EVALUACIÓN DE LÓGICA (1º - GM / GII) 1 - junio - 2020

Nombre:

Titulación: □ GM — □ GII

El test vale 30 puntos. Tiempo 40 minutos. Cada respuesta acertada suma 1 punto y si es incorrecta resta 0,5 puntos. La nota mínima de test es 0 puntos. Para contestar una cuestión escribe el cuadro correspondiente sólamente una de las tres respuestas posibles: (a), (b), (c). Una respuesta tachada se entiende que está anulada.

1		6		11	
2		7		12	
3		8		13	
4		9		14	
5		10		15	
16		21		26	
17		22		27	
18		23		28	
19		24		29	
20		25		30	

Señalar la única respuesta correcta de las tres posibles (a), (b) y (c) de cada cuestión del siguiente test e indícala en el cuadro correspondiente de la tabla.

1. La cadena de símbolos $(((p \to r) \vee q) \to (\neg q \to p))$ formada a partir del alfabeto $\{p, q, r\}$

   (a) es una proposición bien formulada

   (b) no es una proposición bien formulada

   (c) no se puede saber

   Solución: (a)

2. La cadena de símbolos $(((p \leftrightarrow q) \wedge p) \wedge \neg q)$ formada a partir del alfabeto $\{p, q\}$

   (a) es de longitud 4.

   (b) tiene profundidad igual a 3.

   (c) como es una fórmula lineal no tiene profundidad.

   Solución: (b)

3. Sabiendo que $\bar{v}((r \wedge \neg q) \to \neg p) = 0$ se puede asegurar que:

   (a) $v(p) = 1$, $v(q) = 0$ y $v(r) = 0$,

   (b) $v(p) = 1$ y $v(q) = 1$

   (c) No se verifican las anteriores (a) y (b)

   Solución: (c)

4. Dada la proposición $P = (p \to q) \to ((q \vee \neg r) \to \neg p)$ y una interpretación principal v tal que $v(p) = v(q) = 1$. ¿Qué valores de $v(r)$ satisfacen que $\bar{v}(P) = 0$?

   (a) $v(r) \in \{0, 1\}$,

   (b) Sólo $v(r) = 1$

   (c) Sólo $v(r) = 0$

   Solución: (a)

5. Dada la proposición $P = \neg(p \to r) \to (q \vee r)$ y una interpretación principal v tal que $v(q) = v(r) = 0$, ¿Qué valores de $v(p)$ satisfacen que $\bar{v}(P) = 1$?

   (a) Cualquier valor

   (b) $v(p) = 1$

   (c) $v(p) = 0$

   Solución: (c)

6. La proposición $p \to (q \to p)$ es una:

   (a) contradicción

   (b) tautología

   (c) contingencia

   Solución: (b)

7. La proposición $(p \to q) \to p$ es una:

   (a) tautología

   (b) contradicción

   (c) contingencia

   Solución: (c)

8. La proposición $(p \to (q \vee p \vee r)) \vee (p \to (\neg q \vee \neg r))$ es una:

   (a) contradicción

   (b) contingencia

   (c) tautología

   Solución: (c)

9. Si P es una contradicción y Q es una proposición cualquiera, entonces $P \to Q$ es una:

   (a) contradicción

   (b) contingencia

   (c) tautología

   Solución: (c)

10. Si P y Q son contingencias, entonces $P \vee Q$ es siempre:

    (a) consistente

    (b) falsable

    (c) una tautología

    Solución: (a)

11. La proposición $(\neg p \to \neg q) \to (q \to p)$ es equivalente a:

    (a) $(p \to q) \to r$

    (b) $\neg p \vee (r \vee \neg q)$

    (c) $p \vee \neg p$

    Solución: (c)

12. La proposición $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$ es equivalente a:

    (a) una tautología

    (b) una contradicción

    (c) $\neg(p \to q)$

    Solución: (a)

13. Sean las proposiciones $P = p \oplus q$, $Q = \neg(p \wedge \neg q)$, se cumple:

    (a) $P \models Q$

    (b) $Q \models P$

    (c) Ninguna de las dos anteriores

    Solución: (c)

