

Limites-y-continuidad-1-bach.pdf



paula5



Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I



1º Bachillerato



Estudios España



universidad
de las
hespérides **online**

Aprovecha el verano y
matricúlate en tu grado

Economía, finanzas, emprendimiento y
negocios, derecho y más

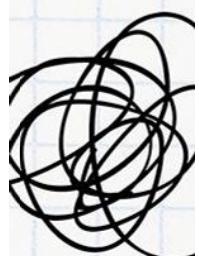
Descubre titulaciones diseñadas para el futuro y estudia 100 % online, sin límites ni barreras.

Importante

Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

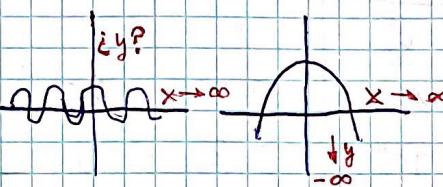
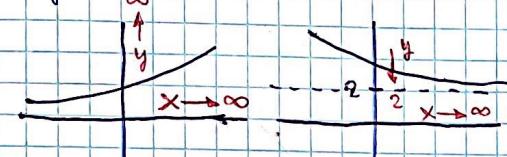
wuolah

TEMA 6 Límites y continuidad

11 / Febrero 1 2022

1) Límite de una función en el infinito

Graficamente:



Análiticamente

$$\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ x \text{ tiende a } \infty}} f(x) = +\infty$$

cuando la x toma valores muy grandes, la función también

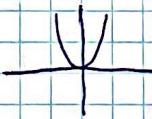
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

cuando la x toma valores muy grandes, la función toma valores muy grandes pero negativos.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \quad (\text{punto})$$

cuando la x toma valores muy grandes, la función se acerca cada vez más a un punto al que llamamos L .

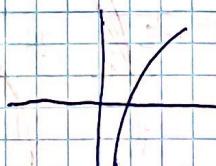
$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$$



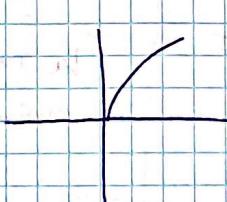
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_2 x = +\infty$$



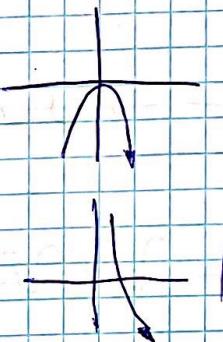
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = \infty$$



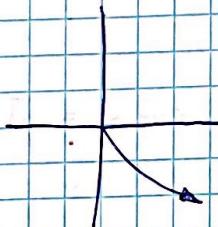
wuolah

Scanned with CamScanner

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 = -\infty$$



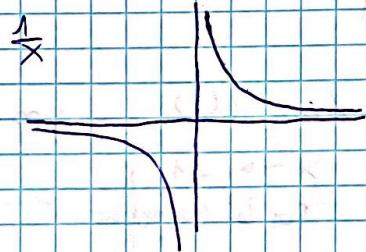
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -\sqrt{x} = -\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} -\log_2 x = -\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} -2^x = -\infty$$



$$\frac{1}{1000000} = 0,000001$$

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

Cuando la x toma valores muy grandes negativos, la función toma valores muy grandes, positivos

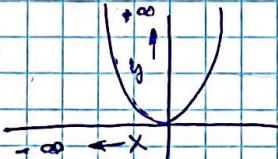
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

Cuando la x toma valores muy grandes negativos, la función toma valores muy grandes también negativos

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \quad (\text{punto})$$

Cuando la x toma valores muy grandes negativos, la función se acerca cada vez más a un punto al que llamamos L.

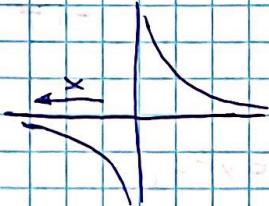
$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$$



$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^2 = -\infty$$

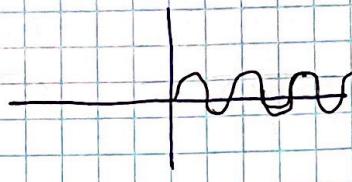


$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

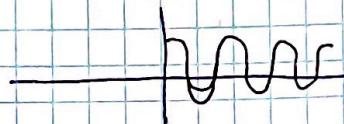


D

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sin x = \text{?}$$



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \cos x = \text{?}$$



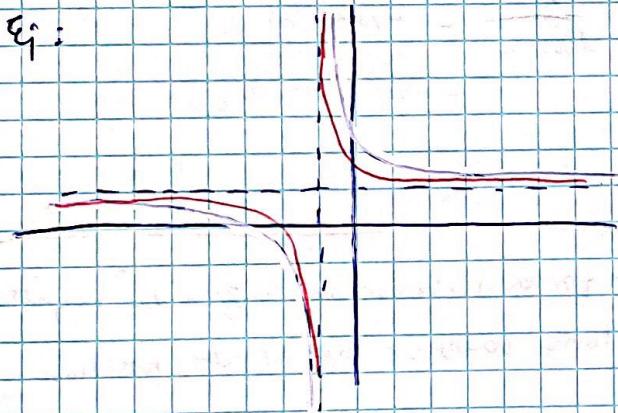
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \operatorname{tg} x = \text{?}$$



