

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TRUJILLO

FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS ESCUELA PROFESIONAL DE INFORMATICA



CURSO:	Tóp. Esp en Proc. Gráfico
DOCENTE:	Ms. Ing. Pedro Human Sofia
INTEGRANTES:	Medina López Jahir Pastor Salazar Christian Salinas Grados Jhosep Sifuentes Ñiquin Victor
CICLO:	VII
FECHA:	2020

TRUJILLO – PERÚ

Tarea 1: Investigar realizar una investigación respecto a otras operaciones de morfología matemática que no fueron tratados en clase, incluir, morfología en escala de grises y a color. Describir su funcionamiento, cuando es conveniente aplicarlo ventajas y desventajas. Así mismo menciones aplicaciones resaltantes de morfología matemática indicando sus aplicaciones.

Morfología para Imágenes Binarias

Transformación hit-or-miss (éxito ó fracaso)

Útil para determinar donde hay una determinada configuración de bits en una imagen binaria, se usa para buscar una determinada configuración en los píxeles negros y blancos. Es una herramienta básica para la detección de formas.

$$(A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2)$$

Eliminación de ruido usando apertura y cierre

La eliminación de ruido se produce mediante filtrado morfológico: la apertura elimina las motas en el fondo y las protuberancias, el cierre elimina los agujeros en el objeto.

$$(A \circ B) \bullet B$$

Extracción de fronteras en imágenes binarias mediante operadores morfológicos:

La diferencia respecto de la erosión del objeto.

La forma del objeto estructural condiciona la frontera resultante.

$$A - (A \ominus B)$$

Rellenado de regiones

El rellenado de regiones mediante la dilatación condicionada al complemento del objeto a partir de un punto inicial (semilla).

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \text{ donde } k = 1, 2, 3, \dots$$

Extracción de componentes conexos

Extracción de componentes conexos mediante dilatación condicionada al objeto a partir de una semilla inicial.

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A \text{ donde } k = 1, 2, 3, \dots$$

Envolvente convexo (convex hull)

Los mismos conceptos de convexidad son aplicables a los conjuntos digitales, pero la definición de un conjunto digital convexo es ligeramente diferente. Se dice un conjunto digital, puede ser convexo si y sólo si su envolvente convexo euclidiano solo contiene puntos digitales.

$$X_k^i = (X_{k-1}^i * B^i) \cup X_{k-1}^i$$

Adelgazamiento

El proceso consiste en adelgazar A de una pasada con B1, luego diluir el resultado con una pasada de B2, y así sucesivamente, hasta que A se adelgace con una pasada de Bn. Todo el proceso se repite hasta que no se producen más cambios después de una pasada completa a través de todos los elementos de estructura.

$$A \otimes \{B\} = (((((A \otimes B^1) \otimes B^2) \dots) \otimes B^n)$$

Engorde

El procedimiento habitual es adelgazar el fondo del conjunto, luego complemente el resultado. En otras palabras, para engordar un conjunto A formamos Ac, diluimos Ac y luego complementamos el conjunto diluido para obtener el espesamiento de A.

$$A \odot \{B\} = (((((A \odot B^1) \odot B^2) \dots) \odot B^n)$$

Esqueletos o “medial axis”

Puntos equidistantes de la frontera

El esqueleto tiene la propiedad de reconstrucción: el objeto se puede reconstruir a partir del esqueleto mediante dilataciones iteradas

Indica k erosiones sucesivas con B

$$(S_k(A) \oplus kB) = (((S_k(A) \oplus B) \oplus B) \oplus \dots) \oplus B$$

Poda

Los métodos de poda son un complemento esencial para los algoritmos de adelgazamiento y esqueletizado, porque estos procedimientos tienden a dejar ("parásitos") que necesitan ser limpiados por posprocesamiento.

Los métodos son:

Elimina las protuberancias:

$$X_1 = A \otimes \{B\}$$

Detecta puntos extremos:

$$X_2 = \bigcup_{k=1}^8 (X_1 * B^k)$$

Dilatación condicionada de los extremos:

$$X_3 = (X_2 \oplus H) \cap A \text{ donde } H \text{ es un elemento estructural}$$

Finalmente:

$$X_4 = X_1 \cup X_3$$

Morfología en escala de grises

Se basa en los operadores máximo y mínimo, supone pasar de operar con conjuntos a operar con funciones. $f(x,y)$ es la función imagen, $b(x,y)$ la función estructural, tienen dominios de definición D_f y D_b .

