EVALUACIÓN DE LÓGICA (1º – GM / GII) — 31 - 03 - 2020

Nombre:

Titulación: □ GM — □ GII

El test vale 30 puntos. Tiempo 30 minutos. Cada respuesta acertada suma 1 puntos y si es incorrecta resta 0,5 puntos. La nota mínima de test es 0 puntos. Para contestar una cuestión escribe el cuadro correspondiente sólamente una de las tres respuestas posibles: (a), (b), (c). Una respuesta tachada se entiende que está anulada.

1		6		11	
2		7		12	
3		8		13	
4		9		14	
5		10		15	
16		21		26	
17		22		27	
18		23		28	
19		24		29	
20		25		30	

Señalar la única respuesta correcta de las tres posibles (a), (b) y (c) de cada cuestión del siguiente test e indícala en el cuadro correspondiente de la tabla.

1. La cadena de símbolos $((p \vee q) \rightarrow (\neg q \rightarrow p))$ formada a partir del alfabeto $\{p, q\}$

   (a) es una proposición bien formulada

   (b) no es una proposición bien formulada

   (c) no se puede saber

   Solución: (a)

2. La cadena de símbolos $(((p \leftrightarrow q) \wedge p) \wedge \neg q)$ formada a partir del alfabeto $\{p, q\}$

   (a) no es una proposición bien formulada

   (b) no se puede saber

   (c) es una proposición bien formulada

   Solución: (c)

3. Sabiendo que $\bar{v}(q \rightarrow \neg p) = 0$ se puede asegurar que:

   (a) $v(p) = 1$ y $v(q) = 0$

   (b) $v(p) = 1$ y $v(q) = 1$

   (c) $v(p) = 0$

   Solución: (b)

4. Dada la proposición $P = (p \rightarrow q) \rightarrow ((q \vee \neg r) \rightarrow \neg p)$ y una interpretación principal v tal que $v(p) = v(q) = 0$, para que $\bar{v}(P) = 1$, ¿cuánto tiene que valer $v(r)$?

   (a) Cualquier valor

   (b) $v(r) = 1$

   (c) $v(r) = 0$

   Solución: (a)

5. Dada la proposición $P = \neg(p \rightarrow r) \rightarrow (q \vee r)$ y una interpretación principal v tal que $v(p) = v(q) = 0$, para que $\bar{v}(P) = 1$, ¿cuánto tiene que valer $v(r)$?

   (a) Cualquier valor

   (b) $v(r) = 1$

   (c) $v(r) = 0$

   Solución: (a)

6. La proposición $p \to \neg p$ es una:

   (a) contradicción

   (b) tautología

   (c) contingencia

   Solución: (c)

7. La proposición $(p \vee q) \leftrightarrow (\neg q \to p)$ es una:

   (a) tautología

   (b) contradicción

   (c) contingencia

   Solución: (a)

8. La proposición $(p \to (q \vee p)) \wedge (p \to \neg q)$ es una:

   (a) contradicción

   (b) contingencia

   (c) tautología

   Solución: (b)

9. Si P es una contradicción y Q es una proposición cualquiera, entonces $P \to Q$ es una:

   (a) contradicción

   (b) contingencia

   (c) tautología

   Solución: (c)

10. Si P y Q son contingencias, entonces $P \wedge Q$ es siempre:

    (a) consistente

    (b) falsable

    (c) una tautología

    Solución: (b)

11. La proposición $p \to (q \to r)$ es equivalente a:

    (a) $(p \to q) \to r$

    (b) $\neg p \vee (r \vee \neg q)$

    (c) Ninguna de las dos

    Solución: (b)

12. La proposición $\neg((p \to q) \vee \neg(\neg p \vee q))$ es equivalente a:

    (a) una tautología

    (b) una contradicción

    (c) $\neg(p \to q)$

    Solución: (b)

13. Sean las proposiciones $P = p \leftrightarrow q$, $Q = \neg(p \wedge \neg q)$, se cumple:

    (a) $P \models Q$

    (b) $Q \models P$

    (c) $P \equiv Q$

    Solución: (a)

14. Sea la proposición $P = p \vee \neg p$, se cumple:

    (a) P es una cláusula

    (b) P es una cláusula estándar

    (c) P está en forma normal conjuntiva

    Solución: (a)

