

Milestone 2

Andrés García Serrano

1. Introducción

El segundo hito de la asignatura se basa en la abstracción y simplificación del primer hito. Se resuelve el problema de la órbita kepleriana con la ecuación y condiciones iniciales:

$$\begin{aligned}\ddot{\vec{r}} &= - \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \\ \vec{r}(0) &= (1, 0) \\ \dot{\vec{r}} &= (0, 1)\end{aligned}$$

2. Análisis

Se define un tiempo de simulación de 50 segundos con un delta temporal variable. Estas variaciones de delta se utilizarán para analizar la precisión y viabilidad de los esquemas.

3. Resultados

a. Paso temporal de 0.25 segundos

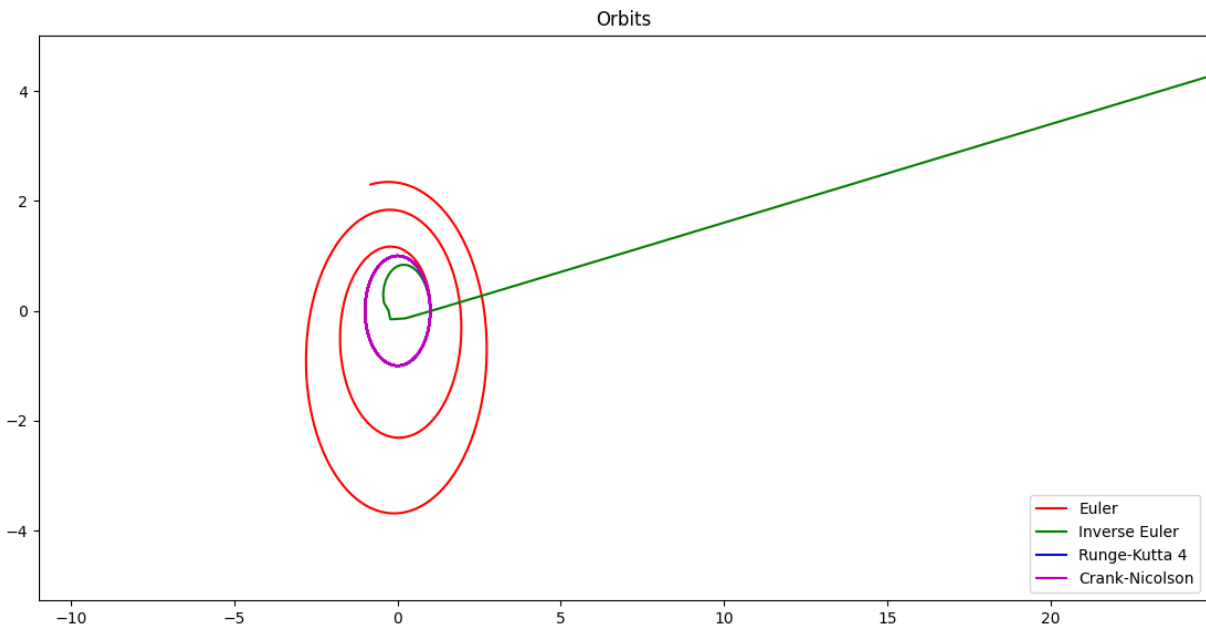


Figura 3.1. Órbitas de los esquemas con paso temporal de 0.25 segundos.

