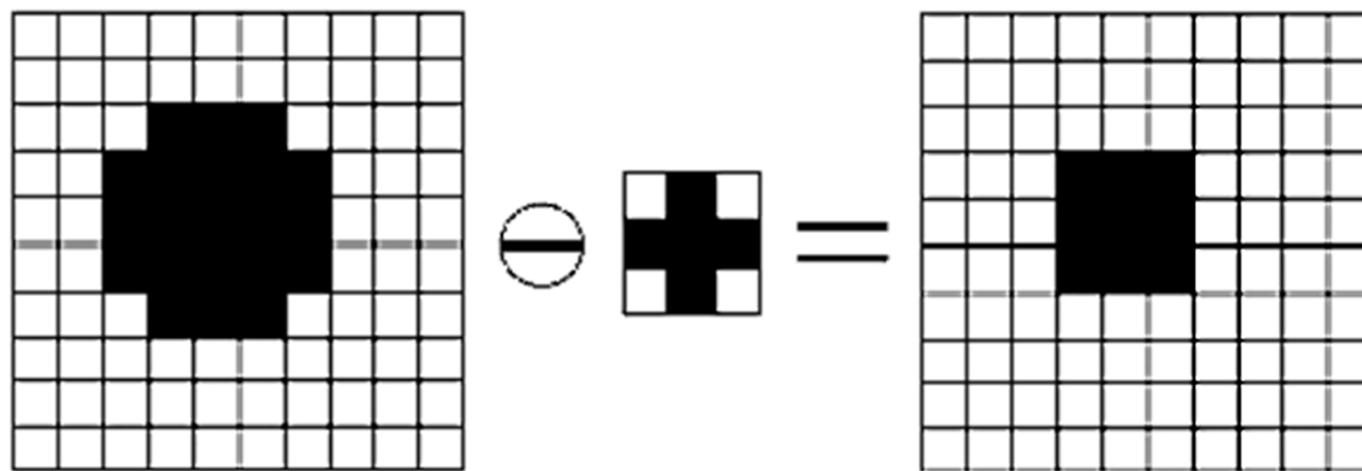
- La erosión de un conjunto  $X$  por un elemento estructurante  $E$  se define como :

$$X \ominus E = \{c \mid c + b \in X \text{ para todo } b \in E\}$$

- Recorrer  $X$  usando  $E$ , copiar cuando  $E$  toque algún pixel del objeto.

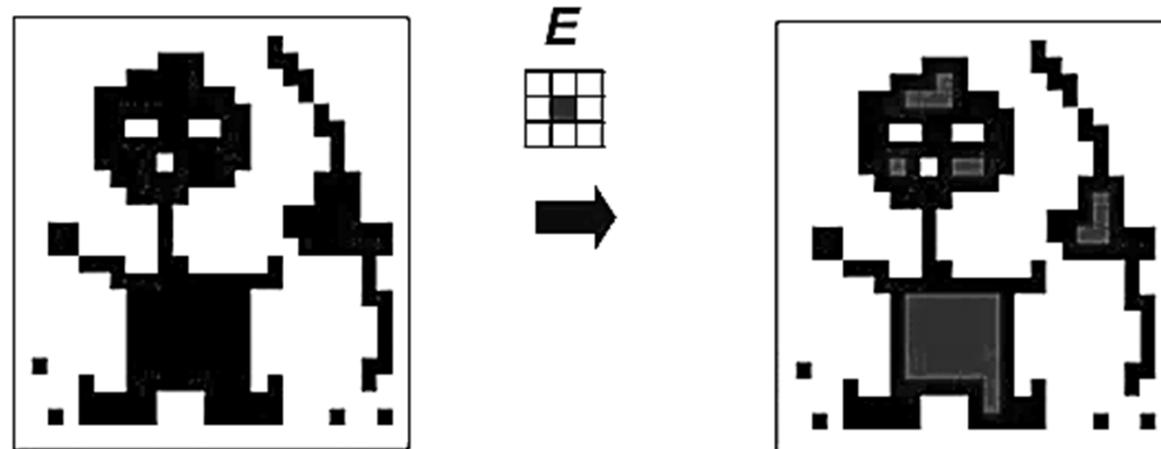


## 1.5. Erosión (Cont.)





## 1.5. Erosión (Cont.)





## 1.5. Erosión (Cont.)

- La erosión permite:
  - Eliminar los componentes conectados más pequeños que E.
  - Eliminar capas estrechas.
  - Agrandar agujeros.
  - Adelgazar objetos.
- Consiste en desplazar el elemento estructurador por toda la imagen y cada vez TODOS los píxeles activos del elemento estructurador coinciden con un píxel de valor 1 de la imagen original se activa el píxel debajo del origen.



## 1.5. Erosión (Cont.)

□ Propiedades:

- No es commutativa:

$$A \ominus B \neq B \ominus A$$

- No es asociativa:

$$(A \ominus B) \ominus C \neq A \ominus (B \ominus C)$$



## 1.6. Apertura.

- La apertura se define como una erosión seguida de una dilatación:

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

- Suaviza los bordes de los objetos en una imagen.
- Los objetos menores que SE desaparecen, como el ruido, mientras que los demás objetos permanecen intactos



## 1.6. Apertura (Cont.)





## 1.6. Apertura (Cont.)

- La apertura permite:
  - Elimina las protuberancias
  - Rompe cuellos
  - Suaviza el contorno
- Puede realizarse en composición con otras operaciones morfológicas.



