EVALUACIÓN DE LÓGICA (1º – GM / GII) — 20 - 03 - 12

Nombre:

Titulación: □ GM — □ GII

El test vale 1 punto. Tiempo 30 minutos. Cada respuesta acertada suma 1/40 puntos y si es incorrecta resta 1/40 puntos (en caso de duda es mejor no contestar). La nota mínima de test es 0 puntos. Para contestar una cuestión señala el cuadro correspondiente con una cruz. Para anular una respuesta pon un pequeño círculo encima de la cruz.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V										
F										

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
V										
F										

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
V										
F										

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
V										
F										

Decidir si las afirmaciones que contiene este test son verdaderas o falsas e indicar con una cruz en el cuadro correspondiente de la tabla.

Sea $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \cdots\}$ el conjunto de los números naturales e interpretemos en $\mathbb{N}$ los símbolos P, Q, R de predicados monádicos del modo siguiente:

$P(x)$: «x es par»

$Q(x)$: «x es múltiplo de 5»

$R(x)$: «x es múltiplo de 10»

Determinar si en la interpretación anterior, las fórmulas 1–5 siguientes son verdaderas o no en $\mathbb{N}$:

1. $\forall x(P(x) \wedge Q(x) \rightarrow R(x))$

   VERDADERA

2. $\exists x(P(x) \wedge \neg Q(x))$

   VERDADERA

3. $\exists x(\neg P(x) \wedge Q(x))$

   VERDADERA

4. $\forall x(P(x) \vee Q(x))$

   FALSA

5. $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$

   VERDADERA

Sea X un conjunto no vacío y supongamos que $M(x), P(x)$ son predicados monádicos que interpretados en X determinan los subconjuntos $\tilde{M} = \{x \in X | M(x)\}$, $\tilde{P} = \{x \in X | P(x)\}$. Por un lado, podemos considerar relaciones de contenido e igualdad entre elementos de las partes de X y por otro la veracidad o falsedad en esta interpretación de algunas fórmulas. Analizar si son válidas o no las equivalencias que se relacionan en las cuestiones 6-8:

6. Se verifica la igualdad $\tilde{M} \cap \tilde{P} = X$ si y sólo si $(\forall x M(x)) \wedge (\forall x P(x))$ (interpretada en X) es verdadera.

   VERDADERA

7. Se verifica la igualdad $\tilde{M} \cup \tilde{P} = X$ si y sólo si $\forall x(\neg M(x) \wedge \neg P(x))$ (interpretada en X) es verdadera.

   FALSA

8. Se verifica la igualdad $\tilde{M} \cup \tilde{P} = \emptyset$ si y sólo si $\forall x(M(x) \rightarrow P(x))$ (interpretada en X) es verdadera.

   FALSA

9. Sea P una fórmula y x una variable. Entonces, $\neg\forall x P \equiv \forall x \neg P$.

   FALSA

10. Sea P una proposición, entonces si C es una contradicción implica que $P \to C \equiv \neg P$.

    VERDADERA

11. Sea P una proposición falsable, entonces si $P \to C \equiv \neg P$ implica que C es una contradicción.

    FALSA

12. Sean P, Q, R proposiciones. Entonces, $(P \wedge Q) \oplus R \equiv (P \oplus R) \wedge (Q \oplus R)$.

    FALSA

13. Sea P una proposición. Entonces, P es una contradicción si y sólo si $P \oplus P \equiv P$.

    VERDADERA

14. Sea $\mathcal{A}$ un alfabeto no vacío, entonces el subconjunto de $\mathcal{P}(\mathcal{A})$ formado por aquellas proposiciones P que son tautologías y también contradicciones es vacío.

    VERDADERA

15. Sea $\mathcal{A}$ un alfabeto no vacío. Si $p \in \mathcal{A} \subset \mathcal{P}(\mathcal{A})$, entonces p es falsable y consistente.

    VERDADERA

16. Sea $\mathcal{A} = \{p\}$ un alfabeto unipuntual. Si $P \in \mathcal{P}(\mathcal{A})$ no es una tautología, entonces es una contradicción.

    VERDADERA

17. Sean $P, Q \in \mathcal{P}(\mathcal{A})$. El subconjunto de $2^{\mathcal{A}}$ formado por los modelos de $P \to Q$ es la unión del subconjunto de los modelos de P y el subconjunto de los contramodelos de Q.

    FALSA

18. Para que una proposición sea una contradicción es condición suficiente que sea falsable y consistente.

    FALSA

19. Sean P, Q proposiciones, entonces si $P \oplus Q \not\equiv P \oplus P$ y $P \wedge Q$ es una contradicción, se tiene que $Q \equiv \neg P$.

