

Grado en Ing. Informática — Grado en Matemáticas  
Examen Final de Cálculo Infinitesimal  
Convocatoria ordinaria.  
Curso 2018-2019.

1. (1 punto)

(a) Dado  $z = x + iy \in \mathbb{C}$ , con  $x > 1$ ,  $y \in \mathbb{R}$ . Probar que

$$\left| \frac{1}{z} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{2}.$$

(b) Resolver la ecuación  $z^3 + 8i = 0$ .

2. (1 punto) Sea la sucesión recurrente  $a_1 = 1/2$ ,  $a_{n+1} = \sqrt{1 + 3a_n} - 1$ . Probar que tiene límite y hallarlo.

3. (1 punto) Hallar el radio de convergencia de la serie de potencias

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n.$$

4. (1 punto) Calcular el límite siguiente:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - x - \cos x)^3}{(\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x)^2}$$

5. (2 puntos) Desarrollar en serie de potencias de  $x$  la función

$$f(x) = \log(x + \sqrt{9 + x^2})$$

indicando el radio de convergencia. Calcular  $f^{(2019)}(0)$ .

6. (2 puntos) Calcular las primitivas siguientes:

(a)  $\int x^3 e^{x^2} dx,$

(b)  $\int \frac{\cos^3 x}{\operatorname{sen}^4 x} dx$

7. (2 puntos) Hallar el volumen del sólido engendrando al girar alrededor del eje  $OY$  la región limitada por  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{4-x}}$ , su asíntota vertical y el eje  $OX$  en el primer cuadrante.

Tiempo para realizar el examen: **3 horas**.

El examen debe realizarse a bolígrafo azul o negro, nunca a lápiz.