## 1.7. Clausura.

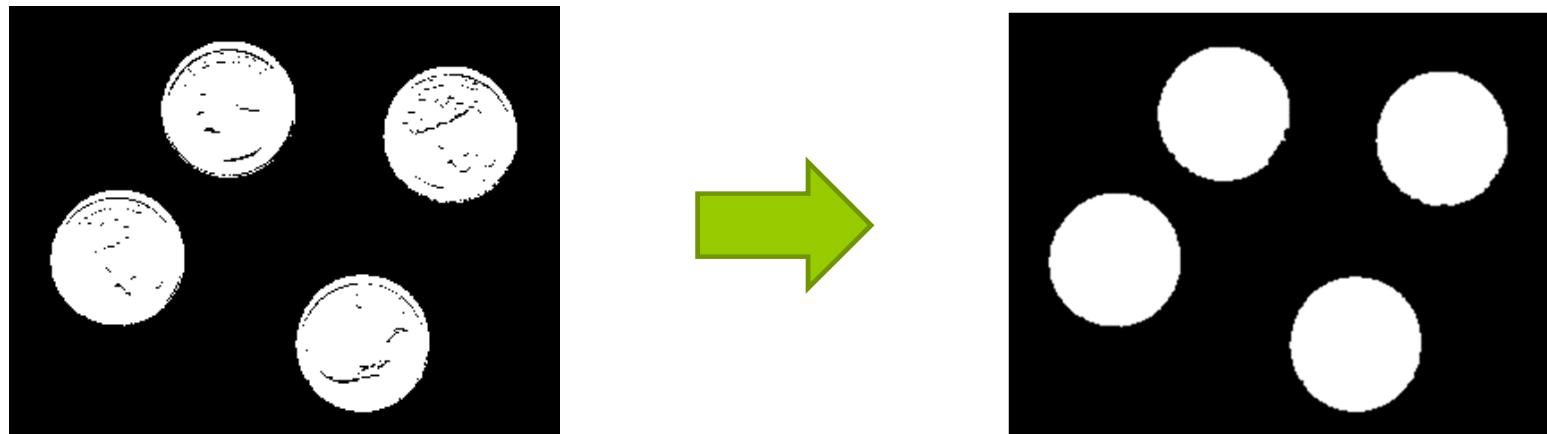
- La clausura o cierre se define como una dilatación seguida de una erosión:

$$A \cdot B = (A \oplus B) \ominus B$$

- Se usa para llenar pequeños agujeros, faltas, etc.
- Los agujeros de menor tamaño que el elemento estructural serán completados y los demás objetos no cambiaran.



## 1.7. Clausura (Cont.)





## 1.7. Clausura (Cont.)

- La clausura permite:
  - Suavizar secciones de contornos,
  - Fusionar roturas estrechas y surcos largos y delgados,
  - Elimina pequeños orificios y rellena huecos en los contornos
- Puede realizarse en composición con otras operaciones morfológicas.
- La clausura y el cierre son operaciones duales.



## 1.8. Morfología Matemática en escala de grises

- La morfología binaria se extiende a imágenes en escala de gris.
- Funciones de máximo y mínimo tono de gris en un elemento estructurador.
- La dilatación viene dada por:

$$G(x, y) = \max_{(i,j)} \{I(x+i, y+j) + E(i, j)\}$$

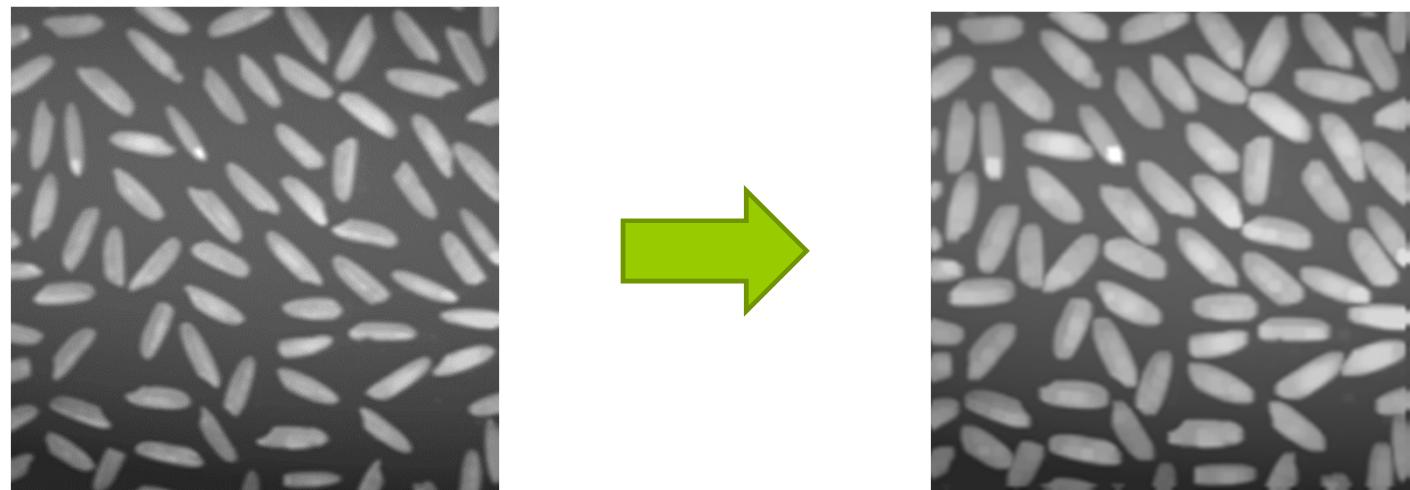
- La erosión viene dada por:

$$G(x, y) = \min_{(i,j)} \{I(x+i, y+j) - E(i, j)\}$$



## 1.8. Morfología Matemática en escala de grises (Cont.)

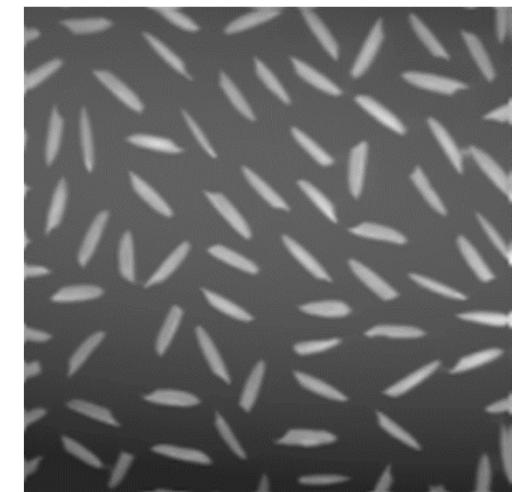
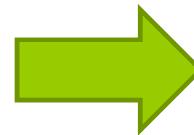
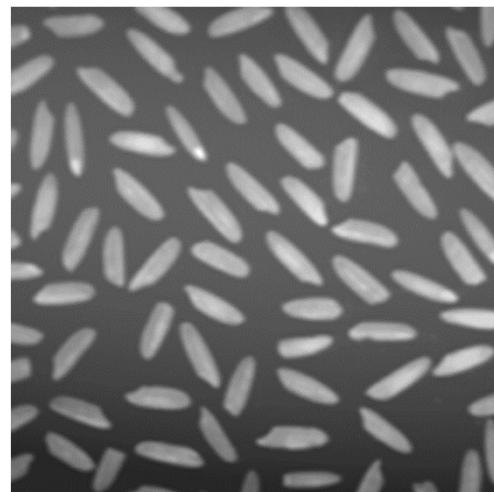
- Dilatación.





## 1.8. Morfología Matemática en escala de grises (Cont.)

- Erosión.





## 2. FILTRADO



## 2.1. Ruido

- Son las perturbaciones originadas en el proceso de adquisición (sensores) y transmisión (interferencias en canal de transmisión) de la imagen que modifican los niveles de gris contaminando la información de la escena. Es decir, la información no deseada que contamina la imagen.

$$g(x, y) = f(x, y) + r(x, y)$$



## 2.1.1. Tipos de Ruido

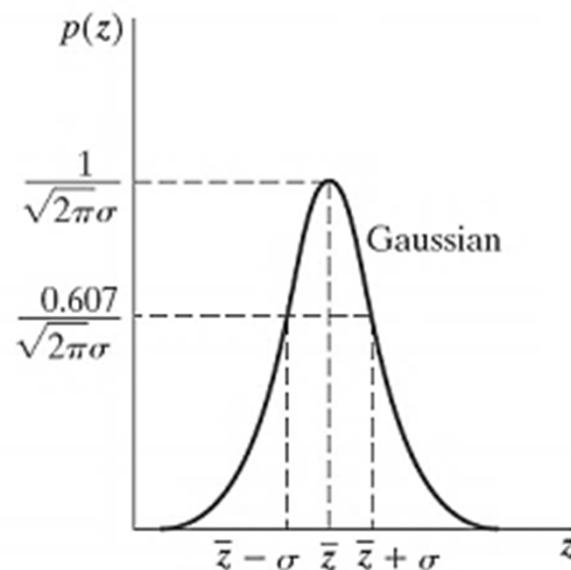
### □ *Ruido Gaussiano.*

- Es el más común.
- Modela el ruido producido por los circuitos electrónicos o ruido de los sensores por falta de iluminación y/o altas temperaturas.
- Muestra una densidad de probabilidad que responde a una distribución normal (o distribución de Gauss).
- La intensidad de todos los píxeles se ve afectada.
- Llamado ruido normal.



## 2.1.1. Tipos de Ruido (Cont.)

- *Ruido Gaussiano.*





## 2.1.1. Tipos de Ruido (Cont.)

- *Ruido Gaussiano.*

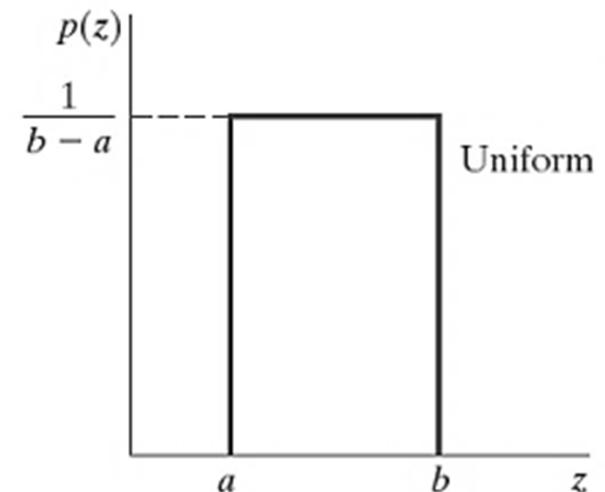




## 2.1.1. Tipos de Ruido (Cont.)

### □ *Ruido uniforme.*

- Toma valores en un determinado intervalo de forma equiprobable.
- Se da en un menor número de situaciones reales.





## 2.1.1. Tipos de Ruido (Cont.)

□ *Ruido uniforme.*





## 2.1.1. Tipos de Ruido (Cont.)

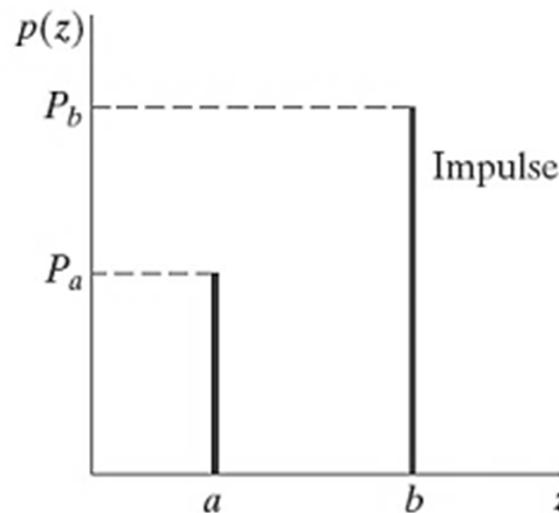
### □ *Ruido sal y pimienta.*

- Se produce normalmente en la cuantificación que se realiza en el proceso de digitalización.
- En las zonas clara aparecerán puntos oscuros y en las zonas oscuras se visualizaran puntos claros asemejando a sal y pimienta.
- Llamado ruido impulsivo.



## 2.1.1. Tipos de Ruido (Cont.)

- *Ruido sal y pimienta.*





## 2.1.1. Tipos de Ruido (Cont.)

- *Ruido sal y pimienta.*





## 2.3. Definición

- Es uno de las principales operaciones de procesamiento de imagen y permite obtener una serie de objetivos tales como:
  - Suavizar la imagen: reducir las variaciones de intensidad entre píxeles vecinos.
  - Eliminar ruido: modificar aquellos píxeles cuyo nivel de intensidad es muy diferente al de sus vecinos.
  - Realzar la imagen: aumentar las variaciones de intensidad, allí donde se producen.
  - Detectar bordes: detectar aquellos píxeles donde se produce un cambio brusco en la función intensidad.



