

Cálculo Infinitesimal

Hoja 7

Normales

1. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

$$a) x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 5 \quad i) \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$o) \frac{3x^2 + 4x + 3}{x^3 + 2x^2 + 3x + 2}$$

$$b) \frac{x^4 + 3x^3 - 2x^2 - x + 3}{x^2} \quad j) \frac{2}{x+5}$$

$$p) \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$c) \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$$

$$k) (x-2)^3$$

$$q) \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$d) \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{3}{x^2+4}$$

$$l) 2^x + \frac{1}{e^x}$$

$$r) \frac{x}{x^2+4}$$

$$e) \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$$

$$m) \sqrt{x+2}$$

$$s) \frac{1}{x^2+4}$$

$$f) \frac{5x+3}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$n) \frac{1}{(x-2)^3}$$

$$t) \frac{3x+2}{x^2+4}$$

$$g) \sin^2 x$$

$$u) (\sin 2x + \cos 3x)$$

$$h) \operatorname{tg}^2 x$$

$$\tilde{n}) \frac{x+2}{\sqrt{x}}$$

$$v) \cos^2 x$$

2. Calcular las primitivas de las siguientes funciones: C.V.

$$a) \frac{\cos(\log x)}{x} \quad g) \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x}$$

$$m) x^4 \cos(x^5 + 1)$$

$$b) 2^{\cos x} \sin x \quad h) \frac{x^{19}}{x^{20} - 1}$$

$$n) \frac{\sin(1/x)}{x^2}$$

$$c) \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} \quad i) e^x \sin(e^x + 1)$$

$$\tilde{n}) \frac{(\log x)^3}{x}$$

$$d) \frac{1}{(1+x^2) \arctan x}$$

$$j) \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$e) \frac{x^3}{\sqrt{x^4-3}}$$

$$k) \frac{x^3}{\sqrt{x^4-3}}$$

$$o) (x^2 + 1)^{10} x$$

$$f) \frac{1}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}}$$

$$l) x^2 \sqrt{x^3 + 2}$$

$$p) \sin^2 x \cos x$$

3. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

Partes

a) $x^2 e^x$

j) $\frac{x^2}{e^x}$

r) $2^x \sin 2x$

b) $(2x + 3)2^x$

k) $(x^3 + x^2 - 2x + 1)e^x$

s) $\cos^2 x$

c) $2^x \cos x$

l) $e^x \sin x$

t) $\frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 9}}$

d) $\log(x + 2)$

m) $x \sin 2x$

u) $\frac{x^2}{\sqrt{9x^2}}$

e) $x^3 \log x$

n) $\log x$

f) $(x^2 - 3x + 1) \sin 2x$

ñ) $\log(x + 2)$

v) $x \arctan x$

g) $x \operatorname{arc} \sin x$

o) $\operatorname{arc} \sin x$

w) $x \sinh x$

h) $x^2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x$

p) $\arctan x$

x) $\sin x \cosh x$

i) $\cos 2x \cos 5x$

q) $\frac{\log x}{x}$

y) $(x^2 - 2x + 5) \sinh(2x)$

4. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

a) $\frac{1}{x^2 - 4}$

g) $\frac{x^4}{(x^2 - 1)(x + 2)}$

m) $\frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$

b) $\frac{2x + 1}{x^2 + 2x - 3}$

h) $\frac{x^2}{x^3 + 4x^2 + x - 6}$

n) $\frac{1}{x^2 - 3x + 2}$

c) $\frac{x + 3}{(x + 2)^2}$

i) $\frac{x^4}{x^4 + 5x^2 + 4}$

ñ) $\frac{x^3 - 2}{x^2 - x}$

d) $\frac{1}{x^4 - x^3}$

j) $\frac{x^3 - 3x + 6}{(x^2 - 2x + 5)(x - 1)^2}$

o) $\frac{x}{x + 2}$

e) $\frac{x^3 + 1}{x^2 - 5x + 4}$

k) $\frac{1}{1 - x^4}$

p) $\frac{1}{(x - 2)(x + 1)^2}$

f) $\frac{3x^2 - 1}{x^3 + x}$

l) $\frac{x^5}{(x^2 - 4)^2}$

q) $\frac{x + 3}{x^2 + 4}$

$$r) \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$$

$$v) \frac{x^3 + 2}{x^2 - x}$$

$$z) \frac{x^2 + 5x + 3}{x^2}$$

$$s) \frac{6x + 8}{x^2 + 2x + 5}$$

$$w) \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$$

$$aa) \frac{x^4}{x^5 - 1}$$

$$t) \frac{x + 3}{(x + 1)^3}$$

$$x) \frac{1}{x^2 + x + 1}$$

$$ab) \frac{3x^2 - x + 2}{(x - 1)^3}$$

$$u) \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$y) \frac{x^4}{x^3 - 1}$$

$$ac) \frac{3x^2 + 1}{x^3 + x}$$

5. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

$$\textcircled{a} \sin(3x) \cos(5x)$$

$$\textcircled{f} \frac{\sin x + 2 \cos x - 3}{\sin x - 2 \cos x + 3}$$

$$k) \frac{dx}{\sin x}$$

$$\textcircled{b} \sin^3 x \cos^4 x$$

$$\textcircled{g} \frac{1}{\sin^3 x}$$

$$l) \frac{\cos x}{1 + \cos x}$$

$$c) \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x}$$

$$h) \frac{1}{1 + \sin^2 x}$$

$$m)) \frac{dx}{\cos x}$$

$$\textcircled{d} \frac{1}{\sin x(2 + \cos x - 2 \sin x)} i) \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$n) \frac{dx}{\cos^3 x}$$

