



## UERJ - Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Códigos de Maratona de Programação

## UERJ++

(Jaime Lay, Vinicius Sathler, Paulo Victor)

coach Paulo Eustáquio

# Contents

1	$\mathbf{C}+$	⊢ e Biblioteca STD	3
	1.1	Compilador GNU	3
	1.2	I/O rápido	3
	1.3	Verificar overflow	4
	1.4	C++11	4
	1.5	Complex	4
	1.6	Pair	4
	1.7	List	4
	1.8	Vector	4
	1.9	Deque	4
		Queue	4
		Stack	
			4
		Map	5
		Set	5
	1.14	Ordered set	5
	1.15	Unordered set e map	5
	1.16	Priority Queue	5
		Bitset	5
		String	5
			-
		Algorithm e numeric	6
		Algorithm: Não modificadores	6
		Algorithm: Modificadores	6
		Algorithm: Partições	6
	1.23	Algorithm: Ordenação	6
	1.24	Algorithm: Busca binária	6
		Algorithm: Heap	6
		Algorithm: Máximo e mínimo	6
		Algorithm: Permutações	7
			7
		Numeric: Acumuladores	
	1.29	Functional	7
0	D:		6
2	Dica		8
	2.1	Truques sujos (porém válidos)	8
	2.2	Limites da representação de dados	9
	2.3	Quantidade de números primos de 1 até $10^n$	9
	2.4	Triângulo de Pascal	9
	2.5	<u> </u>	10
	2.6		10
			11
	4.1	11111105 & 6 6 10.000	LI
3	Dat	a Structures	13
U			13
	3.1	v	
	3.2		13
	3.3	- / 8 -	14
	3.4	Ordered Set	14
	3.5	Segment Tree	14
	3.6	Segment Tree	15
	3.7		16
	J.,		
4	Gra	phs 1	۱7
	4.1		$\frac{17}{17}$
	4.2		17
	4.3		$\frac{17}{17}$
	4.4	Topological Sort	18

CONTENTS	2

	Math           5.1 Fast Exponentiation            5.2 Matrix Fast Exponentiation/Multiplication	
6	Strings           6.1 Z-Function	<b>20</b> 20
	Miscellaneous         7.1 Histogram Problem	<b>21</b> 21

## C++ e Biblioteca STD

## 1.1 Compilador GNU

Alguns comandos do compilador do GNU traduz para algumas instruções em Assembly (muito rápido).

\_\_builtin\_ffs(int) //Retorna 1 + posição do bit 1 menos significativo. Retorna zero para 0.

\_\_builtin\_clz(int) //Retorna o número de zeros na frente do bit 1 mais significativo. Não definido para zero.

\_\_builtin\_ctz(int) //Retorna o número de zeros atrás do bit 1 menos significativo. Não definido para zero.

```
__builtin_popcount(int) //Soma dos bits.
__builtin_parity(int) //Soma dos bits módulo 2.
```

\_\_builtin\_ffsll(long long) //Retorna 1 + posição do bit 1 menos significativo. Retorna zero para 0.

\_\_builtin\_clzll(long long) //Retorna o número de zeros na frente do bit 1 mais significativo. Não definido para zero.

\_\_builtin\_ctzll(long long) //Retorna o número de zeros atrás do bit 1 menos significativo. Não definido para zero.

\_\_builtin\_popcountll(long long) //Soma dos bits. \_\_builtin\_parityll(long long) //Soma dos bits módulo 2.

## 1.2 I/O rápido

Para acelear cin/cout: ios\_base::sync\_with\_stdio(0)

gets é mais rápido que scanf, que é mais rápido que cin. JAMAIS usar gets fora de programação competitiva. gets não lê '\n', mas para quando o encontra. puts é mais rápido que printf, que é mais rápido que cout. puts coloca o '\n' ao final.

Para preprocessar todo o input rápido:

```
}
if (c == '-') minus = true;
else ans = c-'0';
while (c = getchar()) {
    if (c < '0' || c > '9') break;
    ans = ans*10 + (c - '0');
}
return minus ? -ans : ans;
```

#### 1.3 Verificar overflow

```
if (b > 0 && a > INFLL-b) //a+b vai dar overf chinclude < vector> if (b < 0 && a < -INFLL-b) //a+b vai dar under vector < tipo > V; if (b < 0 && a > INFLL+b) //a-b vai dar overf ow if (b > 0 && a < -INFLL+b) //a-b vai dar under flow constitution if (b > INFLL/a) //a*b vai dar overflow begin, end, rbegin, reserve //Seta a capacity of the constant o
```

### 1.4 C++11

```
auto \mathbf{a} = \mathbf{b} / / \mathbf{a} é o tipo de b.
auto \mathbf{a} = \mathbf{b}() / / \mathbf{a} é o tipo de retorno de b.
for (\mathbf{T} \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) / / \mathbf{b} itera sobre todos os elementos de r
```

 $\mathbf{for}(\mathbf{T} \mathbf{a} : \mathbf{b})$  //itera sobre todos os elementos de uma coleção iterável b.

 $\mathbf{for}(\mathbf{T} \ \& \ \mathbf{a} : \mathbf{b})$  //itera sobre todas as referências de uma coleção iterável b.

lambda functions: [] (params) -> type {body} retorna o ponteiro para uma função type name(params) {body}

## 1.5 Complex

Exemplo: #include <complex>, complex<double>point;

Funções: real, imag, abs, arg, norm, conj, polar

#### 1.6 Pair

```
#include <utility>
pair<tipo1, tipo2> P;
tipo1 first, tipo2 second
```

#### 1.7 List

list<Elem> c //Cria uma lista vazia.

list<Elem> c1(c2) //Cria uma cópia de uma outra lista do mesmo tipo (todos os elementos são copiados).

list < Elem > c(n) //Cria uma lista com n elementos definidos pelo construtor default.

list<Elem> c(n,elem) //Cria uma lista inicializada com n cópias do elemento elem.

list < Elem > c(beg,end) / / Cria uma lista com os elementos no intervalo [beg, end).

c.list < Elem > () //Destrói todos os elementos e libera a memória.