## 2.3. Definición (Cont.)

- Una imagen se puede filtrar en el *dominio del espacio*, trabajando directamente sobre los píxeles de la imagen, o en el *dominio de la frecuencia*, donde las operaciones se llevan a cabo en la transformada de Fourier de la imagen.
- Las operaciones espaciales de filtrado se definen en un entorno de vecindad del punto a transformar  $(x,y)$ .



## 2.3. Definición (Cont.)

- Los filtros del dominio del espacio se clasifican en:
  - lineales y
  - no lineales.
- En base a su objetivo se pueden dividir en:
  - filtros de suavizado y
  - filtros de realce.



## 2.4. La Convolución

- La convolución se define por:

$$G(x, y) = \sum_{i \in \vartheta} \sum_{j \in \vartheta} I(x - i, y - j)w(i, j)$$

- Para este proceso se requiere de  $w$  llamada núcleo de convolución.



## 2.4.1. El núcleo de Convolución

□ Llamado máscara.

$$G(x, y) = w_{1,1}I_{x-1,y-1} + w_{1,2}I_{x,y-1} + w_{1,3}I_{x+1,y-1} + w_{2,1}I_{x-1,y} + w_{2,2}I_{x,y} + \\ w_{2,3}I_{x+1,y} + w_{3,1}I_{x-1,y+1} + w_{3,2}I_{x,y+1} + w_{3,3}I_{x+1,y+1}$$

|           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|
| $w_{1,1}$ | $w_{1,2}$ | $w_{1,3}$ |
| $w_{2,1}$ | $w_{2,2}$ | $w_{2,3}$ |
| $w_{3,1}$ | $w_{3,2}$ | $w_{3,3}$ |

|               |             |               |
|---------------|-------------|---------------|
| $I_{x-1,y-1}$ | $I_{x,y-1}$ | $I_{x+1,y-1}$ |
| $I_{x-1,y-1}$ | $I_x,y$     | $I_{x+1,y}$   |
| $I_{x-1,y+1}$ | $I_{x,y+1}$ | $I_{x+1,y+1}$ |



## 2.5. Filtros de Suavizamiento

- Eliminar o reducir el ruido
- La imagen se hace borrosa.
- Filtros de paso bajo : eliminan componentes de altas frecuencias y mantienen las de bajas frecuencias
- Dentro de los filtros de suavizado se encuentran
  - Media o Promedio
  - Mediana
  - Gaussiano



## 2.5.1. Filtro de media o promedio

- El más simple, intuitivo y fácil de implementar para suavizar imágenes.
- Se visita cada píxel de la imagen y se reemplaza por la media de los píxeles vecinos. Se puede operar mediante convolución con una máscara determinada.
- Es un filtro lineal.



## 2.5.1. Filtro de media o promedio (Cont.)

- La máscara se puede ajustar para el calculo de un promedio mediante la convolución:
- Ejemplo. Mascara de  $3 \times 3$

$$w = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

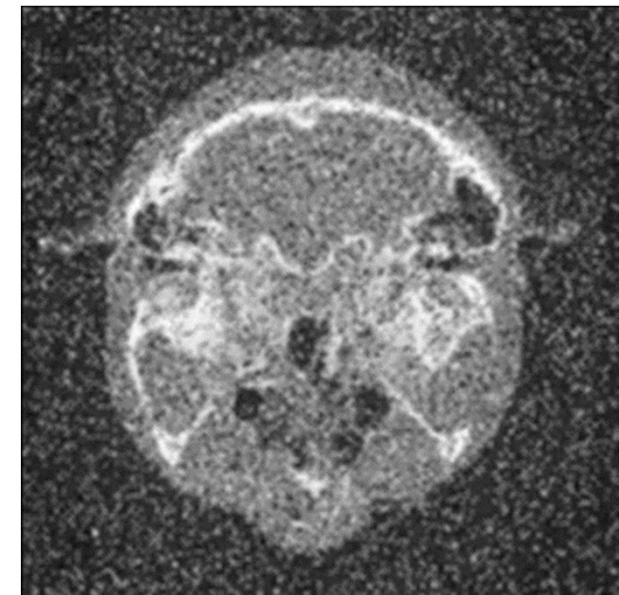
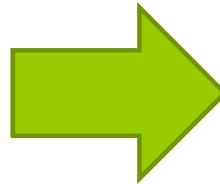
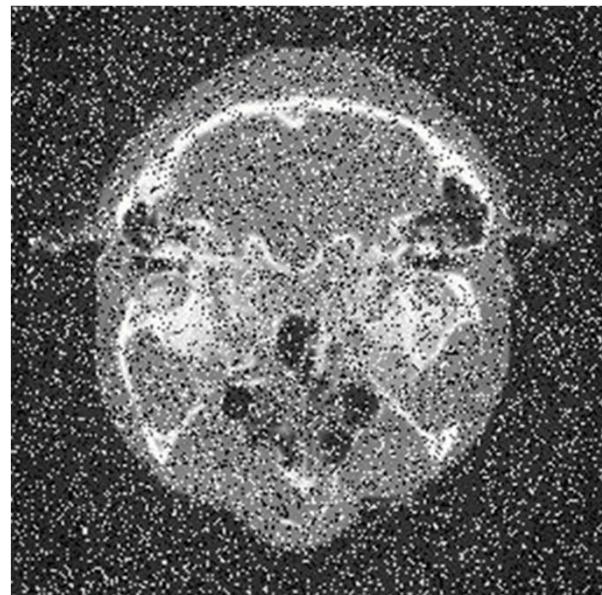


## 2.5.1. Filtro de media o promedio (Cont.)

- Implementaciones alternativas basadas en promedio:
  - *Promedio rango*, solo promedia los pixeles que se encuentran dentro de un rango teniendo como base el valor del pixel central.
  - *Pixel central* con doble peso.
- Desventajas:
  - Bastante sensible a cambios locales
  - Puede crear nuevas intensidades de grises que no aparecían en la imagen.



