

Derivadas-1-bach.pdf



paula5



Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I



1º Bachillerato



Estudios España



**Aprovecha el verano y
matricúlate en tu grado**

**Explora nuestras titulaciones y
estudia 100 % online.**

Explora grados en economía, finanzas,
emprendimiento y negocios, derecho y más



¡Visita nuestra web!

Importante

Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

perdo
espacio



Necesito
concentración

ali ali ooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

WUOLAH

TEMA 7

DERIVADAS

21/Marzo/2022

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad \text{Definición de derivadas con límites.}$$

1) Derivadas elementales

- **Función constante**: $f(x) = k$ número $\rightarrow f'(x) = 0$

$$Ej: f(x) = 5 \rightarrow f'(x) = 0$$

$$g(x) = -2x \rightarrow g'(x) = 0$$

- **Función identidad**:

$$f(x) = x \rightarrow f'(x) = 1$$

- **Función potencia**

$$f(x) = x^n \xrightarrow{\text{número}} f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

$$Ej: f(x) = x^3$$

$$f'(x) = 3 \cdot x^{3-1} = 3x^2$$

$$g(x) = x^7$$

$$g(x) = 7x^6$$

$$f(x) = \frac{1}{x^n} \rightarrow f'(x) = \frac{-n}{x^{n+1}}$$

$$\hookrightarrow f(x) = n^{-n} \rightarrow f(x) = -n \cdot x^{-n-1} = -n \cdot \frac{1}{x^{n+1}}$$

$$Ej: f(x) = \frac{1}{x^7} = x^{-7}$$

$$f'(x) = -7 \cdot x^{-7-1} = -7x^{-8} = -7 \cdot \frac{1}{x^8} = \frac{-7}{x^8}$$

WUOLAH

Scanned with CamScanner

$$f(x) = \sqrt{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\hookrightarrow f(x) = x^{\frac{1}{2}} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}$$

$$f(x) = \sqrt[n]{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$$

$$\hookrightarrow f(x) = x^{\frac{1}{n}} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\text{Ej: } f(x) = \sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{5} x^{\frac{1}{5}-1} = \frac{1}{5} x^{-\frac{4}{5}} = \boxed{\frac{1}{5} x^{-\frac{4}{5}}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{x^{\frac{4}{5}}} = \frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$$

$$- f(x) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x}} = \frac{x^2}{x^{\frac{1}{3}}} = x^{2-\frac{1}{3}} = x^{\frac{6}{3}-\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{5}{3} x^{\frac{5}{3}-1} = \frac{5}{3} x^{\frac{5}{3}-\frac{3}{3}} = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$$

23/Marzo/2022

- Funciones exponenciales $x^2 \underset{\text{Pot}}{\neq} 2^x$

$$f(x) = a^x \xrightarrow{(a=\text{número})} f'(x) = a^x \cdot \ln a$$

$$\text{Ej: } f(x) = 2^x \rightarrow f'(x) = 2^x \cdot \ln 2$$

$$f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x \quad \ln e = \log_e e = 1$$

- Funciones logarítmicas

$$f(x) = \log_a x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$Ej: f(x) = \log_2 x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln 2}$$

$$f(x) = \ln x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$(\log_e x)$ $\ln e = 1$

- Funciones trigonométricas

$$f(x) = \sin x \rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = \cos x \rightarrow f'(x) = -\sin x$$

$$f(x) = \tan x \rightarrow f'(x) = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

2) Operaciones con derivadas

- Número · Función

$$F(x) = k \cdot f(x) \rightarrow F'(x) = k \cdot f'(x)$$

$$Ej: f(x) = 2x^3 \rightarrow f'(x) = 2 \cdot 3x^{3-1} = 6x^2$$

- Suma / resta $F(x) = f(x) + g(x) - h(x) \rightarrow F'(x) = f'(x) + g'(x) - h'(x)$

$$Ej: f(x) = \sqrt[3]{x^2} - e^x + \sin x \rightarrow f'(x) = \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} - e^x + \cos x =$$
$$= \frac{2x^{-1/3}}{3} - e^x + \cos x$$

Importante

Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

24/Marzo/2022

- Producto $F(x) = f(x) \cdot g(x)$

$$F'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Ej: $F(x) = \sin x \cdot 3x^2$

$$F'(x) = \cos x \cdot 3x^2 + 3 \cdot 2x \cdot \sin x =$$
$$f' \cdot g + g' \cdot f$$

$$= 3x^2 \cdot \cos x + 6x \cdot \sin x$$

$$F(x) = e^x \cdot \tan x$$

$$= e^x \cdot \frac{\tan x}{\cos^2 x} + e^x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$$