14 Febrero 2022

2) Límites de una función en un punto

Ej:



$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$$

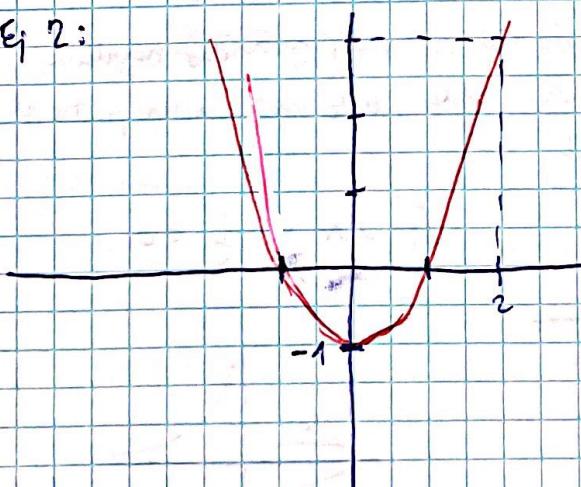
Por la derecha

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$$

Por la izquierda

$$f(x) = \frac{-x}{x+1}$$

Ej 2:



$$y(x) = x^2 - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1) = 2^2 - 1 = 3$$

Importante

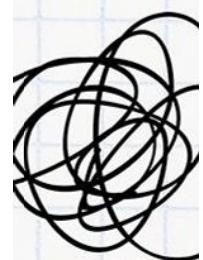
Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



(2)



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

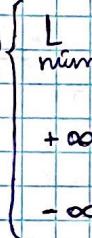
WOOAH

1)

2.1) Límites laterales

Por la izquierda

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$
la x se acerca al punto a por la izquierda.



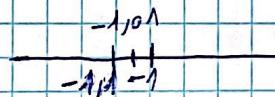
ej: $\lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 = 0^2 = 0$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} x^2 = (-1)^2 = 1$

ej: $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{2}^-} \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{2}\right) = +\infty$

Mas cerca está x de $-\frac{\pi}{2}$, mas grande se hace la función

$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x+1} = \frac{1}{-1+1} = \frac{1}{0} = \infty$



$x = -1,1 \rightarrow \frac{-1,1}{-1,1+1} = \frac{-1,1}{-0,1} = 11$

$x = -1,01 \rightarrow \frac{-1,01}{-1,01+1} = 1,01$

16/Febrero/2022

1)

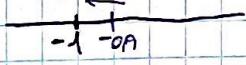
$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-x}{x+1} = \frac{1}{0} = \infty$

$f(x) = \frac{-x}{x+1} \rightarrow f(-1,1) = \frac{-(-1,1)}{-1,1+1} = \frac{+}{-} = -$

2)

Por la derecha

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \begin{cases} +\infty & \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-x}{x+1} = \frac{+1}{0} = +\infty \\ -\infty & \end{cases}$$



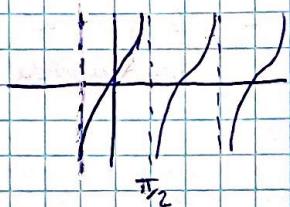
$$f(-0,9) = \frac{+0,9}{-0,9+1} = \frac{+}{+} = +$$

Le x se acerca a

un punto "a"

por la derecha

$$-\infty \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = \text{error}$$



$$\tan(1,58) = -188,6$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 = 0^2 = 0$$

2.2) Existencia de límite

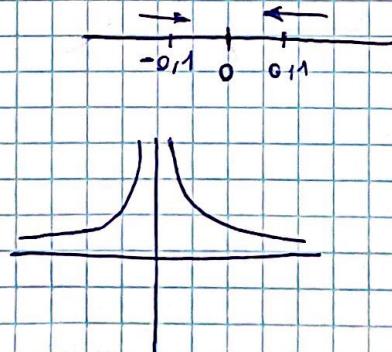
El límite $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe si sus límites laterales dan lo

mismo.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{0^2} = \frac{1}{0} = +\infty$$

Los límites laterales son iguales, por lo tanto existe el \lim



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = +\infty$$

$$\frac{1}{(-0,1)^2} = \frac{1}{0,01} = +$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = +\infty$$