15. Sea la proposición $P = p \vee \neg p$, entonces se cumple:

    (a) P es una conjunción de literales

    (b) P es una cláusula estándar

    (c) P está en forma normal disyuntiva

    Solución: (c)

16. Sean la proposiciones $P = p \to (q \to r)$ y $Q = (p \to q) \to r$, entonces se cumple:
    (a) P es equivalente a Q
    (b) P modela a Q
    (c) Q modela a P
    Solución: (c)

17. Sean la proposiciones $P = p \to (q \to r)$ y $Q = (p \to q) \to r$, entonces se cumple:
    (a) $P \wedge Q$ es consistente
    (b) $P \wedge Q$ es una tautología
    (c) $P \wedge Q$ es una contradicción
    Solución: (a)

18. Sea A un álgebra de Boole y sean $x, y \in A$. Una de las propiedades de absorción asegura que:
    (a) $x \vee (x \wedge y) = y$
    (b) $x \wedge (x \vee y) = y$
    (c) $x \vee (x \wedge y) = x$
    Solución: (c)

19. Sea A un álgebra de Boole y sea $x \in A$, $x \neq 1$, entonces se cumple:
    (a) $x \wedge \neg x = 1$
    (b) $x \wedge \neg x = 0$
    (c) $x \wedge \neg x = \neg(x \wedge x)$
    Solución: (b)

20. Sea A un álgebra de Boole y sean $x, y \in A$, tales que $0 \neq x \neq 1$, $x \wedge y = 0$, $x \vee y = 1$, entonces se cumple:
    (a) $y = \neg x$
    (b) $y = 0$
    (c) $y = 1$
    Solución: (a)

21. Sea Γ un conjunto de proposiciones, $P \in \mathcal{P}$ y supongamos que $\Gamma \models P$. Entonces se cumple:

    (a) $\Gamma \cup \{\neg P\}$ es un conjunto contradictorio

    (b) $\Gamma \cup \{\neg P\}$ es un conjunto contradictorio si y sólo si se cumple la condición adicional de que las proposiciones de Γ sean cláusulas

    (c) $\Gamma \cup \{\neg P\}$ es un conjunto contradictorio si y sólo si se cumple la condición adicional de que las proposiciones de Γ sean cláusulas estándar

    Solución: (a)

22. Sea $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ el conjunto de todas las proposiciones con alfabeto $\mathcal{A} \neq \emptyset$, $P \in \mathcal{P}(\mathcal{A})$. Entonces se cumple:

    (a) $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ no es un conjunto contradictorio

    (b) $P \models \mathcal{P}(\mathcal{A})$

    (c) $\mathcal{P}(\mathcal{A}) \models P$

    Solución: (c)

23. Sea $\Gamma \subset \Gamma' \subset \mathcal{P}(\mathcal{A})$. Entonces se cumple:

    (a) Si Γ' es contradictorio, entonces Γ es contradictorio

    (b) Si Γ es contradictorio, entonces Γ' es contradictorio

    (c) Si Γ es contradictorio si y sólo si $\Gamma' \setminus \Gamma$ es contradictorio

    Solución: (b)

24. Sea $\Gamma = \{P_1, \cdots, P_n\}$, $n > 1$. Entonces se cumple:

    (a) Γ es contradictorio si y sólo si $P_1 \vee \cdots \vee P_n$ es una contradicción

    (b) Γ es contradictorio si y sólo si $P_1 \vee \cdots \vee P_n$ es una tautología

    (c) Γ es contradictorio si y sólo si $P_1 \wedge \cdots \wedge P_n$ es una contradicción

    Solución: (c)

25. En cualquier álgebra de proposiciones se cumple que:

    (a) un esquema de inferencia es una regla de inferencia

    (b) toda regla de inferencia es un esquema de inferencia

    (c) algunas reglas de inferencia no son esquemas de inferencia

    Solución: (b)

26. Sea Γ un conjunto de proposiciones. Entonces se cumple:

    (a) Si Γ es un conjunto nulo, entonces es contradictorio

    (b) Si Γ es un conjunto nulo y $P \in \Gamma$, entonces $\neg P \in \Gamma$

    (c) Si Γ es un conjunto contradictorio, entonces es un conjunto nulo

    Solución: (a)