$$e) \frac{1}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x}$$

$$j) \frac{dx}{\sin x \cos x}$$

$$\tilde{n}) \cos^5 x$$

6. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

$$\textcircled{a} \frac{1}{\sqrt{25 - 3x^2}}$$

$$\textcircled{d} \sqrt{9 - (4 - x)^2}$$

$$g) \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 4x + 5}}$$

$$b) \frac{1}{\sqrt{4 - 9x^2}}$$

$$e) \frac{1}{3x^2 - 25}$$

$$h) \frac{1}{\sqrt{-4x^2 + 2x + 1}}$$

$$\textcircled{c} \sqrt{16 + 4x^2}$$

$$f) \frac{1}{\sqrt{4x^2 - 4x - 35}}$$

$$i) \frac{1}{\sqrt{-3x^2 + 1}}$$

7. Calcular las primitivas de las siguientes funciones:

$$a) \frac{2}{(x^2 - 1)^2}$$

$$b) \frac{x^4}{x^3 - 1}$$

$$c) \sin x \cos^3 x$$

$$d) \sin^2 x \cos^4 x$$

$$s) \frac{xe^x}{(1+x)^2}$$

$$ai) \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}}$$

$$e) \frac{1}{a+\cos x} \quad (a > 0)$$

$$t) \sec^3 x$$

$$aj) \operatorname{tg} 3x$$

$$f) \frac{1}{1+\sin x}$$

$$u) \frac{3x^{2/3} - 7}{x - 7x^{1/3} + 6}$$

$$ak) \frac{x-1}{3x^2-6x+5}$$

$$g) \frac{1}{\cos^6 x}$$

$$v) \log^2 x$$

$$al) \frac{\sin^3 x}{1-\cos x}$$

$$h) \frac{\sqrt{x+1}+2}{(x+1)^2-\sqrt{x+1}}$$

$$w) \frac{\cos 2x}{e^x}$$

$$am) \frac{2x-3}{x^3+3x^2}$$

$$i) \frac{1}{e^{3x}+e^{2x}+e^x+1}$$

$$x) \frac{x \operatorname{arc} \sin x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$an) \frac{1}{(x-2)(x+1)^2}$$

$$j) \frac{(1+\sqrt{x})^2}{2+\sqrt{x}}$$

$$y) \frac{\cos(2x)}{\cos^4 x + \sin^4 x}$$

$$añ) (1+\operatorname{tg} x)^2$$

$$k) \frac{1}{x+1} \frac{\sqrt{3+x}}{x-1}$$

$$z) \frac{x^2}{\sqrt{x^2+9}}$$

$$ao) \frac{\sin(2x)-1}{\cos^2 x}$$

$$l) \frac{1}{x(\sqrt{1+x}-2)}$$

$$aa) xe^{x^2}$$

$$ap) \sin^2 x$$

$$m) \frac{4\cos^3 x - 3\cos x}{\sin x}$$

$$ab) \frac{x}{\sqrt{2x-x^2}}$$

$$aq) \frac{e^x+e^{-x}}{e^x+1}$$

$$n) \frac{\operatorname{arc} \sin^2 x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$ac) \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$ar) \cos(\log x)$$

$$\tilde{n}) x^5 \sqrt{1-x^3}$$

$$ad) \frac{1}{\sqrt{4-9x^2}}$$

$$as) x^3 \cos x$$

$$o) \frac{x}{x^4+3x^2+2}$$

$$ae) \frac{x^3+1}{x^2+1}$$

~~$$at) \frac{1}{1+\sin x}$$~~

$$p) \frac{1}{(1+\cos x) \sin x}$$

$$af) \frac{1}{x^3-1}$$

$$au) \operatorname{tg}^2 x$$

$$q) \frac{1}{2+3 \operatorname{tg} x}$$

$$ag) \frac{1}{e^x+1}$$

$$av) \frac{dx}{x^2-2x+5}$$

$$r) \cos x \log(1+\cos x)$$

$$ah) \frac{e^{2x}-e^x}{e^x+1}$$

$$aw) \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

8. Encontrar la solución general de

$$F'(x) = \frac{1}{x^2}, \quad x > 0,$$

y determinar la solución particular que satisface la condición inicial $F(1) = 0$.

9. Utilizando como aceleración debida a la gravedad

$$a(t) = -9,8\text{m/s}^2,$$

demostrar que la altura a la que llega un objeto lanzado hacia arriba desde s_0 metros a una velocidad inicial de v_0 metros por segundo viene dada por la función

$$f(t) = -4,9t^2 + v_0t + s_0$$

10. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde una altura de 2 metros con una velocidad inicial de 5 metros por segundo.

- a) Encontrar la función posición que expresa la altura s en una función del tiempo t .
- b) ¿Cuándo llegará la pelota al suelo?
- c) ¿A qué velocidad hará contacto con el suelo?
- d) ¿Qué altura alcanzará la pelota?

11. La tasa de crecimiento dP/dt de una población de bacterias es proporcional a la raíz cuadrada de t , donde P es el tamaño de la población y t es el tiempo en días, $0 \leq t \leq 10$. Esto es

$$\frac{dP}{dt} = k\sqrt{t}.$$

El tamaño inicial de la población es igual a 500. Después de un día la población ha crecido hasta 600. Estimar el tamaño de la población después de 7 días.