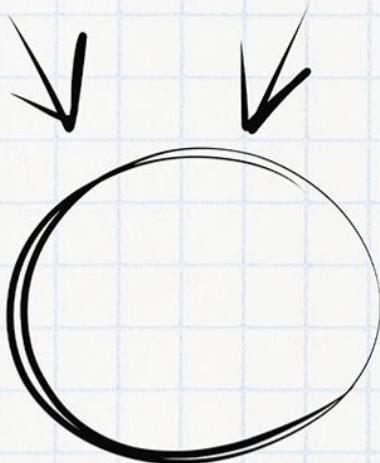
$$\frac{1}{0,1^2} = \frac{+1}{0,01} = +$$

Imagínate aprobando el examen

Necesitas tiempo y concentración

Planes	PLAN TURBO	PLAN PRO	PLAN PRO+
diamond Descargas sin publi al mes	10 🟡	40 🟡	80 🟡
clock Elimina el video entre descargas	✓	✓	✓
folder Descarga carpetas	✗	✓	✓
download Descarga archivos grandes	✗	✓	✓
circle Visualiza apuntes online sin publi	✗	✓	✓
glasses Elimina toda la publi web	✗	✗	✓
€ Precios	Anual <input type="checkbox"/>	0,99 € / mes	3,99 € / mes
			7,99 € / mes

Ahora que puedes conseguirlo,
¿Qué nota vas a sacar?



WUOLAH

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x}{x+1} = \frac{1}{0}$$

Los límites laterales son distintos, por lo tanto no existe el límite

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-x}{x+1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-x}{x+1} = +\infty$$

17/ Febrero /2022

3) Cálculo de límites en un punto

3.1) Función continua en ese punto

Una función es continua en un punto "a" si ~~y~~ solo si:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Ej: comprobar si $f(x) = x^2$ es continua en 0

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0^2 = 0 \quad f(0) = 0^2 = 0$$

Ejemplo 2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{0} = ? \quad \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = +\infty$$

$$f(0) = \frac{1}{0^2} = \frac{1}{0} \quad \text{No existe}$$

} f no es continua
en el 0

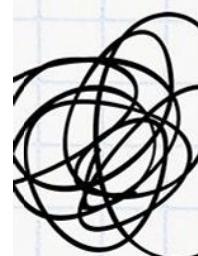
H

Importante

Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

wuolah

3.2) Cálculos de límites de cociente de polinomios

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{P(x)}{Q(x)} \quad (P(x) \text{ y } Q(x) \text{ son polinomios})$$

1º Caso 1

$$Q(a) \neq 0$$

La función es continua en el punto a y se cumple:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(a)}{Q(a)}$$

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+1}{x-2} = \frac{5+1}{5-2} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x+2} = \frac{5-5}{5+2} = \frac{0}{7} = 0$$