14. Sea la proposición $P = p \vee \neg q$ generada por un alfabeto de dos letras. Entonces, P no cumple:

    (a) P es una cláusula

    (b) P es una cláusula estándar

    (c) P está en forma normal disyuntiva

    Solución: (c)

15. Sea la proposición $P = p \vee \neg p$, entonces se cumple:

    (a) P es una conjunción de literales

    (b) P es una cláusula estándar

    (c) P está en forma normal disyuntiva para un alfabeto de una letra

    Solución: (c)

16. Sea A un álgebra de Boole y sean $x, y \in A$. Entonces siempre se verifica que:

    (a) $x \vee (x \wedge y) = y$

    (b) $x \wedge (x \vee y) = y$

    (c) $x = x \wedge y$ si y sólo si $x \vee y = y$

    Solución: (c)

17. Sea A un álgebra de Boole. Entonces se cumple:

    (a) El cardinal de A siempre es de la forma $2^{(2^n)}$

    (b) El cardinal de A siempre es infinito

    (c) Ninguna de las dos anteriores

    Solución: (c)

18. Sea A un álgebra de Boole y sea $x \in A$, $x \neq 1$, entonces se cumple:

    (a) $x \wedge \neg x = 1$

    (b) $x \wedge \neg x = 0$

    (c) $x \wedge \neg x = \neg(x \wedge x)$

    Solución: (b)

19. Sea Γ un conjunto de proposiciones, $P \in \mathcal{P}$ y supongamos que $\Gamma \models P$. Entonces se cumple:

    (a) $\Gamma \cup \{\neg P\}$ es un conjunto contradictorio

    (b) $\Gamma \cup \{P\}$ es un conjunto contradictorio

    (c) $\Gamma \cup \{\neg P\}$ es un conjunto nulo

    Solución: (a)

20. Sea $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ el conjunto de todas las proposiciones con alfabeto $\mathcal{A} \neq \emptyset$, $P \in \mathcal{P}(\mathcal{A})$. Entonces se cumple:

    (a) $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ no es un conjunto contradictorio

    (b) $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ no es un conjunto nulo

    (c) $\mathcal{P}(\mathcal{A}) \models P$

    Solución: (c)

21. Sea $\Gamma \subset \Gamma' \subset \mathcal{P}(\mathcal{A})$. Entonces se cumple:

    (a) Si Γ' es contradictorio, entonces Γ es un conjunto vacío

    (b) Si Γ es contradictorio, entonces Γ' es contradictorio

    (c) Si Γ' es contradictorio, entonces Γ es contradictorio

    Solución: (b)

22. Sea Γ un conjunto nulo de proposiciones. Entonces se cumple:

    (a) Para toda proposición P de Γ se verifica que $\neg P$ está en Γ

    (b) Existe una proposición P de Γ tal que $\neg P$ está también en Γ

    (c) Existe una proposición P de Γ tal que $\neg P$ no está en Γ

    Solución: (b)

23. Sea Γ un conjunto finito no vacío de tautologías generadas por un alfabeto finito no vacío $\mathcal{A}$. Entonces se cumple:

    (a) Si P es una proposición, entonces $\Gamma \models P \wedge \neg P$

    (b) Las proposiciones de Γ son contingencias

    (c) $\Gamma' = \{\neg P | P \in \Gamma\}$ es un conjunto contradictorio

    Solución: (c)

24. Sea Γ un conjunto finito no vacío de cláusulas generadas por un alfabeto finito no vacío $\mathcal{A}$. Entonces se cumple:

    (a) Si cada cláusula tiene un átomo de $\mathcal{A}$ y su negación, entonces Γ es contradictorio

    (b) Si todos los literales de cada cláusula son negativos, entonces Γ es contradictorio

    (c) Si Γ tiene una cláusula que con todos sus literales positivos y para cada uno de estos literales su negación es una cláusula de Γ, entonces Γ es contradictorio

    Solución: (c)

25. Sea Γ un conjunto finito no vacío de cláusulas generadas por un alfabeto finito no vacío $\mathcal{A}$. Entonces se cumple:

    (a) Si Γ es contradictorio, cada interpretación es un contramodelo de alguna cláusula de Γ

    (b) Si Γ es contradictorio, entonces cada interpretación es un modelo de alguna cláusula de Γ

    (c) Si existe una interpretación que hace falsa al menos a una proposición de Γ, entonces Γ es contradictorio

