

I. Introducción

En este primer hito se procede a resolver el problema de Cauchy para una órbita Kepleriana a partir de los esquemas de Euler Explícito y Runge Kutta de orden 4. El problema a resolver es el siguiente:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}$$

$$\vec{r}(0) = (1, 0)$$

$$\dot{\vec{r}}(0) = (0, 1)$$

Para ello, se ha tomado un número de pasos temporales de $N = 200$ y un diferencial de tiempo entre pasos de $\Delta t = 0.05$, aplicando un $t_f = 10$.

II. Resultados

El problema de Cauchy viene definido de la siguiente forma:

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{F}(\vec{U}, t)$$

$$\vec{U}(0) = \vec{U}_0$$

De esta forma,

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ -x \\ -y \end{pmatrix} \frac{1}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

A. Esquema Euler explícito

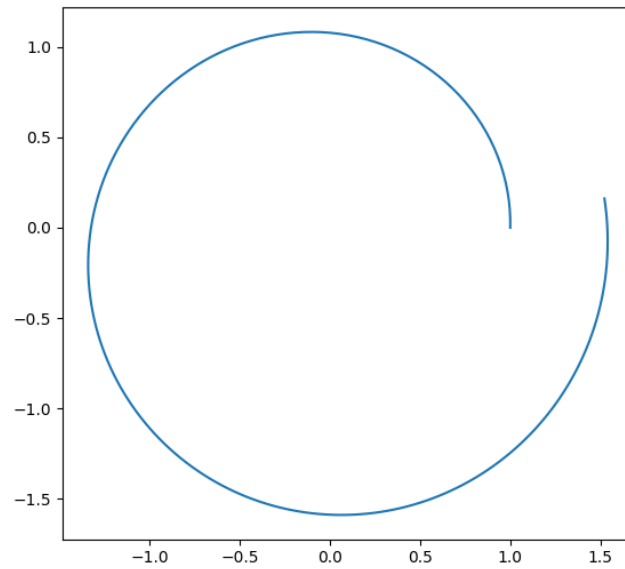


Figura 1. Resultados Euler para $\text{deltat} = 0.05$

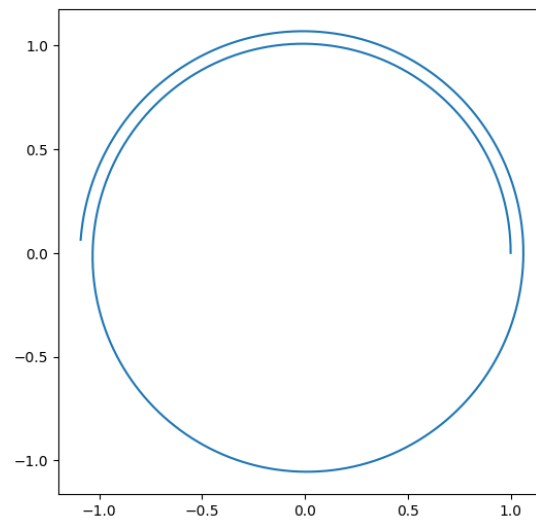


Figura 2. Resultados Euler para $\text{deltat} = 0.005$

Como se puede observar en las figuras anteriores, se produce un error en los resultados obtenidos. Esta divergencia aumenta cuando el diferencial de tiempo aumenta, obteniendo resultados más exactos para un diferencial de tiempo menor.

B. Esquema Runge Kutta de orden 4

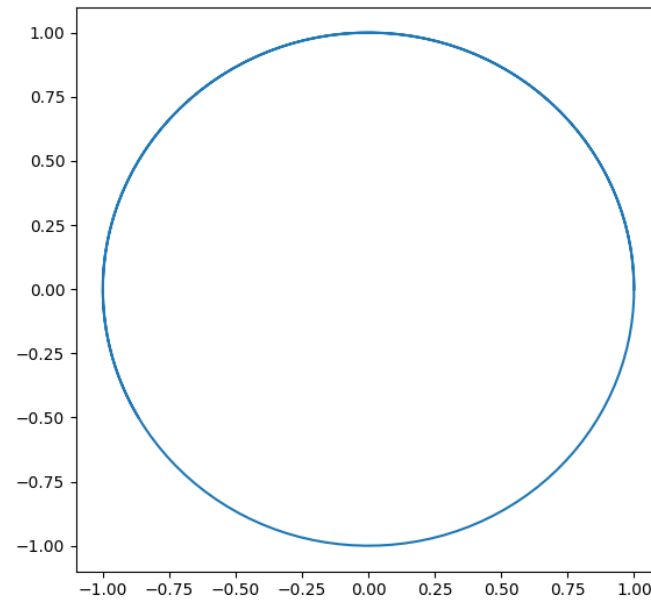


Figura 3. Resultados RK4

En este caso, con este esquema se observa una solución mucho más exacta que el apartado anterior. Los resultados son igual de precisos para los distintos diferenciales de tiempo tomados. Se observa así que a mayor orden del esquema, mayor precisión, no influyendo en este caso el paso temporal establecido para la resolución.