Cálculo Infinitesimal

Hoja 7

1. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

   a) $x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 5$

   b) $\dfrac{x^4 + 3x^3 - 2x^2 - x + 3}{x^2}$

   c) $\sqrt[3]{x} + \dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$

   d) $\dfrac{1}{\sqrt{4 - x^2}} + \dfrac{3}{x^2 + 4}$

   e) $\dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$

   f) $\dfrac{5x + 3}{\sqrt{4 - x^2}}$

   g) $\operatorname{sen}^2 x$

   h) $\operatorname{tg}^2 x$

   i) $\dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$

2. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

   a) $\dfrac{\cos(\log x)}{x}$

   b) $2^{\cos x} \operatorname{sen} x$

   c) $\dfrac{\operatorname{arc\,sen} x}{\sqrt{1 - x^2}}$

   d) $\dfrac{1}{(1 + x^2) \operatorname{arc\,tg} x}$

   e) $\dfrac{x^3}{\sqrt{x^4 - 3}}$

   f) $\dfrac{1}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}}$

   g) $\dfrac{\operatorname{sen} 2x}{1 + \cos^2 x}$

   h) $\dfrac{x^{19}}{x^{20} - 1}$

   i) $e^x \operatorname{sen}(e^x + 1)$

3. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

   a) $x^2 e^x$

   b) $(2x + 3)2^x$

   c) $2^x \cos x$

   d) $\log(x + 2)$

   e) $x^3 \log x$

   f) $(x^2 - 3x + 1) \operatorname{sen} 2x$

   g) $x \operatorname{arc\,sen} x$

   h) $x^2 \operatorname{arc\,tg} x$

   i) $\cos 2x \cos 5x$

4. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

   a) $\dfrac{1}{x^2 - 4}$

   b) $\dfrac{2x + 1}{x^2 + 2x - 3}$

   c) $\dfrac{x + 3}{(x + 2)^2}$

   d) $\dfrac{1}{x^4 - x^3}$

   e) $\dfrac{x^3 + 1}{x^2 - 5x + 4}$

   f) $\dfrac{3x^2 - 1}{x^3 + x}$

   g) $\dfrac{x^4}{(x^2 - 1)(x + 2)}$

   h) $\dfrac{x^2}{x^3 + 4x^2 + x - 6}$

   i) $\dfrac{x^4}{x^4 + 5x^2 + 4}$

$j)$ $\dfrac{x^3-3x+6}{(x^2-2x+5)(x-1)^2}$ $k)$ $\dfrac{1}{1-x^4}$ $l)$ $\dfrac{x^5}{(x^2-4)^2}$

5. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

$a)$ $\operatorname{sen}(3x)\cos(5x)$

$b)$ $\operatorname{sen}^3 x\cos^4 x$

$c)$ $\dfrac{\cos^3 x}{\operatorname{sen}^4 x}$

$d)$ $\dfrac{1}{\operatorname{sen} x(2+\cos x-2\operatorname{sen} x)}$

$e)$ $\dfrac{1}{\operatorname{sen}^2 x+2\cos^2 x}$

$f)$ $\dfrac{\operatorname{sen} x+2\cos x-3}{\operatorname{sen} x-2\cos x+3}$

$g)$ $\dfrac{1}{\operatorname{sen}^3 x}$

$h)$ $\dfrac{1}{1+\operatorname{sen}^2 x}$

$i)$ $\dfrac{1}{\cos^2 x}$

6. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

$a)$ $\dfrac{2}{(x^2-1)^2}$

$b)$ $\dfrac{x^4}{x^3-1}$

$c)$ $\operatorname{sen} x\cos^3 x$

$d)$ $\operatorname{sen}^2 x\cos^4 x$

$e)$ $\dfrac{1}{a+\cos x}$ $(a>0)$

$f)$ $\dfrac{1}{1+\operatorname{sen} x}$

$g)$ $\dfrac{1}{\cos^6 x}$

$h)$ $\dfrac{\sqrt{x+1}+2}{(x+1)^2-\sqrt{x+1}}$

$i)$ $\dfrac{1}{e^{3x}+e^{2x}+e^x+1}$

$j)$ $\dfrac{(1+\sqrt{x})^2}{2+\sqrt{x}}$

$k)$ $\dfrac{1}{x+1}\,\dfrac{\sqrt{3+x}}{x-1}$

$l)$ $\dfrac{1}{x(\sqrt{1+x}-2)}$

$m)$ $\dfrac{4\cos^3 x-3\cos x}{\operatorname{sen} x}$

$n)$ $\dfrac{\operatorname{arc\,sen}^2 x}{\sqrt{1-x^2}}$

$ñ)$ $x^5\sqrt{1-x^3}$

$o)$ $\dfrac{x}{x^4+3x^2+2}$

$p)$ $\dfrac{1}{(1+\cos x)\operatorname{sen} x}$

$q)$ $\dfrac{1}{2+3\operatorname{tg} x}$

$r)$ $\cos x\log(1+\cos x)$

$s)$ $\dfrac{xe^x}{(1+x)^2}$

$t)$ $\sec^3 x$

$u)$ $\dfrac{3x^{2/3}-7}{x-7x^{1/3}+6}$

$v)$ $\log^2 x$

$w)$ $\dfrac{\cos 2x}{e^x}$

$x)$ $\dfrac{x\operatorname{arc\,sen} x}{\sqrt{1-x^2}}$

$y)$ $\dfrac{\cos(2x)}{\cos^4 x+\operatorname{sen}^4 x}$

$z)$ $\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+9}}$

7. Encontrar la solución general de

$$F'(x)=\frac{1}{x^2},\quad x>0,$$

y determinar la solución particular que satisface la condición inicial $F(1) = 0$.

8. Utilizando como aceleración debida a la gravedad

$$a(t) = -9{,}8\text{m}/s^2,$$

demostrar que la altura a la que llega un objeto lanzado hacia arriba desde s_0 metros a una velocidad inicial de v_0 metros por segundo viene dada por la función

$$f(t) = -4{,}9t^2 + v_0 t + s_0$$

9. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde una altura de 2 metros con una velocidad inicial de 5 metros por segundo.

   a) Encontrar la función posición que expresa la altura s en una función del tiempo t.

   b) ¿Cuándo llegará la pelota al suelo?

   c) ¿A qué velocidad hará contacto con el suelo?

   d) ¿Qué altura alcanzará la pelota?

10. La tasa de crecimiento dP/dt de una población de bacterias es proporcional a la raíz cuadrada de t, donde P es el tamaño de la población y t es el tiempo en días, $0 \leq t \leq 10$. Esto es

$$\frac{dP}{dt} = k\sqrt{t}.$$

El tamaño inicial de la población es igual a 500. Después de un día la población ha crecido hasta 600. Estimar el tamaño de la población después de 7 días.