

Grado en Ing. Informática — Grado en Matemáticas  
Examen Final de Cálculo Infinitesimal  
Convocatoria extraordinaria.  
Curso 2018-2019.

1. (1 punto)

(a) Sean los números complejos  $z_1 = \sqrt{8} - i$ ,  $z_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ . Calcular las partes real e imaginaria de  $z_1 \cdot z_2$  y  $z_1/z_2$ .

(b) Resolver la ecuación  $z^3 + \frac{1-i}{1+i} = 0$ .

2. (1 punto) Calcular el límite siguiente:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 \frac{1}{\sqrt{1}} + \sin^2 \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \sin^2 \frac{1}{\sqrt{n}}}{\cos 1 + \cos \frac{1}{2^2} + \cos \frac{1}{n^2} - n}.$$

3. (1 punto) Estudiar la convergencia de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 1} - n) \sin \frac{1}{n}$$

4. (1 punto) Calcular el límite siguiente:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x - x + \frac{1}{6}x^3)^4}{(e^x - 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6})^5}.$$

5. (2 puntos) Desarrollar en serie de potencias de  $x$  la función

$$f(x) = \sin(1 + x^2)$$

indicando el radio de convergencia. Calcular  $f^{(2019)}(0)$ .

6. (2 puntos) Calcular las primitivas siguientes:

(a)  $\int \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx,$

(b)  $\int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx$

7. (2 punto) Sea la integral impropia

$$\int_1^{\infty} \frac{\log^2 x}{x^2} dx.$$

(a) Probar que es convergente sin calcularla.

(b) Calcular su valor.

Tiempo para realizar el examen: **3 horas** .

El examen debe realizarse a bolígrafo azul o negro, nunca a lápiz.