Membros de list:

 ${\bf begin,\ end,\ rbegin,\ rend,\ size,\ empty,\ clear,\ swap.}$ 

front //Retorna o primeiro elemento.

back //Retorna o último elemento.

push\_back //Coloca uma cópia de elem no final da lista.
pop\_back //Remove o último elemento e não retorna ele.
push\_front //Insere uma cópia de elem no começo da lista.
pop\_front //Remove o primeiro elemento da lista e não retorna ele.

swap //Troca duas list's em O(1).

erase (it)//Remove o elemento na posição apontada pelo iterador it e retorna a posição do próximo elemento.

erase (beg,end)//Remove todos os elementos no range [beg,end) e retorna a posição do próximo elemento;

insert (it, pos)//Insere o elemento pos na posição anterior à apontada pelo iterador it.

#### 1.8 Vector

```
ow
rfloMembros de vector:
begin, end, rbegin, rend, size, empty, clear, swap.
reserve //Seta a capacidade mínima do vetor.
front //Retorna a referência para o primeiro elemento.
back //Retorna a referência para o último elemento.
erase //Remove um elemento do vetor.
pop_back //Remove o último elemento do vetor.
push_back //Adiciona um elemento no final do vetor.
swap //Troca dois vector's em O(1).
```

### 1.9 Deque

```
#include <queue>deque<tipo>Q; Q[50] //Acesso randômico.
```

Membros de deque:

```
begin, end, rbegin, rend, size, empty, clear, swap.
front //Retorna uma referência para o primeiro elemento.
back //retorna uma referência para o último elemento.
erase //Remove um elemento do deque.
pop_back //Remove o último elemento do deque.
pop_front //Remove o primeiro elemento do deque.
push_back //Insere um elemento no final do deque.
push front//Insere um elemento no começo do deque.
```

## 1.10 Queue

Membros de queue:

```
back //Retorna uma referência ao último elemento da fila.
empty //Retorna se a fila está vazia ou não.
front //Retorna uma referência ao primeiro elemento da fila.
pop //Retorna o primeiro elemento da fila.
push //Insere um elemento no final da fila.
size //Retorna o número de elementos da fila.
```

#### 1.11 Stack

```
#include <stack>
stack<tipo> P;
```

```
Membros de stack:

empty //Retorna se pilha está vazia ou não.

pop //Remove o elemento no topo da pilha.

push //Insere um elemento na pilha.

size //retorna o tamanho da pilha.

top //Retorna uma referência para o elemento no topo da pilha.
```

#### 1.12Map

#include <map> #include <string> map<string, int> si;

Membros de map:

begin, end, rbegin, rend, size, empty, clear, swap, count.

erase //Remove um elemento do mapa.

find //retorna um iterador para um elemento do mapa que tenha a chave.

lower bound //Retorna um iterador para o primeiro elemento maior que a chave ou igual à chave.

upper bound //Retorna um iterador para o primeiro elemento maior que a chave.

Map é um set de pair, ao iterar pelos elementos de map, i-> first é a chave e i-> second é o valor.

Map com comparador personalizado: Utilizar struct com bool operator<( tipoStruct s ) const . Cuidado pra diferenciar os elementos!

#### 1.13 Set

#include <set> set<tipo> S;

Membros de set:

begin, end, rbegin, rend, size, empty, clear, swap.

erase //Remove um elemento do set.

 ${f find}$  //Retorna um iterador para um elemento do set.

insert //Insere um elemento no set.

lower bound //Retorna um iterador para o primeiro elemento maior que um valor ou igual a um valor.

upper bound //Retorna um iterador para o primeiro elemento maior que um valor.

Criando set com comparador personalizado: Utilizar struct cmp com bool operator()(tipo, tipo) const e declarar set<tipo, vector<tipo>, cmp()> S. Cuidado pra diferenciar os elementos!

#### 1.14 Ordered set

#include <ext/pb\_ds/tree\_policy.hpp> #include <ext/pb\_ds/assoc\_container.hpp> using namespace \_\_gnu\_pbds;

typedef tree<int, null\_type, less<int>,rb\_tree\_ tree order statistics node update> ordered se

Membros de ordered set:

find by order(p) //Retorna um ponteiro para o p-ésimo elemento do set. Se p é maior que o tamanho de n, retorna o fim do set.

order by key(v) //Retorna quantos elementos são menores que v.

Mesmo set com operações de find by order e or-

der by key.

#### 1.15Unordered set e map

Igual a set e map, porém usa Hash Table (é mais rápido). Precisa de C++11.

unordered set<tipo> S;

unordered map<chave, valor> S;

#### **Priority Queue** 1.16

#include <queue> priority queue<tipo> pq

Membros: **empty**, **size**, **top**, **push**, **pop**.

Utilizar struct cmp com bool operator ()(tipo, tipo) e declarar priority queue<tipo, vector<tipo>, cmp()>pq

Maior vem antes!

