

Grado en Ing. Informática — Grado en Matemáticas  
Examen Final de Cálculo Infinitesimal  
Convocatoria extraordinaria  
Curso 2019–2020

- Poned el nombre en todas las hojas del examen.
- Numerad las hojas.
- Tiempo para resolver el examen: 2.5 horas.
- Tiempo para entregar el examen: 10 minutos.
- Una vez acabado el examen debéis de escanear o fotografiar cada una de las hojas. Intentad que se vea lo mejor posible.
- Entregad el examen como una Actividad por el aula virtual. Si al hacerlo, hay algún problema enviad el examen por correo electrónico: [judit.minguez@unirioja.es](mailto:judit.minguez@unirioja.es) o [mbello@unirioja.es](mailto:mbello@unirioja.es).
- Durante el examen podéis preguntarme dudas a través del aula virtual.
- ¡MUCHA SUERTE!

1. (1 punto)

(a) Escribir en la forma  $\operatorname{Re} z + i \operatorname{Im} z$  el número

$$z = \left( \frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^{10}.$$

(b) Resolver la ecuación  $z^4 + 16 = 0$ ,  $z \in \mathbb{C}$ .

2. (1 punto) Sea la sucesión recurrente

$$a_1 = \frac{3}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n^3 + 6}{7}.$$

Probar que tiene límite y hallarlo.

3. (1 punto) Estudiar la convergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n^n (n+1)!}.$$

4. (1.5 puntos) Demostrar la desigualdad siguiente

$$\frac{\log x}{x} < \frac{1}{e}, \quad x > 0, \quad x \neq e.$$

5. (1.5 puntos) Desarrollar en serie de potencias de  $x$  la función

$$f(x) = \arcsen \frac{x}{\sqrt{1+x^2}},$$

indicando el radio de convergencia. Calcular  $f^{(2020)}(0)$ .

6. (2 puntos) Calcular las primitivas siguientes

(a)  $\int \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}} dx,$

(b)  $\int x \operatorname{tg}^2 x \, dx.$

7. (2 puntos) Sea la integral

$$\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{8+x^3} dx.$$

(a) Probar que es convergente sin calcularla.

(b) Calcular su valor.