

Apellidos:

Nombre:

DNI:

Márquense las partes a contestar:

P1 (1, 2, 3, 4)

P2 (5, 6, 7, 8)

P3 (9, 10, 11, 12)

Las respuestas no justificadas con argumentos teóricos no se tendrán en cuenta.

- (0.7 punto) 1. Sean $A = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$ y $f : A \rightarrow B$ definida por $f(x) = \frac{x-1}{x-5}$. Compruébese si f es inyectiva, suprayectiva y biyectiva. Si f es biyectiva, hállese $f^{-1} : B \rightarrow A$.

- (0.6 punto) 2. a) Demuéstrese por inducción que, para todo número natural, se cumple:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2.$$

- b) Utilícese la fórmula anterior para probar que el cubo de cualquier número natural se puede expresar como diferencia de dos cuadrados de números naturales.

- (0.7 punto) 3. Escribese el número $(124, \overline{01})_7$ en base 5.

- (1 punto) 4. ¿De cuántas formas se puede franquear un paquete postal por importe de 1,96 euros con sellos de 14 y 21 céntimos de euro? ¿Cuál es el menor número de sellos que se puede utilizar?

- (0.5 punto) 5. ¿Cuántos números mayores que un millón pueden escribirse con las cifras 0, 3, 3, 5, 5, 5, 5?

- (0.5 punto) 6. Las asignaturas obligatorias del primer curso del Grado en Matemáticas/Ingeniería Informática son 3: Matemática discreta, Tecnología de la programación y Lógica. Las asignaturas básicas son 7: Cálculo infinitesimal, Cálculo matricial y vectorial, Metodología de la programación, Sistemas informáticos, Álgebra lineal, Análisis de una variable real y Física. Un alumno quiere matricularse de 2 asignaturas obligatorias y 4 básicas. ¿De cuántas formas puede hacerlo?

- (1 punto) 7. ¿De cuántas formas se pueden repartir dos docenas de huevos para hacer cuatro tortillas francesas si cada tortilla tiene al menos 3 huevos? ¿Y si cada tortilla tiene al menos 3 huevos, pero no más de 9?

- (1 punto) 8. Encuéntrese una fórmula de recurrencia para el número de listas de longitud n , formadas con 0 y 1, que no tienen ceros consecutivos. Y dese el término general de la sucesión obtenida.

(0.7 punto)

9. Sean A , B y C las respectivas matrices de adyacencia de los grafos G_1 , G_2 y G_3 :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

¿Cuáles de estos 3 grafos son isomorfos? Desen las biyecciones que definen los isomorfismos.

(0.3 punto)

10. Dado un grafo plano conexo con 15 aristas, ¿cuál es, como mínimo, su número de vértices?

(1 punto)

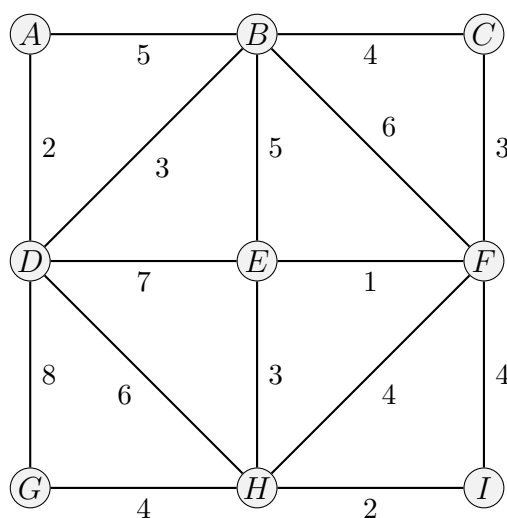
11. Sean M la matriz de adyacencia de un grafo G :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

¿Es G conexo? ¿Contiene G algún camino euleriano? Si lo contiene, encuéntrase uno.
¿Es G euleriano? Si lo es, encuéntrase un circuito euleriano? ¿Es G hamiltoniano?
Si lo es, encuéntrase un ciclo hamiltoniano?

(1 punto)

12. Sea el grafo ponderado



Encuéntrase el camino más corto entre el vértice A y el resto de vértices. Y dibújese el árbol de pesos mínimos.