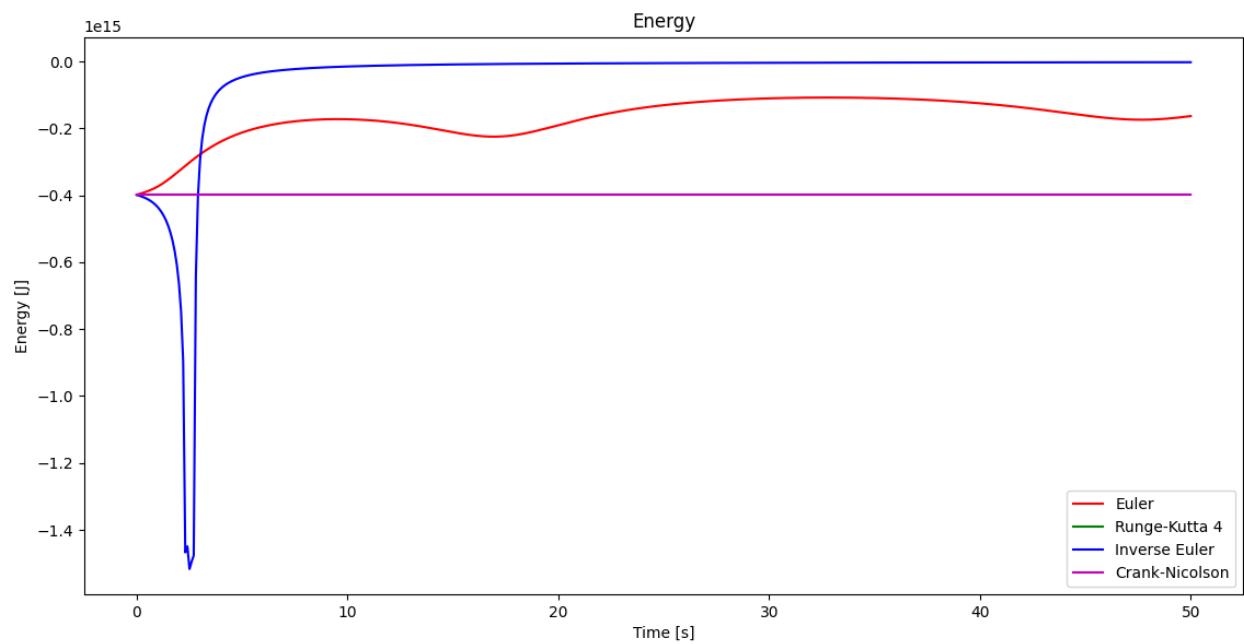


Figura 3.2. Energía de los esquemas con paso temporal de 0.25 segundos.

Como se puede observar en el diagrama orbital, las órbitas basadas en euler (explícito e inverso) son altamente inestables y no son viables. El esquema Euler inverso presenta una anomalía al acercarse al punto de origen. Los esquemas RK4 y Crank-Nicolson son estables en comparación, incluso con un paso temporal tan grande.

Prestando atención al diagrama de energía, se puede observar que la energía del esquema Euler crece hacia el 0. En el esquema Euler inverso se puede observar la anomalía que se aprecia en el esquema orbital hacia el segundo 2-3.

b. Paso temporal de 0.05 segundos

Con un paso temporal de 0.05 segundos las diferencias entre esquemas se pueden observar más fácilmente con diagramas individuales de cada esquema. De igual manera que los anteriores, los esquemas de Euler son altamente inestables, mucho más el inverso que el explícito.

Los esquemas Crank-Nicolson y RK4 demuestran ser muy estables. A través del análisis de las energías de estos esquemas se observa que el esquema RK4 provoca que la órbita decaiga (de manera oscilatoria regular) y el esquema Crank-Nicolson provoca que la órbita crezca (de manera oscilatoria irregular).