=

25/Marzo/2022

- División $F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

$$F'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

Ej: $F(x) = \frac{\ln x}{x} \rightarrow F'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x \cdot 1}{x^2} = 1 - \ln x$

perdo
espacio



Necesito
concentración

ali ali ooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

WUOLAH

WUOLAH

Scanned with CamScanner

3) Regla de la cadena

$$F(x) = g(f(x))$$

$$F'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

$$\text{Ej: } F(x) = \sqrt{3x-1} = (3x-1)^{1/2}$$

$$f(x) = 3x-1$$

$$f(x) = 3x-1 \rightarrow f'(x) = 3$$

$$g(x) = \sqrt{x} \rightarrow g'(x) = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1}$$

$$g(f(x)) = g(3x-1) = \sqrt{3x-1}$$

$$F'(x) = \frac{1}{2} \underbrace{(3x-1)^{\frac{1}{2}-1}}_f \cdot \underbrace{(3-0)}_{f'} = \frac{3}{2} (3x-1)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{Ej2: } F(x) = \frac{\sin^2 x}{(\sin x)^2} \rightarrow F'(x) = *$$




























$$f(x) = \sin x \quad \text{"dentro"} \rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$g(x) = x^2 \quad \text{"fuera"} \rightarrow g'(x) = 2x^{2-1}$$

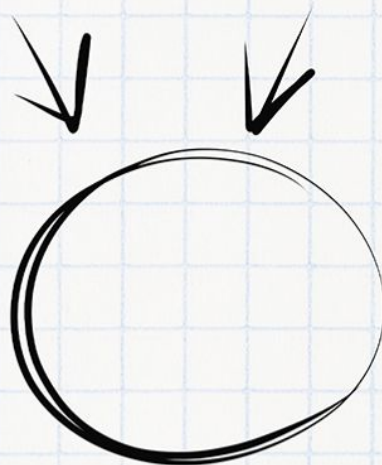
$$* F'(x) = 2 \underbrace{(\sin x)}_f^{2-1} \cdot \cos x = 2 \sin \cdot \cos x$$

Imagínate aprobando el examen

Necesitas tiempo y concentración

Planes	 PLAN TURBO	 PLAN PRO	 PLAN PRO+
 Descargas sin publi al mes	10 	40 	80 
 Elimina el video entre descargas			
 Descarga carpetas			
 Descarga archivos grandes			
 Visualiza apuntes online sin publi			
 Elimina toda la publi web			
 Precios Anual <input type="checkbox"/>	0,99 € / mes	3,99 € / mes	7,99 € / mes


Ahora que puedes conseguirlo,
¿Qué nota vas a sacar?



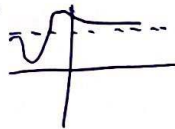
WUOLAH

- Dom

- Pc

- Asintota Vertical  $x = a \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$
 No estar en el dom

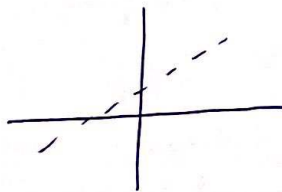
- Asintota Horizontal: puede cortar la gráfica a la A.H en puntos distintos a $\pm \infty$

 $y = b$ 

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$$

- Asintota oblicua

↓ No hay A.H. y A.O a la vez



$$y = mx + h$$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$h = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - mx$$

Ej: $\frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}$

- Dom $f = \mathbb{R} - \{2\}$

- P.C eje X No hay

P.C eje Y $(0, -3, 5)$

- A.V $x = 2$ sí

- A.H No

- A.O $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 7}{(x - 2)x} = \frac{\infty}{\infty}$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$y = mx + h$$

$$y = 1x +$$

$$h = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2} - x \right)$$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ \text{Gr 1} & \text{Gr 1} \\ \infty - \infty \text{ Ind} \end{matrix}$

7

Importante

Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

perdo
espacio



Necesito
concentración

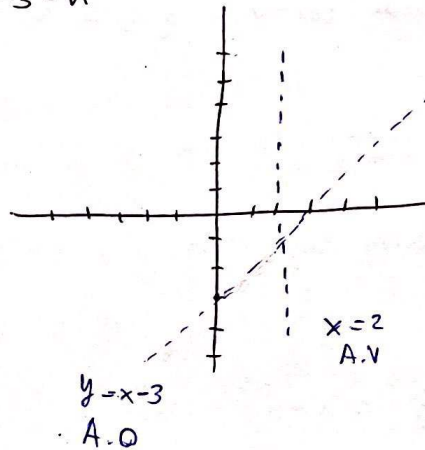
ali ali ooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

WUOLAH

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 5x + 7}{x-2} - \frac{(x-2)x}{x-2} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 7 - x^2 + 2x}{x-2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x + 7}{x-2} = \frac{\infty}{\infty} \text{ ind}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x}{x} = -3 = n$$



$y = x - 3$	
x	y
0	-3
3	0

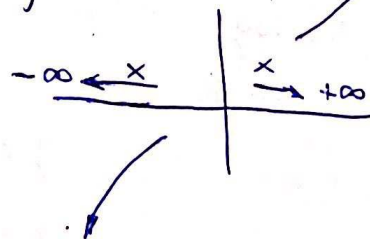
- A.V
 - A.H
 - A.O
- } No hay

Cuando no hay asíntota, hacemos:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

Ramas infinitas
parabólicas



WUOLAH

Scanned with CamScanner

22/ April / 2022

- Monotonía (cree / decrece / etc)

- Calcular derivado de f en un punto $x=a$.

