

LÓGICA

ACTIVIDADES EN GRUPO REDUCIDO

SESIÓN 4

17 de marzo de 2020

DEDUCCIÓN NATURAL CON PROPOSICIONES (FITCH)

CUARTA SESIÓN DE GRUPO REDUCIDO

El alumnos deben encontrar una solución de los ejercicios propuestos realizando una deducción natural mediante el método de Fitch. La verificación de que la demostración encontrada es correcta se puede realizar introduciendo la demostración on line en el asistente de la página web:

<http://proofs.openlogicproject.org/>.

Se incluye una solución del Ejercicio A. El resto de los ejercicios los debe intentar resolver el alumno verificando en la anterior página web que su propuesta de demostración es correcta.

Ejercicio A. Demostrar que las siguientes proposiciones son teoremas.

1. $O \rightarrow O$
2. $N \vee \neg N$
3. $J \leftrightarrow [J \vee (L \wedge \neg L)]$
4. $(\neg A \vee B) \rightarrow (A \rightarrow B)$

Ejercicio B. Dar demostraciones de las siguientes reglas de inferencia:

1. $C \rightarrow (E \wedge G), \neg C \rightarrow G \vdash G$
2. $M \wedge (\neg N \rightarrow \neg M) \vdash (N \wedge M) \vee \neg M$
3. $(Z \wedge K) \leftrightarrow (Y \wedge M), D \wedge (D \rightarrow M) \vdash Y \rightarrow Z$

$$4. (W \vee X) \vee (Y \vee Z), X \rightarrow Y, \neg Z \vdash W \vee Y$$

Ejercicio C. Para cada uno de los pares siguientes, probar por el método de Fitch que cada proposición del par puede deducirse a parte de la otra.

1. $R \leftrightarrow E, E \leftrightarrow R$
2. $G, \neg\neg\neg\neg G$
3. $T \rightarrow S, \neg S \rightarrow \neg T$
4. $U \rightarrow I, \neg(U \wedge \neg I)$
5. $\neg(C \rightarrow D), C \wedge \neg D$
6. $\neg G \leftrightarrow H, \neg(G \leftrightarrow H)$

Ejercicio D. Verificar por el método de Fitch alguna de las tautologías y reglas incluida en la lista que hemos dado en este curso.

El asistente de deducción natural, basado en el método de Fitch, ha sido elaborado siguiendo los materiales sobre lógica avanzada (adecuada para informáticos y matemáticos) elaborados por «Open Logic Project». y se puede ejecutar en

<http://proofs.openlogicproject.org/>.

Este asistente tiene como objetivo que el alumno aprenda a realizar demostraciones en la lógica de proposiciones mediante el sistema deductivo de Fitch. Dispone de un editor que permite al usuario elaborar una demostración mediante una sucesión de líneas y de subdeducciones que a partir de un conjunto de premisas lleva a una conclusión. Además tiene un corrector de demostraciones que indica si la demostración realizada es correcta o no y en este último caso indica los lugares y errores efectuados durante el intento de demostración.

Una solución al Ejercicio A:

1.	1			O	
	2			$O \wedge O$	$\wedge I\ 1, 1$
	3			O	$\wedge E\ 2$
	4		$O \rightarrow O$		$\rightarrow I\ 1, 3$

1			$\neg(N \vee \neg N)$	
2			N	
3			$N \vee \neg N$	$\vee I 2$
4			\perp	$\neg E 1, 3$
2.			$\neg N$	$\neg I 2-4$
6			$N \vee \neg N$	$\vee I 5$
7			\perp	$\neg E 1, 6$
8			$N \vee \neg N$	$IP 1-7$

1			J	
2			$J \vee (L \wedge \neg L)$	$\vee I 1$
3			$J \vee (L \wedge \neg L)$	
4			J	
5			J	$R 4$
6			$L \wedge \neg L$	
7			L	$\wedge E 6$
8			$\neg L$	$\wedge E 6$
9			\perp	$\neg E 8, 7$
10			J	$X 9$
11			J	$\vee E 3, 4-5, 6-10$
12			$J \leftrightarrow [J \vee (L \wedge \neg L)]$	$\leftrightarrow I 1-9, 3-11$

1			$\neg A \vee B$	
2			A	
3			B	$DS 1, 2$
4			$A \rightarrow B$	$\rightarrow I 2, 3$
4.			$(\neg A \vee B) \rightarrow (A \rightarrow B)$	$\rightarrow I 1, 4$