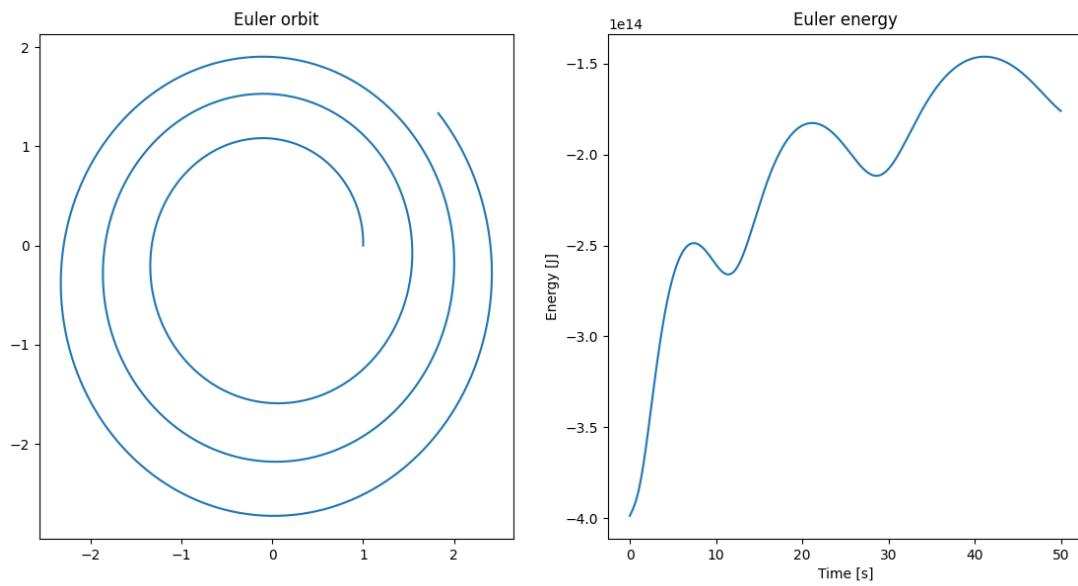


Figura 3.3. Órbita y energía del esquema Euler con paso temporal de 0.05 segundos.

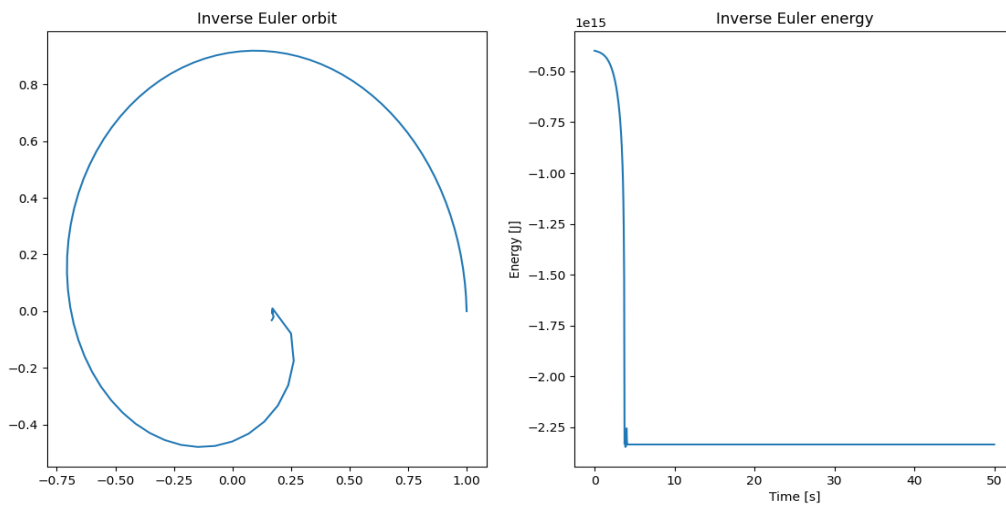


Figura 3.4. Órbita y energía del esquema Euler inverso con paso temporal de 0.05 segundos.