#### Bitset 1.17

#include <bitset> bitset < MAXN > bs

Membros: empty, size, count, to string, to ulong, to ullong.

set //Seta todos os elementos para 1.

reset //Seta todos os elementos para 0.

flip(n) //Alterna o bit n.

flip //Alterna todos os bits.

operador » //Shift left.

operador « //Shift right.

operador & //And bit a bit.

operador | //Or bit a bit.

operador ^ //Xor bit a bit.
operador ~ //Not bit a bit.

operador == //Totalmente igual.

operador != //Ao menos um bit é diferente.

#### 1.18 String

#include <string> string a = "hello";

Membros: begin, end, rbegin, rend, size, clear, **empty operator** + //Concatena string.

operator += ou append(str) //Concatena string.

pgsh back(c) //Concatena caractere.

 $\mathbf{b}$   $\mathbf{back(c)}$  //Remove último caractere (C++11).

insert(pos, str) ou insert(it, str) //Concatena caractere. assign(str) ou assign(n, c) //Atribui string.

erase(pos, len) //Deleta trecho da string. replace(pos, len, str) //Substitui trecho da string.

swap(str) //Troca conteúdos em O(1).

find(str, pos) //Retorna índice da próxima aparição de str em O(n). Retorna string::npos se não achar.

substr(pos, len) //Retorna substring.

### 1.19 Algorithm e numeric

#include <algorithm> ou #include <numeric> beg e end podem ser ponteiros para arrays do tipo T ou iteradores de uma coleção de container tipo T. Quando falarmos em comparador, falamos de funções bool comp(T a, T b), que simulam "menor que". Quando falarmos em evaluadores, falamos em funções bool eval(T a). Quando falarmos em somadores, falamos em funções T add(T a, T b). Todos os ponteiros de funções usados abaixo podem ser codados com lambda functions em C++11.

## 1.20 Algorithm: Não modificadores

any\_of(beg, end, eval) //Retorna se todos os elementos em [beg,end) são evaluados como true pelo evaluador eval. all\_of(beg, end, eval) //Retorna se algum elemento em [beg,end) é evaluado como true pelo evaluador eval.

none\_of(beg, end, eval) //Retorna se nenhum elemento em [beg,end) é evaluado como true pelo evaluador eval.

for each(beg, end, proc) //Executa a função void proc(T a) para cada elemento em [beg, end).

**count(beg, end, c)** //Conta quantos elementos em [beg, end) são iguais a c.

**count\_if(beg, end, eval)** //Conta quantos elementos em [beg, end) são evaluados como true pelo evaluador eval.

## 1.21 Algorithm: Modificadores

**fill(beg, end, c)** //Atribui c a todos os elementos em [beg, end).

**generate(beg, end, acum)** //Atribui a cada posição em [beg,end) o valor retornado por **T acum()** na ordem (usar variáveis globais ou estáticas para valores distintos).

remove(beg, end, c) //Remove todos os elementos em [beg, end) que são iguais a c, retorna o ponteiro para o novo fim de intervalo ou o novo iterador end.

remove\_if(beg, end, eval) //Remove todos os elementos em [beg, end) que forem evaluados como true pelo evaluador eval, retorna o ponteiro para o novo fim de intervalo ou novo iterador end.

replace(beg, end, c, d) //Substitui por d todos os elementos em [beg, end) que são iguais a c.

replace\_if(beg, end, eval, c) //Substitui por d todos os elementos em [beg, end) que forem evaluados como true pelo evaluador eval.

swap(a, b) //Troca o conteúdo de a e b. Para a maior parte das coleções do C++, é O(1).

reverse(beg, end) //Inverte a ordem em [beg, end).

rotate(beg, beg+i, end) //Rotaciona [beg, end) de forma que o i-ésimo elemento fique em primeiro.

random\_shuffle(beg, end) //Aplica permutação aleatória em [beg, end).

unique(beg, end) //Remove todas as duplicatas de elementos consecutivos iguais em [beg, end), retorna o ponteiro para o novo fim de intervalo o novo iterador end.

## 1.22 Algorithm: Partições

partition(beg, end, eval) //Reordena [beg,end) de forma a que todos os elementos que sejam evaluados como true pelo evaluador eval venham antes dos que sejam evaluados como

false. Ordem de cada parte é indefinida.

stable\_partition(beg, end, eval) //Mesmo que acima, mas a ordem de cada partição é preservada.

### 1.23 Algorithm: Ordenação

is\_sorted(beg, end) ou is\_sorted(beg, end, comp) (C++11) //Verifica se [beg, end) está ordenado de acordo com o operador < ou de acordo com o comparador comp. sort(beg, end) ou sort(beg, end, comp) //Ordena [beg,

sort(beg, end) ou sort(beg, end, comp) //Ordena [beg, end) de acordo com o operador < ou de acordo com o comparador comp.

stable\_sort(beg, end) ou stable\_sort(beg, end, comp) //Ordena [beg, end) de acordo com o operador < ou de acordo com o comparador comp. Mantém a ordem de elementos iguais.

nth\_element(beg, beg+n, beg) ou nth\_element(beg, beg+n, beg, comp) //Realiza a partição de [beg, end) de forma a que o n-ésimo fique no lugar, os menores fiquem antes e os maiores, depois.  $Expected\ O(n)$ . Usa o operador < ou o comparador comp.

## 1.24 Algorithm: Busca binária

lower\_bound(beg, end, c) ou lower\_bound(beg, end,
c, comp) //Retorna o ponteiro ou iterador ao primeiro elemento maior que ou igual a c na array ordenada [beg, end)
de acordo com o operador < ou de acordo com o comparador
comp.</pre>

upper\_bound(beg, end, c) ou upper\_bound(beg, end, c, comp) //Retorna o ponteiro ou iterador ao primeiro elemento maior que c na array ordenada [beg, end) de acordo com o operador < ou de acordo com o comparador comp.

binary\_search(beg, end, c) ou binary\_search(beg, end, c, comp) //Retorna se o elemento c na array ordenada [beg, end) de acordo com o operador < ou de acordo com a função bool comp(T a, T b), que simula "menor que".

