Prácticas de Lógica en aula informática (Curso 2019-2020) - Práctica 6

DEDUCCIÓN NATURAL CON PREDICADOS

La reglas y procedimientos primitivos de proposiciones se amplían con las siguientes reglas y procedimientos que introducen y eliminan los cuantificadores:

Eliminación del universal. Ponemos utilizar la regla de eliminación del universal (∀E) que tiene la siguiente forma:

$$\begin{array}{r|ll} m & \forall x \mathscr{A}(\ldots x \ldots x \ldots) & \\ & \mathscr{A}(\ldots c \ldots c \ldots) & \forall\mathrm{E}\ m \end{array}$$

Notemos que todas las apariciones que haya de la variable x se sustituyen por en nombre de una constante que hemos denotado por c pero también se puede utilizar otros nombres: $a, b, \ldots$.

Observemos que el radio de action del cuantificador universal es todo la fórmula $\mathscr{A}(\ldots x \ldots x \ldots)$ que está en la fila m.

Hemos de señalar que el nombre de la constante c puede que ya estuviera en el alfabeto de constantes, pero también es correcto aumentar el alfabeto con un nuevo nombre de constante c.

Introducción del existencial. Esta regla permite sustituir una aparición de una constante, digamos c, por una variable pongamos x. Si en un término depende de una constante c lo podemos indicar por '$\mathscr{A}(\ldots c \ldots c \ldots)$' lo que indica que quizás aparezca varias veces. Además hemos de suponer que la variable x no aparece en esta fórmula. Entonces la regla de introducción del existencial $\exists I$ es la siguiente:

$$\begin{array}{r|ll} m & \mathscr{A}(\ldots c \ldots c \ldots) & \\ & \exists x \mathscr{A}(\ldots x \ldots c \ldots) & \exists\mathrm{I}\ m \end{array}$$

Damos un ejemplo de dos invocaciones correctas de la regla:

$$\begin{array}{r|ll} 1 & Raad & \\ \hline 2 & \exists x Rxad & \exists\mathrm{I}\ 1 \\ 3 & \exists y \exists x Rxyd & \exists\mathrm{I}\ 2 \end{array}$$

Introducción del universal. La regla de introducción del cuantificador universal (∀I) es la siguiente:

m	$\mathscr{A}(\ldots \cancel{c} \ldots \cancel{c} \ldots)$	
	$\forall x\mathscr{A}(\ldots x \ldots x \ldots)$	$\forall$I m

En muy importante asegurase de que se verifican las siguientes condiciones:

El nombre c no debe aparecer en las premisas y supuestos no cancelados.

El nombre de variable x no debe aparecer en $\mathscr{A}(\ldots \cancel{c} \ldots \cancel{c} \ldots)$

Veamos con un ejemplo una invocación incorrecta de la regla:

1	$\forall xLxk$	
2	Lkk	$\forall$E 1
3	$\forall xLxx$	invocación incorrecta de $\forall$I 2

Notemos que en este caso existe la premisa (o supuesto) de la línea 1 contiene la letra k y por lo tanto se ha invocado de modo indebido la regla de introducción del universal.

Sin embargo si el supuesto ya ha sido cancelado, entonces si que se puede aplicar la regla:

1	$\quad Gd$	
2	$\quad Gd$	R 1
3	$Gd \to Gd$	$\to$I 1–2
4	$\forall z(Gz \to Gz)$	$\forall$I 3

En ese caso se prueba que '$\forall z(Gz \to Gz)$' es un teorema.

Procedimiento primitivo para eliminar el existencial. El cuantificador universal se puede eliminar mediante el siguiente procedimiento (primitivo):

m	$\exists x\mathscr{A}(\ldots x \ldots x \ldots)$	
i	$\quad \mathscr{A}(\ldots \cancel{c} \ldots \cancel{c} \ldots)$	
j	$\quad \mathscr{B}$	
	$\mathscr{B}$	$\exists$E m, i–j

Hay que tener en cuenta las siguientes restricciones:

c no debe aparecer en ninguna premisa o supuesto no descartado anterior a la línea i,

c no debe aparecer en $\exists x\mathscr{A}(\ldots x \ldots x \ldots)$,

c no debe apacer en la conclusión $\mathscr{B}$.

