

Los-numeros-reales-1-bach.pdf



paula5



Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I



1º Bachillerato



Estudios España



Matricúlate en el
grado que quieras sin
nota de corte.

Apertura plazo de
matriculación 3 de julio.



Descubre nuestros
30 grados oficiales



Conócenos

Importante

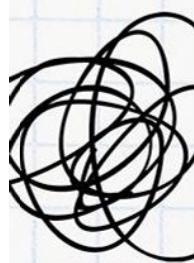
Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



(=)



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

WUOLAH

Tema 1 LOS NÚMEROS REALES

21/Septiembre/2021

1) CONJUNTOS DE NÚMEROS

$$\boxed{\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}}$$

\mathbb{N} : 1, 2, 3, ...
 \mathbb{Z} : ..., -3, -2, -1, 0
 \mathbb{Q} : $\frac{2}{3}, 0.\overline{25}, 0.\overline{123}$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
* contenido

$$\boxed{\mathbb{R}}$$

\mathbb{R} : $\pi, e, \sqrt{2}, \dots$
3,14 2,7182 1,4142, ...

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & x^2 + 1 = 0 \\ & x = \pm \sqrt{-1} \\ & x = i \end{aligned}$$

Clasificación

- Exactos: 0,2, 70,25, ...

- Periódicos: { Puros: $0.\overline{2} = 0,2222$
Mixtos: $70,2\overline{5} = 70,2555$

1.4) Irracionales

II es un conjunto formado por los números que no se pueden escribir como fracción.

Tienen infinitos decimales que no se repiten infinitamente.

1.1) Naturales: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

1.2) Enteros: $\mathbb{Z} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
 $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{0\} \cup \{-1, -2, -3, \dots\}$
Unión

1.3) Racionales

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$
Tal que pertenece

Conjunto de números formado por fracciones cuyo numerador y denominador son enteros y el denominador diferente de 0.

Ej: $\frac{0,8}{3}$ No es fracción,

$$-\frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \frac{+2}{-4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

fracción irreducible
representante



WUOLAH

1.5) Números reales $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

- Valor absoluto

$$|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 (+) \\ -a & a < 0 (-) \end{cases}$$

$$\text{Ej 1: } |2| = 2$$

$$|-2| = 2$$

$$\text{Ej 2: } |1 - \sqrt{2}| = |1 - 1.4142\ldots| = |-0.4142\ldots| = 0.4142\ldots = -1 + \sqrt{2}$$

- Propiedades del valor absoluto

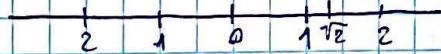
$$1) |a| \geq 0$$

$$2) |a \cdot b| = |a| \cdot |b| \quad \text{Ej: } |2 \cdot 3| = |2| \cdot |3| = 2 \cdot 3 = 6$$

$$3) |a + b| \leq |a| + |b| \quad \text{Ej: } |(-2) + (+3)| \leq |-2| + |+3|$$

$$\begin{array}{c} |-2 + 3| \\ |1| \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 + 3 \\ 5 \end{array}$$

- Recta real



Recta en la que se representan todos los números

- Intervalos y semirrectas

Nombre	Símbolo	Descripción	Representación
Intervalo abierto	(a, b)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
Intervalo cerrado	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
Intervalo semiabierto	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	

Nombre	Símbolo	Descripción	Representación
	$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} a < x\}$	
Semirrecta	$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} a \leq x\}$	
	$(-\infty, b)$	$\{x \in \mathbb{R} x < b\}$	
	$(-\infty, b]$	$\{x \in \mathbb{R} x \leq b\}$	

23/Septiembre/2021

- Unión e Intersección

\cup Todos los puntos de los conjuntos que unimos
Unión

\cap Los elementos que coinciden en ambos rectos
intersección

$$\text{Ej: } A = [2, 5]$$

$$B = (-\infty, -1)$$

$$C = [-3, 3)$$

$$A \cup B = [2, 5] \cup (-\infty, -1)$$

$$A \cup C = [2, 5] \cup [-3, 3) = [-3, 5]$$

$$A \cap C = [2, 5] \cap [-3, 3) = [2, 3)$$

$A \cap B$: No se repiten elementos al representar los conjuntos. = Conjunto vacío \emptyset

$$B \cup C = (-\infty, 3)$$

$$A \cap B \cap C = \emptyset$$

$$B \cap C = [-3, -1)$$

$$A \cup B \cup C = (-\infty, 5]$$

Importante

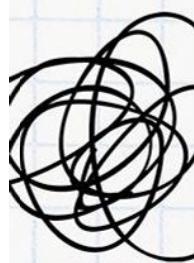
Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



(?)



