Universidad Politécnica de Madrid
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio

MÁSTER UNIVERSITARIO EN SISTEMAS ESPACIALES

MILESTONE 1

Ampliación de Matemáticas I

26 de septiembre de 2022

Autor: Alberto García Rincón

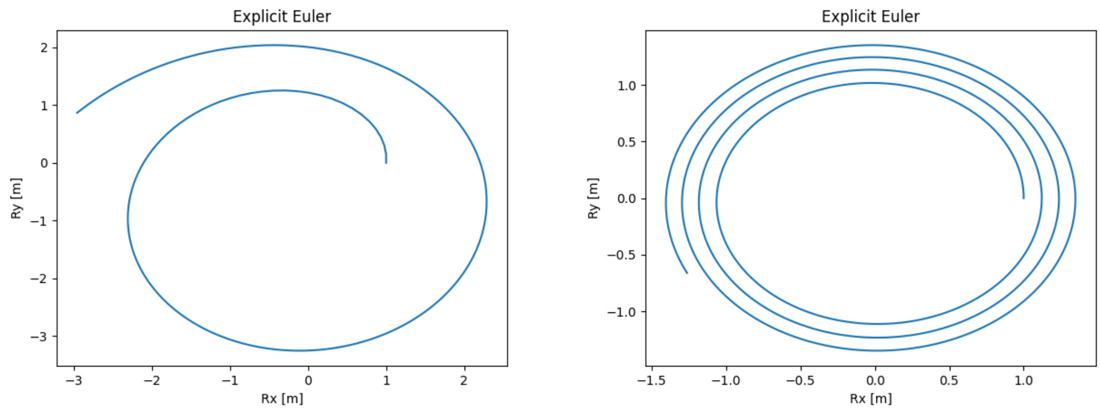
1. Introducción

Se ha resuelto el problema de Cauchy aplicado para la resolución de una órbita Kepleriana mediante diferentes métodos resolución numérica: método explícito de Euler y el método de Runge-Kutta de cuarto orden.
Se ha aplicado una simulación durante 30 segundos y se aplicarán distintos incrementos de tiempo (Δt) para cada método con objeto de observar las diferencias entre la integración con distintos incrementos de tiempo y las diferencias entre cada uno de los métodos.

2. Método explícito de Euler

El método de Euler explícito va acumulando bastante error cuando se resuelve con Δt grandes, pero se vuelve más preciso si lo resolvemos con un Δt más pequeño.

Respecto a esto último, no podemos resolver los problemas de cálculo numérico con Δt demasiado pequeños porque significaría que la máquina encargada de realizar la simulación o el cálculo tendría que consumir demasiados recursos y para ello es necesario encontrar un equilibrio entre la precisión de los cálculos y la potencia de cálculo necesaria para llevarlo a cabo.



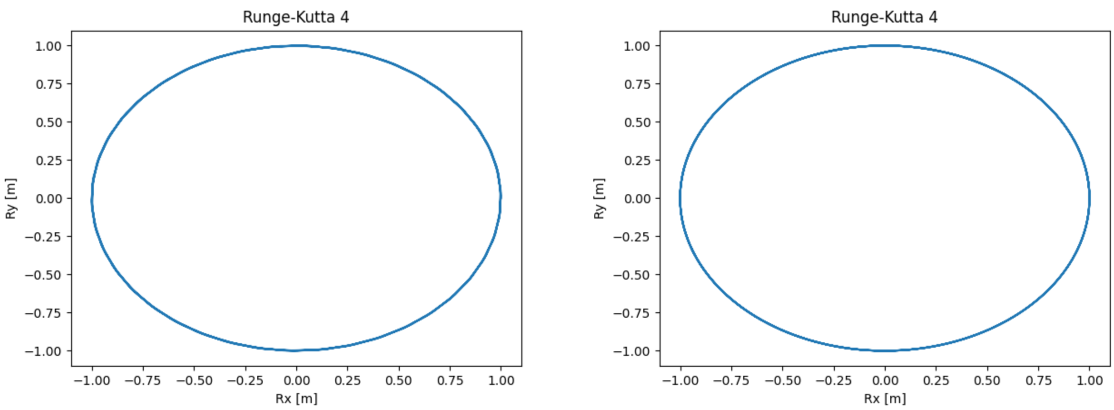
(a) $\Delta t = 0{,}15$ (b) $\Delta t = 0{,}01$

Figura 1: Resolución órbita de Kepler por método explícito de Euler durante $30s$ para distintos Δt.

3. Método de Runge-Kutta de cuarto orden

El método aquí utilizado es un método de cálculo numérico explícito. Como podemos observar en las figuras de abajo, es un método con el que obtenemos una simulación que se asemeja bastante a la resolución analítica y que no acumula demasiado error.

Incluso para $\Delta t = 0{,}15s$ se obtienen unos resultados similares a los obtenidos con $\Delta t = 0{,}01s$. Esto último debe considerarse a la hora de integrar simulaciones o cálculos que consuman muchos recursos, ya que si disminuimos el Δt se necesitarán más recursos de computo, pero si el error respecto a la solución analítica no mejora en proporción se podrán utilizar Δt más grandes y por ende, no consumir tantos recursos de computo.

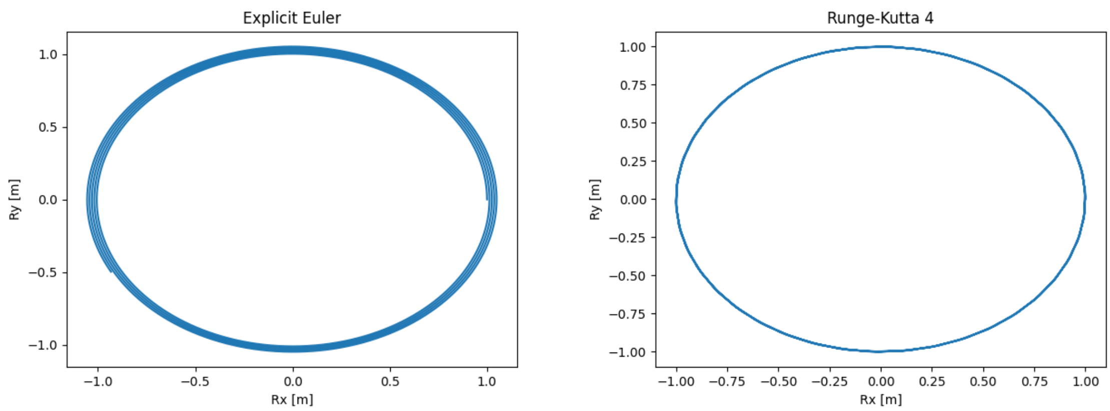


(a) $\Delta t = 0{,}15$ (b) $\Delta t = 0{,}01$

Figura 2: Resolución órbita de Kepler por método de Runge-Kutta de orden 4 durante $30s$ para distintos Δt.

4. Comparación métodos

Tal y como se puede comprobar en las figuras de abajo, el método Runge-Kutta de orden 4 es más preciso (acumula menos error respecto a la solución analítica) que el método explícito de Euler con un Δt dos órdenes de magnitud menor.



(a) Euler explícito, $\Delta t = 0{,}001$ (b) Runge-Kutta 4, $\Delta t = 0{,}15$

Figura 3: Comparación resultados métodos.