1°) a) $\dfrac{1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}}{n^3\log n}$

• Forma fácil: $1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n} \sim \log n$

$$\Downarrow$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}}{n^3\log n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\log n}{n^3\log n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^3} = 0.$$

$\Rightarrow$ se cumple el criterio del resto.

Aplicamos el criterio de comparación con $\frac{1}{n^3}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}}{n^3\log n}}{\frac{1}{n^3}} = 1 \Rightarrow \text{la serie converge porque } \sum \frac{1}{n^3} < +\infty.$$

• Aplicando Stolz:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}}{n^3\log n} \underset{\text{C-S}}{=} \lim_{n\to\infty} \frac{1/n}{n^3\log n-(n-1)^3\log(n-1)} = (*)$$

(*) no puedes usar que $(n-1)^3 \sim n^3$ porque no es un factor.

¡Las equivalencias sólo pueden usarse en factores!

Habría que hacer el límite siguiente:

$$\lim_{n\to\infty} n^3\log n-(n-1)^3\log(n-1) = \lim_{n\to\infty} \log\left(\frac{n^{n^3}}{(n-1)^{(n-1)^3}}\right)$$

y este es ~~un poco~~ más complicado.