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

wuolah

2) RAICES Y RADICALES

Recuerda Potencias

$$1) a^0 = 1$$

$$2) a^1 = a$$

$$3) a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$4) a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$5) a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$6) a^n : b^n = (a : b)^n$$

$$7) (a^n)^m = a^{nm}$$

$$\sqrt[n]{a} = b \iff b^n = a$$

índice
radical
radicando

si y solo si

$$\text{ej: } \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{4} = \pm 2$$

(a) radicando	(n) índice	(b) raíz	ejemplo
$a > 0$	par	2 raíces $\begin{cases} (+) \\ (-) \end{cases}$	$\sqrt{4} = 2, -2$
$a = 0$	impar	1 raíz $\rightarrow +$	$\sqrt[3]{8} = 2$
$a < 0$	par/impar	1 raíz $\rightarrow 0$	$\sqrt[2]{0} = 0, \sqrt[3]{0} = 0$
	impar	\nexists	$\sqrt{-4} = \text{A solo con IR}$
	par	1 raíz $\rightarrow \pm$	$\sqrt[4]{-8} = -2$

2.1) forma exponencial

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\text{ej: } \sqrt[5]{2} = 2^{\frac{1}{5}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\text{ej: } \sqrt[3]{2^3} = 2^{\frac{3}{3}}$$

wuolah

Scanned with CamScanner

2.2) Simplificar

$$\sqrt[n-p]{a^{m-p}} = a^{\frac{m-p}{n-p}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\text{ej: a)} \sqrt[6]{3^2} = 3^{\frac{2}{6}} = 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$$

$$\text{b)} \sqrt[8]{16} = \sqrt[8]{2^4} = 2^{\frac{4}{8}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

Recuerda

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\text{d)} \sqrt[5]{\frac{9}{x^4}} =$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \sqrt[8]{16x^6} &= \sqrt[8]{2^4 \cdot x^6} = \sqrt[8]{2^4} \cdot \sqrt[8]{x^6} \\ &= 2^{\frac{4}{8}} \cdot x^{\frac{6}{8}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{3}{4}} = \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{x^3} \end{aligned}$$

29/Septiembre/2021

2.3) Índice común

$$\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{3^3}, \sqrt[4]{2^3}$$

$$2^{\frac{1}{3}}, 3^{\frac{3}{2}}, 2^{\frac{3}{4}}$$

$$\text{mcm}(3, 2, 4) = 12$$

$$\begin{array}{ccc} 2^{\frac{4}{12}} & 3^{\frac{18}{12}} & 2^{\frac{9}{12}} \\ \sqrt[12]{2^4} & \sqrt[12]{3^{18}} & \sqrt[12]{2^9} \end{array}$$

2.4) Extraer factores fuera del radical

$$\sqrt[2]{32} = \sqrt[2]{2^5} = 2^{\frac{5}{2}}$$

Extraer factor

$$\sqrt[2]{2^5} = \sqrt[2]{2^{2+2+1}} = \sqrt[2]{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^1} = \sqrt[2]{2^2} \cdot \sqrt[2]{2^2} \cdot \sqrt[2]{2^1} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot \sqrt{2}$$

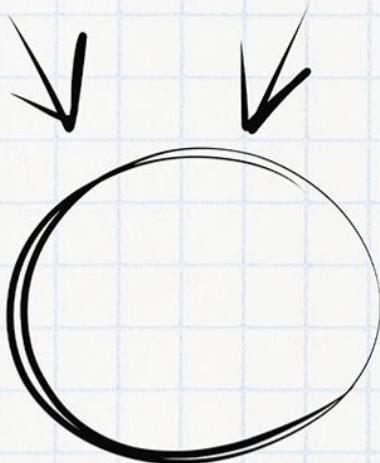
$$\sqrt[2]{2^{2t}} = \sqrt[2]{2^{2t+1}} = \sqrt[2]{2^{2t}} \cdot \sqrt[2]{2^1} = 2^{\frac{2t}{2}} \cdot \sqrt{2} = 2^{t+1} \cdot \sqrt{2}$$