La moraleja es que si se quiere quitar el existencial hay que indroducir un nuevo supuesto por sustitución de la variable por una nueva constante que no haya aparecido previamente y llevar la argumentación hasta que desaparezca esa constante.

1.- Probar por deducción natural las siguiente leyes lógicas o reglas de deduccón:

1. $\vdash \forall x Fx \vee \neg \forall x Fx$

1	$\quad\vert\ \forall x Fx$ (supuesto)	
2	$\quad\vert\ \forall x Fx \vee \neg \forall x Fx$	$\vee$I 1
3	$\quad\vert\ \neg \forall x Fx$ (supuesto)	
4	$\quad\vert\ \forall x Fx \vee \neg \forall x Fx$	$\vee$I 3
5	$\forall x Fx \vee \neg \forall x Fx$	LEM 1–2, 3–4

2. $\vdash \forall z(Pz \vee \neg Pz)$

1	$\quad\vert\ Pa$ (supuesto)	
2	$\quad\vert\ Pa \vee \neg Pa$	$\vee$I 1
3	$\quad\vert\ \neg Pa$ (supuesto)	
4	$\quad\vert\ Pa \vee \neg Pa$	$\vee$I 3
5	$Pa \vee \neg Pa$	LEM 1–2, 3–4
6	$\forall x(Px \vee \neg Px)$	$\forall$I 5

3. $\forall x(Ax \rightarrow Bx), \exists x Ax \vdash \exists x Bx$

1	$\forall x(Ax \rightarrow Bx)$	
2	$\exists x Ax$	
3	$\quad\vert\ Aa$ (supuesto)	
4	$\quad\vert\ Aa \rightarrow Ba$	$\forall$E 1
5	$\quad\vert\ Ba$	$\rightarrow$E 4, 3
6	$\quad\vert\ \exists x Bx$	$\exists$I 5
7	$\exists x Bx$	$\exists$E 2, 3–6

4. $\forall x(Mx \leftrightarrow Nx), Ma \wedge \exists xRxa \vdash \exists xNx$

1	$\forall x(Mx \leftrightarrow Nx)$	
2	$\underline{Ma \wedge \exists xRxa}$	
3	Ma	$\wedge$E 2
4	$Ma \leftrightarrow Na$	$\forall$E 1
5	Na	$\leftrightarrow$E 4, 3
6	$\exists xNx$	$\exists$I 5

5. $\forall x\forall yGxy \vdash \exists xGxx$

1	$\underline{\forall x\forall yGxy}$	
2	$\forall yGay$	$\forall$E 1
3	Gaa	$\forall$E 2
4	$\exists xGxx$	$\exists$I 3

6. $\vdash \forall xRxx \to \exists x\exists yRxy$

1	$\vert\ \underline{\forall xRxx}$	
2	$\vert\ Raa$	$\forall$E 1
3	$\vert\ \exists yRay$	$\exists$I 2
4	$\vert\ \exists x\exists yRxy$	$\exists$I 3
5	$\forall xRxx \to \exists x\exists yRxy$	$\to$I 1–4

7. $\vdash \forall y\exists x(Qy \to Qx)$

1	$\vert\ \underline{Qa}$	
2	$\vert\ Qa$	R 1
3	$Qa \to Qa$	$\to$I 1–2
4	$\exists x(Qa \to Qx)$	$\exists$I 3
5	$\forall y\exists x(Qy \to Qx)$	$\forall$I 4