Dilatación en funciones 1D y 2D (imágenes en escala de grises)

$$(f \oplus b)(s) = \max\{f(s-x) + b(x) | (s-x) \in D_f \wedge x \in D_b\}$$

$$(f \oplus b)(s,t) = \max\{f(s-x, t-y) + b(x,y) | (s-x, t-y) \in D_f; (x,y) \in D_b\}$$

Erosión en en funciones 1D y 2D (imágenes en escala de grises)

$$(f \ominus b)(s) = \min\{f(s+x) - b(x) | (s+x) \in D_f \wedge x \in D_b\}$$

$$(f \ominus b)(s,t) = \min\{f(s+x, t+y) - b(x,y) | (s+x, t+y) \in D_f; (x,y) \in D_b\}$$

Apertura morfológica en funciones

$$f \circ b = (f \ominus b) \oplus b$$

Cierre morfológico en funciones

$$f \bullet b = (f \oplus b) \ominus b$$

Suavización morfológica que consiste en aplicar la apertura seguida de un cierre con el mismo objeto (función) estructural.

Gradiente morfológico, útil para detección de bordes. La forma del borde encontrada dependerá del objeto estructural.

$$g = (f \oplus b) - (f \ominus b)$$

Transformación de sombrero alto (top-hat) y sombrero bajo (bottom-hat). Sirve para resaltar detalles en zonas de poco contraste (baja iluminación). La transformación del sombrero de alto se utiliza para objetos claros sobre un fondo oscuro, y la transformación de sombrero bajo se utiliza para la situación opuesta.

top-hat :

$$T_{hat} = f - (f \circ b)$$

bottom-hat

$$B_{hat} = (f \bullet b) - f$$

La apertura y cierre con objetos de distintos tamaños permite diferenciar zonas de la imagen con distintas texturas o contar el número de ítems (partículas) de cada tamaño (granulometría)

Segmentación de textura

Una imagen ruidosa de manchas oscuras superpuestas sobre un fondo claro.

La imagen tiene dos regiones de textura: una región compuesta por grandes manchas en la derecha y una región a la izquierda compuesta por manchas más pequeñas.

El objetivo es encontrar un perímetro entre las dos regiones según su contenido de textura, que en este caso es determinado por los tamaños y la distribución espacial de las manchas.

Los objetos de interés son más oscuros que el fondo, y sabemos que si cerrar la imagen con un elemento de estructuración más grande que las pequeñas manchas, estas manchas serán eliminadas.

Morfología a color

El problema de la definición de la morfología de color reside en la carencia de un orden bien definido y de un ínfimo o supremo.

Las definiciones basadas en el orden marginal tratan cada canal de una imagen multidimensional por separado. En este caso, la morfología de las imágenes en niveles de gris se extiende trivialmente a las imágenes en color.

Morfología vectorial trata los colores como vectores y define los conceptos de la morfología en el espacio vectorial correspondiente.

Ordenación reducida (reduced ordering): al vector se le hace corresponder un valor real y se ordenan los vectores de acuerdo a ese valor reducido.

El objeto estructural es el conjunto H .

Dilatación: los pixels toman como valor el del píxel cuya función de ordenación es máxima en el entorno definido por H .

Erosión: idem con mínimo.

Apertura y cierre pueden definirse siguiendo la analogía

En imágenes grises, la dilatación/erosión con un objeto estructural plano se puede expresar en términos de la reconstrucción a partir de la dilatación/erosión binaria en los conjuntos de nivel.

Conjuntos de nivel para imágenes en color. La reconstrucción sólo está definida si la función de ordenación es biunívoca para la imagen,

APLICACIONES BASADAS

EN MORFOLOGÍA MATEMÁTICA

Estudio granulométrico y estructural

del núcleo celular basado en transformaciones de Morfología Matemática

El trabajo consiste en el desarrollo de una metodología de estudio de la estructura granulométrica, de la distribución y rugosidad de la cromatina nuclear por medio de transformaciones de Morfología Matemática. Para ello se ha seguido el siguiente procedimiento:

1. Captura y umbralización de las imágenes.
2. Extracción de la cromatina nuclear usando transformaciones morfológicas.
3. Cálculo del esqueleto del espacio intergranular.
4. Análisis estadístico multivariante con los siguientes parámetros: área granulométrica, distribución de la cromatina en el espacio nuclear, y rugosidad de los grumos cromatínicos.

