AUTO-EVALUACÓN DE LÓGICA (1º-GM/GII)

Semana 35, 2020

(3 puntos) Señalar e indicar la única respuesta correcta de las tres posibles (a), (b) y (c) de cada cuestión del siguiente test en el cuadro correspondiente de la tabla de respuestas.

1. La cadena de símbolos $(p \vee q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q)$ formada a partir del alfabeto $\mathcal{A} = \{p, q\}$

   (a) Es una proposición bien formulada

   (b) No es una proposición bien formulada

   (c) No se puede saber

2. Sabiendo que $\bar{v}((p \rightarrow q) \rightarrow p) = 0$. ¿Qué puede asegurarse de $v(p)$?

   (a) $v(p) = 1$

   (b) $v(p) = 0$

   (c) $v(p)$ puede valer 0 ó 1

3. La proposición $p \wedge \neg p$ es una

   (a) tautología

   (b) contradicción

   (c) contingencia

4. La proposición $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ es una

   (a) contradicción

   (b) tautología

   (c) contingencia

5. La proposición $(q \rightarrow r) \rightarrow \neg(q \vee r)$ es una

   (a) contradicción

   (b) tautología

   (c) contingencia

6. Una forma coclausal de la proposición $\neg((p \to q) \to r)$ es
   (a) $(\neg p \wedge \neg r) \vee (q \wedge \neg r)$
   (b) $(\neg q \vee q) \wedge \neg r$
   (c) $(p \wedge \neg q) \vee r$
7. Sea A una álgebra de Boole. Entonces,
   (a) Existe $x \in A$ tal que $0 \neq x \neq 1$
   (b) A puede ser vacía
   (c) A puede tener infinitos elementos
8. Sea A un álgebra de Boole y sean $x, y \in A$. Una de las propiedades de absorción asegura que:
   (a) $x \vee (x \wedge y) = y$
   (b) $x \vee (x \wedge y) = x$
   (c) $x \wedge (x \vee y) = (x \wedge x) \vee (x \wedge y)$
9. Sea A un álgebra de Boole y sea $x \in A$, $x \neq 1$, entonces se cumple:
   (a) $x \wedge \neg x = 1$
   (b) $x \wedge \neg x = 0$
   (c) $x \wedge \neg x = \neg(x \wedge x)$
10. Sea A un álgebra de Boole y sean $x, y \in A$, tales que $0 \neq x \neq 1$, $x \wedge y = 0$, $x \vee y = 1$, entonces se cumple:
   (a) $y = 0$
   (b) $y = 1$
   (c) $y = \neg x$

11. Sea A un álgebra de Boole libre. Entonces se cumple:

    (a) El cardinal de A siempre es de la forma $2^{(2^n)}$

    (b) El cardinal de A siempre es infinito

    (c) Si el cardinal de A es finito, entonces existe un entero no negativo n tal que el cardinal de A es igual a $2^{(2^n)}$

12. Sea A un álgebra de Boole. Entonces se cumple:

    (a) A es siempre una álgebra de Boole libre

    (b) El cardinal de A siempre es infinito

    (c) No se verifican las afirmaciones anteriores

13. Sea P una proposición. Entonces,

    (a) P es una tautología si y sólo si para toda proposición Q, $Q \models P$

    (b) P es una tautología si y sólo si para toda proposición Q, $P \models Q$

    (c) P es una tautología si y sólo si para toda proposición Q, $\{P, \neg Q\}$ es contradictorio.

14. Sea P una tautología y Γ un conjunto de proposiciones. Entonces,

    (a) Γ es contradictorio si y sólo si $\Gamma \cup \{P\}$ es contradictorio

    (b) Γ es contradictorio si y sólo si $\Gamma \cup \{\neg P\}$ es contradictorio

    (c) Γ es contradictorio si y sólo si $\Gamma \models P$

15. Sean Γ y Σ dos conjuntos de proposiciones y P, Q dos proposiciones. Entonces, si $\Gamma \models P$ y $\Sigma \models Q$ se sigue que

    (a) $\Gamma \cup \Sigma \models P \vee Q$

    (b) $\Gamma \cap \Sigma \models P \wedge Q$

    (c) $(\Gamma \cap \Sigma) \cup \{\neg P \vee \neg Q\}$ es contradictorio

16. El esquema de inferencia: $\dfrac{P}{\neg\neg P}$

(a) es una regla de inferencia

(b) es una regla primitiva del sistema deductivo de Fitch

(c) es un procedimiento primitivo del sistema deductivo de Fitch

17. El esquema de inferencia: $\dfrac{P \wedge Q}{P}(\wedge E)$

(a) es una regla primitiva del sistema deductivo de Gentzen pero no del de Fitch

(b) es una regla primitiva del sistema deductivo de Fitch pero no del de Gentzen

(c) es una regla primitiva del sistema deductivo de Gentzen y también del de Fitch

18. En una deducción natural de Fitch se han aplicado reglas primitivas y el procedimiento de eliminación de una disyunción (regla de los casos) pero no se han aplicado los demás procedimientos. Entonces,

(a) se han introducido un número par de supuestos

(b) se han introducido un número impar de supuestos

(c) es posible que el número de supuestos haya sido nulo

19. El sistema axiomático de Lukasiewicz para el cálculo de proposiciones consta de de los axiomas siguientes:

(L1) $P \to (Q \to P)$

(L2) $(P \to (Q \to R)) \to ((P \to Q) \to (P \to R))$

(L3) $(\neg P \to \neg Q) \to (Q \to P)$

Entonces se cumple:

(a) sobra el L3

(b) falta el axioma L4

(c) efectivamente esos son los axiomas

20. El una deducción mediante el sistema de Lukasiewicz en la que no se utilicen reglas derivadas, ademas de los axiomas se puede aplicar:

(a) Modus ponens

(b) Modus tollens

(c) La regla de resolución

Consideremos el conjunto de variables $\{x, y\}$, de constantes $\{a\}$ y de funciones $\{f, g\}$, con aridades $\mathrm{ar}(f) = 1$, $\mathrm{ar}(g) = 2$.