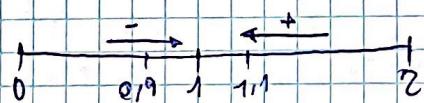
18 / Febrero / 2022

Caso 2

$$P(a) \neq 0 \text{ y } Q(a) = 0$$

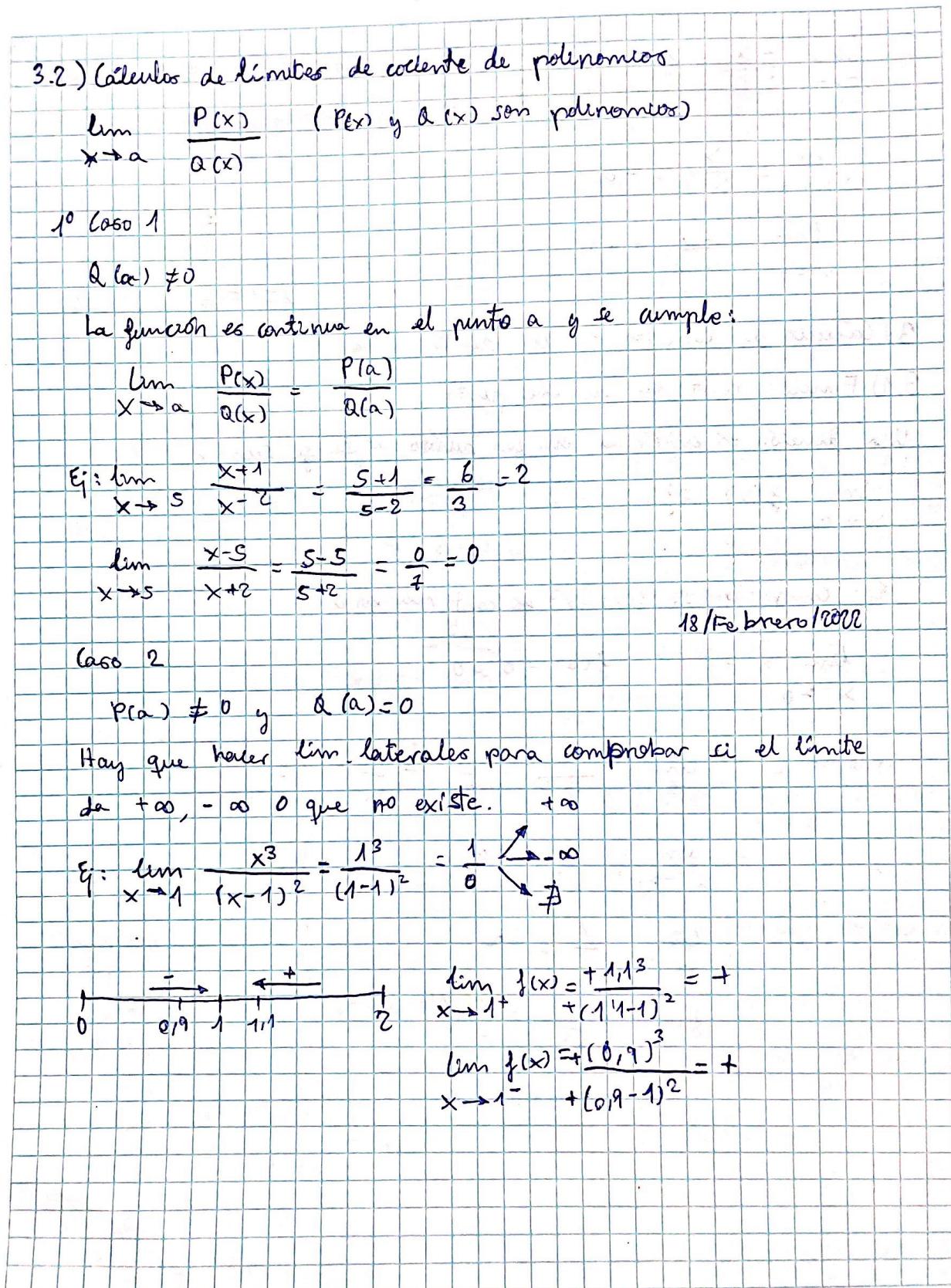
Hay que hacer lím. laterales para comprobar si el límite da $+\infty$, $-\infty$ o 0 que no existe.

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3}{(x-1)^2} = \frac{1^3}{(1-1)^2} = \frac{1}{0}$$



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{+1,1^3}{+(1,1-1)^2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{+(0,9)^3}{+(0,9-1)^2} = +\infty$$



wuolah

Scanned with CamScanner

caso 3 $P(a) = Q(a) = 0$ $\left(\frac{0}{0}\right)$ Indeterminación

Hay que factorizar los polinomios y simplificarlos

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 3x - 10} = \frac{2^2 - 5 \cdot 2 + 6}{2^2 + 3 \cdot 2 - 10} = \frac{0}{0}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} \quad \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 7}{2} \quad \begin{matrix} 2 \\ -5 \end{matrix}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+5)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x+5} \rightarrow \frac{2-3}{2+5} = \boxed{\frac{-1}{7}}$$

3.3) Cálculo de límites de funciones a trozos 21/Febrero/2022

Sea $f(x) = \begin{cases} f_1(x) & x < c \\ f_2(x) & x \geq a \end{cases}$

* $\underset{x \rightarrow b}{\text{Límit}} f(x)$ con $b > a$

$\underset{x \rightarrow 0}{\text{Límit}} f(x)$

(con f_1 y f_2 continuas en a)

$$q: f(x) = \begin{cases} 2x - 5 & x < 3 \\ -x + 2 & x \geq 3 \end{cases}$$

* $\underset{x \rightarrow 0}{\text{Límit}} f(x) = \underset{x \rightarrow 0}{\text{Límit}} 2x - 5 =$
 $= 2 \cdot 0 - 5 = -5$

$\underset{x \rightarrow a}{\text{Límit}} f(x)$ $\underset{x \rightarrow a^+}{\text{Límit}} f(x) = \underset{x \rightarrow a^+}{\text{Límit}} f_2(x)$ $\underset{x \rightarrow a^-}{\text{Límit}} f(x) = \underset{x \rightarrow a^-}{\text{Límit}} f_1(x)$	$\underset{x \rightarrow c}{\text{Límit}} f(x) = \underset{x \rightarrow c}{\text{Límit}} f_2(x)$ con $c > a$ $\underset{x \rightarrow 5}{\text{Límit}} f(x) = \underset{x \rightarrow 5}{\text{Límit}} -x + 2 =$ $= -5 + 2 = -3$
---	--

