Grado en Ingeniería Informática — Grado en Matemáticas Examen Final de Cálculo Infinitesimal

Convocatoria Extraordinaria.

Curso 16-17.

 $1.(1 = 0.5 + 0.5 \ puntos)$

(a) Sea z = a + ib. Encontrar la relación entre a y b para que el cociente $\frac{z+1}{1}$ sea imaginario puro.

2. (1 punto) Calcular el siguiente $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^n k^2\sin\frac{1}{k}$. Valcular el siguiente $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^n k^2\sin\frac{1}{k}$.

- 3. (1 punto) Estudiar la convergencia de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(\sqrt{n} \sqrt{n-1})} \log \frac{n+1}{n}.$
- 4. (1 punto) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (3,2) y determina con los ejes de coordenadas un triángulo de area mínima en el primer cuadrante.
- 5. (1.5 puntos) Desarrollar en serie de potencias de x la función siguiente indicando el radio de convergencia:

$$f(x) = \log(x + \sqrt{1 + x^2}).$$

Calcular $f^{(2017)}(0)$.

6. (1.5=0.5+1 puntos) Dada la serie de potencias

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 - 5n + 2}{n!} x^n.$$

- (a) Calcular su radio de convergencia.
- (b) Calcular su suma.

7. (1.5 = 0.75 + 0.75 puntos) Calcular las primitivas siguientes:

(a)
$$\int \arctan \sqrt{x} \, dx$$
, (b) $\int \frac{\sin x}{1 - \cos^2 x} \, dx$.

8. (1.5 puntos) Hallar el volumen del cuerpo engendrado al girar alrededor del eje OY la figura limitada por la curva $y = \frac{1}{4 + x^3}$ en el primer cuadrante y su asíntota.