## 1.25 Algorithm: Heap

make\_heap(beg, end) ou make\_heap(beg, end, comp) //Transforma [beg,end) em uma heap de máximo de acordo com o operador < ou de acordo com o comparador comp.

push\_heap(beg, end, c) ou push\_heap(beg, end, c, comp) //Adiciona à heap de máximo [beg,end) o elemento c.

pop\_heap(beg, end) ou pop\_heap(beg, end, comp) //Remove da heap de máximo [beg,end) o maior elemento. Joga ele para o final.

sort\_heap(beg, end) ou sort\_heap(beg, end, comp) //Ordena a heap de máximo [beg,end) de forma crescente.

## 1.26 Algorithm: Máximo e mínimo

max(a,b) //Retorna o maior valor de a e b.

min(a,b) //Retorna o menor valor de a e b.

max\_element(beg, end) ou max\_element(beg, end, comp) //Retorna o elemento máximo em [beg, end) pelo operador < ou pela comparador comp.

min element(beg, end) ou min element(beg, end,

comp) //Retorna o elemento mínimo em [beg, end) pelo operador < ou pela comparador comp..

#### Algorithm: Permutações 1.27

Use **sort** para obter a permutação inicial!

next permutation(beg, end) ou next permutation (beg, end, comp) //Reordena [beg, end) para a próxima permutação segundo a ordenação lexicográfica segundo o operador < ou segundo o comparador comp. O(n). Retorna se existe próxima permutação ou não (bool).

prev permutation(beg, end) ou prev permutation (beg, end, comp) //Reordena [beg, end) para a permutação anterior segundo a ordenação lexicográfica segundo o operador < ou segundo o comparador comp. O(n). Retorna se existe permutação anterior ou não (bool).

#### 1.28Numeric: Acumuladores

accumulate(beg, end, st) ou accumulate(beg, end, st, add) //Soma todos os elementos em [beg, end) a partir de um valor inicial st usando o operador + ou o somador add. partial sum(beg, end) ou partial sum(beg, end, add) //Transforma [beg, end) em sua array de somas parciais usando o operador + ou o somador add. partial sum(beg, end, st) ou partial sum(beg, end, st, add) //Coloca na array iniciando em st a array de somas parciais de [beg, end) usando o operador + ou o somador add.

#### **Functional** 11.29

#### #include <functional>

Algumas funções binárias úteis, especialmente para as funções Quando falamos em agregar, falamos em funções binárias to tipo T add(T a, T b). Quando falamos em comparadores, falamos em funções binárias do tipo bool comp(T a, T b). Quando falamos em transformações, falamos em funções unárias do tipo T t(T a). plus < T > () //Agregador pelo + do tipo T.

minus<T>() //Agregador pelo - do tipo T.

multiplies<T>() //Agregador operador \* do tipo T.

divides < T > () // Agregador pelo / do tipo T.

modulus<T>() //Agregador pelo % do tipo T.

negate<T>() //Transformador pelo - do tipo T.

equal to < T > () //Comparador pelo == do tipo T. not equal to <T>() //Comparador pelo!= do tipo T.

 $\overline{\text{greater}} < \overline{T} > ()$  //Comparador pelo > do tipo T.

less<T>() //Comparador pelo < do tipo T.

greater equal<T>() //Comparador pelo > = do tipo T.

less equal<T>() //Comparador pelo <= do tipo T. logical and <T>() //Comparador pelo && do tipo T.

logical or<T>() //Comparador pelo || do tipo T.

bind1st(f, k) //Transforma a função binária em unária fixando o primeiro argumento a k.

bind2nd(f, k) //Transforma a função binária em unária fixando o segundo argumento a k.

## Dicas

## 2.1 Truques sujos (porém válidos)

- Método Steve Halim: As possíveis saídas do problema cabem no código do problema? Deixe um algoritmo naive brutando o problema na máquina por alguns minutos e escreva as respostas direto no código para submeter. Exemplo: problema cuja entrada é um único número da ordem de 10<sup>5</sup>. Verificar o tamanho máximo de caracteres de uma submissão.
- Fatoriais até 10<sup>9</sup>: Deixe um programa na sua máquina brutando os fatoriais até 10<sup>9</sup>. A cada 10<sup>3</sup> ou 10<sup>6</sup>, imprima. Cole a saída no código e use os valores pré-calculados pra calcular um fatorial com 10<sup>3</sup> ou 10<sup>6</sup> operações.
- Problemas com constantes: Se algum valor útil de algum problema for constante (independe da entrada), mas você não sabe, brute ele na sua máquina e cole no código.
- **Debug com assert**: Pode colocar *assert* em código para submeter. Tente usar isso pra transformar um WA em um RTE. É uma forma válida de debug. Usar isso somente no desespero (fica gastando submissões).

