Universidad Politécnica de Madrid

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Aeronáutica y del Espacio

Máster Universitario en Sistemas Espaciales

Milestone I Report

Ampliación de Matemáticas I

24 de septiembre de 2022

Autora:

- Rosa Martínez Rubiella

1. Introducción

Para el primer Hito de la asignatura, se ha resuelto el problema de Cauchy mediante diferentes esquemas temporales numéricos. Se ha utilizando el lenguaje de programación Python en el entorno de Visual Studio. Como función de entrada a dicho problema se utiliza la definición de la órbita Kepleriana con condiciones iniciales dadas, expresándose como:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

$$\vec{r}(0) = (1, 0)$$

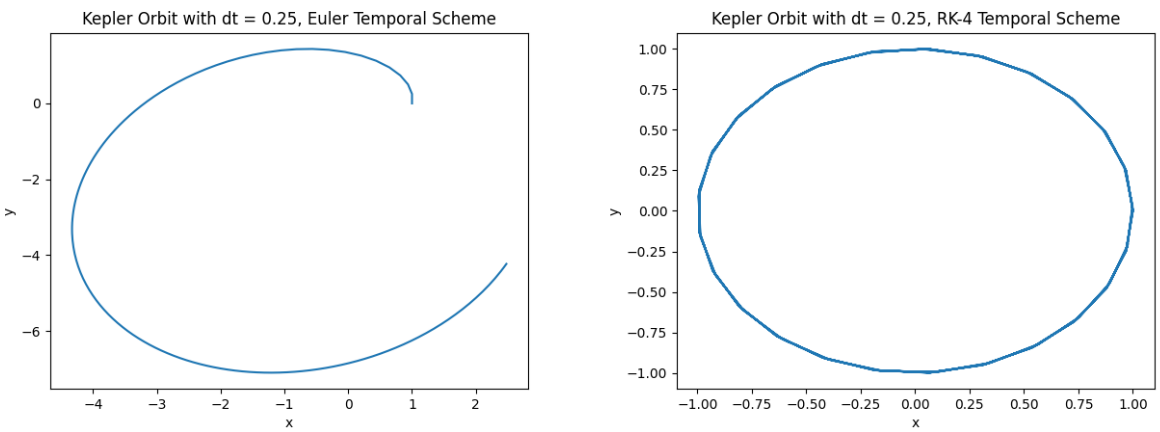
$$\dot{\vec{r}}(0) = (0, 1)$$

2. Resultados

Se utiliza un tiempo de simulación total de 50 segundos para todos los esquemas temporales. De esta forma se pretende realizar una comparación para diferentes intervalos de integración **dt** entre los diferentes esquemas numéricos. En este Hito solamente se contemplan el método explícito de **Euler** (grado 1) y un método de **Runge Kutta de orden 4**, que claramente proporcionará resultados más precisos a la simulación.

2.1. N = 200

En este caso, al tener 200 puntos de integración, los intervalos de tiempo resultan bastante grandes $dt = 0{,}25$ por lo que el esquema tipo Euler no resulta preciso. El Runge Kutta es más fiel a la solución analítica, pero puede ser mejorado reduciendo la amplitud de los pasos de integración.

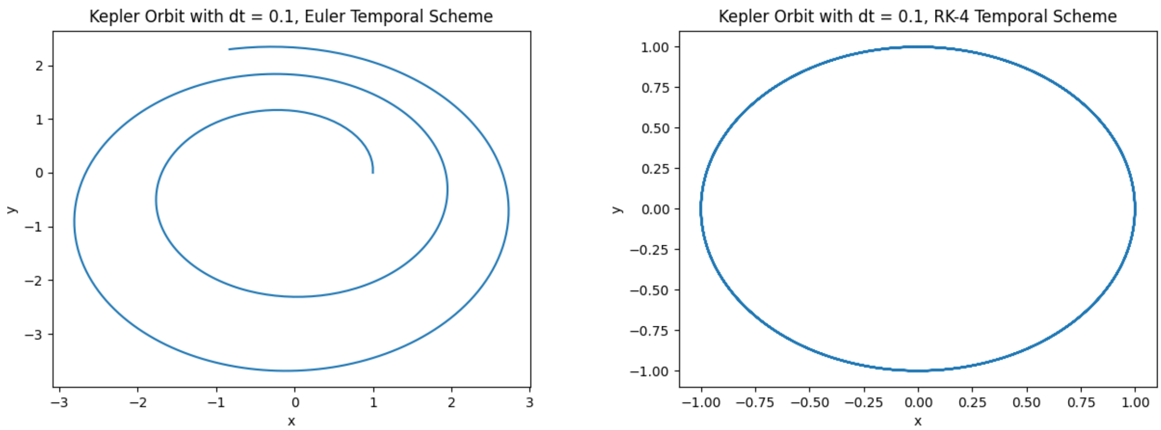


(a) Euler (b) Runge-Kutta 4

Figura 1: Kepler Problem, N= 200, t= 50

2.2. N = 500

Al aumentar el número de puntos a 500, el paso de integración se reduce, resultando un $dt = 0{,}1$. Por ello, ambos esquemas resultan más precisos. Sin embargo, se observa muy bien cómo el esquema de Euler no conserva la energía y forma una caracterítica espìral, mientras el RK-4 sí lo hace (circunferencia casi perfecta).

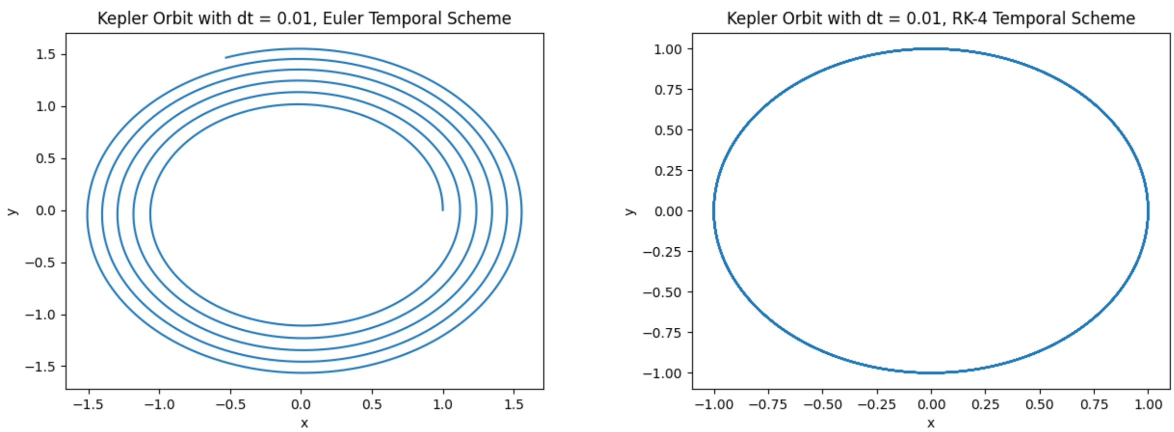


(a) Euler (b) Runge-Kutta 4

Figura 2: Kepler Problem, N= 500, t= 50

2.3. N = 5000

Por último, se repite el mismo proceso para un paso de tiempo de $dt = 0{,}01$. El RK-4 apenas cambia, pues el error anteriormente ya era bastante pequeño; sin embargo, el Euler necesitaría más puntos de integración para alzanzar una mayor precisión.



(a) Euler (b) Runge-Kutta 4

Figura 3: Kepler Problem, N= 5000, t= 50