EVALUACIÓN DE LÓGICA (1º – GM / GII) — 31 - 03 - 11

Nombre:

Titulación: □ GM — □ GII

El test vale 0.6 puntos. Tiempo 15 minutos. Cada respuesta acertada suma 0,02 puntos y si es incorrecta resta 0.01 puntos (en caso de duda es mejor no contestar). La nota mínima de test es 0 puntos. Para contestar una cuestión señala el cuadro correspondiente con una cruz. Si cambias de opinión y quieres anular una respuesta pon un pequeño circulo encima de la cruz.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
VERDADERA										
FALSA										

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
VERDADERA										
FALSA										

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
VERDADERA										
FALSA										

Recordamos brevemente algunos conceptos que se utilizan el test propuesto en esta evaluación.

Cada una de las proposiciones que se utilizan en un silogismo queda determinada por dos propiedades monádicas y un adecuado cuantificador universal o existencial y la posible negación de la segunda propiedad. De este modo cada una de estas proposiciones tiene un modo (universal afirmativo, universal negativo, particular positivo y particular negativo), además, cada silogismo puede presentarse en una de cuatro posibles figuras.

Para dar una interpretación de una fórmula en la que intervienen propiedades monádicas hay que considerar un conjunto $X \neq \emptyset$ en el que cada propiedad monádica $P(x)$ tiene asociado un subconjunto $\tilde{P} = \{x \in X | P(x)\} \subset X$. Si la fórmula contiene símbolos de dos propiedades monádicas $A(x), B(x)$ para dar una interpretación hay que considerar los correspondientes subconjuntos $\tilde{A}, \tilde{B} \in \mathcal{P}(X)$.

Supongamos que en la sintaxis de una proposición se utiliza un alfabeto formado por el conjunto finito de átomos $\mathcal{A} = \{p_1, \cdots, p_n\}$ y los correspondientes conectores y paréntesis. Una interpretación (principal) es una aplicacion $v \colon \mathcal{A} \to 2$. La función de verdad de una proposición P es una aplicación de la forma

$$2^{\mathcal{A}} \cong \prod_{\mathcal{A}} 2 \to 2$$

que generalmente la expresamos mediante una tabla de verdad con varias columnas que representan todas las posibles interpretaciones y los correspondientes valores de verdad de la proposición P. Una interpretación (principal) v tal que $v(P) = 1$ se llama modelo de P. Las nociones de tautología, contradicción y la relación de modelar se pueden definir en términos de los modelos que tengan las proposiciones involucradas.

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas e indicar con una cruz la solución en la correspondiente tabla:

1. El modo de la negación de una fórmula determinada por dos predicados monádicos cuyo modo sea universal afirmativo es universal negativo.

   FALSA: $\neg(\forall x(A(x) \to B(x)) = \exists x(A(x) \wedge \neg B(x)$

2. El modo de la negación de una fórmula determinada por dos predicados monádicos cuyo modo sea universal afirmativo es particular negativo.

   VERDADERA

3. El modo de la negación de una fórmula determinada por dos predicados monádicos cuyo modo sea universal negativo es particular afirmativo.

   VERDADERA: $\neg(\forall x(A(x) \to \neg B(x)) = \exists x(A(x) \wedge B(x)$

4. El modo de la negación de una fórmula determinada por dos predicados monádicos cuyo modo sea universal negativo es universal afirmativo.

   FALSA

5. La fórmula $(\forall x(A(x) \to B(x))) \wedge (\forall x(A(x) \to \neg B(x)))$ es falsa en cualquier interpretación.

   FALSA

6. La fórmula $(\forall x(A(x) \to B(x))) \wedge (\forall x(A(x) \to \neg B(x)))$ es verdadera en una interpretación en la que $\tilde{A} = \emptyset$.

   VERDADERA

7. La fórmula $(\exists x(A(x) \wedge B(x))) \wedge (\exists x(A(x) \wedge \neg B(x)))$ es falsa en cualquier interpretación.

   FALSA

8. La fórmula $(\exists x(A(x) \wedge B(x))) \wedge (\exists x(A(x) \wedge \neg B(x)))$ es verdadera en una interpretacion en la que $\tilde{A} = \emptyset$.

   FALSA

9. La columna correspondiente al último conector de la tabla de verdad de la proposición $(p \wedge q) \to r$ es igual que la columna de la proposición $p \to (q \to s)$. Por lo tanto, $(p \wedge q) \to r \equiv p \to (q \to s)$.

   FALSA

10. Puesto que la función de verdad de $(p \wedge q) \to r$ es la misma que la de $p \to (q \to s)$, entonces se tiene que $((p \wedge q) \to r) \to (p \to (q \to s))$ es una tautología.

    FALSA

11. Se sabe que la función de verdad de una proposición P no es la misma que la de $p \to (q \to s)$, por lo tanto hay un modelo de P que no es modelo de $p \to (q \to s)$.

    FALSA

12. Se sabe que la función de verdad de P no es la misma que la de $p \to (q \to s)$, por lo tanto hay un modelo de $p \to (q \to s)$ que no es modelo de P.

    FALSA

13. Se sabe que la función de verdad de P no es la misma que la de $p \to (q \to s)$, por lo tanto hay un modelo de P que no es modelo de $(p \wedge q) \to r$ y, además, hay un modelo de $(p \wedge q) \to r$ que no es modelo de P.

    FALSA.

14. Para ver si las funciones de verdad de $(p \wedge q) \to r$ y de $p \to (q \to s)$ son iguales basta con tomar un alfabeto con tres letras y mirar si las corrrepondientes funciones de verdad, que son de la forma $2 \times 2 \times 2 \to 2$, son o no iguales.