## 2.2 Limites da representação de dados

tipo	$\operatorname{scanf}$	bits	mínimo	 máximo	precisão decimal
char	%c	8	0	 255	2
signed char	%hhd	8	-128	 127	2
unsigned char	%hhu	8	0	 255	2
short	%hd	16	-32.768	 32.767	4
unsigned short	%hu	16	0	 65.535	4
int	%d	32	$-2 \times 10^{9}$	 $2 \times 10^{9}$	9
unsigned int	%u	32	0	 $4 \times 10^{9}$	9
long long	%lld	64	$-9 \times 10^{18}$	 $9 \times 10^{18}$	18
unsigned long long	%llu	64	0	 $18 \times 10^{18}$	19

tipo	$\operatorname{scanf}$	bits	expoente	precisão decimal
float	%f	32	38	6
double	%lf	64	308	15
long double	%Lf	80	19.728	18

## 2.3 Quantidade de números primos de 1 até $10^n$

É sempre verdade que n/ln(n) < pi(n) < 1.26 \* n/ln(n).

$pi(10^1) = 4$	$pi(10^2) = 25$	$pi(10^3) = 168$
$pi(10^4) = 1.229$	$pi(10^5) = 9.592$	$pi(10^6) = 78.498$
$pi(10^7) = 664.579$	$pi(10^8) = 5.761.455$	$pi(10^9) = 50.847.534$

## 2.4 Triângulo de Pascal

n p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1										
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

C(33, 16)	1.166.803.110	limite do int
C(34, 17)	2.333.606.220	limite do unsigned int
C(66, 33)	7.219.428.434.016.265.740	limite do long long
C(67, 33)	14.226.520.737.620.288.370	limite do unsigned long long

## 2.5 Fatoriais

Fatoriais até  $20~{\rm com}$  os limites de tipo.

0!	1	
1!	1	
2!	2	
3!	6	
4!	24	
5!	120	
6!	720	
7!	5.040	
8!	40.320	
9!	362.880	
10!	3.628.800	
11!	39.916.800	
12!	479.001.600	limite do unsigned int
13!	6.227.020.800	
14!	87.178.291.200	
15!	1.307.674.368.000	
16!	20.922.789.888.000	
17!	355.687.428.096.000	
18!	6.402.373.705.728.000	
19!	121.645.100.408.832.000	
20!	2.432.902.008.176.640.000	limite do unsigned long long

## 2.6 Tabela ASCII

Char	Dec	Oct	Hex	1	Char	Dec	Oct	Hex	1	Char	Dec	Oct	Hex	1	Char	Dec	Oct	Hex
(nul)	0	0000	0x00	I	(sp)	32	0040	0x20	I	@	64	0100	0x40	I	`	96	0140	0x60
(soh)	1	0001	0x01	1	!	33	0041	0x21	1	A	65	0101	0x41	1	a	97	0141	0x61
(stx)	2	0002	0x02	1	"	34	0042	0x22		В	66	0102	0x42	1	b	98	0142	0x62
(etx)	3	0003	0x03	1	#	35	0043	0x23	1	С	67	0103	0x43	1	C	99	0143	0x63
(eot)	4	0004	0x04	1	\$	36	0044	0x24	1	D	68	0104	0x44	1	d	100	0144	$0 \times 64$
(enq)	5	0005	0x05	-	용	37	0045	0x25		E	69	0105	0x45		е	101	0145	$0 \times 65$
(ack)	6	0006	0x06	-	&	38	0046	0x26	-	F	70	0106	0x46	1	£	102	0146	0x66
(bel)	7	0007	0x07	-	•	39	0047	0x27		G	71	0107	0x47	1	g	103	0147	0x67
(bs)	8	0010	0x08	-	(	40	0050	0x28		H	72	0110	0x48	1	h		0150	
(ht)	9	0011	0x09	1	)	41	0051	0x29	1	I	73	0111	0x49	1	i	105	0151	0x69
(nl)	10	0012	0x0a		*	42	0052		1	J	74	0112	0x4a	1	j	106	0152	0x6a
(vt)	11			-	+	43	0053		-	K		0113			k		0153	
(np)		0014		-	,		0054			L		0114		-	1		0154	
(cr)	13	0015	0x0d	-	-	45	0055	0x2d		M	77	0115	0x4d	1	m	109	0155	0x6d
(so)	14	0016				46	0056	0x2e		N	78	0116	0x4e	1	n	110	0156	0x6e
(si)	15	0017		-	/		0057		1	0		0117		1	0		0157	
(dle)	16	0020		-	0		0060			P		0120			P		0160	
(dc1)	17			-	1		0061		-	Q		0121		1	P		0161	
(dc2)	18	0022			2		0062			R		0122			r		0162	
(dc3)	19	0023		-	3		0063			S		0123		1	s		0163	
(dc4)		0024			4		0064			T		0124			t		0164	
(nak)	21	0025		-	5		0065			U		0125		1	u		0165	
(syn)		0026			6		0066		1	V		0126			v		0166	
(etb)		0027		-	7		0067		1	W		0127		1	w		0167	
(can)		0030			8		0070			х		0130		1	x		0170	
(em)				-	9	57	0071			Y		0131		1	У		0171	
(sub)		0032			:	58	0072			Z		0132			z		0172	
(esc)	27			1	;		0073		1	[		0133		1	{		0173	
(fs)	28	0034			<		0074			/		0134		1			0174	
(gs)		0035		-	=				1	]		0135			}			0x7d
(rs)		0036			>		0076		1	^		0136			~		0176	
(us)	31	0037	0x1f	1	?	63	0077	0x3f		_	95	0137	0x5f	1	(del)	127	0177	0x7f

## $2.7 \quad \text{Primos at\'e } 10.000$

Existem 1.229 números primos até 10.000.