## 2.5.1. Filtro de media o promedio (Cont.)





## 2.5.2. Filtro mediana

- Filtros en el dominio del espacio: filtros no lineales.
- Basado en estadísticas.
- Se visita cada píxel de la imagen y se reemplaza por la mediana de los píxeles vecinos. La mediana se calcula ordenando los valores de los píxeles vecinos en orden y seleccionando el que queda en medio.

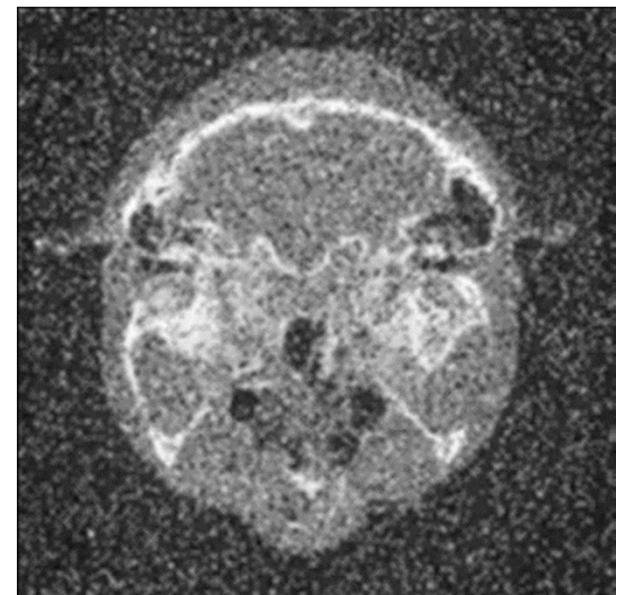
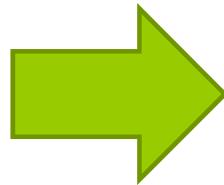
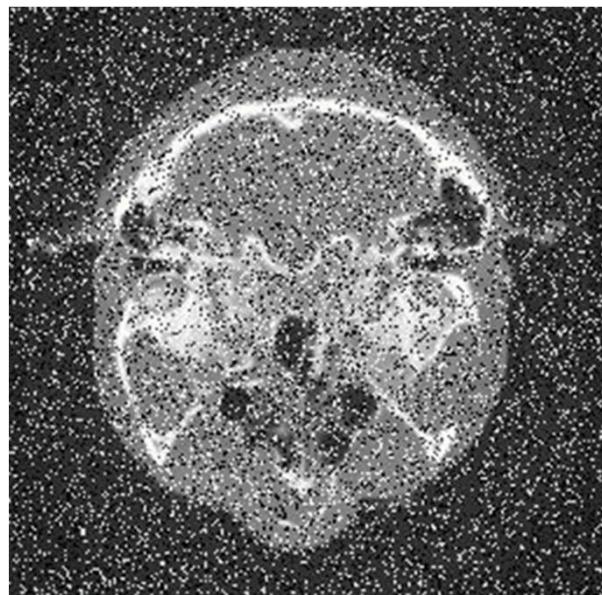


## 2.5.2. Filtro mediana (Cont.)

- Una ventaja de este filtro es que da muy buenos resultados en caso de ruido sal y pimienta.
- Desventajas:
  - Este filtro no es lineal es decir dadas dos imágenes A y B,  
 $mediana(A + B) \neq mediana(A) + mediana(B)$ ,
  - Pierden líneas finas y bordes.



## 2.5.2. Filtro mediana(Cont.)





## 2.5.3. Filtro Gaussiano

- Las ventajas del filtro gaussiano frente al filtro de media son:
  - Es separable: es decir, en lugar de realizar una convolución bidimensional, podemos realizar dos convoluciones unidimensionales.
  - Una en sentido horizontal y otra en sentido vertical.
  - El filtro gaussiano produce un suavizado más uniforme que el filtro de media.



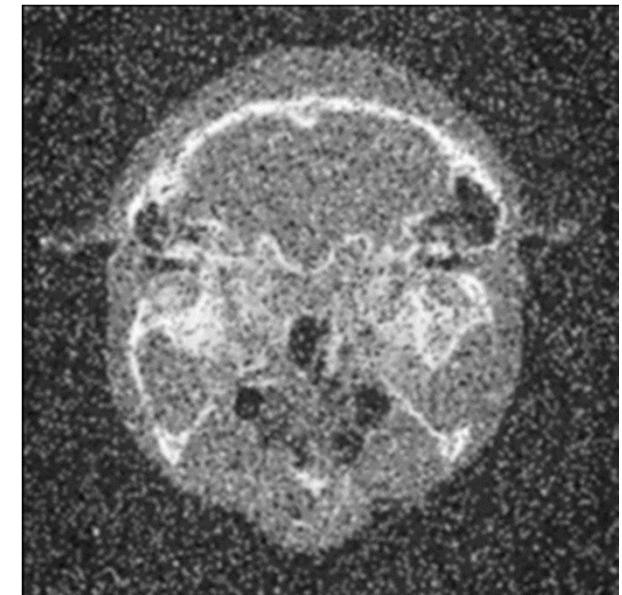
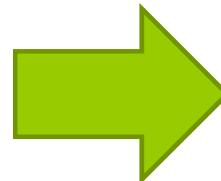
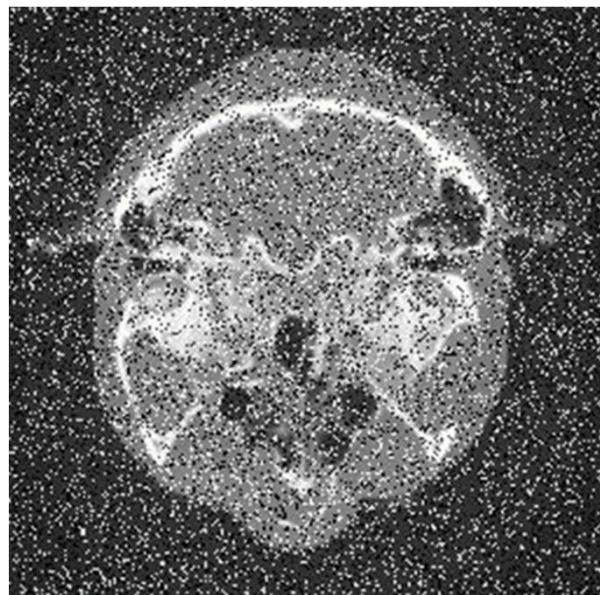
## 2.5.3. Filtro Gaussiano (Cont.)