Para comprobar la validez del método se seleccionan 50 muestras de celularidad linfoide, mamaria y cervico-vaginal. Se utilizan técnicas de análisis de imágenes y transformaciones morfomatemáticas (Software utilizado: VISILOG)

Los resultados obtenidos han sido los siguientes:

1. Análisis factorial: se obtienen dos factores principales, de carácter morfológico y dimensional, respectivamente.
2. Análisis discriminante: de cada uno de los grupos de tumores estudiado se ha obtenido una ecuación discriminante con un alto valor clasificatorio en los tres tipos de tumores.
3. Análisis de clústers: agrupación coherente de los tres tipos de células benignas.

Como conclusión se puede decir, que la estrategia usada para la cuantificación de estructuras nucleares dadas con un vector de variables con un alto valor discriminante, el cual nos da una clasificación

objetiva de la maldad de los tumores, puede ayudarnos en una clasificación histogenética de las neoplasias (Olivares & Cuenca, 2014).

Tailleur: el problema del sastre

El objetivo de este trabajo es dar una solución completa al problema de colocar piezas en un área, conocido como el problema del sastre. La solución que se plantea no es por aproximación computacional geométrica clásica, sino por morfología matemática. Los resultado dados son, en primer lugar, para tres piezas, después se generaliza para n piezas.

La descripción del problema es la siguiente: dada una zona X y unas figuras A_1, \dots, A_n , deseamos saber si existe una forma de colocar las figuras en el interior de X sin que las A_i se solapen entre ellas, cuando los desplazamientos permitidos son sólo traslaciones.

Utilizando las técnicas de geometría computacional se consiguen colocar un máximo de dos piezas mediante algunas restricciones. Hace unos pocos años se encontró una solución formal y general basada en Morfología Matemática. El caso es sencillo hasta dos piezas. La complejidad del algoritmo para tres piezas nos lleva a buscar aproximaciones cuya implementación sea más rápida.

La solución es la siguiente:

Sea X la zona de implantación (el material del sastre) y A, B, C las figuras a implantar (las piezas del vestido). A', B' y C' serán los recíprocos o transpuestos de A, B y C respectivamente.

Sea Aa el conjunto A trasladado según un vector a . Entonces, la erosión de X por A' , $E A'(X)$, da exactamente la solución al problema para una pieza. Cuando hay dos piezas, A y B , las implantaciones posibles vienen dadas por el siguiente conjunto:

$$R_2(A, B) = \text{Intersección } (E A'(X), (D^{E/m} (A' \cap B')))$$

Si $R_2 = \emptyset$, no existe ninguna solución al problema. En caso contrario, para cada elemento del conjunto R_2 , el conjunto de posibles implantaciones b de B viene dado por:

De forma similar se desarrolla para tres piezas y se generaliza para n . Existe un algoritmo acelerador para el caso de tres piezas. Al pasar a implementar las expresiones dadas, para trabajar con las operaciones morfológicas, se han creado áreas y piezas sobre imágenes binarias (Olivares & Cuenca, 2014).

Evaluación por granulometría en niveles de gris del daño crónico del intersticio renal

En las enfermedades renales crónicas existe un incremento de la superficie intersticial y de la atrofia tubular. La superficie intersticial se correlaciona con la función renal. A mayor superficie del intersticio, mayor gravedad de la enfermedad.

La finalidad de este estudio consiste en la utilización de la Morfología Matemática en la cuantificación del daño intersticial crónico, ya que el intersticio renal puede asimilarse a una textura susceptible de ser analizada mediante granulometría en niveles de gris.

El material utilizado consistió en 14 biopsias con distintos grados de afectación renal crónica. De cada biopsia se grabaron entre 3 y 9 campos de 2200.x. Las imágenes se digitalizaron en cuadros de 256 x 256 píxeles en una retícula hexagonal. El procesamiento de la imagen se realizó con el programa VISILOG 3. En la siguiente figura podemos ver el esquema de una biopsia renal.