27. Sea Γ un conjunto finito no vacío de tautologías generadas por un alfabeto finito no vacío $\mathcal{A}$. Entonces se cumple:

    (a) Γ es equivalente a un conjunto no vacío de cláusulas estándar

    (b) Las proposiciones de Γ son cláusulas

    (c) $\neg\Gamma = \{\neg P | P \in \Gamma\}$ es equivalente a un conjunto de cláusulas

    Solución: (c)

28. Sea Γ un conjunto finito no vacío de cláusulas generadas por un alfabeto finito no vacío $\mathcal{A}$. Entonces se cumple:

    (a) Si todos los literales de cada cláusula son positivos, entonces Γ es contradictorio

    (b) Si todos los literales de cada cláusula son negativos, entonces Γ es contradictorio

    (c) Si Γ es contradictorio, entonces existe una cláusula con un literal positivo y existe otra cláusula con un literal negativo

    Solución: (c)

29. Sea Γ un conjunto finito no vacío de cláusulas generadas por un alfabeto finito no vacío $\mathcal{A}$. Entonces se cumple:

    (a) Si Γ es contradictorio, cada interpretación es un contramodelo de alguna cláusula de Γ

    (b) Si Γ es contradictorio, entonces cada átomo interviene en el mismo número de literales positivos que negativos

    (c) Si Γ es contradictorio, entonces el número total de literales positivos de las cláusulas de Γ es igual que el número total de literales negativos de las cláusulas de Γ

    Solución: (a)

30. Sea $\Gamma = \{p \to q, p, \neg q\}$ y sea P una proposición. Entonces se cumple:

    (a) $\Gamma \cup \{P\}$ no es contradictorio

    (b) $\Gamma \cup \{\neg P\}$ no es contradictorio

    (c) $\Gamma \models P$

    Solución: (c)

EVALUACIÓN DE LÓGICA (1º – GM / GII) — 01 - 04 - 2020

Nombre:

Titulación: □ **GM** — □ **GII**

Problemas (Cada problema vale 30 puntos. Tiempo 50 minutos)

P1 Utilizar el método de resolución para validar el siguiente esquema de inferencia.

$$\begin{array}{c} P3 \wedge P2 \wedge P1 \wedge Q2 \wedge Q1 \\ P2 \wedge P1 \to A \\ P2 \wedge Q1 \to A \\ P3 \wedge A \to B \\ A \wedge Q2 \to T1 \\ P1 \wedge Q1 \to H \\ T1 \wedge H \to T2 \\ \hline T1 \wedge T2 \wedge B \end{array}$$

Una solución:

1. $P3$
2. $P2$
3. $P1$
4. $Q2$
5. $Q1$
6. $\neg P2 \vee \neg P1 \vee A$
7. $\neg P2 \vee \neg Q1 \vee A$
8. $\neg P3 \vee \neg A \vee B$
9. $\neg A \vee \neg Q2 \vee T1$
10. $\neg P1 \vee \neg Q1 \vee H$
11. $\neg T1 \vee \neg H \vee T2$
12. $\neg T1 \vee \neg T2 \vee \neg B$

$- -$

13. $\neg T1 \vee \neg T2 \vee \neg P3 \vee \neg A \quad (8, 12)$.
14. $\neg T1 \vee \neg T2 \vee \neg P3 \vee \neg P2 \vee \neg Q1 \quad (13, 7)$.
15. $\neg T1 \vee \neg T2 \vee \neg P2 \vee \neg Q1 \quad (14, 1)$.

16. $\neg T1 \vee \neg T2 \vee \neg Q1 \quad (15, 2)$.

17. $\neg T1 \vee \neg T2 \quad (16, 5)$.

18. $\neg T1 \vee \neg H \quad (17, 11)$.

19. $\neg T1 \vee \neg P1 \vee \neg Q1 \quad (18, 10)$.

20. $\neg T1 \vee \neg Q1 \quad (19, 3)$.

21. $\neg T1 \quad (20, 5)$.

22. $\neg A \vee Q2 \quad (21, 9)$.

23. $\neg P2 \vee \neg Q1 \vee \neg Q2 \quad (22, 7)$.