- La máscara se puede ajustar a la distribución gaussiana.
- Ejemplo. Mascara de  $3 \times 3$

$$w = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



## 2.5.3. Filtro Gaussiano (Cont.)





## 2.6. Filtros de Realce

- Llamados filtros de paso alto.
- Realzar los detalles de una imagen que hayan podido quedar emborronados.
- Acentúa los bordes de las imágenes.
- El principal problema que surge en el realce de los detalles de la imagen o la detección de los bordes es que el ruido es colateralmente realzado.



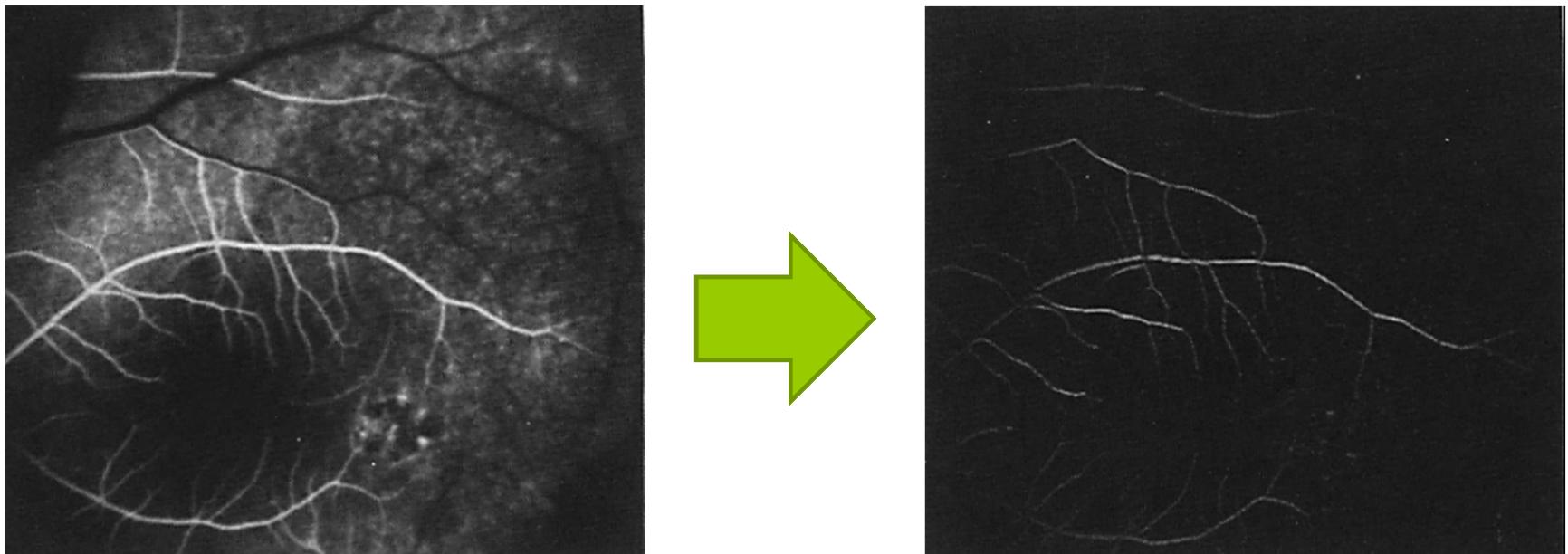
## 2.6. Filtros de Realce (Cont.)

- El núcleo o máscara de convolución cambia pues incluyendo valores positivos en el centro y negativos en la periferia.
- En los filtros de suavizamiento la suma era 1, ahora suma de los elementos de la máscara será 0.

$$w = \begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & 1 & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \end{bmatrix}$$



## 2.6. Filtros de Realce (Cont.)





## 2.6. Filtros de Realce (Cont.)

- La imagen original se puede definir como:

$$\text{Imagen original} = \text{Imagen Paso Bajo} + \text{Imagen Paso Alto}$$

- Por tanto, la imagen con filtro paso alto es igual a:

$$\text{Imagen Paso Alto} = \text{Imagen Original} - \text{Imagen Paso Bajo}$$



## 2.6.1. Filtros de énfasis de altas frecuencias: EA

- Conocido como filtro High Boost.
- Acentua las altas frecuencias y preserva las bajas.
- Para obtener una imagen con énfasis de altas frecuencias (EA), se multiplica la imagen original por una constante  $A$ , y  $A > 1$ .

$$EA = A * \text{Imagen Original} - \text{Imagen Paso Bajo}$$



## 2.6.1. Filtros de énfasis de altas frecuencias: EA (Cont.)

- En función de el filtro paso alto:

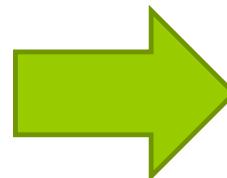
$$EA = (A - 1) * \text{Imagen Original} + \text{Imagen Paso Alto}$$