8. $Na \to \forall x(Mx \leftrightarrow Ma), Ma, \neg Mb \vdash \neg Na$

1	$Na \to \forall x(Mx \leftrightarrow Ma)$	
2	Ma	
3	$\neg Mb$	
4	$\quad Na$	
5	$\quad \forall x(Mx \leftrightarrow Ma)$	$\to$E 1, 4
6	$\quad Mb \leftrightarrow Ma$	$\forall$E 5
7	$\quad Mb$	$\leftrightarrow$E 6, 2
8	$\quad \bot$	$\neg$E 7, 3
9	$\neg Na$	$\neg$I 4–8

9. $\forall x \forall y(Gxy \to Gyx) \vdash \forall x \forall y(Gxy \leftrightarrow Gyx)$

1	$\forall x \forall y(Gxy \to Gyx)$	
2	$\quad Gab$	
3	$\quad \forall y(Gay \to Gya)$	$\forall$E 1
4	$\quad Gab \to Gba$	$\forall$E 3
5	$\quad Gba$	$\to$E 4, 2
6	$\quad Gba$	
7	$\quad \forall y(Gby \to Gyb)$	$\forall$E 1
8	$\quad Gba \to Gab$	$\forall$E 7
9	$\quad Gab$	$\to$E 8, 6
10	$Gab \leftrightarrow Gba$	$\leftrightarrow$I 2–5, 6–9
11	$\forall y(Gay \leftrightarrow Gya)$	$\forall$I 10
12	$\forall x \forall y(Gxy \leftrightarrow Gyx)$	$\forall$I 11

10. $\forall x(\neg Mx \vee Ljx), \forall x(Bx \to Ljx), \forall x(Mx \vee Bx) \vdash \forall x Ljx$

1	$\forall x(\neg Mx \vee Ljx)$	
2	$\forall x(Bx \to Ljx)$	
3	$\forall x(Mx \vee Bx)$	
4	$\neg Ma \vee Ljx$	$\forall$E 1
5	$Ba \to Lja$	$\forall$E 2
6	$Ma \vee Ba$	$\forall$E 3
7	$\quad \neg Ma$	
8	$\quad Ba$	DS 6, 7
9	$\quad Lja$	$\to$E 5, 8
10	$\quad Lja$	
11	$\quad Lja$	R 10
12	Lja	$\vee$E 4, 7–9, 10–11
13	$\forall x Ljx$	$\forall$I 12

2.- Las dos equivalencias de De Morgan cuantificadas dan cuatro reglas (dos a dos recíprocas), por ejemplo, $\neg\forall x P(x) \vdash \exists x \neg P(x)$, etc.. Demostrad las cuatro reglas sin utilizar reglas derivadas

Solución:

1	$\forall x \neg Fx$	
2	$\quad \exists x Fx$	
3	$\quad\quad Fa$	
4	$\quad\quad \neg Fa$	$\forall$E 1
5	$\quad\quad \bot$	$\neg$E 3, 4
6	$\quad \bot$	$\exists$E 2, 3–5
7	$\neg\exists x Fx$	$\neg$I 2–6

1	$\underline{\neg\exists x Fx}$	
2	$\mid\ \underline{Fa}$	
3	$\mid\ \exists x Fx$	$\exists$I 2
4	$\mid\ \bot$	$\neg$E 1, 3
5	$\neg Fa$	$\neg$I 2–4
6	$\forall x \neg Fx$	$\forall$I 5

1	$\underline{\exists x \neg Fx}$	
2	$\mid\ \underline{\forall x Fx}$	
3	$\mid\ \mid\ \underline{\neg Fc}$	
4	$\mid\ \mid\ Fc$	$\forall$E 2
5	$\mid\ \mid\ \bot$	$\neg$E 3, 4
6	$\mid\ \bot$	$\exists$E 1, 3–5
7	$\neg\forall x Fx$	$\neg$I 2–6

1	$\underline{\neg\forall x Fx}$	
2	$\mid\ \underline{\neg\exists x \neg Fx}$	
3	$\mid\ \mid\ \underline{\neg Fa}$	
4	$\mid\ \mid\ \exists x \neg Fx$	$\exists$I 3
5	$\mid\ \mid\ \bot$	$\neg$E 2, 4
6	$\mid\ Fa$	IP 3–5
7	$\mid\ \forall x Fx$	$\forall$I 6
8	$\mid\ \bot$	$\neg$E 1, 7
9	$\exists x \neg Fx$	IP 2–8