    Solución: (a)

26. Sea $\Gamma = \{\neg p \vee \neg q, p, q\}$ y sea P una proposición. Entonces se cumple:

(a) $\Gamma \cup \{P\}$ no es contradictorio

(b) $\Gamma \cup \{\neg P\}$ no es contradictorio

(c) $\Gamma \models P$

Solución: (c)

27. Sea el siguiente esquema de inferencia

$$\frac{P}{\neg\neg P}(\neg\neg\mathrm{I}).$$

Entonces se cumple:

(a) Es una regla primitiva del sistema deductivo de Gentzen

(b) Es una regla primitiva del sistema deductivo de Fitch

(c) Es una regla de inferencia

Solución: (c)

28. El siguiente esquema de inferencia

$$\frac{\begin{array}{c} P \to Q \\ \neg Q \end{array}}{\neg P}(\mathrm{MT}).$$

verifica que:

(a) Es una regla primitiva del sistema deductivo de Gentzen

(b) Es una regla primitiva del sistema deductivo de Fitch

(c) No es regla primitiva ni del sistema deductivo de Gentzen ni del sistema de Fitch

Solución: (c)

29. Dado un conjunto Γ de proposiciones, se tiene la deducción $\Gamma \vdash P \to Q$ si se hace la deducción $\Gamma \cup \{P\} \vdash Q$.

(a) El método de deducción anterior es un procedimiento primitivo del sistema Gentzen pero no del sistema Fitch

(b) El método de deducción anterior es un procedimiento primitivo del sistema Fitch pero no del sistema Gentzen

(c) Es un procedimiento de deducción primitivo tanto para Gentzen como para Fitch

Solución: (c)

30. La siguente sucesión de proposiciones

$$
\begin{array}{lll}
1. & P \to Q & \\
2. & \quad \neg Q & \\
3. & & \qquad P \\
4. & & \qquad Q \\
5. & & \quad Q \wedge \neg Q \\
6. & \quad \neg P &
\end{array}
$$

verifica que

(a) Es una deducción del sistema de Gentzen

(b) Es una deducción del sistema de Fitch

(c) No es una deducción válida en dichos sistemas.

Solución: (a)

EVALUACIÓN DE LÓGICA (1º - GM / GII) 01 - 06 - 2020

Nombre:

Titulación: □ **GM** — □ **GII**

Problemas (Cada problema vale 20 puntos. Tiempo 90 minutos)

1.- Utilizar el método de resolución para validar el siguiente esquema de inferencia.

$$\begin{array}{c} (P \wedge Q) \rightarrow (R \wedge S) \\ S \rightarrow (Q \wedge T) \\ S \wedge T \\ \hline P \rightarrow (Q \wedge R) \end{array}$$

Una solución:

Busquemos las formas clausales:

$(P \wedge Q) \rightarrow (R \wedge S) \equiv \neg(P \wedge Q) \vee (R \wedge S) \equiv (\neg P \vee \neg Q) \vee (R \wedge S) \equiv (\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee S)$

$S \rightarrow (Q \wedge T) \equiv \neg S \vee (Q \wedge T) \equiv (\neg S \vee Q) \wedge (\neg S \vee T)$

$S \wedge T$

$\neg(P \rightarrow (Q \wedge R)) \equiv P \wedge \neg(Q \wedge R) \equiv P \wedge (\neg Q \vee \neg R)$

1. $\neg P \vee \neg Q \vee R$
2. $\neg P \vee \neg Q \vee S$
3. $\neg S \vee Q$
4. $\neg S \vee T$
5. S
6. T
7. P
8. $\neg Q \vee \neg R$

– –

9. Q $(3, 5)$.
10. $\neg Q \vee R$ $(1, 7)$.
11. R $(9, 10)$.
12. $\neg Q$ $(8, 10)$.
13. $\perp$ $(9, 12)$.

Nota: Para la resolución anterior se ha tomado un cierto criterio para ir seleccionando las parejas, pero se puede llegar al conjunto nulo utilizando otras estrategias que pueden ser muy diferentes entre sí.

Error frecuente: No se puede hacer una "resolución" (2, 3) para obtener $\neg P$.

