

Grado en Ingeniería Informática — Grado en Matemáticas  
Examen Final de Cálculo Infinitesimal  
Convocatoria Ordinaria.  
Curso 16-17.

1. (1 = 0.5 + 0.5 puntos)

(a) La suma de dos números complejos  $z_1$  y  $z_2$  es  $2 + 4i$ . La parte real de  $z_2$  es  $-1$  y el cociente  $z_1/z_2$  es imaginario puro. Hallarlos.

(b) Resolver la ecuación  $z^4 + 81 = 0$ .

2. Sea la sucesión recurrente  $a_1 = 4$ ,  $a_{n+1} = \sqrt{3 + 2a_n}$ . Probar que tiene límite y hallarlo. (1 punto)

3. Estudiar la convergencia de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\sqrt{n} - \sqrt{n-1})} \sin \frac{1}{n}$ . (1 punto)

4. (1.5 = 0.5 + 1 puntos) Dada la serie de potencias

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 3n + 1}{2^n} x^n.$$

(a) Calcular su radio de convergencia.

(b) Calcular su suma.

5. Desarrollar en serie de potencias de  $x - 1$  la función siguiente indicando el radio de convergencia:

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 10}.$$

Calcular  $f^{(2017)}(1)$ . (1.5 puntos)

OPTIMIZACIÓN

6. Una fábrica de refrescos va a fabricar latas cilíndricas de manera que la altura de la lata más el perímetro de la circunferencia suman 100m. Determinar las dimensiones de la lata cuyo volumen sea máximo. (1 punto)

7. Calcular la primitiva siguiente:

$$\int \frac{\sin x \cos x}{(2 - \sin x)(1 + \sin^2 x)} dx.$$

(1.5 puntos)

8. Calcular el área de la región limitada por la función  $f(x) = x^2(\log x)^3$  entre las rectas  $x = 0$ ,  $x = 1$ . (1.5 puntos)