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31
37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79
83	89	97	101	103	107	109	113	127	131	137
139	149	151	157	163	167	173	179	181	191	193
197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257
263	269	271	277	281	283	293	307	311	313	317
331	337	347	349	353	359	367	373	379	383	389
397	401	409	419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
541	547	557	563	569	571	577	587	593	599	601
607	613	617	619	631	641	643	647	653	659	661
673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743
751	757	761	769	773	787	797	809	811	821	823
827	829	839	853	857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977
983	991	997	1009	1013	1019	1021	1031	1033	1039	1049
1051	1061	1063	1069	1013	1019	1021	1097	1103	1109	1117
1123	1129	1151	1153	1163	1171	1181	1187	1103	1201	1213
1123 $1217$	1223	1229	1231	1237	1249	1259	1277	1279	1283	1213
1291	1223 $1297$	1301	1303	1307	1319	1321	1327	1361	1367	1373
1381	1399	1409	1423	1427	1429	1433	1439	1447	1451	1453
1459	1471	1481	1483	1487	1489	1493	1499	1511	1523	1531
1543	1549	1553	1559	1567	1571	1579	1583	1597	1601	1607
1609	1613	1619	1621	1627	1637	1657	1663	1667	1669	1693
1697	1699	1709	1721	1723	1733	1741	1747	1753	1759	1777
1783	1787	1789	1801	1811	1823	1831	1847	1861	1867	1871
1873	1877	1879	1889	1901	1907	1913	1931	1933	1949	1951
1973	1979	1987	1993	1997	1999	2003	2011	2017	2027	2029
2039	2053	2063	2069	2081	2083	2087	2089	2099	2111	2113
2129	2131	2137	2141	2143	2153	2161	2179	2203	2207	2213
2221	2237	2239	2243	2251	2267	2269	2273	2281	2287	2293
2297	2309	2311	2333	2339	2341	2347	2351	2357	2371	2377
2381	2383	2389	2393	2399	2411	2417	2423	2437	2441	2447
2459	2467	2473	2477	2503	2521	2531	2539	2543	2549	2551
2557	2579	2591	2593	2609	2617	2621	2633	2647	2657	2659
2663	2671	2677	2683	2687	2689	2693	2699	2707	2711	2713
2719	2729	2731	2741	2749	2753	2767	2777	2789	2791	2797
2801	2803	2819	2833	2837	2843	2851	2857	2861	2879	2887
2897	2903	2909	2917	2927	2939	2953	2957	2963	2969	2971
2999	3001	3011	3019	3023	3037	3041	3049	3061	3067	3079
3083	3089	3109	3119	3121	3137	3163	3167	3169	3181	3187
3191	3203	3209	3217	3221	3229	3251	3253	3257	3259	3271
3299	3301	3307	3313	3319	3323	3329	3331	3343	3347	3359
3361	3371	3373	3389	3391	3407	3413	3433	3449	3457	3461
3463	3467	3469	3491	3499	3511	3517	3527	3529	3533	3539
3541	3547	3557	3559	3571	3581	3583	3593	3607	3613	3617
3623	3631	3637	3643	3659	3671	3673	3677	3691	3697	3701
3709	3719	3727	3733	3739	3761	3767	3769	3779	3793	3797
3803	3821	3823	3833	3847	3851	3853	3863	3877	3881	3889
3907	3911	3917	3919	3923	3929	3931	3943	3947	3967	3989
4001	4003	4007	4013	4019	4021	4027	4049	4051	4057	4073
4079	4091	4093	4099	4111	4127	4129	4133	4139	4153	4157