La resolución de (2,3) obtiene como resolventes: o bien $\neg P \vee S \vee \neg S$, o bien $\neg P \vee \neg Q \vee Q$ que en ambos caso son tautologías y se pueden suprimir.

2.- Utilizar el método de deducción natural de Fitch para validar el siguiente esquema de inferencia.

$$\begin{array}{l} P \rightarrow (Q \rightarrow R) \\ S \rightarrow (Q \rightarrow R) \\ (\neg P \wedge \neg S) \rightarrow \neg T \\ \neg(Q \rightarrow R) \\ \hline \neg T \vee \neg P \vee \neg S \end{array}$$

Una solución:

Construct a proof for the argument: $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$, $S \rightarrow (Q \rightarrow R)$, $(\neg P \wedge \neg S) \rightarrow \neg T$, $\neg(Q \rightarrow R) \therefore \neg T \vee (\neg P \vee \neg S)$

1	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	
2	$S \rightarrow (Q \rightarrow R)$	
3	$(\neg P \wedge \neg S) \rightarrow \neg T$	
4	$\neg(Q \rightarrow R)$	
5	$\neg P$	MT 1, 4
6	$\neg S$	MT 2, 4
7	$\neg P \wedge \neg S$	∧I 5, 6
8	$\neg T$	→E 3, 7
9	$\neg T \vee (\neg P \vee \neg S)$	∨I 8

NEW LINE NEW SUBPROOF

Congratulations! This proof is correct.

"Error de estilo" frecuente: Los procedimentos introducen supuestos y una vez concluidos se saca la consecuecia. El hecho de encadenar varios procedimientos para al final sacar la lista de consecuencias correspondientes es un cambio en la forma de proceder. Es correcto, pero requiere cierta memoria para recordar las consecuencias no anotadas y, por lo tanto, lo que se está creando es un nuevo procedimiento. Se puede considerar correcto, pero en realidad se ha introducido un nuevo procedimiento (que no estaba en la lista de los admitidos).

3.- Considerar las proposiciones $A = \neg p \vee q$, $B = p \vee \neg q$ y el alfabeto $\mathcal{A} = \{p, q, r\}$.

a) Dar la forma normal conjuntiva de $A \wedge B$ respecto a $\mathcal{A}$.

b) Dar la forma normal disyuntiva de $A \wedge B$ respecto a $\mathcal{A}$.

c) Encontrar dos proposiciones U, V tales que respecto al alfabeto $\mathcal{A}$ U tenga dos modelos, V tenga dos modelos, $U \wedge (A \wedge B)$, $V \wedge (A \wedge B)$, $U \wedge V$ sean contradiciones y $U \vee V \vee (A \wedge B)$ sea una taulotología.

Una solución:

Calculemos la forma normal conjuntiva

$A \wedge B = (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \equiv (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r)$

Por lo tanto los contramodelos de $A \wedge B$ son $\{(1,0,0), (1,0,1), (0,1,0), (0,1,1)\}$.

En consecuencia los modelos de $A \wedge B$ son $\{(0,0,0), (0,0,1), (1,1,0)(1,1,1)\}$ que determinan la forma disyuntiva normal

$A \wedge B \equiv (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

Basta tomar como modelos de $U \vee V$ los contramodelos de $A \wedge B$ para $U \wedge (A \wedge B)$, $V \wedge (A \wedge B)$, sean contradiciones y $U \vee V \vee (A \wedge B)$ sea una taulotología; es decir que $U \vee V \equiv (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$

Para que U, V tengan dos modelos y $U \wedge V$ sean una contradicción tenemos “esencialmente” tres soluciones

$U_1 = (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r), \quad V_1 = (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$

o

$U_2 = (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r), \quad V_2 = (p \wedge \neg q \wedge r \vee (\neg p \wedge q \wedge r))$

o bien

$U_3 = (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r), \quad V_3 = (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r)$.

También se puede intercambiar la U por la V en las soluciones anteriores.

Error frecuente: La contestaciones que parten las forma normal conjuntiva en dos “trozos” o la forma normal disyuntiva no son correctas. Por ejemplo, Si U es un “trozo” de la forma normal disyuntiva, no se verifica que $U \wedge (A \wedge B)$ sea una contracción ya que comparten los modelos asociados a co-cláusulas comunes.