Imagínate aprobando el examen

Necesitas tiempo y concentración

Planes	PLAN TURBO	PLAN PRO	PLAN PRO+
diamond Descargas sin publi al mes	10 🟡	40 🟡	80 🟡
clock Elimina el video entre descargas	✓	✓	✓
folder Descarga carpetas	✗	✓	✓
download Descarga archivos grandes	✗	✓	✓
circle Visualiza apuntes online sin publi	✗	✓	✓
glasses Elimina toda la publi web	✗	✗	✓
€ Precios	Anual <input type="checkbox"/>	0,99 € / mes	3,99 € / mes
			7,99 € / mes

Ahora que puedes conseguirlo,
¿Qué nota vas a sacar?



WUOLAH

2.5) Operaciones con radicales

Multiplicar y dividir.

$$Ej: \frac{\sqrt[2]{3} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[6]{24}} = \frac{\sqrt[6]{3^3} \sqrt[6]{4^2}}{\sqrt[6]{24}} = \sqrt[6]{\frac{3^3 \cdot 4^2}{24}} = \sqrt[6]{\frac{3^3 \cdot 2^4}{2^3 \cdot 3}} = \sqrt[6]{3^2 \cdot 2} = \sqrt[6]{18}$$

↑
índice
común
 $(2, 3, 6) = 6$

1/ octubre / 2021

Suma y resta

Solo se pueden sumar/restar radicales iguales, se hace sumando/restando el coeficiente de delante

$$Ej: a) \underline{2\sqrt{3}} - \underline{7\sqrt{2}} + \underline{8\sqrt{3}} + \underline{4\sqrt{2}}$$

$$(2+8)\sqrt{3} + (-7+4)\sqrt{2} = 10\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$$

$$b) \underline{\sqrt{5}} + \underline{\sqrt[3]{5}} - \underline{\sqrt{5}} + \underline{2\sqrt[3]{5}}$$

$$(1-1)\sqrt{5} + (1+2)\sqrt[3]{5} = 3\sqrt[3]{5}$$

$$c) \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt[4]{2500} = \sqrt{2^3} + \sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt[4]{2^2 \cdot 5^4} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5 \cdot 2^{\frac{2}{4}} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

Potencias

$$(\sqrt[n]{a^m})^p = \sqrt[n]{a^{m \cdot p}}$$

$$Ej: (\sqrt[3]{2})^6 = \sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2$$

Raíces

$$\sqrt[mn]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m]{a}$$

$$Ej: \sqrt[3]{\sqrt[5]{5}} = (5^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{5}$$

Importante

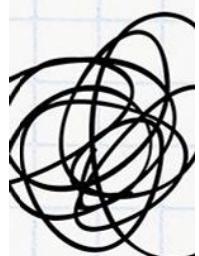
Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



(?)



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

wuolah

2.6) Racionalizar

$$\text{Ej: } \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Multiplicar numerador
y denominador por la
misma raíz cuadrada

$$\text{b) } \frac{2}{\sqrt[3]{3}} \cdot \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{2\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3+3^2}} = \frac{2\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$$

completar el exponente para que quede el mismo nº que en el índice

$$\text{c) } \frac{2}{\sqrt[5]{5-\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt[5]{5+\sqrt{3}}}{\sqrt[5]{5+\sqrt{3}}} = \frac{2(5+\sqrt{3})}{(5-\sqrt{3})(5+\sqrt{3})} = \frac{2(5+\sqrt{3})}{\cancel{5^2-(\sqrt{3})^2}} = \frac{2(5+\sqrt{3})}{25-3} =$$

Multiplicar
por su opuesto

$$= \frac{2(5+\sqrt{3})}{22} = \frac{2(5+\sqrt{3})}{2 \cdot 11} = \frac{5+\sqrt{3}}{11}$$

$$\text{d) } \frac{2}{\sqrt[7]{5+\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt[7]{5-\sqrt{3}}}{\sqrt[7]{5-\sqrt{3}}} = \frac{2(\sqrt[7]{5-\sqrt{3}})}{(\sqrt[7]{5})^2 - (\sqrt[7]{3})^2} = \frac{2(\sqrt[7]{5-\sqrt{3}})}{5-3} = \frac{2(\sqrt[7]{5-\sqrt{3}})}{2} = \sqrt[7]{5-\sqrt{3}}$$