4159         4171         4201         4211         4213         4213         4214         4213         4213         4213         4213         4334         4339         4349         4451         4451         4441 <th< th=""><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th></th<>											
4357         4363         4473         4491         4493         4403         4403         4603         4611         4512         4523         4514           4459         4461         4567         4583         4591         4603         4621         4637         4639         4643           4649         4651         4567         4683         4679         4691         4703         4721         4723         4729           4733         4751         4759         4783         4789         4903         4999         4901         4931         4933         4937           48431         4861         4871         4877         4889         4903         4999         5003         5009           5011         5021         5023         5039         5510         5513         5518         5387         5619         5197         5281         5297         5331         5333         5333         5333         5333         5347         5521         5527         5531         5581         5687         5693         5611         5647         5613         5687         5689         5873         5881         5867         5581         5857         5881         5867	4159	4177	4201	4211	4217	4219	4229	4231	4241	4243	4253
4457         4463         4483         4493         4507         4503         4517         4519         4523         4537         4631         4671         4631         4631         4631         4631         4631         4631         4631         4631         4631         4631         4721         4723         4729           4733         4751         4871         4881         4871         4789         4793         4799         4801         4813         4817           4831         4851         4871         4887         4893         4793         4999         5003         5009           5011         5021         5023         5039         5051         5050         5077         5081         599         5033         5099         5010         5010         5011         5010         5101	4259	4261	4271	4273	4283	4289	4297	4327	4337	4339	4349
4549         4561         4567         4583         4591         4697         4603         4671         4673         4673         4679         4691         4703         4721         4723         4723         4721         4723         4721         4723         4721         4831         4861         4871         4889         4789         4993         4999         4991         4931         4933         4937           4933         4951         4957         4967         4969         4973         4897         4993         4999         5003         5003         5051         5077         5081         5087         5099         5101         5113         5119         5147         5153         5167         5171         5179         5189         5197         5209         5201         5273         5263         5507         5513         5527         5531         5567         5581         5567         5583         5507         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         54	4357	4363	4373	4391	4397	4409	4421	4423	4441	4447	4451
4549         4561         4567         4583         4591         4697         4603         4671         4673         4673         4679         4691         4703         4721         4723         4723         4721         4723         4721         4723         4721         4831         4861         4871         4889         4789         4993         4999         4991         4931         4933         4937           4933         4951         4957         4967         4969         4973         4897         4993         4999         5003         5003         5051         5077         5081         5087         5099         5101         5113         5119         5147         5153         5167         5171         5179         5189         5197         5209         5201         5273         5263         5507         5513         5527         5531         5567         5581         5567         5583         5507         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         54	4457	4463	4481	4483	4493	4507	4513	4517	4519	4523	4547
4649         4651         4667         4663         4673         4679         4703         4703         4721         4723         4729           4733         4751         4751         4787         4889         4973         4793         4991         4801         4813         4817           4831         4851         4871         4877         4898         4903         4999         4903         4999         4903         4999         5003         5009           5011         5021         5203         5030         5051         5059         5077         5081         5087         5099         5010           5101         5131         5131         5147         5141         5143         5441         5441         5443         5444         5441         5443         5444         5441         5443         5444         5441         5443         5444         5441         5443         5447         5451         5567         5563         5699         5693         5701         5711         5717         5737         5741         5747         5749         5783         581         5579         5830         5843         5849         5851         5857         5861						I	I				
4733         4751         4759         4783         4787         4889         4903         4909         4909         4909         4909         4909         4909         4909         4909         4909         4909         5003         5009         5011         5021         5023         5039         5051         5050         5077         5081         5087         5099         5101           5017         5133         5133         5237         5261         5273         5279         5281         5297         5533         5303         5309         5407         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5413         5417         5477         5479         5483         5501         5521         5527         5531         5557         5563         5569         5669         5573         5581         5577         5531         5527         5531         5557         5563         5669         5689         5689         5691         5571         5717         5747         5741         5749         5779         5783         5581         5857         5839         5843         58						I	I				
4831         4861         4871         4877         4889         4903         4993         4993         4993         4993         5003         5001           5011         5021         5023         5039         5051         5059         5077         5081         5087         5099         5101           5107         5131         5133         5233         5233         5233         5233         5233         5347         5261         5273         5293         5399         5407         5413         5417           5410         5431         5437         5441         5443         5449         5471         5479         5483         5501         551         5527         5531         5563         5663         5669         5673         5813         5571         5511         5527         5531         5557         5563         5699         5669         5689         5869         5869         5861         5677         5651         5653         5669         5669         5689         5681         5867         5813         5827         5813         5827         5831         5827         5831         5827         5831         5827         5831         5827         5831						1	l				
4943         4951         4957         4967         4969         4973         4987         4993         4999         5003         5009         50107           5011         5013         5013         5039         5051         5059         5077         5081         5087         5099         5107         5209         5231         5231         5233         5237         5261         5273         5279         5281         5297         5303         5309         5407         5413         5413         5437         5351         5881         5387         5399         5407         5413         5413         5437         5414         5443         5447         5471         5473         5569         5569         5583         5501         5507         5519         5521         5527         5531         5575         5563         5569         5669         5683         5501         5801         5611         5617         5617         5749         5779         5783         5843         5849         5851         5857         5861         5867         5869         5879         5881         5897         5831         5827         5839         5843         5849         5851         5857         5						I	1				
5011         5021         5023         5039         5051         5050         5077         5081         5087         5099         5101           5107         5133         5137         5231         5233         5237         5261         5273         5279         5281         5297         5303         5507         5513         5521         5527         5553         5557         5650         5669         5673         5801         5807         5801         5807         5801         5807         5801         5807         5801         5807         5803         58						I	I				
5107         5113         5119         5147         5153         5171         5179         5189         5197         5209           5227         5231         5233         5233         5235         5235         5273         5279         5281         5207         5303         5309         5407         5413         5417           5419         5431         5437         5441         5443         5449         5471         5477         5479         5483         5501           5503         5507         5519         5521         5527         5531         5563         5669         5679         5683         5674         5641         5647         5641         5647         5651         5657         5669         5887         5813         5821         5827         5831         5821         5827         5830         5843         5849         5851         5857         5881         5867         5813         5821         5827         5830         5843         5849         5851         5857         5831         5857         5831         5821         5827         5839         5924         5839         5807         5813         5851         5851         5867         6867 <td>4943</td> <td>4951</td> <td> 4957 </td> <td> 4967 </td> <td>4969</td> <td>4973</td> <td>4987</td> <td>4993</td> <td>4999</td> <td>5003</td> <td>5009</td>	4943	4951	4957	4967	4969	4973	4987	4993	4999	5003	5009
