Problema 3

$$\begin{cases} 128x + 4y = 1414 \\ x \equiv 1 \ (3) \\ y \equiv 17 \ (5) \end{cases}$$

Resolvemos $128x + 41y = 1414$

1° Paso: Solución particular:

Identidad de Bezout para $\text{mcd}(128, 41) = 1$

$$\left.\begin{array}{l} 128 = 41 \cdot 3 + 5 \\ 41 = 5 \cdot 8 + 1 \\ 5 = 1 \cdot 5 + 0 \end{array}\right| \begin{array}{l} 1 = 41 - 5 \cdot 8 = \\ = 41 - (128 - 41 \cdot 3)\, 8 = \\ = 41 \cdot 25 - 128 \cdot 8 \end{array}$$

Sol particular: $128\underbrace{((-8) \cdot 1414)}_{x_0} + 41\underbrace{(25 \cdot 1414)}_{y_0} = 1414$

2° Paso: Solución de la homogenea $128x + 41y = 0$

$$\begin{cases} y = 128k \\ x = -41k \end{cases}$$

3° Paso: Solución general

$$\begin{cases} x = (-8)(1414) - 41k \\ y = 25 \cdot 1414 + 128k \end{cases}$$

Como $x \equiv 1 \pmod 3$ entonces

$$\underbrace{(-8)\, 1414}_{\equiv 1 \ (3)} - \underbrace{41}_{\equiv 2 \ (3)} k \equiv 1 \quad (3)$$

$k \equiv 0 \ (3)$ es decir $3 \mid k$

Como $y \equiv 17 \bmod (5)$ entonces

$$y = \underbrace{25 \cdot 1414}_{\equiv 0} + \underbrace{128}_{\equiv 3} k \equiv \underbrace{17}_{\equiv 2} \quad (5)$$

$3k \equiv 2 \ (5)$