3.- Probar por Deducción Natural los siguientes silogismos:

De la primera figura:

Barbara: $\forall x(Gx \rightarrow Fx), \forall x(Hx \rightarrow Gx) \vdash \forall x(Hx \rightarrow Fx)$

1	$\forall x(Gx \rightarrow Fx)$	
2	$\underline{\forall x(Hx \rightarrow Gx)}$	
3	$Ga \rightarrow Fa$	$\forall$E 1
4	$Ha \rightarrow Ga$	$\forall$E 2
5	$\quad \mid \underline{Ha}$	
6	$\quad \mid Ga$	$\rightarrow$E 4, 5
7	$\quad \mid Fa$	$\rightarrow$E 3, 6
8	$Ha \rightarrow Fa$	$\rightarrow$I 5–7
9	$\forall x(Hx \rightarrow Fx)$	$\forall$I 8

Celarent: $\forall x(Gx \rightarrow \neg Fx), \forall x(Hx \rightarrow Gx) \vdash \forall x(Hx \rightarrow \neg Fx)$

Ferio: $\forall x(Gx \rightarrow \neg Fx), \exists x(Hx \wedge Gx) \vdash \exists x(Hx \wedge \neg Fx)$

1	$\forall x(Gx \rightarrow \neg Fx)$	
2	$\underline{\exists x(Hx \wedge Gx)}$	
3	$\quad \mid \underline{Ha \wedge Ga}$	
4	$\quad \mid Ha$	$\wedge$E 3
5	$\quad \mid Ga$	$\wedge$E 3
6	$\quad \mid Ga \rightarrow \neg Fa$	$\forall$E 1
7	$\quad \mid \neg Fa$	$\rightarrow$E 6, 5
8	$\quad \mid Ha \wedge \neg Fa$	$\wedge$I 4, 7
9	$\quad \mid \exists x(Hx \wedge \neg Fx)$	$\exists$I 8
10	$\exists x(Hx \wedge \neg Fx)$	$\exists$E 2, 3–9

Darii:

$\forall x(Gx \to Fx), \exists x(Hx \wedge Gx) \vdash \exists x(Hx \wedge Fx)$

1	$\forall x(Gx \to Fx)$	
2	$\exists x(Hx \wedge Gx)$	
3	$Ga \to Fa$	$\forall$E 1
4	$\quad Ha \wedge Ga$	
5	$\quad Ha$	$\wedge$E 4
6	$\quad Ga$	$\wedge$E 4
7	$\quad Fa$	$\to$E 3, 6
8	$\quad Ha \wedge Fa$	$\wedge$I 5, 7
9	$\quad \exists x(Hx \wedge Fx)$	$\exists$I 8
10	$\exists x(Hx \wedge Fx)$	$\exists$E 2, 4–9

Subalternos de la primera figura:

Barbari:

$\exists x Hx, \forall x(Gx \to Fx), \forall x(Hx \to Gx) \therefore \exists x(Hx \wedge Fx)$

1	$\exists x Hx$	
2	$\forall x(Gx \to Fx)$	
3	$\forall x(Hx \to Gx)$	
4	$\quad Ha$	
5	$\quad Ha \to Ga$	$\forall$E 3
6	$\quad Ga$	$\to$E 5, 4
7	$\quad Ga \to Fa$	$\forall$E 2
8	$\quad Fa$	$\to$E 7, 6
9	$\quad Ha \wedge Fa$	$\wedge$I 4, 8
10	$\quad \exists x(Hx \wedge Fx)$	$\exists$I 9
11	$\exists x(Hx \wedge Fx)$	$\exists$E 1, 4–10

Celaront:

$\exists x Hx, \forall x(Gx \rightarrow \neg Fx), \forall x(Hx \rightarrow Gx) \therefore \exists x(Hx \wedge \neg Fx)$

1	$\exists x Hx$	
2	$\forall x(Gx \rightarrow \neg Fx)$	
3	$\forall x(Hx \rightarrow Gx)$	
4	$Ga \rightarrow \neg Fa$	$\forall$E 2
5	$Ha \rightarrow Ga$	$\forall$E 3
6	$\quad Ha$	
7	$\quad Ga$	$\rightarrow$E 5, 6
8	$\quad \neg Fa$	$\rightarrow$E 4, 7
9	$\quad Ha \wedge \neg Fa$	$\wedge$I 6, 8
10	$\quad \exists x(Hx \wedge \neg Fx)$	$\exists$I 9
11	$\exists x(Hx \wedge \neg Fx)$	$\exists$E 1, 6–10

Subalternos de la segunda figura:

Cesaro:

$\exists x Hx, \forall x(Fx \to \neg Gx), \forall x(Hx \to Gx) \therefore \exists x(Hx \land \neg Fx)$

1	$\exists x Hx$	
2	$\forall x(Fx \to \neg Gx)$	
3	$\forall x(Hx \to Gx)$	
4	$\quad Ha$	
5	$\quad Ha \to Ga$	$\forall$E 3
6	$\quad Ga$	$\to$E 5, 4
7	$\quad Fa \to \neg Ga$	$\forall$E 2
8	$\quad\quad Fa$	
9	$\quad\quad \neg Ga$	$\to$E 7, 8
10	$\quad\quad \bot$	$\neg$E 6, 9
11	$\quad \neg Fa$	$\neg$I 8–10
12	$\quad Ha \land \neg Fa$	$\land$I 4, 11
13	$\quad \exists x(Hx \land \neg Fx)$	$\exists$I 12
14	$\exists x(Hx \land \neg Fx)$	$\exists$E 1, 4–13

Camestrop: Something is H. All F are G. No H are G. So: Some H is not F.
$\exists x Hx, \forall x(Fx \to Gx), \forall x(Hx \to \neg Gx) \therefore \exists x(Hx \wedge \neg Fx)$

1	$\exists x Hx$	
2	$\forall x(Fx \to Gx)$	
3	$\forall x(Hx \to \neg Gx)$	
4	$\quad Ha$	
5	$\quad Ha \to \neg Ga$	$\forall$E 3
6	$\quad \neg Ga$	$\to$E 5, 4
7	$\quad Fa \to Ga$	$\forall$E 2
8	$\quad \neg Fa$	MT 7, 6
9	$\quad Ha \wedge \neg Fa$	$\wedge$I 4, 8
10	$\quad \exists x(Hx \wedge \neg Fx)$	$\exists$I 9
11	$\exists x(Hx \wedge \neg Fx)$	$\exists$E 1, 4–10

De la tercera figura:
Felapton: Something is G. No G are F. All G are H. So: Some H is not F.
$\exists x Gx, \forall x(Gx \to \neg Fx), \forall x(Gx \to Hx) \therefore \exists x(Hx \wedge \neg Fx)$

1	$\exists x Gx$	
2	$\forall x(Gx \to \neg Fx)$	
3	$\forall x(Gx \to Hx)$	
4	$\quad Ga$	
5	$\quad Ga \to Ha$	$\forall$E 3
6	$\quad Ha$	$\to$E 5, 4
7	$\quad Ga \to \neg Fa$	$\forall$E 2
8	$\quad \neg Fa$	$\to$E 7, 4
9	$\quad Ha \wedge \neg Fa$	$\wedge$I 6, 8
10	$\quad \exists x(Hx \wedge \neg Fx)$	$\exists$I 9
11	$\exists x(Hx \wedge Fx)$	$\exists$E 1, 4–10

Darapti: Something is G. All G are F. All G are H. So: Some H is F.
$\exists x Gx, \forall x(Gx \to Fx), \forall x(Gx \to Hx) \therefore \exists x(Hx \wedge Fx)$
Proof is exactly as for Felapton, replacing '$\neg F$' with 'F' throughout.

