

# Calculo Infinitesimal

Julio 2009-10

1. Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 1 + 2^2 \sin \frac{1}{2} + 3^2 \sin \frac{1}{3} + \dots + n^2 \sin \frac{1}{n}}{n^2}$$

(2 puntos)

2. Estudiar la Convergencia de la serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{n^2}$$

(2 puntos)

3. Desarrollar en serie de potencias de x la función:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \left( \frac{2x-1}{\sqrt{3}} \right) + \frac{1}{3} \log(1+x) - \frac{1}{6} \log(x^2 - x + 1).$$

Calcular el radio de convergencia de dicha serie y  $f^{(2010)}(0)$  (2 puntos)

4. Una empresa fabrica recipientes cuya forma es un cilindro recto, coronado por una semiesfera. Los recipientes deben ser de volumen  $V = \frac{5\pi}{3}$ . Calcular las dimensiones del recipiente para que el área sea mínima. (Nota: el área de una esfera es  $4\pi r^2$ .)

(2 puntos)

5. Hallar el volumen del sólido engendrado al girar alrededor del eje OX la figura limitada

por  $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x}{4-x}}$  y su asíntota vertical en el primer cuadrante.

(2 puntos)