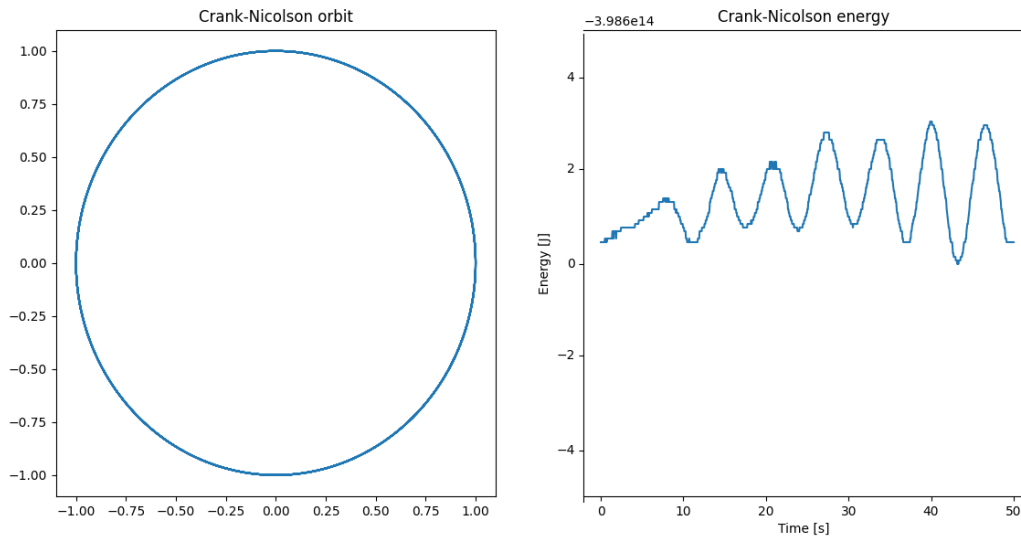


Figura 3.5. Órbita y energía del esquema Crank-Nicolson con paso temporal de 0.05 segundos.

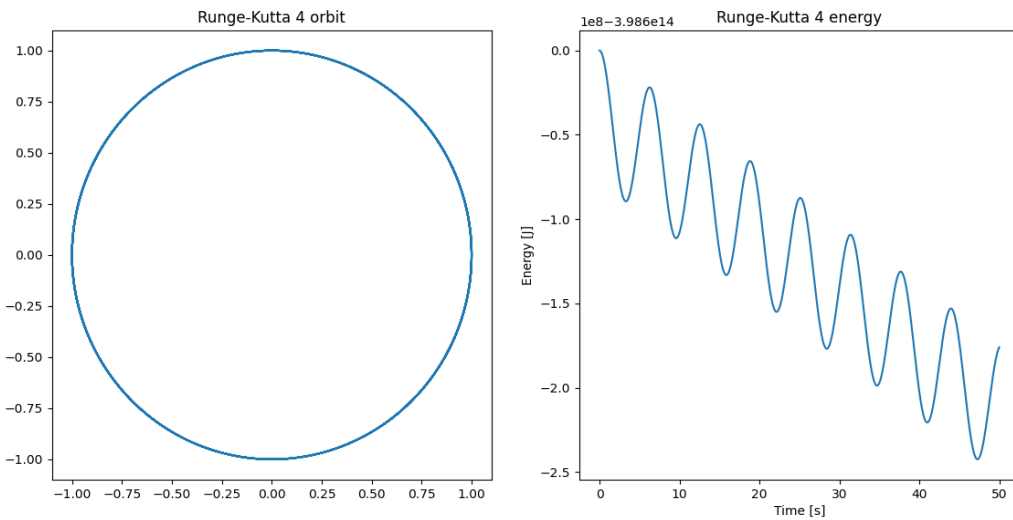


Figura 3.6. Órbita y energía del esquema RK4 con paso temporal de 0.05 segundos.

c. Paso temporal de 0.005 segundos

Los resultados obtenidos con el paso temporal de 0.005 segundos (5 milisegundos) son similares a los obtenidos con el paso de 0.05 segundos. Se comentarán sólo los resultados relevantes.