    FALSA

15. Para ver si las funciones de verdad de $(p \wedge q) \to r$ y de $p \to (q \to s)$ son iguales basta con tomar un alfabeto con cuatro letras y mirar si las corrrepondientes funciones de verdad, que son de la forma $2 \times 2 \times 2 \times 2 \to 2$, son o no iguales.

    VERDADERA

16. Para ver si las funciones de verdad de $(p \wedge q) \to r$ y de $p \to (q \to s)$ son iguales hay que tomar el alfabeto que tenga todas las letras del abecedario y mirar si las corrrepondientes funciones de verdad son o no iguales.

    FALSA

17. Toda contradicción modela a toda tautología. VERDADERA

18. Existe una contradicción que modela a todas las tautologías.

    VERDADERA

19. Existe una tautología que es consecuencia de toda proposición inconsistente.

    VERDADERA

20. La proposición P modela a la proposición Q si y sólo si la proposición $P \to Q$ es una tautología.

    VERDADERA

21. Si P modela a Q y Q modela a P, entonces $P = Q$.

    FALSA

22. Una contradicción siempre modela a una proposición inconsistente.

    VERDADERA

23. Una proposición consistente que no sea tautología modela a cualquier proposición que sea inconsistente.

    FALSA

24. Un proposición falsable que no sea inconsistente tiene al menos un modelo.

    VERDADERA

25. En el contexto de la Lógica es claro que un átomo es indivisible y en consecuencia es muy consistente.

    CUALQUIER OPCIÓN ES VALIDA

26. Si P es consecuencia de Q y Q es condición necesaria para R y P modela a R, se tiene que P es condición suficiente para Q.

    VERDADERA

27. Si una forma clausal de una proposición P es distinta de una forma clausal de una proposición Q, entonces P no es equivalente a Q.

    FALSA

28. Sean P, Q dos proposiciones falsables construidas con el mismo alfabeto. Entonces, las proposiciones P, Q tienen la misma forma normal conjuntiva (salvo ordenaciones) si y sólo si son equivalentes.

    VERDADERA

29. Sea un conjunto de proposiciones $\{P_1, \cdots, P_n\}$ y una proposición Q. Entonces, $\{P_1, \cdots, P_n\} \models Q$ si y sólo si $\{P_1, \cdots, P_n, Q\}$ es contradictorio.

    FALSA

30. Sea un conjunto de proposiciones $\{P_1, \cdots, P_n\}$ y una proposición Q. Entonces, $\{P_1, \cdots, P_n\} \models Q$ si y sólo si $\{P_1, \cdots, P_n, Q\}$ es contradictorio y todas las proposiciones son cláusulas.

    FALSA

EVALUACIÓN DE LÓGICA (1º – GM / GII) — 31 - 03 - 11

Nombre:

Titulación: $\square$ **GM** — $\square$ **GII**

Problemas (Cada problema vale 0,5 puntos. Tiempo 30 minutos)

P1 Utilizar el método de resolución para validar los siguientes esquemas de inferencia. En el caso de que alguno de los esquemas de inferencia no sea válido, encontrar una interpretación que verifique las premisas y no sea un modelo de la consecuencia.

$$\begin{array}{c} P \to R \\ Q \to S \\ \neg R \vee \neg S \\ \hline (\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg(R \wedge S) \end{array} \qquad \begin{array}{c} P \to R \\ Q \to S \\ \neg R \vee \neg S \\ \hline (\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg R \end{array}$$

Solución:

Primera: Mediante la aplicación prover9 se obtiene la siguiente resolución. Hay que notar que utiliza un desarrollo ligéramente distinto al que se ha visto en clase.

Notemos que la forma clausal de la negación de la consecuencia es la siguiente:

$\neg((\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg(R \wedge S)) \equiv (P \wedge Q) \vee (R \wedge S)$

$\equiv (P \vee R) \wedge (P \vee S) \wedge (Q \vee R) \wedge (Q \vee S)$.

Entonces tenemos la siguiente resolución

1. $\neg P \vee R$
2. $\neg Q \vee S$
3. $\neg R \vee \neg S$
4. $P \vee R$
5. $P \vee S$
6. $Q \vee R$
7. $Q \vee S$
8. S (2,7)
9. R (1,4)
10. $\neg R$ (3,8).
11. 0 (9,10).

Segunda:

Basta observar que $P = Q = S = 0$, $R = 1$ es modelo de las premisas y no es modelo de la consecuencia.

P2 Considerar la proposición $P = r \to ((p \wedge q) \wedge \neg(p \wedge q))$.

a) Dar la forma normal conjuntiva de P

b) Encontrar una proposicion Q que dependa de los tres átomos $\{p, q, r\}$ tal que $P \vee Q$ sea una tautología y $P \wedge Q \equiv \neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$

Solución:
a): $P = r \to ((p \wedge q) \wedge \neg(p \wedge q)) \equiv \neg r \equiv (q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r)$
$\equiv (p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$.
b): Si tomamos
$Q = (\neg P) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \equiv r \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \equiv r \vee (\neg p \wedge \neg q)$,
se obtienen las equivalencias:
$P \vee Q \equiv P \vee (\neg P) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \equiv 1 \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \equiv 1$,
$P \wedge ((\neg P) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)) \equiv (P \wedge \neg P) \vee (P \wedge (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r))$
$\equiv P \wedge (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \equiv (\neg r) \wedge (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \equiv \neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$.