* $\underset{x \rightarrow a}{\text{Límit}}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ej: } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (-x+2) = -3+2 = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (2x-5) = 2 \cdot 3 - 5 = 1 \end{array} \right\} f \text{ continúa}$$

* * $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \rightarrow \text{No existe } \lim_{x \rightarrow a}$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) \rightarrow \text{Existe el límite y vale } f(a)$$

$$\text{Ej 2: } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq -1 \\ 3x + 5 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} 3x + 5 = 3 \cdot (-1) + 5 = -3 + 5 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} x^2 + 1 = (-1)^2 + 1 = 1 + 1 = 2$$

¿Es continua? Sí, porque

$$f(-1) = f_1(-1) = (-1)^2 + 1 = 1 + 1 = 2$$

23/febrero/2012

Ej 3: calcular n tal que la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 1 & \text{si } x \leq 4 \\ 2x + n & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

Continua en \mathbb{R}

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) \Leftrightarrow f \text{ cont. en } x=a}$$

Importante

Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con l coin me
lo quito yo...

WUGLAH

$$f(x) = x^2 - 5x + 1 \text{ es const (Parabola) en } (-\infty, 4]$$

$$\bullet \int_2 (x) = 2x + n \quad \text{es cont (recta)} \quad \text{en } (\frac{n}{2}, +\infty)$$

$\exists x$ es cont en $x = 4$, entonces:

$$\text{求 } \lim_{x \rightarrow 4^+} 2x + n = 2 \cdot 4 + n = 8 + n$$

$$\begin{array}{l} \text{* l.} \\ x \rightarrow 4^{-} \end{array} \quad x^2 - 5x + 1 = 4^2 - 5 \cdot 4 + 1 = -3$$

$$f(4) = 4^2 - 5 \cdot 4 + 1 = 16 - 20 + 1 = -3$$

$$g + n = -3$$

$$n = -3 - 7 = -11$$

Deben ser iguales

21 March 2022

4) Cálculo de límites en el ∞

4.1) Límite de potencias es: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = \begin{cases} +\infty & n > 0 \\ 1 & n = 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

$\text{Ex: } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^0 = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 = 1$

$$q = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} = 0$$

4.2) Límite de exponentiales

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \begin{cases} +\infty & a > 1 \\ 0 & -1 < a < 1 \\ \text{undefined} & a \leq -1 \end{cases}$$

$$q: \underline{\lim_{x \rightarrow +\infty}} e^x = +\infty$$

$$-1 < a < 1 \quad \epsilon_i : \lim_{x \rightarrow +\infty} 0,25 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{4^x}$$

$$E_1: \underline{(-2)}^x = \underline{x}$$

El infinito no se
sabe si es
par o impar

4.3) Límites de polinomios

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} a_n x^n \begin{cases} +\infty & \text{depende de si } a_n \text{ es positivo} \\ -\infty & \text{o negativo} \end{cases}$$

$$\text{ej: } \lim_{x \rightarrow +\infty} 4x^3 - 2x + 1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} 4x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -3x^5 + 4x^4 - 7x^2 + 6 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -3x^5 = -\infty$$

4.4) Límite de cociente de polinomios

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_2 x^2 + b_1 x + b_0} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a_n x^n}{b_m x^m}$$

$$\text{ej: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 - 2x + 1}{-3x^5 + 4x^4 - 7x^2 + 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3}{-3x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{-3x^2} = 0$$

① Potencia
de mayor
grado

② Simplificar

$$\begin{cases} 0 & \text{si } n < m \\ = 0 & \\ \frac{a_n}{b_m} & \text{si } n = m \\ \pm \infty & \text{si } n > m \end{cases}$$

$$Ej: \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 3x^2 - 5}{1 - 4x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{3x^2}}{\cancel{-4x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$Ej: \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + 7x^3 - 8}{1 - 4x^3 + 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5}{-4x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{-4} = \frac{+\infty}{-4} = -\infty$$

4.5) Límites cuando $x \rightarrow -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(-x)$$

$$Ej: \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^3 - 2x^2 + 1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} 3(-x)^3 - 2(-x)^2 + 1 =$$

Cambio $x \leftrightarrow -x$

hacer cálculos

$$y \quad -\infty \leftrightarrow +\infty$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} -3x^3 - 2x^2 + 1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -3x^3 = -\infty$$