Subalternos de la tercera figura:

Calemop: Something is H. All F are G. No G are H. So: Some H is not F.

$\exists x Hx, \forall x(Fx \to Gx), \forall x(Gx \to \neg Hx) \therefore \exists x(Hx \land \neg Fx)$

1	$\exists x Hx$	
2	$\forall x(Fx \to Gx)$	
3	$\forall x(Gx \to \neg Hx)$	
4	$\quad Ha$	
5	$\quad Ga \to \neg Ha$	$\forall$E 3
6	$\qquad Ga$	
7	$\qquad \neg Ha$	$\to$E 5, 6
8	$\qquad \bot$	$\neg$E 4, 7
9	$\quad \neg Ga$	$\neg$I 6–8
10	$\quad Fa \to Ga$	$\forall$E 2
11	$\quad \neg Fa$	MT 10, 9
12	$\quad Ha \land \neg Fa$	$\land$I 4, 11
13	$\quad \exists x(Hx \land Fx)$	$\exists$I 12
14	$\exists x(Hx \land Fx)$	$\exists$E 1, 4–13

De la cuarta figura:

Fesapo: Something is G. No F is G. All G are H. So: Some H is not F.

$\exists x Gx, \forall x(Fx \to \neg Gx), \forall x(Gx \to Hx) \therefore \exists x(Hx \wedge \neg Fx)$

$$
\begin{array}{rlll}
1 & \vert\ \exists x Gx & & \\
2 & \vert\ \forall x(Fx \to \neg Gx) & & \\
3 & \underline{\vert\ \forall x(Gx \to Hx)} & & \\
4 & \vert\ \quad \underline{\vert\ Ga} & & \\
5 & \vert\ \quad \vert\ Ga \to Ha & & \forall\text{E } 3 \\
6 & \vert\ \quad \vert\ Ha & & \to\text{E } 5, 4 \\
7 & \vert\ \quad \vert\ Fa \to \neg Ga & & \forall\text{E } 2 \\
8 & \vert\ \quad \vert\ \quad \underline{\vert\ Fa} & & \\
9 & \vert\ \quad \vert\ \quad \vert\ \neg Ga & & \to\text{E } 7, 8 \\
10 & \vert\ \quad \vert\ \quad \vert\ \bot & & \neg\text{E } 4, 9 \\
11 & \vert\ \quad \vert\ \neg Fa & & \neg\text{I } 8\text{–}10 \\
12 & \vert\ \quad \vert\ Ha \wedge \neg Fa & & \wedge\text{I } 6, 11 \\
13 & \vert\ \quad \vert\ \exists x(Hx \wedge Fx) & & \exists\text{I } 12 \\
14 & \vert\ \exists x(Hx \wedge Fx) & & \exists\text{E } 1, 4\text{–}13
\end{array}
$$

Bamalip: Something is F. All F are G. All G are H. So: Some H are F.
$\exists x Fx, \forall x(Fx \to Gx), \forall x(Gx \to Hx) \therefore \exists x(Hx \land Fx)$

1	$\exists x Fx$	
2	$\forall x(Fx \to Gx)$	
3	$\forall x(Gx \to Hx)$	
4	$\quad Fa$	
5	$\quad Fa \to Ga$	$\forall$E 2
6	$\quad Ga$	$\to$E 5, 4
7	$\quad Ga \to Ha$	$\forall$E 3
8	$\quad Ha$	$\to$E 7, 6
9	$\quad Ha \land Fa$	$\land$I 8, 4
10	$\quad \exists x(Hx \land Fx)$	$\exists$I 9
11	$\exists x(Hx \land Fx)$	$\exists$E 1, 4–10

Para resolver los siguientes ejerccios hay que cambiar previamente la sintaxis; por ejemplo $Q(x)$ se cambia a Qx

4.- También se pueden demostrar las tautologías, como si fueran reglas pero no hay premisas. Por ejemplo:

$$\forall x(P \to Q(x)) \to (P \to \forall x Q(x))$$

y también su recíproco.