24. $\neg Q1 \vee \neg Q2 \quad (23, 2)$.

25. $\neg Q1 \quad (24, 4)$.

26. $\perp \quad (25, 5)$.

Nota: Para la resolución anterior se ha tomado un cierto criterio para ir seleccionando las parejas, pero se puede llegar al conjunto nulo utilizando otras estrategias que pueden ser muy diferentes entre sí.

```
% -------- Comments from original proof --------
% Proof 1 at 0.00 (+ 0.00) seconds.
% Length of proof is 24.
% Level of proof is 5.
% Maximum clause weight is 1.
% Given clauses 0.

1 P3 & P2 & P1 & Q2 & Q1 # label(non_clause).  [assumption].
2 P2 & P1 -> A # label(non_clause).  [assumption].
4 P3 & A -> B # label(non_clause).  [assumption].
5 A & Q2 -> T1 # label(non_clause).  [assumption].
6 P1 & Q1 -> H # label(non_clause).  [assumption].
7 T1 & H -> T2 # label(non_clause).  [assumption].
8 T1 & T2 & B # label(non_clause) # label(goal).  [goal].
9 P3.  [clausify(1)].
10 P2.  [clausify(1)].
11 P1.  [clausify(1)].
12 Q2.  [clausify(1)].
13 Q1.  [clausify(1)].
14 -P2 | -P1 | A.  [clausify(2)].
15 A.  [copy(14),unit_del(a,10),unit_del(b,11)].
17 -P3 | -A | B.  [clausify(4)].
18 B.  [copy(17),unit_del(a,9),unit_del(b,15)].
19 -A | -Q2 | T1.  [clausify(5)].
```

```
20 T1.  [copy(19),unit_del(a,15),unit_del(b,12)].
21 -P1 | -Q1 | H.  [clausify(6)].
22 H.  [copy(21),unit_del(a,11),unit_del(b,13)].
23 -T1 | -H | T2.  [clausify(7)].
24 T2.  [copy(23),unit_del(a,20),unit_del(b,22)].
25 -T1 | -T2 | -B.  [deny(8)].
26 $F.  [copy(25),unit_del(a,20),unit_del(b,24),unit_del(c,18)].

============================== end of proof ==========================
```

P2 Considerar las proposiciones $P = p \wedge \neg q$, $Q = \neg p \wedge q$ y el alfabeto $\mathcal{A} = \{p, q, r\}$.

a) Dar la forma normal conjuntiva de $P \vee Q$ respecto a $\mathcal{A}$.

b) Dar la forma normal disyuntiva de $P \vee Q$ respecto a $\mathcal{A}$.

c) Encontrar dos proposiciones X, Y tales que X tenga dos modelos, Y tenga dos modelos, $X \wedge (P \vee Q)$, $Y \wedge (P \vee Q)$, $X \wedge Y$ sean contradiciones y $X \vee Y \vee P \vee Q$ sea una taulotología.

	Indicar las respuestas del problema P2 en la siguientes filas:
a) FNC:	
b) FND:	
c) X	
Y	

Una solución:

Calculemos la forma normal conjuntiva

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \equiv (p \vee \neg p) \wedge (p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p) \wedge (\neg q \vee q) \equiv (p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p) \equiv (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$

Por lo tanto los contramodelos de $P \vee Q$ son $\{(0,0,0), (0,0,1), (1,1,0)(1,1,1)\}$

En consecuencia los modelos de $P \vee Q$ son $\{(1,0,0), (1,0,1), (0,1,0), (0,1,1)\}$ que determinan la forma disyuntiva normal

$P \vee Q \equiv (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$

Basta tomar como modelos de $X \vee Y$ los contramodelos de $P \vee Q$ para $X \wedge (P \vee Q)$, $Y \wedge (P \vee Q)$, sean contradiciones y $X \vee Y \vee P \vee Q$ sea una taulotología; es decir que $X \vee Y \equiv (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

Para que X, Y tengan dos modelos y $X \wedge Y$ sean una contradicción tenemos "esencialmente" tres soluciones

$X_1 = (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r), \quad Y_1 = (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

o

$X_2 = (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r), \quad Y_2 = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

o bien

$X_3 = (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r), \quad Y_3 = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r).$