    FALSA

20. Puesto que $P \wedge (Q \vee R) \models (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ y también $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \models P \wedge (Q \vee R)$, entonces se tiene que $P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$.

    FALSA

21. Se verifican las siguientes relaciones: $P \models (P \to P)$ y $(P \to P) \models P$.

    FALSA

22. Sean P, Q proposiciones. Entonces, $P \models Q$ si y sólo si $P \equiv P \wedge Q$.

    VERDADERA

23. Sea B una álgebra de Boole y supongamos que $x, y \in B$. Entonces, $x \leq y$ si y sólo si $x \wedge \neg y = 0$.

    VERDADERA

24. Sea un conjunto de proposiciones $\{P_1, \cdots, P_n\}$ y dos proposiciones P, Q . Entonces, $\{P_1, \cdots, P_n\} \cup \{\neg P\} \models Q$ si y sólo si $\{P_1, \cdots, P_n\} \models P \to Q$.

    FALSA

25. Sea $\mathcal{A} = \{p, q, r\}$ un alfabeto formado por tres átomos. La forma normal conjuntiva respecto $\mathcal{A}$ de una proposición falsable en la que intervengan únicamente los átomos $\{p, q\}$ tiene a los sumo cuatro cláusulas.

    FALSA

26. Sean dos proposiciones A, B y p un átomo, entonces $(A \vee p) \wedge (B \vee \neg p)$ es equivalente a $(A \vee p) \wedge (B \vee \neg p) \wedge (A \vee B)$.

    VERDADERA

27. Sean dos cláusulas A, B y p un átomo, entonces $(A \vee p) \wedge (B \vee \neg p)$ es equivalente a $(A \vee p) \wedge (B \vee \neg p) \wedge (A \wedge B)$.

    FALSA

28. Si un conjunto de cláusulas Δ es estable respecto a la regla de resolución, entonces Δ no es un conjunto nulo.

    FALSA

29. Un esquema de inferencia válido es una regla de inferencia.

    VERDADERA

30. En el método de razonamiento formal asociado a los axiomas de Lukasiewicz se puede aplicar la regla modus ponens.

    VERDADERA

31. Si el álgebra generada libremente por un alfabeto finito y los conectores $\neg$, $\wedge$, $\vee$ se divide por la relación de equivalencia lógica se obtiene el álgebra de Boole de las proposiciones generadas por dicho alfabeto.

    VERDADERA

32. En un algebra de Boole pueden existir elementos $x \in B$ para los cuales $x \wedge \neg x \neq 0$.

    FALSA

33. En un algebra de Boole pueden existir elementos $x, y \in B$ para los cuales $\neg(x \wedge y) \neq \neg x \vee \neg y$.

    FALSA

34. En un algebra de Boole pueden existir elementos $x, y \in B$ para los cuales $x \wedge (x \to y) \not\leq y$.

    FALSA

35. Sean $P_1 \cdots P_n, Q \in \mathcal{P}(\mathcal{A})$, $n \geq 1$. Entonces, $\{P_1, \cdots, P_n\} \models Q$ si y sólo si $P_1 \wedge \cdots \wedge P_n \models Q$.

    VERDADERA

36. Sea $P_1 \cdots P_n, Q \in \mathcal{P}(\mathcal{A})$, $n \geq 1$. Entonces, $\{P_1, \cdots, P_n\} \models Q$ si y sólo si $P_1 \wedge \cdots \wedge P_n \to \neg Q$ es una contradicción.

    FALSA

37. Sea $\Gamma \subset \mathcal{P}(\mathcal{A})$. Entonces, $\Gamma \models Q$ si y sólo si $\Gamma \cup \{\neg Q\}$ es un conjunto de proposiciones contradictorio.

    VERDADERA

38. Existe conjuntos de cláusulas Δ que se pueden ampliar mediante reglas de resolución hasta un conjunto nulo y verifican que Δ no es contradictorio.

    FALSA

39. Sea $\mathcal{A} = \{p, q, r\}$ un alfabeto finito con tres átomos. Entonces, existe un conjunto de de cláusulas estándar $\Gamma = \{C_1, \cdots, C_8\}$ distintas dos a dos tal que Γ es contradictorio y cualquier subconjunto $S \subset \Gamma$ con $S \neq \Gamma$ no es contradictorio.

    VERDADERA

40. Sea $\mathcal{A} = \{p_1, \cdots, p_n\}$ un alfabeto finito no vacío. Si $\Gamma = \{C_1, \cdots, C_k\}$ es un conjunto de cláusulas estándar distintas dos a dos tal que $k < 2^n$, entonces Γ no es contradictorio.