- Su representación matricial con una máscara de 3x3:

|    |          |    |
|----|----------|----|
| -1 | -1       | -1 |
| -1 | $9A - 1$ | -1 |
| -1 | -1       | -1 |



## 2.6.1. Filtros de énfasis de altas frecuencias: EA (Cont.)



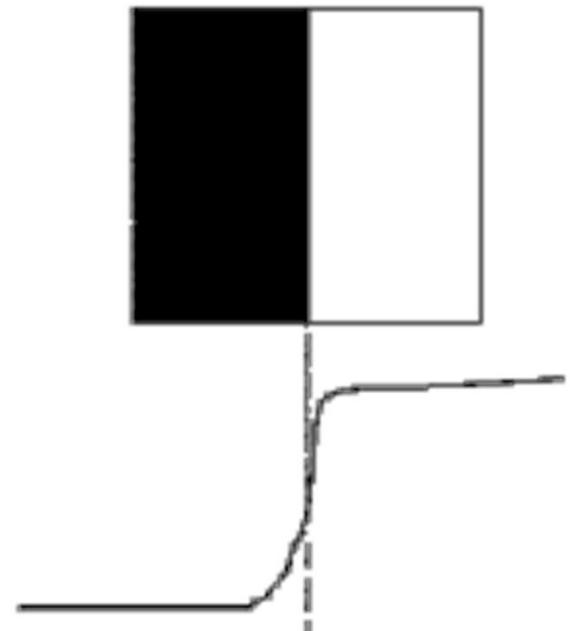


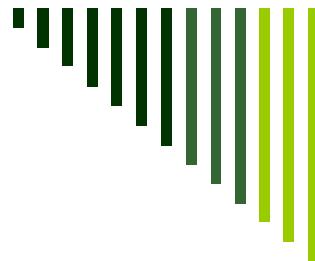
### 3. DETECCIÓN DE BORDES



## 3.1. Bordes

- Corresponden a cambios locales significativos de intensidad en una imagen.
- Un borde es una discontinuidad en la imagen (función) cuyo valor de gradiente o derivada es alto.





## 3.1. Bordes (Cont.)

- Se utiliza la derivada o diferencial.
- La derivada calcula variaciones entre un píxel y su vecindad.
- La detección de bordes es sensible al ruido pudiendo generar bordes falsos, sombreados, texturas o ruido.
- Las técnicas de detección de bordes se clasifican en:
  - Operadores de gradiente.
  - Operadores direccionales.



## 3.2. Operadores de Gradiente.

- Los operadores de gradiente son técnicas clásicas para la detección de bordes.
- El gradiente es la derivada de una función respecto a los ejes x e y.

$$\nabla f = \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) \quad \nabla f = (G_x, G_y)$$



## 3.2. Operadores de Gradiente (Cont.)

$$|\nabla f| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

$$|\nabla f| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

$$\angle \nabla f = \arctan(G_y/G_x)$$

Siendo la dirección de la gradiente perpendicular al borde



## 3.2. Operadores de Gradiente.

- Debido al coste computacional se reduce a:

$$|\nabla f| = |G_x| + |G_y|$$

$$|\nabla f(x, y)| = \begin{bmatrix} G_x & G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta f}{\Delta x} & \frac{\Delta f}{\Delta y} \end{bmatrix}$$

- $G_x$  y  $G_y$  se pueden representar por máscaras



## 3.2. Operadores de Gradiente (Cont.)

- Las máscaras correspondientes a la primera derivada no suelen utilizarse debido a que son muy sensibles al ruido al tener en cuenta solamente la información de dos pixeles.
- Las técnicas han evolucionado calcular brindando cierto efecto de suavizado, siendo menos sensibles al ruido.



## 3.2.1. Operador de Roberts

- Utiliza una máscara de 2x2.
- Al tener una vecindad pequeña es muy sensible al ruido.
- Se describe matemáticamente como:

$$G(I(i,j)) = | I(i,j) - I(i+1,j+1) | + | I(i,j+1) - I(i+1,j) |$$

donde:  $G_x = | I(i,j) - I(i+1,j+1) |$  y  $G_y = | I(i,j+1) - I(i+1,j) |$



## 3.2.1. Operador de Roberts (Cont.)

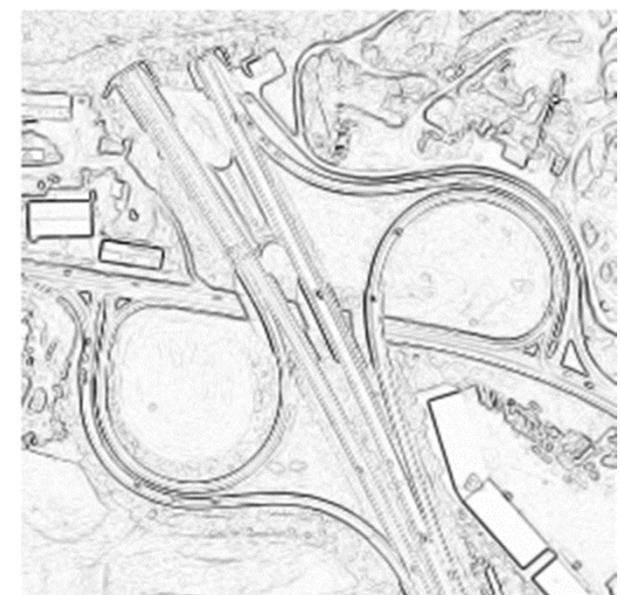
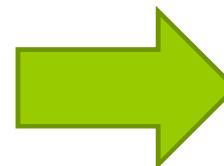
- Las máscaras usadas por el operador de Roberts son:

$$G_x = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline 0 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$G_y = \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 \\ \hline \end{array}$$



### 3.2.1. Operador de Roberts (Cont.)





## 3.2.1. Operador de Prewitt

- Evita calcular el gradiente en punto medio empleando una máscara de 3x3.

|           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|
| $I_{1,1}$ | $I_{1,2}$ | $I_{1,3}$ |
| $I_{2,1}$ | $I_{i,j}$ | $I_{2,3}$ |
| $I_{3,1}$ | $I_{3,2}$ | $I_{3,3}$ |

$$\frac{\partial f}{\partial x} = (I_{3,1} + I_{3,2} + I_{3,3}) - (I_{1,1} + I_{1,2} + I_{1,3})$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = (I_{1,3} + I_{2,3} + I_{3,3}) - (I_{1,1} + I_{2,1} + I_{3,1})$$