1º) Calcular $f'(x)$

2º) Sustituir x por a

Ej: calcular la derivada de $f(x) = 5x^4 - 3x^2$
en los puntos $x=0$ y $x=-1$

$$f'(x) = 20x^3 - 6x$$

$$f'(0) = 20 \cdot 0 - 6 \cdot 0 = 0$$

$$f'(-1) = 20 \cdot (-1)^3 - 6(-1) = -20 + 6 = -14$$

- Calcular la monotonía de una función.

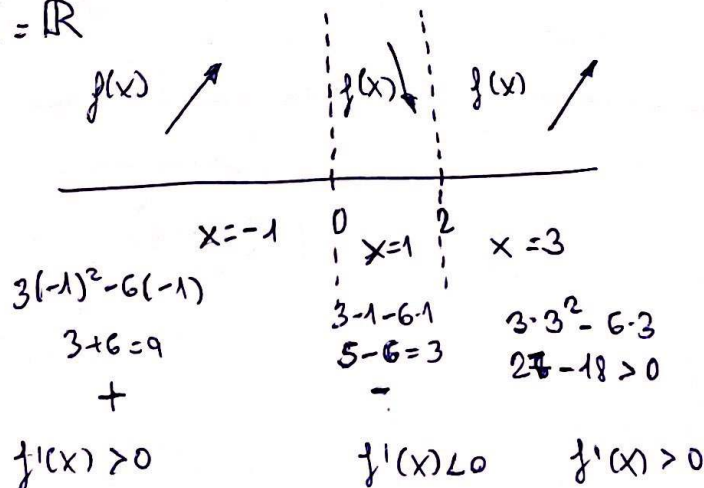
Ejemplo: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

Derivar f e igualarla a cero

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} 3x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x_2 = 2 \end{array} \right.$$

$\Delta \text{ Dom } f = \mathbb{R}$



f crece $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

f decrece $(0, 2)$

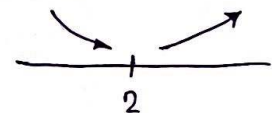
Calcular máx y mín:

- En $x=0$  hay un máximo

$$y = x^3 - 3x^2 + 4$$

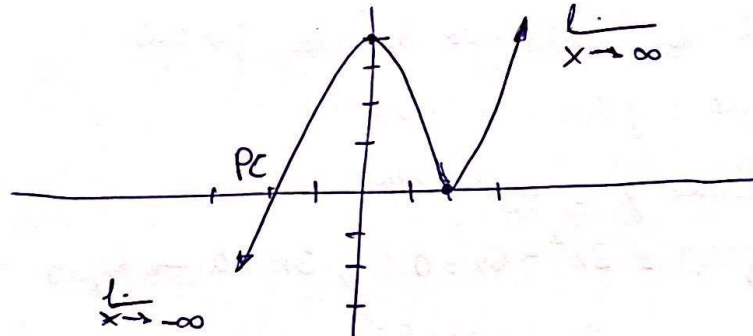
$$y = 0^3 - 3 \cdot 0^2 + 4$$

$$y = 4 \quad (0, 4) \text{ Máx}$$

- En $x=2$  hay un mínimo

$$y = x^3 - 3x^2 + 4 = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 = 8 - 12 + 4 = 0$$

$(2, 0)$ Mín



- Dom

- P.c

- f'

- $\lim_{x \rightarrow +\infty}$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty}$

Importante

Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

¿Cómo consigo coins? → Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

perdo espacio



Necesito concentración

ali ali ooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

WUOLAH

Recta tangente

$$\xi: x=1$$

$$y - y_0 = f'(a)(x - x_0)$$

↓ ↓
0 1

x es la abscisa e
y es la ordenada

① Calcular el y_0 , sustituyendo el valor $x=1$ en la $f(x)$

$$y = \ln x^2 \rightarrow \ln 1^2 \rightarrow y = \ln 1 \quad \boxed{y=0}$$

② Calcular la derivada $f'(x)$

$$y = \ln x^2 \rightarrow y' = \frac{(x^2)'}{x^2} \Rightarrow y' = \frac{2x}{x^2} \rightarrow y' = \boxed{\frac{2}{x}}$$

③ $f'(x)$ para $x=a$

$$y'(1) = \frac{2}{x} \rightarrow y'(1) = \frac{2}{1} = \boxed{2}$$

④ Sustituyo en la 1ª fórmula

$$y = 0 = 2(x-1)$$

$$\boxed{y = 2x - 2} \rightarrow \text{Recta tangente}$$

Recta normal

$$y = f(a) + \frac{1}{f'(a)}(x-a)$$

WUOLAH

Scanned with CamScanner