Examen Parcial Discreta

Problema 1

$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

$(a,b) \, R \, (a,b) \iff a^2+b^2 = c^2+d^2$

✓ • Reflexiva: $(a,b) \, R \, (a,b)$ ya que $a^2+b^2 = a^2+b^2$

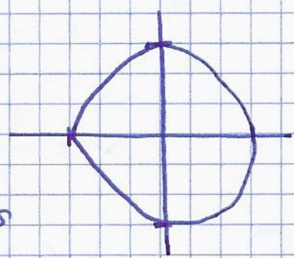
✓ • Simétrica: Si $(a,b) \, R \, (c,d)$ entonces ¿$(c,d) \, R \, (a,b)$?

Tenemos $a^2+b^2 = c^2+d^2$ y así $c^2+d^2 = a^2+b^2$

✓ • Transitiva: Si $(a,b) \, R \, (c,d)$ y $(c,d) \, R \, (e,f)$ entonces ¿$(a,b) \, R \, (e,f)$?

Tenemos $a^2+b^2 = c^2+d^2$ y que $c^2+d^2 = e^2+f^2$
Luego $a^2+b^2 = e^2+f^2$ y $(a,b) \, R \, (e,f)$

- Luego es de equivalencia.



¿Cuantas clases de equivalencia hay? Hay tantas como elementos de $\mathbb{N}$. Por cada $n \in \mathbb{N}$.

Hay infinitas.

¿Es de orden?

• Antisimetrica: Si $(a,b) \, R \, (c,d)$ y $(c,d) \, R \, (a,b)$ ¿entonces $(a,b) = (c,d)$?

Tenemos que $a^2+b^2 = c^2+d^2$ y de aquí uno se deduce que $a=c$, $b=d$.

No es transitiva. Por tanto <u>NO ES DE ORDEN</u>

$[(2,0)] = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : (a,b) \, R \, (2,0)\} = \{(a,b) : a^2+b^2 = 4\}$
$= [(-2,0)], [(0,-2)], [(0,2)]$.