

Grado en Ing. Informática — Grado en Matemáticas
Examen Final de Cálculo Infinitesimal
Convocatoria ordinaria.
Curso 2018-2019.

1. (1 punto)

(a) Dado $z = x + iy \in \mathbb{C}$, con $x > 1$, $y \in \mathbb{R}$. Probar que

$$\left| \frac{1}{z} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{2}.$$

(b) Resolver la ecuación $z^3 + 8i = 0$.

2. (1 punto) Sea la sucesión recurrente $a_1 = 1/2$, $a_{n+1} = \sqrt{1 + 3a_n} - 1$. Probar que tiene límite y hallarlo.

3. (1 punto) Hallar el radio de convergencia de la serie de potencias

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n.$$

4. (1 punto) Calcular el límite siguiente:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - x - \cos x)^3}{(\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x)^2}$$

5. (2 puntos) Desarrollar en serie de potencias de x la función

$$f(x) = \log(x + \sqrt{9 + x^2})$$

indicando el radio de convergencia. Calcular $f^{(2019)}(0)$.

6. (2 puntos) Calcular las primitivas siguientes:

(a) $\int x^3 e^{x^2} dx,$

(b) $\int \frac{\operatorname{sen} x + 3 \cos x}{\operatorname{sen} x \cos x + 2 \operatorname{sen} x} dx$

7. (2 punto) Sea la integral impropia

$$\int_1^{\infty} \frac{\log^2 x}{x^2} dx.$$

(a) Probar que es convergente sin calcularla.

(b) Calcular su valor.

Tiempo para realizar el examen: **3 horas** .

El examen debe realizarse a bolígrafo azul o negro, nunca a lápiz.