Ejercicios 1 - Primera Parte

1. Encuentra ecuaciones implícitas del conjunto

$$(1,0,0,\lambda)+\mathrm{Gen}\{(0,-1,1,-1),(-1,-\lambda,\lambda,-\lambda),(2,0,0,0)\}$$

2. Encuentra, justificadamente, los valores de λ para los cuales puedes extraer vectores del conjunto C_1 y completarlos hasta una base de $\mathbb{R}^4$ usando vectores de C_2, donde

$$\begin{aligned} C_1 &= \{(1,0,0,\lambda),(0,\lambda,1,\lambda),(0,-\lambda,-1,0)\}, \\ C_2 &= \{(1,\lambda,1,2\lambda),(1,-2\lambda,-2,-\lambda),(\lambda,0,0,-1),(0,1,\lambda,0)\}. \end{aligned}$$

   Para esos valores de λ encuentra tal base.

3. Encuentra los valores de λ que hacen cierta la igualdad

$$\mathrm{Gen}\{(1,1,-1),(4,-2,2)\}=\mathrm{Gen}\{(0,\lambda,-1),(1,0,0)\}$$

4. Demuestra que si A es una matriz de orden $n\times n$ entonces $\det(\mathrm{adj}(A))=\det(A)^{n-1}$.

5. Estudia los valores de λ que hacen compatible determinado el siguiente sistema

$$\left.\begin{array}{rcc} (\lambda-1)x+(\lambda-2)y-(2\lambda+2)z &=& -2 \\ (-2\,\lambda+2)x+(-\lambda+2)y &=& -3\,\lambda+1 \\ (\lambda-2)y-(2\,\lambda+2)z &=& -\lambda-1 \end{array}\right\}$$

6. Encuentra la relación de recurrencia para calcular el determinante D_n, en términos de D_{n-1} y D_{n-2}, de la matriz de orden $n\times n$

$$\begin{pmatrix} 2 & \lambda & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \lambda & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 2 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Demuestra, sin desarrollar el determinante, que

$$\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha & \sin(\alpha+\delta) \\ \sin\beta & \cos\beta & \sin(\beta+\delta) \\ \sin\gamma & \cos\gamma & \sin(\gamma+\delta) \end{vmatrix}=0$$