

Grado en Ing. Informática — Grado en Matemáticas
Examen Final de Cálculo Infinitesimal
Convocatoria ordinaria de **enero**.
Curso 12-13.

1. (1 punto)

- (a) Escribir en forma exponencial el número $z = \sqrt{3} + i$.
(b) Resolver la ecuación $z^4 + 16 = 0$.

2. (2 puntos)

- (a) Calcular el límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 1 + \sin \frac{1}{2} + \sin \frac{1}{3} + \dots + \sin \frac{1}{n}}{\log(n+1)}$$

- (b) Sea la sucesión recurrente $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{2(1+a_n)}{2+a_n}$. Probar que tiene límite y hallarlo.

3. (1 punto) Estudiar la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{n^2}$.

Optimización

4. (1.5 puntos) Se pretende fabricar una lata de conserva cilíndrica (con tapas) de 1 litro de capacidad. ¿Cuáles deben ser sus dimensiones para que se utilice el mínimo posible de metal?

5. (1.5 puntos) Desarrollar en serie de potencias de x la función

$$f(x) = \log \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$$

indicando el radio de convergencia. Calcular $f^{(2013)}(0)$.

6. (a) (1.5 puntos) Calcular la primitiva siguiente:

$$\int \frac{\log \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

- ✕ (b) (1.5 puntos) Calcular el área de la región comprendida entre la función

$$f(x) = \frac{x^2}{1+x^4} \text{ y su asíntota en el primer cuadrante.}$$

Tiempo para realizar el examen: 2 horas .

El examen debe realizarse a bolígrafo azul o negro, nunca a lápiz.