



Universidad Politécnica de Madrid

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio

Máster Universitario en Sistemas Espaciales

Milestone 1

Ampliación de Matemáticas I

September 25, 2022

Autora:
Inés Arauzo Andrés

Contents

1	Introducción	1
2	Resultados	1
2.1	Euler	1
2.2	Runge Kutta 4	1
2.3	Crank-Nicolson	2

1 Introducción

A lo largo del presente informe se pretende comentar y comparar entre sí los resultados obtenidos al programar el Milestone 1. En este, se implementaron los esquemas de integración Euler, Runge-Kutta y Crank-Nicolson que se utilizaron para integrar el recorrido de una órbita kepleriana, expresada en el problema de Cauchy siguiente:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|^3} \quad \mathbf{r}(t=0) = (1, 0) \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = (0, 1)$$

2 Resultados

2.1 Euler

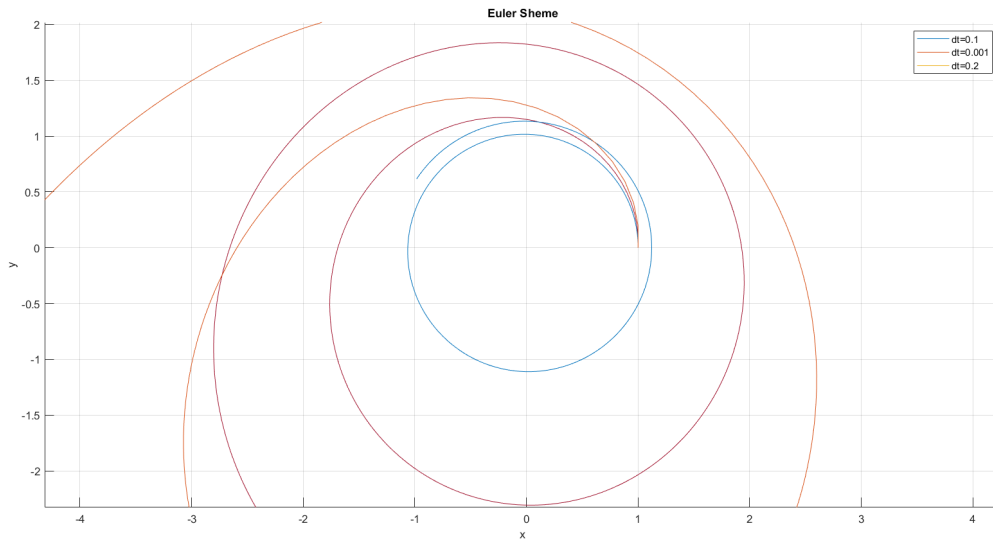


Figure 1: Orbits según el esquema Euler

En la Fig.1 se aprecia como $\forall \Delta t$ El problema diverge. Para que este esquema funcione, se tendría que dar $\Delta t \rightarrow 0$

2.2 Runge Kutta 4

En la Fig.2 Se aprecia que para los valores de Δt dados, las órbitas obtenidas son idénticas. Esto se debe a que el esquema RK4 es un esquema de orden 4, mientras el de Euler es de

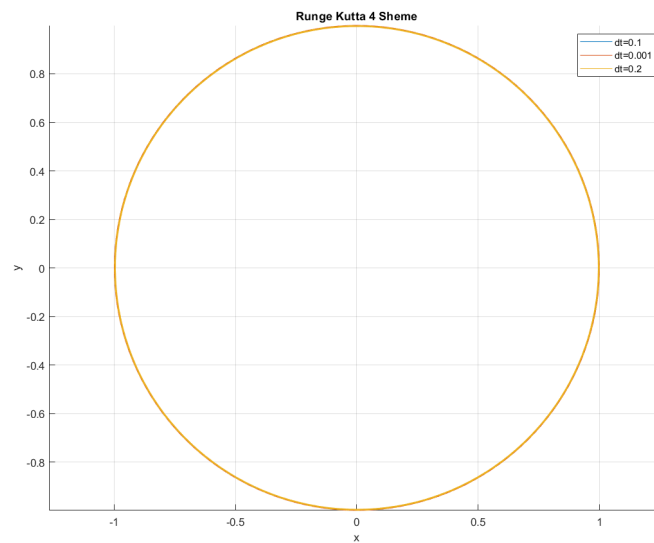


Figure 2: Orbitas según el esquema Runge Kutta 4

orden 1 (de hecho el Euler es el RK1). Ello hace que el error cometido en este caso sea mucho menor.

2.3 Crank-Nicolson

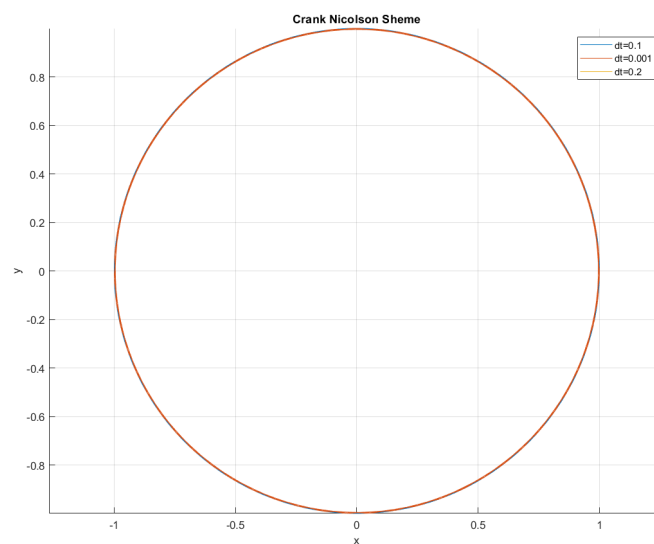


Figure 3: Orbitas según el esquema Crank-Nicolson

En la Fig.3 se deduce lo mismo que en el caso anterior: este esquema es mucho más estable, ya que en este caso se trata de un esquema implícito de orden 2, y de nuevo el error cometido es mucho menor.