Productos notables

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

WUOLAH

3) LOGARITMOS

logaritmo base a

$$\log_a y = x \iff a^x = y$$

Si y > 0
Si

Ej: $\log_2 16 = 4$ porque $2^4 = 16$

$$\log_2 0.5 = \log \frac{1}{2} = -1 \text{ pues } 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0.5$$

3.1) Logaritmos en base 10 y en base e

$$\log_{10} y = \log y$$

Ej: $\log 10000 = 4$ pues $10^4 = 10000$

$$\log 0.001 = \log \frac{1}{1000} = -3 \text{ pues } 10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

$$\ln y = \log_e y$$

logaritmo neperiano (Napier)

$$\text{Ej: } \ln e^2 = 2 \text{ pues } e^2 = e^2$$

3.2) Propiedades

$$1) y \neq z \rightarrow \log_a y \neq \log_a z$$

$$y > z \rightarrow \log_a y > \log_a z$$

$$2) \log_a a = 1 \text{ porque } a^1 = a$$

$$3) \log_a 1 = 0 \text{ porque } a^0 = 1$$

$$\log_a 0 = \text{f} \text{ } a^x \neq 0$$

$$4) \log_a (y \cdot z) = \log_a y + \log_a z$$

$$\text{Ej: } \log_2 (4 \cdot 8) = \log_2 4 + \log_2 8$$

$$\log_2 32 = 5 = 2 + 3$$

$$5) \log_a (y : z) = \log_a y - \log_a z$$

$$\text{Ej: } \log_2 (16:4) = \log_2 16 - \log_2 4$$

$$\log_2 \frac{y}{z} = 4 - 2$$

$$6) \log_a y^n = n \cdot \log_a y$$

$$\begin{aligned} \text{Ej: } \log_2 32 &= \log_2 2^5 = 5 \log_2 2 \\ &= 5 \cdot 1 = 5 \end{aligned}$$

$$7) \log_a \sqrt[n]{y} = \log_a y^{\frac{1}{n}} = \frac{\log_a y}{n}$$

$$\text{Ej: } \log_2 \sqrt[3]{4} = \log_2 4^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}$$

4) NOTACIÓN CIENTÍFICA Y ERRORES

4.1) Notación científica (operaciones)

$\frac{a}{\text{parte entera}} \cdot \frac{b}{\text{parte decimal}} \cdot 10^d$ $d < 0 \rightarrow \text{Nº pequeño}$
 $d > 0 \rightarrow \text{Nº grande}$
 $1 \leq a \leq 9$ (1, 2, 3 cifras significativas)

$$\text{Ej: } 1) \underline{3.456} \cdot 89.000 = 3.46 \cdot 10^9$$

$$2) 0.000 \underline{123456} = 1.23 \cdot 10^{-4}$$

4.2) Operaciones con Not. Cien

$$\cdot y: \underline{3.46 \cdot 10^9} \cdot \underline{1.23 \cdot 10^{-4}} = \underline{3.46 \cdot 1.23} \cdot \underline{10^{9+(-4)}} = \\ = 4.12558 \cdot 10^5 = 4.126 \cdot 10^5$$

$$(\underline{1.23 \cdot 10^{-4}}) (\underline{3.46 \cdot 10^9}) = \underline{(1.23 \cdot 3.46)} \cdot \underline{10^{-4+9}} = 0.355491325 \cdot 10^{-12} \\ 3.55 \cdot 10^{-12}$$

$$+ y - 3.46 \cdot 10^9 + 21 \cdot 10^9 = 4.02 \cdot 10^8 \\ 3.46 \cdot 10^9 + 21 \cdot 10^9 - 0.402 \cdot 10^9$$

$$(3.46 + 21 - 0.402) \cdot 10^9 = 241058 \cdot 10^9 = 241 \cdot 10^{10}$$

15/ Octubre/2021

4.3) Errores

$$\text{Ej: } \underline{\pi} = 3.141592... \approx \underline{3.14} \\ VR = \text{valor real} \quad VA = \text{valor approx}$$

$$- \text{Error absoluto} = EA = |VR - VA|$$

$$\text{Ej: } EA = |3.141592... - 3.14| = |0.001592...| = 0.001592 < 0.005 =$$

$$- \text{Error relativo} = E.R = \frac{EA}{VR}$$

$$\text{Ej: } ER = \frac{0.001592...}{3.141592...} = 0.00036898...$$

Cota de error

$5 \cdot 10^{-3}$

Orden de -3