

## ESERCIZI VARIETA'

### PROBLEMA

Dimostrare che l'insieme delle matrici  $M_{mn}(\mathbb{R})$  è una varietà differenziabile. Sia

$$\det : M_n(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$$

la funzione determinante. Dimostrare che l'insieme

$$GL(n, \mathbb{R}) := \det^{-1}(\mathbb{R} \setminus \{0\})$$

delle matrici invertibili è una varietà differenziabile

### PROBLEMA

Dimostrare che ogni applicazione lineare  $f : V \rightarrow W$  tra spazi vettoriali di dimensione finita è differenziabile rispetto alle strutture differenziabili canoniche di  $V$  e  $W$ .

### PROBLEMA

Dimostrare che l'inclusione  $i : S^n \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$  della  $n$ -sfera nello spazio Euclideo  $\mathbb{R}^{n+1}$  è una funzione differenziabile.