    VERDADERA

EVALUACIÓN DE LÓGICA (1º – GM / GII) — 21 - 03 - 12

Nombre:

Titulación: □ **GM** — □ **GII**

Problemas (Cada problema vale 0,5 puntos. Tiempo 50 minutos)

P1 Utilizar el método de resolución para validar el siguiente esquema de inferencia.

$$\begin{array}{c} P \wedge Q \wedge R \wedge S \wedge T \\ Q \wedge S \rightarrow A \\ Q \wedge R \rightarrow B \\ P \wedge T \rightarrow C \\ A \wedge B \rightarrow D \\ (A \wedge C \rightarrow E) \wedge (B \wedge C \rightarrow F) \\ \hline D \wedge E \wedge F \end{array}$$

Una solución:

1. P
2. Q
3. R
4. S
5. T
6. $\neg Q \vee \neg S \vee A$
7. $\neg Q \vee \neg R \vee B$
8. $\neg P \vee \neg T \vee C$
9. $\neg A \vee \neg B \vee D$
10. $\neg A \vee \neg C \vee E$
11. $\neg B \vee \neg C \vee F$
12. $\neg D \vee \neg E \vee \neg F$
13. $\neg D \vee \neg E \vee \neg B \vee \neg C \quad (11, 12)$.
14. $\neg D \vee \neg E \vee \neg B \vee \neg P \vee \neg T \quad (8, 13)$.
15. $\neg D \vee \neg E \vee \neg B \quad (1-5, 14)$.
16. $\neg D \vee \neg E \vee \neg Q \vee \neg R \quad (7, 15)$.
17. $\neg D \vee \neg E \quad (2-3, 16)$.

18. $\neg D \vee \neg A \vee \neg C \quad (10, 17)$.

19. $\neg D \vee \neg A \vee \neg P \vee \neg T \quad (8, 18)$.

20. $\neg D \vee \neg A \quad (1-5, 19)$.

21. $\neg D \vee \neg Q \vee \neg S \quad (6, 20)$.

22. $\neg D \quad (2-4, 21)$.

23. $\neg A \vee \neg B \quad (9, 22)$.

24. $\neg A \vee \neg Q \vee \neg R \quad (7, 23)$.

25. $\neg A \quad (2-3, 24)$.

26. $\neg Q \vee \neg S \quad (6, 25)$.

27. $0 \quad (2-4, 26)$.

Nota: Para la resolución anterior se ha tomado un cierto criterio para ir seleccionando las parejas, pero se puede llegar al conjunto nulo utilizando otras estrategias que pueden ser muy diferentes entre sí.

P2 Considerar la proposición $P = (p \oplus q) \oplus r$.

a) Dar la forma normal conjuntiva de P

b) Dar la forma normal disyuntiva de P

c) Encontrar una proposicion Q que dependa de los tres átomos $\{p, q, r\}$ tal que $P \vee Q$ sea una tautología y $P \wedge Q \equiv \neg p \wedge \neg q \wedge r$

	Indicar las respuestas del problema P2 en la siguientes filas:
a) FNC:	$(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee r)$
b) FND:	$(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$
c) Q:	$(\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r)$

Una solución:

Calculando la forma normal disyuntiva obtenemos también los modelos de P

$(p \oplus q) \oplus r \equiv ((p \oplus q) \wedge \neg r) \vee (\neg(p \oplus q) \wedge r) \equiv (((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)) \wedge \neg r) \vee (((p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q)) \wedge r) \equiv (((p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r)) \vee ((p \wedge q \wedge r) \vee (\neg q \wedge \neg p \wedge r)) \equiv (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \equiv (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$

Por lo tanto los modelos de P son $\{(1,1,1), (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$

En consecuencia los contramodelos de P son $\{(1,1,0), (1,0,1), (0,1,1), (0,0,0)\}$ que determinan la forma conjuntiva normal

$P \equiv (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee r)$

Basta tomar como modelos de Q los contramodelos de P y además $(0, 0, 1)$.
Es decir: $\{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 1), (0, 0, 0)\}$ que corresponde a

$Q \equiv (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$.

Si se prefiere se pueden tomar los contramodelos de Q que son $\{(1, 1, 1), (1, 0, 0), (0, 1, 0)\}$, y formar la forma normal disyuntiva:

$Q \equiv (\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r)$

Nota: Este ejercicio se puede hacer mediante otros métodos como por ejemplo hacer la tabla de verdad de la proposición.