$-3(+\infty)$

5) Operaciones con límites

4 Marzo / 2022

$$\textcircled{1} \quad \lim_x f(x) \pm g(x) = \lim_x f(x) \pm \lim_x g(x)$$

$$\textcircled{2} \quad \lim_x f(x) \cdot g(x) = \lim_x f(x) \cdot \lim_x g(x)$$

$$\textcircled{3} \quad \lim_x \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_x f(x)}{\lim_x g(x)}$$

$$\textcircled{4} \quad \lim_x f(x)^{g(x)} = \lim_x f(x) \times g(x)$$

Importante

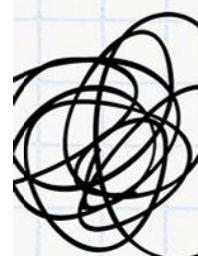
Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



(1)



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

wuolah

$$\textcircled{5} \quad l \cdot g(f(x)) = g(l \cdot f(x))$$

$$\text{Sub} \quad 5.1) \text{ Si } g(x) = \sqrt[3]{x} \rightarrow l \cdot \sqrt[3]{f(x)} = \sqrt[3]{l \cdot f(x)}$$

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\frac{9x^2}{x^2+1}} = \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^2}{x^2+1}} = \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^2}{\cancel{x^2}}} = \\ = \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow +\infty} 9} = \sqrt[3]{9} = 3$$

$$\text{Sub} \quad 5.2) \text{ Si } g(x) = \log_a x \rightarrow l \cdot \log(f(x)) = \log(l \cdot f(x))$$

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{4x^3-x}{2x^2}\right) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3-x}{2x^2}\right) = \ln\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3}{2x^2}\right) = \\ = \ln\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x\right) = +\infty$$

Sub
5.3) Funciones trigonométricas

$g(x)$ puede ser $\sin, \cos, \operatorname{tg}$

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{9x+3}{x^3-2x}\right) = \sin\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x+3}{x^3-2x}\right) = \\ = \sin\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x}{x^3}\right) = \sin\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{x^2}\right) = \sin 0 = 0$$

5.1) Operaciones con ∞

Suma / resta $\pm \infty \pm h$

$$\boxed{\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \\ & +\infty + \infty \end{aligned}}$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 2 = +\infty$

$$+\infty + h = +\infty$$

$$+\infty - \infty = +\infty$$

$\pm \infty \mp \infty = \text{indeterminación}$

wuolah

Scanned with CamScanner

Productos

$$+\infty \cdot +\infty = +\infty$$

$$\boxed{\begin{aligned} l &= 3x^2 \\ x &\rightarrow +\infty \end{aligned}}$$

$$+\infty \cdot -\infty = -\infty$$

$$+\infty \cdot +\infty = +\infty$$

$$+\infty \cdot -\infty = -\infty$$

$$+\infty \cdot 0 \text{ Indeterminación}$$

Regla de los signos

Cocientes:

$$\frac{+\infty}{+\infty} = +\infty$$

$$\frac{0}{+\infty} = 0$$

$$\frac{+\infty}{+\infty} = -\infty$$

$$\frac{+\infty}{0} = +\infty \text{ hallar signo}$$

$$\frac{k}{+\infty} = 0$$

$$\frac{0}{+\infty} = 0$$

$$\frac{+\infty}{0} = +\infty \text{ hallar signo}$$

$$\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0} \text{ Indeterminación}$$

Potencias y exponentes

$$1^{\infty} \begin{cases} +\infty & n > 1 \\ 0 & -1 < n < 1 \\ \text{---} & n < -1 \end{cases}$$

$$0^k \begin{cases} 0 & k > 0 \\ 0^{-k} = 1 & k = 0 \\ \text{---} & k < 0 \end{cases}$$

$$\infty^k \begin{cases} +\infty & k > 0 \\ 0 & k < 0 \\ \text{---} & k = 0 \end{cases}$$

7 / Marzo / 2022

∞^0 Indeterminación

$$\infty^0 = \begin{cases} \infty & \text{calcular signo} \\ 0 & \end{cases}$$

0^0 Indeterminación

$$0^0 = 0$$

1^∞ Indeterminación

Raíces

$$\sqrt[n]{+\infty} = +\infty$$
$$\sqrt[n]{-\infty} = \begin{cases} \text{---} & n \text{ par} \\ -\infty & n \text{ par} \end{cases}$$

