Universidad Politécnica de Madrid

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio

Máster Universitario en Sistemas Espaciales

Milestone 1: Orbit integration without funtions

Ampliación de matemáticas 1

25 de septiembre de 2022

Autor:

- Tomás Ley Oliver

Índice

1. Introducción

El problema de integración que se va a estudiar es el de una órbita Kepleriana mediante los métodos de Euler explícito y Runge-Kutta de orden 4. Estos esquemas explícitos se caracterizan por la cualidad de que para integrar en un instante de tiempo discretizado $n+1$, solo se necesita conocer la información de instantes previos $\leq n$.

1.1. Discretización

Para realizar la integración de forma numérica, se ha utilizado inicialmente un diferencial tiempo adimensional, $\Delta t = 0.01$, y un numero de pasos temporales $N = 2000$.

2. Método de Integración

2.1. Método de Euler explícito

A continuación, en la figura 2.1, se presentan los resultados obtenidos integrando mediante el método de Euler explícito.

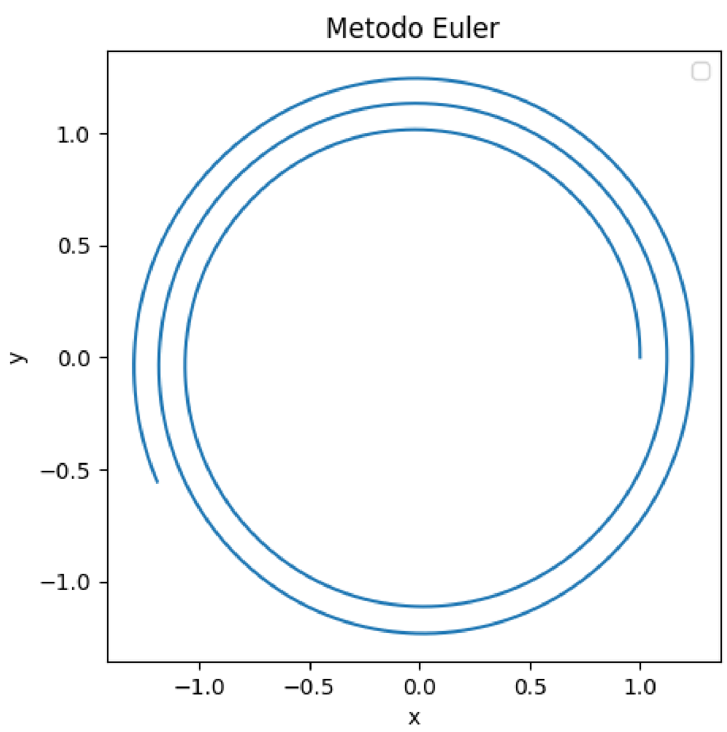


Figura 2.1: Integración de órbita kepleriana mediante Euler explícito

Se puede observar que el método de Euler explícito diverge de la solución real. Esto se debe a la sencillez del método, y el error de concepto que esto conlleva. Este método no tiene en cuenta la conservación de energía de las orbitas, por lo que el esquema divergerá independientemente del espaciado temporal utilizado.

2.2. Método Runge-Kutta de orden 4

A continuación, en la figura 2.2, se presentan los resultados obtenidos integrando mediante Runge-Kutta de orden 4.

