

Asignatura : Cálculo Numérico
Grado en Ingeniería Aeroespacial - ETSIAE
Curso : 2018-2019

Examen parcial P2 :

Todos los resultados se deben dar con cuatro cifras significativas.

■ **Diferencias finitas. Interpolación continua a trozos.**

Se construye un interpolante continuo a trozos con tres puntos equiespaciados con $\Delta x = 0,1$ para aproximar la función $f(x) = \cosh(x)$ en el compacto $[0, 1]$.

21. Error de la derivada segunda en $x = 0,5$.
22. Error de la derivada segunda en $x = 1$.
23. Error de la derivada primera en $x = 0$.
24. Error de la derivada primera en $x = 1$.

■ **Problema de condiciones de contorno.**

Se considera el siguiente problema de contorno de segundo orden para la función $u(x)$ para todo $x \in [-1, 1]$:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{du}{dx} + 30 u = 30 \sin(\pi x), \quad u'(-1) = 0, \quad u'(1) = 0.$$

El problema se resuelve mediante diferencias finitas de segundo orden con una malla equiespaciada de 101 puntos que incluye los extremos del intervalo.

25. Valor de la solución numérica en $x = 0$.
26. Valor de la solución numérica en $x = 1$.

■ **Problema de Cauchy en EDOs.**

Se integra el siguiente problema de Cauchy con un esquema Runge-Kutta de orden 4 y paso de tiempo constante $\Delta t = 0,01$

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 10 u = 0, \quad u(0) = 1, \quad \frac{du}{dt}(0) = 0.$$

27. Valor de $\sqrt{u^2 + \dot{u}^2}$ para $t = 10$.
28. Valor de $\sqrt{u^2 + \dot{u}^2}$ para $t = 1$.

■ **Problema de condiciones iniciales y de contorno.**

Se integra la siguiente ecuación del calor en un dominio unidimensional $x \in [-1, 1]$ mediante diferencias finitas centradas de tres puntos y un esquema Euler. El paso espacial es $\Delta x = 0,1$ y el paso temporal $\Delta t = 0,01$.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u(-1, t) = 0, \quad u(1, t) = 0, \quad u(x, 0) = e^{-5 x^2}.$$

29. Valor de la solución numérica para $x = -0,2$ y $t = 0,1$.
30. Valor de la solución numérica para $x = 0,2$ y $t = 0,1$.