21. La expresión $g(g(f(x), a), f(y))$ es
    (a) un término
    (b) una fórmula atómica
    (c) una fórmula proposicional

22. Consideremos el predicado A de aridad 1. La expresión $A(g(g(f(x), a), f(y)))$ es
    (a) un término
    (b) una fórmula atómica
    (c) una fórmula proposicional no atómica

23. La expresión $\exists x \exists y A(g(g(f(x), a), f(y)))$ es
    (a) una fórmula que no es proposicional
    (b) una fórmula atómica
    (c) una fórmula proposicional no atómica

24. Si tomamos como dominio de una interpretación I los números enteros, y tomamos $\bar{a} = 0$, $\bar{f}(z) = -z$, $\bar{g}(z, z') = z + z'$. Para la valoración $v(x) = 1$, $v(y) = -1$, se tiene que
    (a) $\bar{v}(g(g(f(x), a), f(y))) = -2$
    (b) $\bar{v}(g(g(f(x), a), f(y))) = 0$
    (c) $\bar{v}(g(g(f(x), a), f(y)))$ es distinto de los anteriores valores

25. Si tomamos como dominio de una interpretación I los números enteros, $\bar{a} = 0$, $\bar{f}(z) = -z$, $\bar{g}(z, z') = z + z'$ y $\bar{A} = \{z \in \mathbb{Z} | \exists u \in \mathbb{Z}$ tal que $z = u + u\}$. Para la valoración $v(x) = 0$, $v(y) = 1$, se tiene que
    (a) $(I, v) \models A(g(g(f(x), a), f(y)))$
    (b) $I \models A(g(g(f(x), a), f(y)))$
    (c) $I \models \exists x \exists y A(g(g(f(x), a), f(y)))$

26. La fórmula $F = A(g(g(f(x), a), f(y)))$ es
    (a) una ley lógica
    (b) Para toda interpretación y valoración (I, v), se tiene que $(I, v) \not\models F$
    (c) Existe una interpretación y una valoración (I, v) tal que $(I, v) \models F$
27. La fórmula $G = \forall x A(x) \vee \forall x \neg A(x)$ verifica:
    (a) Es una ley lógica
    (b) Para toda interpretación y valoración (I, v), se tiene que $(I, v) \not\models G$
    (c) Existe una interpretación I tal que para toda valoración v, se tiene que $(I, v) \models G$
28. En la fórmula $\exists x R(x, y) \vee \forall y A(y)$ todas las apariciones de la variable y son
    (a) libres
    (b) libres y ligadas
    (c) libres o ligadas
29. Considerar la fórmula $F = \exists y A(x, u, y)$ y el término $t = f(y, u)$. Entonces,
    (a) el término t está libre para la variable x en la fórmula F
    (b) el término t está libre para la variable u en la fórmula F
    (c) el término t no está libre para la variable x en la fórmula F
30. Consideremos las fórmulas $F = \forall x(P(x) \to Q(x))$, $G = \exists x Q(x)$. Entonces se verifica:
    (a) $F \models G$
    (b) $G \models F$
    (c) Ninguna las otras dos opciones

AUTO-EVALUACIÓN DE LÓGICA (1º-GM/GII)
Semana 35, 2020

Problemas

1.- (**2 puntos**) Considerar la proposición $P = (p \oplus q) \leftrightarrow r$, y el alfabeto $\mathcal{A} = \{p, q, r\}$.

a) Dar la forma normal conjuntiva de P respecto a $\mathcal{A}$.

b) Dar la forma normal disyuntiva de P respecto a $\mathcal{A}$.

c) Encontrar dos proposiciones X, Y tales que X tenga dos modelos, Y tenga dos modelos, $X \wedge P$, $Y \wedge P$, $X \wedge Y$ sean contradiciones y $X \vee Y \vee P$ sea una taulotología.

2.- (**2 puntos**) Utilizar el método de resolución para probar que el siguiente esquema de inferencia es una regla de inferencia.

$$\begin{array}{l} M(r) \\ \forall x(M(x) \to (M(p(x)) \vee M(m(x)))) \\ \forall x(A(x, p(x)) \wedge A(x, m(x))) \\ \hline \exists x \exists y(A(x, y) \wedge M(y)) \end{array}$$

3.- (**2 puntos**) Determinar si el siguiente sistema de inferencia es una regla de inferencia y en el caso que sea una regla verificarla por deducción natural mediante el método de Fitch.

$$\begin{array}{c} C \vee A \\ Q \to \neg P \\ R \to A \\ A \to P \\ B \to Q \\ C \to R \\ \hline \neg B \end{array}$$