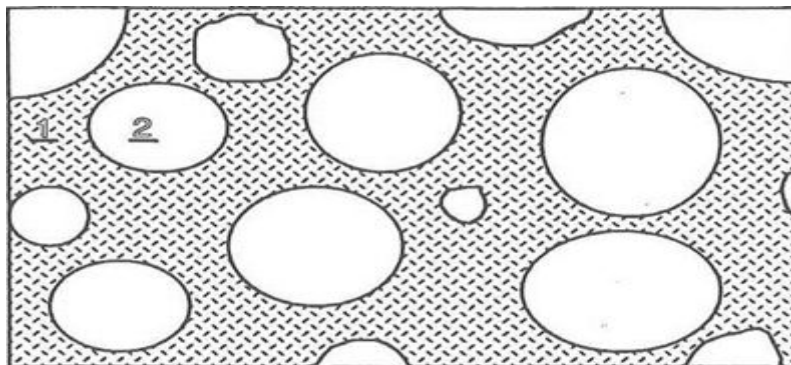


FIGURA :Esquema de una biopsia renal. 1 El intersticio, 2 Los túbulos.

Se estudiaron tres biopsias que correspondían a un riñón de un paciente afectado de glomerulopatía por lesiones mínimas (3 campos), un riñón con daño intersticial moderado (5 campos) y un riñón con daño intersticial severo (4 campos). En cada uno de estos 12 campos se realizó apertura y cierre según un elemento estructurado hexagonal nH , de tamaño $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 24$ y se calculó el volumen de cada imagen obtenida.

El concepto de granulometría en niveles de gris consiste en una familia de aperturas dependientes de un parámetro positivo, en este caso, del tamaño n del hexágono nH . También se puede calcular la granulometría mediante la operación de clausura, según la familia de los hexágonos nH . El histograma correspondiente también se obtiene determinando las diferencias de los cierres consecutivos.

Como resultado se obtienen los histogramas correspondientes a los tres casos en estudio, apreciándose importantes diferencias entre ellos que ayudan a cuantificar el grado del daño intersticial crónico. Este método es más rápido que las técnicas de morfometría clásica, no dependen de la habilidad del observador y evita la umbralización de la imagen (Olivares & Cuenca, 2014).

Proyecciones de R'' en tratamiento de imágenes.

Filtrado de imágenes: morfológico y basado en redes neuronales

En este trabajo se propone un enfoque unificado de las operaciones más características que se utilizan en el tratamiento de imágenes, de tal forma que se obtienen las siguientes ventajas:

- Vehículo de expresividad formal del uso de máscaras de convolución y de la naturaleza de las mismas en función de la operación a instrumentar en cada caso.
- Interpretación sistemática y compacta de las operaciones (máscaras de convolución, operaciones globales, Morfología matemática, ...)
- Posibilidad de definir nuevas operaciones que hasta ahora eran de difícil justificación o no era sencillo vislumbrarlas a partir de los planteamientos usados.
- Propuesta de métodos alternativos más eficientes a los ya propuestos.
- Justificación de la convergencia entre los métodos propios del tratamiento de imágenes y las técnicas conexionistas, lo que establece las pautas para la instrumentación de los primeros mediante redes neuronales artificiales.

Con respecto a las operaciones de Morfología Matemática, se estudia la aplicación de las proyecciones a operaciones morfológicas, en dos enfoques:

- La erosión mediante proyecciones sobre B' . Como ya sabemos, la erosión de un conjunto X por un elemento estructurado B , es el lugar geométrico de las posiciones del centro de B cuando B está incluido en X . El problema que se plantea es conseguir un

vector de proyección B' , de forma que el resultado de erosionar o dilatar sea precisamente la

proyección de la imagen original sobre el vector construido

- Filtrado morfológico mediante proyecciones sobre B'. Las operaciones más interesantes desde la perspectiva de la Morfología Matemática son los denominados filtros morfológicos generados a partir de la combinación de la erosión y la dilatación. El orden de aplicación de cada una de estas dos operaciones simples da lugar a dos de las herramientas más potentes como base de aplicación a problemas concretos (Apertura y Cierre). De hecho, la utilización adecuada de estos filtrados genera operaciones más complejas tales como compresión de imágenes, cálculo de esqueletos, etc.

En este punto se tiene una metodología que desde un planteamiento inicial totalmente distinto es capaz de inferir el resultado deseado mediante operaciones globales simples, teniendo su origen en proyecciones de vectores o en operaciones lógicas de una imagen con su desplazamiento en alguna dirección requerida (Olivares & Cuenca, 2014).

