

Ejercicios 2 - Primera Parte

1. Calcula, en términos de λ , la dimensión de la siguiente clausura lineal

$$\text{Gen}\{(1, \lambda, -1, 2), (2, -1, \lambda, 5), (1, 10, -6, \lambda)\}$$

2. Demuestra que

$$|T_5| := \begin{vmatrix} a & b & b & b & b \\ b & a & b & b & b \\ b & b & a & b & b \\ b & b & b & a & b \\ b & b & b & b & a \end{vmatrix} = (a-b)^4(a+4b)$$

3. Generaliza el ejercicio anterior, donde cada fila se obtiene girando hacia la derecha la fila anterior, a matrices $n \times n$ para demostrar que

$$|T_n| = (a-b)^{n-1}(a+(n-1)b).$$

Los elementos de la diagonal de T_n son a y los de fuera de la diagonal son b .

4. Demuestra que

$$\begin{vmatrix} 1+a_1 & a_1 & \cdots & a_1 \\ a_1 & 1+a_2 & \cdots & a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_n & a_n & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix} = 1 + a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

5. Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Calcula $\det(A^3B^2)$ y $\det(A^2B^{-5})$.

6. Demuestra que si una matriz cuadrada tiene todos sus elementos de debajo de la diagonal principal nulos y es invertible entonces su inversa también tiene nulos los elementos de debajo de la diagonal principal.