Calculo Infinitesimal

Enero 2010-11

1. (a) Decid razonadamente si es cierta la afirmación siguiente:
   Sea $(a_n)_n$ una sucesión monótona creciente y acotada inferiormente, entonces existe el límite de $(a_n)_n$ y es L=1. (0.5 puntos)

   (b) Calcular el límite:

   $$\lim_{n\to\infty} \frac{1+2\sqrt{2!}+3\sqrt[3]{3!}+4\sqrt[4]{4!}+\cdots+n\sqrt[n]{n!}}{n^3}.$$

   (1.5 puntos).

2. Estudiar la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}} \sin \frac{1}{n^2}$. (2 puntos).

3. Desarrollar en serie de potencias de *x* la función:

   $$f(x) = \log(x + \sqrt{1+x^2})$$

   Indicando el radio de convergencia. Calcular $f^{(2011}(0)$. (2 puntos)

4. Se pretende fabricar una lata de conserva cilíndrica (con tapas) de 1 litro de capacidad ¿Cuáles deben ser sus dimensiones para que se utilice el mínimo posible de metal? (2 puntos)

5. (a) Calcular la primitiva siguiente:

   $$\int \frac{arctg\,\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx.$$

   (1 punto)

   (b) Calcular el área de la superficie comprendida entre la curva $y = \frac{8}{4+x^2}$ y su asíntota (1 punto)