Segmentación y filtrado morfológico basado en gráficos

Este trabajo trata las técnicas de filtrado y segmentación en el análisis de imágenes. El punto clave es que se trabaja solamente con gráficos en el filtrado y en las etapas de segmentación. Para la etapa de filtrado se utilizan filtros conectados. Este tipo de operadores preserva la forma de las figuras observadas en la imagen original porque fuerza una relación de inclusión entre las llamadas «zonas muertas o planas», regiones constantes por trozos, de las imágenes de entrada y salida. Se presentan algunos resultados teóricos, viendo la introducción de un filtro conectado multi-escala. Después de la etapa de filtrado, el método de segmentación, propone simplificar la imagen, realizando operaciones de mezcla en el grafo de la zona plana. Este hecho asegura que se preservan las formas en las etapas de segmentación. El método usa un algoritmo de espera en cola jerárquico y es computacionalmente muy eficiente. Se dan también resultados para el caso de imágenes en color (Olivares & Cuenca, 2014).

La reconstrucción geodésica

Es una de las aplicaciones de la morfología matemática que facilita la segmentación de imágenes a partir de elementos de la imagen llamados marcadores que representan a los objetos a destacar. La RG emplea operaciones de dilatación sucesivas sobre imágenes marcadoras cuya propagación está delimitada por una imagen máscara. La dilatación geodésica de orden 1 de una imagen marcadora f respecto a una imagen máscara g , utiliza un elemento estructurante elemental B (cuadrado de 3×3), se expresa en :

$$\delta_g^{(1)}(f) = \delta_B(f) \wedge g$$

La figura ilustra la utilización de este operador. En (a) se tiene la imagen obtenida por un microscopio de una muestra de sangre, ésta corresponde a la imagen máscara. La figura (b) muestra la imagen marcadora donde se destacan los elementos de interés presentes en la imagen. La figura (c) muestra el resultado de la reconstrucción geodésica con ínfimo en el color blanco (Bello, 2006).

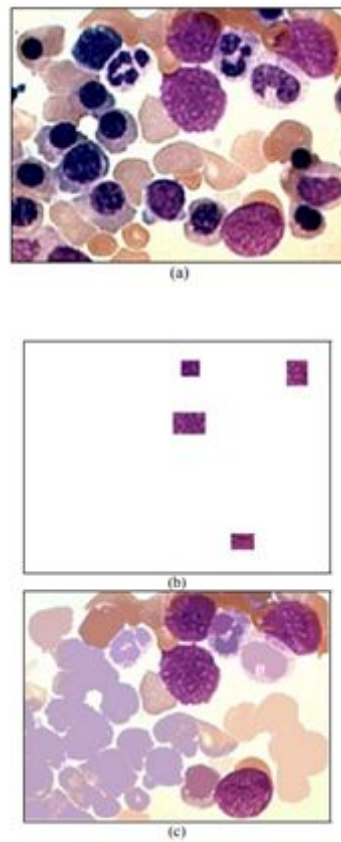


FIGURA: Reconstrucción geodésica en color. (a) Imagen original a ser utilizada como mascara. (b) Imagen marcadora. (c) Imagen reconstruida a partir de (b).

Resultados

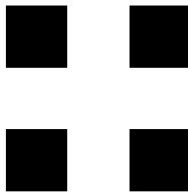
Imagen gris

3

coins.png



cruz



Dilatacion



Erosion



Apertura



Clausura



3

coins.png



circulo

Dilatacion



Erosion



Apertura



Clausura

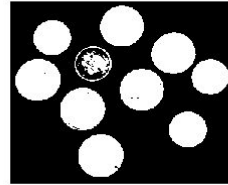


Imagen binario

3

coins.png

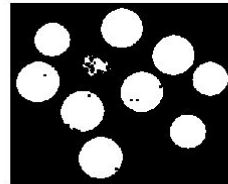
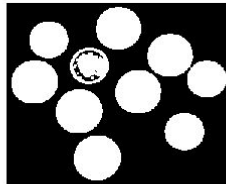
Binarizacion



circulo

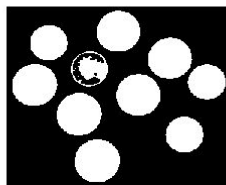
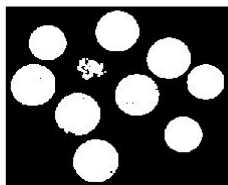
Dilatacion