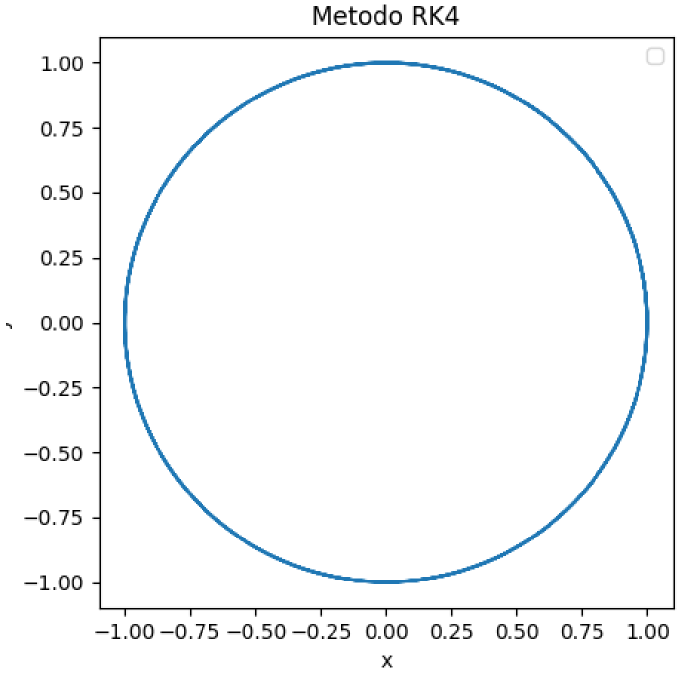
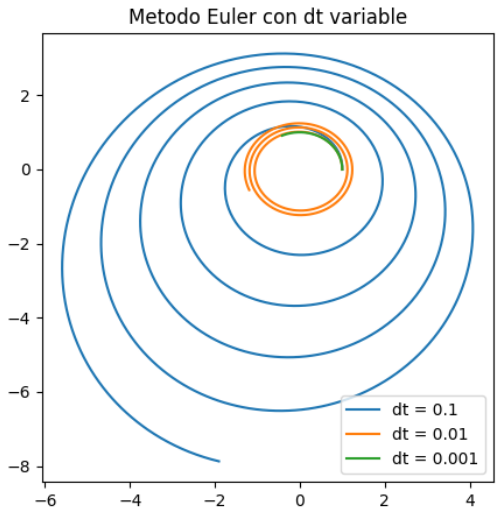


Figura 2.2: Integración de órbita kepleriana mediante Runge-Kutta de orden 4

Se observa como este método, a diferencia del Euler explícito, estudiado en el apartado 2.1, se asemeja a la realidad de las órbitas planetarias. Este esquema requiere de mayor potencia operativa, pero los resultados obtenidos son precisos.

2.3. Variación de la discretización temporal

Para determinar la precisión de los esquemas, se ha procedido a variar la discretización temporal, Δt, con valores de *0.1* y *0.001*, adicionalmente al valor inicial estudiado. En la figura 2.3 se observan los resultados del método de Euler explícito, y en la figura 2.4, los obtenidos mediante el esquema Runge-Kutta de orden 4.



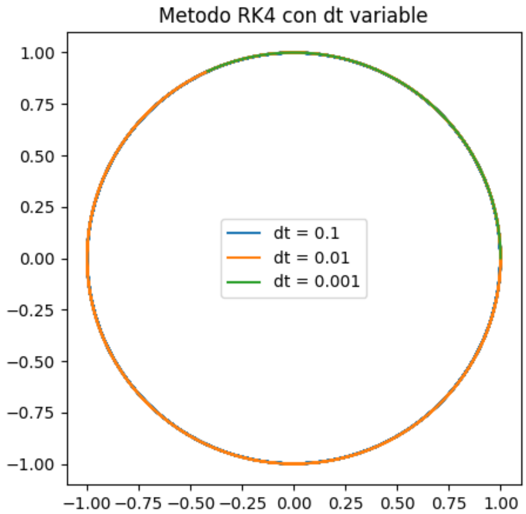


Figura 2.3 y 2.4: Variación en los métodos de Euler explícito (izquierda) y Runge-Kutta (derecha) con la discretización temporal

2.4. Conclusiones

De los resultados obtenidos en el apartado anterior se observa claramente en el método Euler explícito como el método diverge eventualmente, independientemente de la discretización temporal, mientras que el Runge-Kutta se mantiene similar y contenido para los diferentes casos estudiados.

La diferencia en el número de vueltas, o traslaciones, de los diferentes diferenciales de tiempo, se debe a que se ha integrado un número fijo de veces ambos modelos, N. Si se quisieran observar las diferencias en los métodos para un mismo número de vueltas se debería adaptar el número de integraciones para cada diferencial de tiempo.