Importante

Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



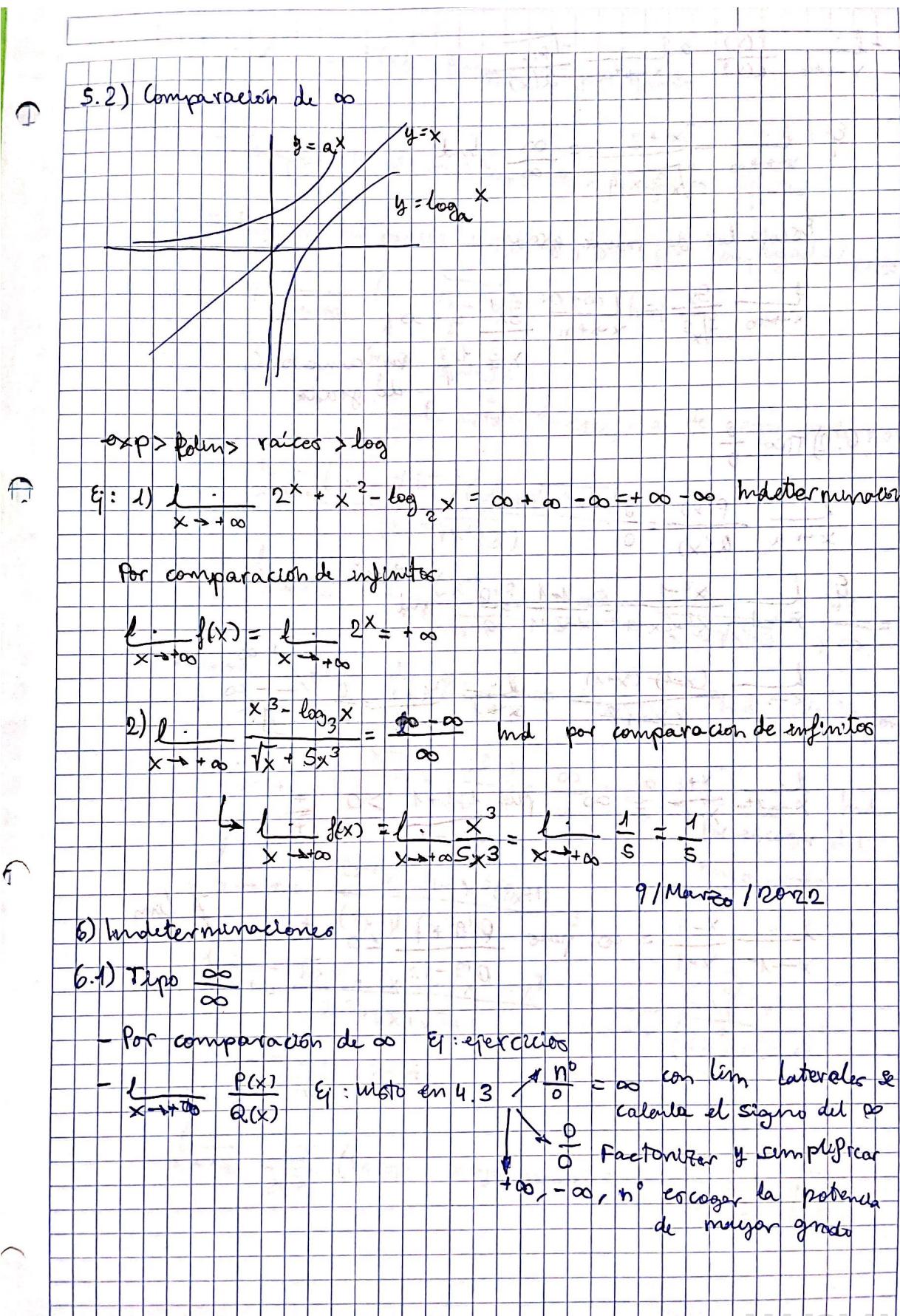
(2)



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

wuolah



$$\begin{array}{c} -l \cdot \\ x \rightarrow +\infty \end{array} \frac{P(x)}{Q(x)} \quad 0 \quad \begin{array}{c} l \cdot \\ x \rightarrow +\infty \end{array} \frac{\sqrt{P(x)}}{Q(x)}$$

$$Ej: \begin{array}{c} l \cdot \\ x \rightarrow +\infty \end{array} \frac{3x+2}{\sqrt[4]{x^3-x+4}} = \frac{\infty}{\infty} \text{ ind}$$

Escojo los de mayor grado:

$$\begin{array}{c} l \cdot \\ x \rightarrow +\infty \end{array} \frac{3x}{\sqrt[4]{x^3}} = \begin{array}{c} l \cdot \\ x \rightarrow +\infty \end{array} \frac{3x^1}{x^{\frac{3}{4}}} = +\infty$$