Nótese que a la fórmula anterior le podemos asociar la regla:

$$\frac{\forall x(P \to Q(x))}{P \to \forall x Q(x)}$$

y análogamente con la fórmula recíproca. Compárese la demostración de estas reglas con las de las correspondientes leyes lógicas.

Solución:

1	$\forall x(Pa \to Qx)$	
2	$Pa \to Qb$	∀E 1
3	$\quad Pa$	
4	$\quad Qb$	→E 2, 3
5	$\quad \forall x(Qx)$	∀I 4
6	$Pa \to \forall x(Qx)$	→I 3–5

1	$\quad \forall x(Pa \to Qx)$	
2	$\quad Pa \to Qb$	∀E 1
3	$\quad\quad Pa$	
4	$\quad\quad Qb$	→E 2, 3
5	$\quad\quad \forall x(Qx)$	∀I 4
6	$\quad Pa \to \forall x(Qx)$	→I 3–5
7	$(\forall x(Pa \to Qx)) \to (Pa \to \forall x(Qx))$	→I 1–6

5.- Probar las siguientes reglas mediante dedución natural (cambiando la notacíon para que se pueda aplicar el corrector "proofs")

a) $$\frac{\begin{array}{c}\forall x \forall y (P(x) \wedge S(y) \longrightarrow \neg R(x,y)) \\ \forall x R(x,x)\end{array}}{\forall x (P(x) \longrightarrow \neg S(x))}$$

b) Probad la siguiente ley lógica

$$\neg(\neg\exists x \neg P(x) \wedge \neg\forall x P(x))$$

Select if TFL or FOL syntax:

○ **TFL** ◉ **FOL**

Premises (separate with "," or ";"):

Ax Ay ((Px & Sy)>~Rxy), AxRxx

Conclusion:

Ax(Px>~Sx)

CREATE PROBLEM

Proof:

Construct a proof for the argument: $\forall x \forall y[(Px \wedge Sy) \rightarrow \neg Rxy], \forall x Rxx \therefore \forall x(Px \rightarrow \neg Sx)$

1	$\forall x \forall y[(Px \wedge Sy) \rightarrow \neg Rxy]$	
2	$\forall x Rxx$	
3	$\quad Pa$	
4	$\quad\quad Sa$	
5	$\quad\quad \forall y((Pa \wedge Sy) \rightarrow \neg Ray)$	∀E 1
6	$\quad\quad (Pa \wedge Sa) \rightarrow \neg Raa$	∀E 5
7	$\quad\quad Raa$	∀E 2
8	$\quad\quad Pa \wedge Sa$	∧I 3, 4
9	$\quad\quad \neg Raa$	→E 6, 8
10	$\quad\quad \bot$	¬E 9, 7
11	$\quad \neg Sa$	¬I 4–10
12	$Pa \rightarrow \neg Sa$	→I 3–11
13	$\forall x(Px \rightarrow \neg Sx)$	∀I 12

NEW LINE NEW SUBPROOF

☺ Congratulations! This proof is correct.

Select if TFL or FOL syntax:

○ TFL ◉ FOL

Premises (separate with "," or ";"):

Conclusion:

¬(¬Ex¬Px & ¬AxPx)

CREATE PROBLEM

Proof:

Construct a proof for the argument: $\therefore \neg(\neg\exists x \neg Px \land \neg\forall x Px)$

1	$\neg\exists x \neg Px \land \neg\forall x Px$	
2	$\neg\forall x Px$	∧E 1
3	$\neg\exists x \neg Px$	∧E 1
4	$\exists x \neg Px$	CQ 2
5	$\bot$	¬E 3, 4
6	$\neg(\neg\exists x \neg Px \land \neg\forall x Px)$	¬I 1–5

NEW LINE

NEW SUBPROOF

☺ Congratulations! This proof is correct.