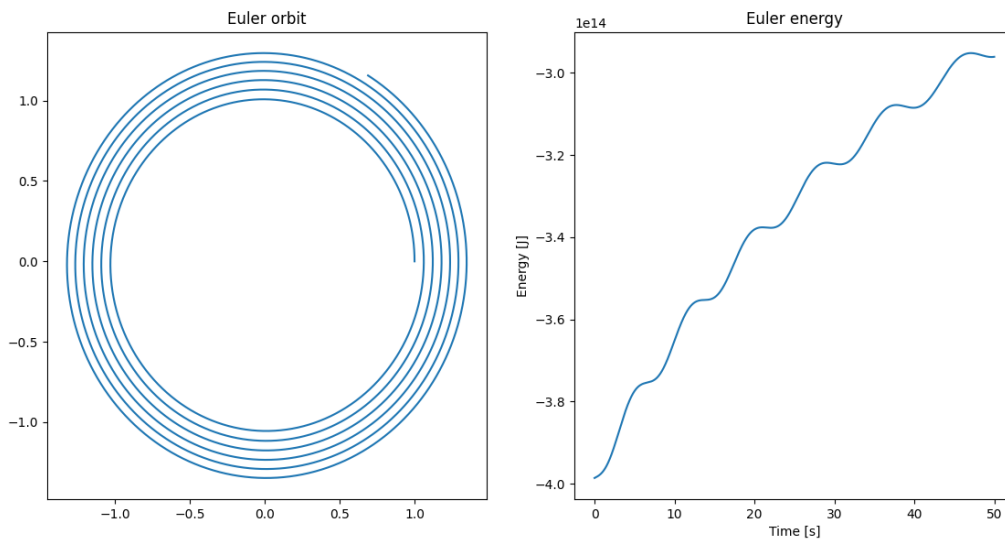


Figura 3.7. Órbita y energía del esquema Euler con paso temporal de 0.005 segundos.

Se puede observar que la energía del esquema de Euler crece siguiendo (aproximadamente) un crecimiento lineal o logarítmico.

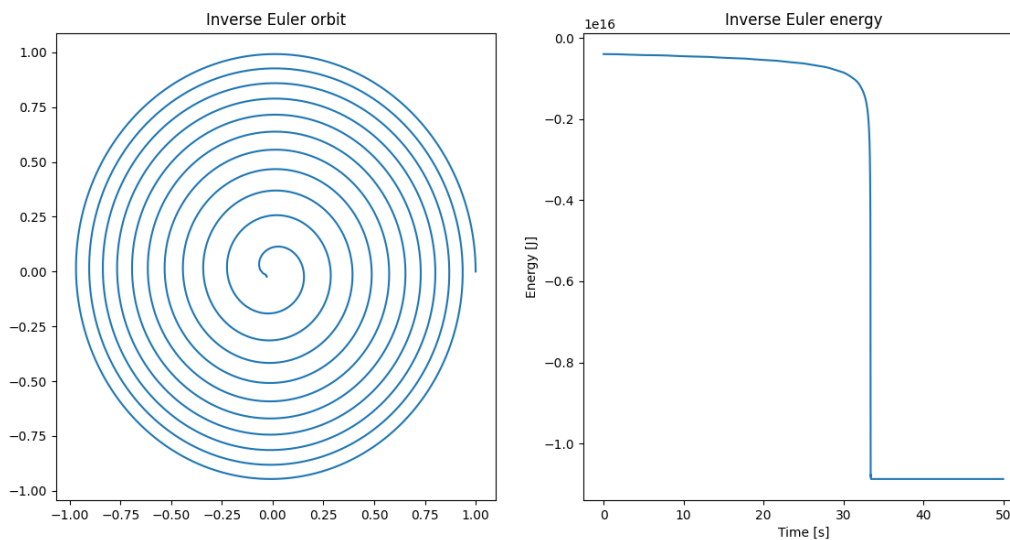


Figura 3.8. Órbita y energía del esquema Euler inverso con paso temporal de 0.005 segundos

Reducir el paso temporal sólo provoca en el esquema Euler inverso que se retrase la entrada en la anomalía, pero no lo impide.

4. Conclusiones

Los esquemas de Euler no son seguros para el uso en órbitas de Kepler. Con un paso temporal suficientemente pequeño, el esquema Euler explícito puede ser utilizado

de forma precisa para tiempos muy pequeños. En estos casos es una alternativa de poco coste computacional respecto a RK4 y Crank-Nicolson. En el resto de esquemas se debe utilizar Crank-Nicolson o RK4.