Erosion



Apertura

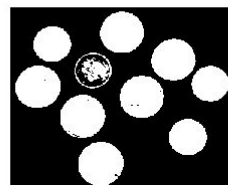
Clausura



3

coins.png

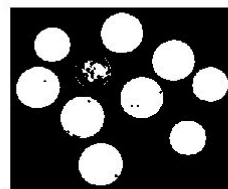
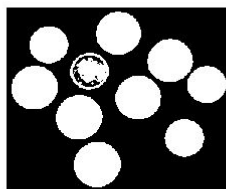
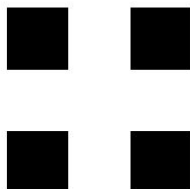
Binarizacion



cruz

Dilatacion

Erosion



Apertura

Clausura

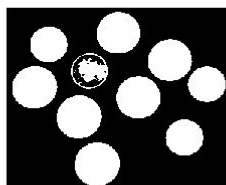
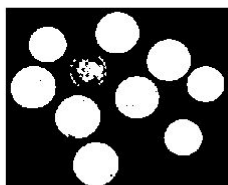
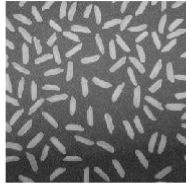


Imagen gris

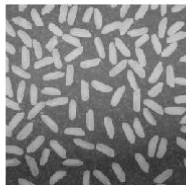
3

rice.png



circulo

Dilatacion

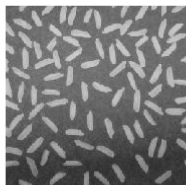
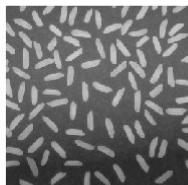


Erosion



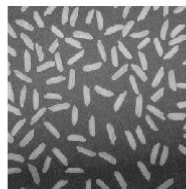
Apertura

Clausura



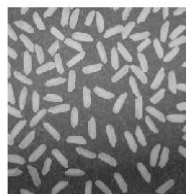
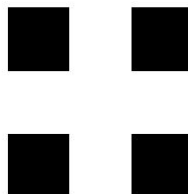
3

rice.png



cruz

Dilatacion



Erosion



Apertura

Clausura

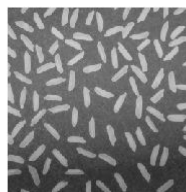
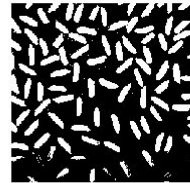
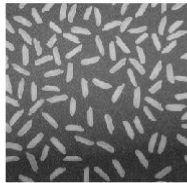


Imagen binario

3

rice.png

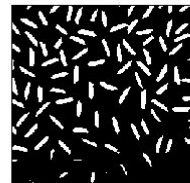
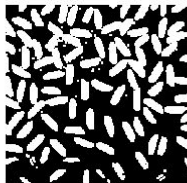
Binarizacion



circulo

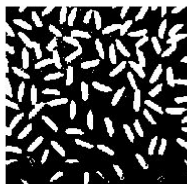
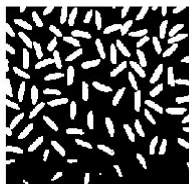
Dilatacion

Erosion



Apertura

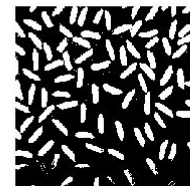
Clausura



3

rice.png

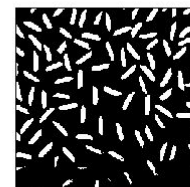
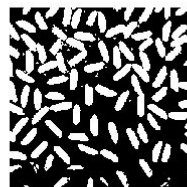
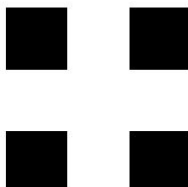
Binarizacion



cruz

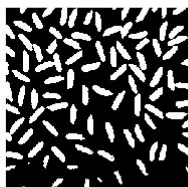
Dilatacion

Erosion



Apertura

Clausura



Referencias

Gonzalez, R. C., & Woods, R. E. (2018). *Digital image processing*. Pearson.

Bello, R. (2006). Procesamiento de imágenes a color utilizando morfología matemática .
SISTEMAS, CIBERNÉTICA E INFORMÁTICA, 79-83.

Olivares, T., & Cuenca, P. (2014). LA MORFOLOGÍA MATEMÁTICA EN EL
TRATAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES. *Revista de la Facultad de Educación
de Albacete*, 241-256.