

Decaimiento radioactivo.

E: Calcular la vida media de una sustancia radioactiva que en 10 años decae un 25%.

D: ▼ Si $S(t)$ es la cantidad de sustancia al cabo de t años y S_0 es la cantidad inicial, entonces $S(0) = S_0$.

Debido a que en 10 años desaparece el 25 % de S_0 , entonces $S(10) = 75\%$ de $S_0 = (0.75)S_0 = \frac{3}{4}S_0$.

Por lo tanto, la cantidad $S(t)$ está dada por la solución del PVI:

$$S'(t) = kS(t), \quad \text{con } S(0) = S_0 \text{ y además } S(10) = \frac{3}{4}S_0.$$

Sabemos que $S(t) = Ce^{kt}$. Ahora:

$$S(0) = S_0 \Rightarrow Ce^0 = S_0 \Rightarrow C = S_0 \Rightarrow S(t) = S_0e^{kt}.$$

Luego:

$$S(10) = \frac{3}{4}S_0 \Rightarrow S_0e^{10k} = \frac{3}{4}S_0 \Rightarrow e^{10k} = 0.75 \Rightarrow k = \frac{\ln(0.75)}{10} = -0.02877.$$

Por lo tanto: $S(t) = S_0e^{-(0.02877)t}$. Si t_m es la vida media de esta sustancia, entonces:

$$t_m = \frac{-\ln 2}{k} \Rightarrow t_m = \frac{-\ln 2}{-0.02877} = 24.0927 \Rightarrow t_m \approx 24 \text{ años, } 34 \text{ días.}$$

□