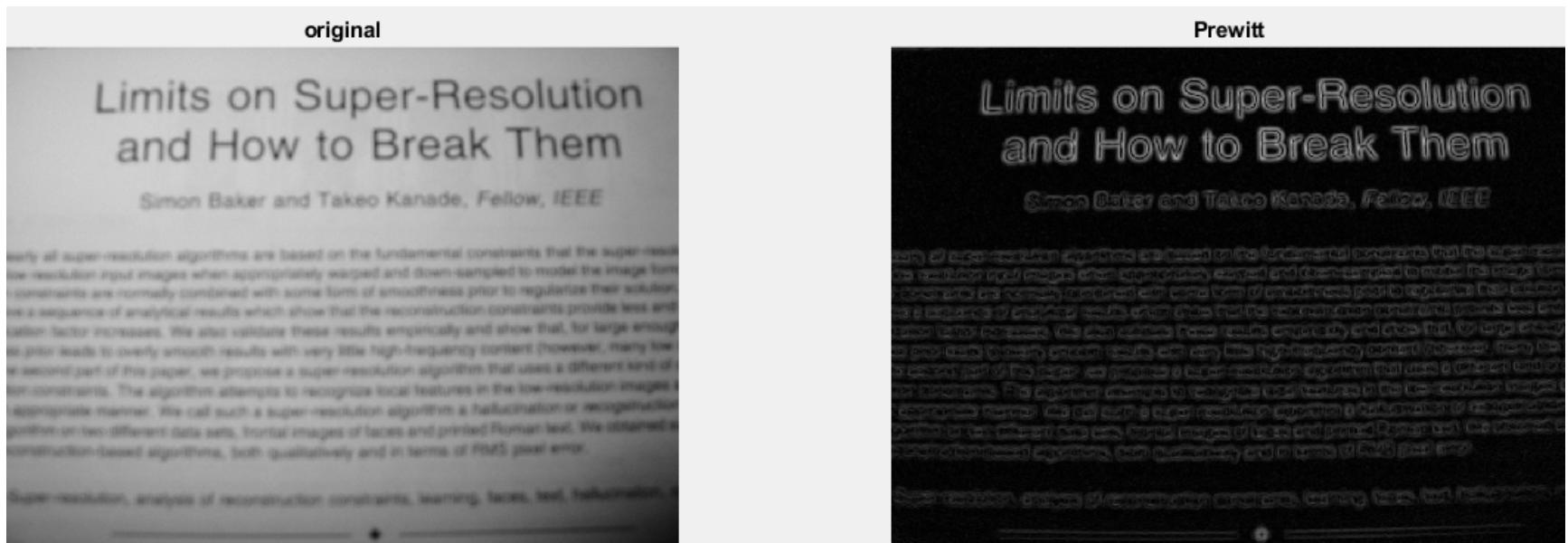


## 3.2.1. Operador de Prewitt (Cont.)

- Las máscaras de Prewitt son:

$$G_x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad G_y = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

## 3.2.1. Operador de Prewitt (Cont.)





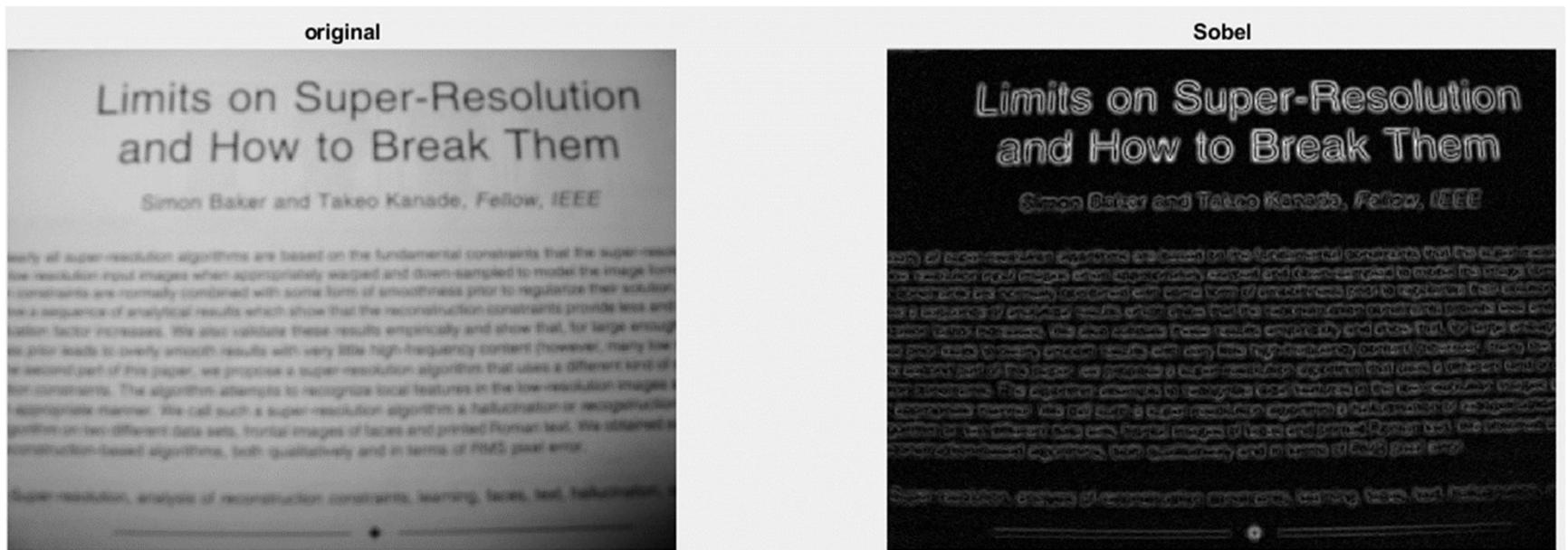
## 3.2.1. Operador de Sobel

- El operador de Sobel realiza detección de bordes brindando un suavizamiento gaussiano.

$$G_x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$
$$G_y = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 2 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$



## 3.2.1. Operador de Sobel (Cont.)





## 3.2.1. Operador de Sobel (Cont.)

