

CÁLCULO INFINITESIMAL

Grados en Matemáticas e Informática

21 de enero de 2015

Nombre:

Titulación:

- **1.** ¿Cuál de las siguientes series converge y cuál no? ¿Por qué?

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + 1}}, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}.$$

(10 puntos)

- **2.** Halla el valor de a y b dados como sigue:

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{1! + 2! + \cdots + n!}, \quad b = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log x - \log \sin x}{1 - \cos x}.$$

(15 puntos)

- **3.** Sea $p(x) = x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$. Halla sus raíces y el conjunto

$$A = \{x \in \mathbb{R}; p(x) \leq 0\}.$$

Encuentra los intervalos de crecimiento y decrecimiento de p , y sus extremos absolutos y relativos. Haz un esbozo de su gráfica sin precisar los puntos de inflexión ni los valores que toma en sus extremos.

(25 puntos)

- **4.** Indica el desarrollo en serie de potencias de $(x - 1)$ de $f(x) = \frac{1}{1 + 2x}$.
¿En qué intervalo es válido? Deduce el valor de $f^{(1000)}(1)$.

(12 puntos)

- **5.** Halla el valor de

$$\text{a) } \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 4n + 3}, \quad \text{b) } \int_4^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 3} \quad \text{y} \quad \text{c) } \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}.$$

(26 puntos)

- **6.** Representa en un mismo dibujo los siguientes conjuntos de números complejos:

$$\{z \in \mathbb{C}; |z| = a \text{ y } \operatorname{Im} z < 0\} \quad (a \text{ es el de la pregunta 2}),$$

$$\{z \in \mathbb{C}; |z| = 6b\} \quad (b \text{ es el de la pregunta 2), \text{ y}$$

$$\{z \in \mathbb{C}; \operatorname{Re} z^2 = 0, \operatorname{Im} z > 0 \text{ y } |z| \in A\} \quad (A \text{ es el de la pregunta 3}).$$

(12 puntos)