PARTE 1

1 Calcula una fórmula para conocer el número de formas posibles de aparcar motos y coches en una fila de n espacios, teniendo en cuenta lo siguiente;

(a) cada moto ocupa un espacio, y cada coche dos;

(b) las motos son idénticas entre sí, y los coches también;

(c) no se pueden dejar espacios libres

2 Sea S un conjunto de enteros positivos que cumplen lo siguiente:

(a) $1 \in S$.

(b) Para n par, si $n \in S$ también $(n-1) \in S$

(c) Para n impar, si $n \in S$ también $2^k n \in S$ para $k = 1, 2, 3, 4, \ldots$

3 Define correctamente que es una relación de equivalencia. Pon un ejemplo de un conjunto de 10 elementos con una relación de equivalencia que no sea la igualdad; ~~de~~ además, deberá haber exactamente dos clases de equivalencias, y no deben ser del mismo tamaño.

PARTE 2

4 Calculamos que un grafo particular de al menos cinco vértices se puede colorear

- de 0 formas si tenemos 1 solo color disponible,
- de 0 formas si tenemos 2 colores disponibles,
- de 12 formas si tenemos 3 colores disponibles,
- de 144 formas si tenemos 4 colores disponibles,
- y de 720 formas si tenemos 5 colores disponibles,

Teniendo en cuenta que cuando tenemos k colores no estamos obligados a usar todos, ¿de cuántas formas podemos colorear el grafo usando exactamente k colores y no menos para $k \leq 5$?

Aclaración: Permutar los colores sobre los vértices de un grafo da lugar a distintas coloraciones.

5 Tenemos un grafo bipartido conexo, no necesariamente simple, con 2^k+1 vértices, donde $k \geq 2$. ¿Puede ser euleriano? ¿y hamiltoniano? ¿y completo? ¿y plano? Razona las respuestas incluyendo las definiciones pertinentes.

6 ¿Cuánto puede dar la suma reiterada de las cifras de un número p^{2022} donde p es un primo cualquiera? Con suma reiterada nos referimos a que, si el número es 187, esta sería $1+8+7=16$ y, al hacerlo reiteradamente, $1+6=7$.