

Cálculo infinitesimal
Números, Sucesiones y Series Numéricas
20 de noviembre de 2017
Parcial 1

Nombre y apellidos:

Titulación:

1. (a) Sea $z = \frac{\sqrt{3} + i}{1 + i\sqrt{3}}$. Escribirlo en la forma $\operatorname{Re} z + i \operatorname{Im} z$ y en forma exponencial.

(b) ¿Qué números complejos al elevarlos al cubo dan -8?

2. Decir razonadamente si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:

(a) Sean $\{a_n\}_n$ y $\{b_n\}_n$ dos sucesiones tales que $a_n < b_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Supongamos que ambas tienen límite y

$$l_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n, \quad l_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n.$$

Entonces, es posible que l_1 sea igual a l_2 .

(b) Como $\frac{\sin n}{n^2} \leq \frac{1}{n}$, entonces la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$ es divergente.

3. Calcular el límite siguiente: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arcsen 1 + \arcsen \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \arcsen \frac{1}{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}.$

4. Sea la sucesión recurrente $a_{n+1} = a_n^2 + 1$, $a_1 = 3$. ¿Tiene límite?

5. Estudiar la convergencia de la serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \frac{1}{n}.$$