Por comparación
de grados

$$6.2) \text{ Tipo } \frac{0}{0}$$

$$\begin{array}{c} l \cdot \\ x \rightarrow a \end{array} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{0}{0}$$

$$Ej: \begin{array}{c} l \cdot \\ x \rightarrow 1 \end{array} \frac{x^2-1}{x^2-2x+1} = \frac{1-1}{1-2+1} = \frac{0}{0} \text{ ind}$$

$$\begin{array}{c} l \cdot \\ x \rightarrow 1 \end{array} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} = \cancel{\begin{array}{c} l \cdot \\ x \rightarrow 1 \end{array}} \frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{0} \begin{array}{c} +\infty \\ -\infty \end{array}$$

$$\begin{array}{c} l \cdot \\ x \rightarrow 1^+ \end{array} \frac{x+1}{x-1} = \infty \quad \text{pues } \frac{1,1+1}{1,1-1} > 0$$

$$\begin{array}{c} l \cdot \\ x \rightarrow 1^- \end{array} \frac{x+1}{x-1} = \infty \quad \text{pues } \frac{0,9+1}{0,9-1} < 0$$

~~A~~ lim

6.3) Tipo $\infty - \infty$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x)$ Escoger mayor grado
- Comparación de ∞ : Exp., log., $\sqrt{\cdot}$ y pot. puntas
- Límites con radicales: multiplicar por conjugado/opuesto

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - \sqrt[4]{x^3}) \stackrel{\infty - \infty}{=} \text{Ind}$$

↑ ↑
Grado 2 Grado $\frac{3}{4} = 2$

El método de escoger el de mayor grado no vale

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2 - \sqrt[4]{x^3})(x^2 + \sqrt[4]{x^3})}{(x^2 + \sqrt[4]{x^3})} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - (x^4 + 3)}{x^2 + \sqrt[4]{x^3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3}{x^2 + \sqrt[4]{x^3}} = \frac{-3}{+\infty} = 0$$

- Suma y resta de fracciones algebráicas: hacer cálculo con el mcm

$$\text{Ej: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2}{2x+1} - \frac{x^3}{x^2+1} \right) = \frac{\infty}{\infty} - \frac{\infty}{\infty} = \frac{\infty - \infty}{\infty} \text{ Ind}$$

Por escoger el de
mayor grado

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2(x^2+1) - x^3(2x+1)}{(2x+1)(x^2+1)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + 2x^2 - 2x^4 - x^3}{2x^3 + 2x + x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3 + 2x^2}{2x^3 + x^2 + 2x + 1} =$$

$\frac{-\infty + \infty}{+\infty}$ Indet.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3}{2x^3} \quad (\text{Escoge el mayor grado}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{2} = \boxed{\frac{-1}{2}}$$

Importante

Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

wuolah

6.4) Típo 0-∞, ∞-∞

11/Marzo/2022

7) Descontinuidad

Recuerda:

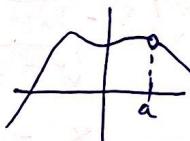
- Una función es continua en todos sus puntos si la puedo dibujar de un solo trazo
- Una función es continua en el punto $x=a$ si y solo si:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$$

Tipos de discontinuidad

Exitable:

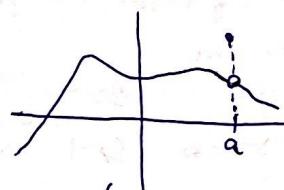
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$



Pero $\rightarrow f(a)$

$$f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$f(x) = \begin{cases} f_1 & x < a \\ f_2 & x > a \end{cases}$$



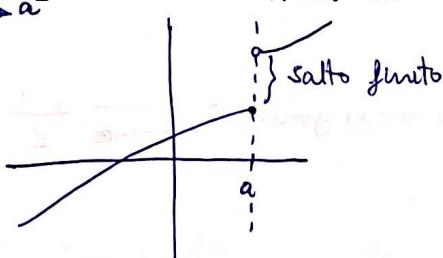
$$f(x) = \begin{cases} f_1 & x < a \\ f_2 & x = a \\ f_2 & x > a \end{cases}$$

De salto finito

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = k$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = m$$

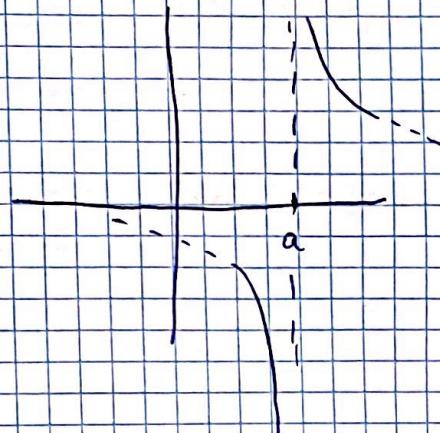
k y m son
nº distintos



De Salto infinito

$$\underset{x \rightarrow a^+}{\text{---}} f(x) = +\infty$$

$$\underset{x \rightarrow a^-}{\text{---}} f(x) = -\infty$$



$$\underset{x \rightarrow a^+}{\text{---}} f(x) = 1$$

$$\underset{x \rightarrow a^-}{\text{---}} f(x) = \pm \infty$$