5227         5231         5233         52347         5251         5273         5279         5281         5297         5303         5309           5323         5333         53347         5351         5381         5387         5393         5399         5407         5413         5417           5419         5431         5437         5441         5443         5449         5441         5477         5777         5797         5760         5509         5509         5581         5559         5563         5669         5669         5683           5689         5690         5671         5717         5737         5741         5743         5749         5779         5861         5867         5869         5879         5881         5877         5033         5823         5843         5849         5851         5857         5861         5867         5689         5879         5881         5877         6073         6043         6043         6813         6513         6813         6811         6821         6821         6823         6923         5923         5927         5939         5953           5881         5887         5881         5887         5903         5924	5011	5021	5023	5039	5051	5059	5077	5081	5087	5099	5101
5323         5333         5347         5341         5341         5434         5444         5471         5477         5479         5433         5501           5503         5507         5519         5521         5527         5513         5557         5563         5569         5569         5669         5683           5591         5623         5639         5641         5647         5651         5653         5657         5659         5669         5683           5680         5803         5701         5711         5717         5737         5741         5743         5749         5779         5783           5791         5801         5807         5803         5821         5827         5839         5933         5933         5953           5861         5867         5809         6807         6007         6011         6029         6037         6043         6047         6053         6067         6073         6079         6080         6001         6111         6211         6214         6229         6247         6257         6263           6649         6451         6463         6361         6367         6581         6599         6607	5107	5113	5119	5147	5153	5167	5171	5179	5189	5197	5209
5323         5333         5347         5341         5341         5434         5444         5471         5477         5479         5433         5501           5503         5507         5519         5521         5527         5513         5557         5563         5569         5569         5669         5683           5591         5623         5639         5641         5647         5651         5653         5657         5659         5669         5683           5680         5803         5701         5711         5717         5737         5741         5743         5749         5779         5783           5791         5801         5807         5803         5821         5827         5839         5933         5933         5953           5861         5867         5809         6807         6007         6011         6029         6037         6043         6047         6053         6067         6073         6079         6080         6001         6111         6211         6214         6229         6247         6257         6263           6649         6451         6463         6361         6367         6581         6599         6607	5227	5231	5233	5237	5261	5273	5279	5281	5297	5303	5309
5419         5431         5437         5441         5443         5449         5471         5477         5479         5483         5501           5509         5507         5519         5521         5521         5531         5557         5563         5569         5573         5581           5689         5693         5701         5711         5717         5737         5741         5749         5779         5783           5791         5801         5807         5813         5827         5839         5843         5849         5851         5857           581         5867         5807         5881         5897         6007         6011         6029         6037         6043         6047         6053         6067         6073         6067         6073         6071         6079         6089         6091         6101         6113         6113         6113         6113         6151         6153         6676         6673         6679         6287         6299         6301         6311         6311         6317         6329         6321         6427         6257         6283         6393         6311         6311         6317         6321         6427						l	I				
5503         5507         5519         5521         5527         5531         5557         5563         5669         5663         5681         5663         5665         5663         5656         5669         5669         5683           5689         5693         5701         5711         5717         5737         5741         5743         5749         5779         5851           5791         5801         5807         5881         5827         5839         5843         5849         5851           5861         5867         5869         5879         5881         5897         5903         5923         5927         5939         5953           5981         5887         6007         6089         6001         6101         6113         6121         6221         6229         6247         6257         6263           6079         6889         6011         6311         6313         6313         6319         6321         6229         6247         6257         6263           6449         6451         6469         6473         6481         6491         6521         6529         6547         6551         6553           6661 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>I</td><td>I</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>						I	I				
5591         5623         5639         5641         5647         5651         5653         5657         569         5683           5689         5693         5701         5711         5717         5737         5741         5743         5749         5779         5783           5791         5801         5807         5813         5821         5827         5839         5843         5849         5851         5857           5881         5867         5866         5878         5881         5897         5903         5923         5927         5939         5953           5981         5987         6007         6011         6011         6013         6121         6121         6229         6247         6267         6269         6011         6113         6121         6229         6247         6257         6263         6361         6367         6333         6399         6397         6213         6242						I	I				
5689         5693         5701         5711         5717         5737         5741         5743         5749         5779         5783           5791         5801         5807         5813         5821         5827         5833         5843         5851         5857           5861         5867         5607         6007         6011         6029         6037         6043         6047         6053         6067         6073           6079         6089         6091         6101         6113         6121         6131         6133         6143         6151         6163           6173         6197         6287         6299         6301         6311         6311         6323         6329         6321         6227         6263           6449         6451         6469         6473         6481         6491         6521         6529         6547         6551         6553         6563         6656         6671         6571         6581         6599         6607         6619         6637         6653         6653         6653         6653         6653         6659         6671         6711         6793         6803         6823         6827						I	1				
5791         5801         5807         5813         5821         5827         5839         5843         5849         5851         5857           5861         5867         5869         5879         5881         5897         5903         5923         5927         5939         5953           5981         5887         6089         6001         6101         6123         6121         6131         6131         6133         6143         6151         6163           6773         6197         6297         6287         6299         6301         6311         6317         6323         6329         6337           6343         6353         6359         6361         6361         6367         6373         6379         6397         6421         6421           6449         6451         6469         6691         6701         6703         6709         6719         6753         6659           6661         6673         6679         6781         6791         6793         6803         6827         6829         683           6841         6857         6863         68691         6871         6883         6899         697         701						1	l				
5861         5867         5869         5879         5881         5897         5903         5923         5927         5939         5935           5981         5987         6007         6011         6029         6037         6043         6047         6053         6073           6079         6089         6091         6101         6113         6131         6133         6143         6151         6163           6173         6197         6199         6201         6211         6217         6229         6247         6257         6263           6343         6353         6359         6361         6367         6373         6379         6891         6611         6521         6529         6547         6551         6553           6663         6569         6571         6581         6599         6067         6619         6637         6653         6659         6671         6701         6703         6709         6719         6719         6703         6803         6823         6827         6829         6833           6841         6857         6863         6869         6871         6971         6977         6983         6991         6971						l	ı	1			
5981         5987         6007         6011         6029         6037         6043         6047         6053         6067         6073           6079         6089         6091         6101         6113         6121         6213         6133         6143         6151         6163           6173         6197         6290         6201         6217         6221         6221         6229         6247         6257         6253           6343         6353         6359         6361         6367         6373         6379         6389         6397         6421         6427           6449         6451         6469         6473         6481         6491         6521         6529         6547         6551         6553           6661         6673         6679         6689         6691         6701         6703         6709         6713         6737           6761         6763         6779         6781         6793         6803         6823         6827         6823         6833           6841         6857         6863         6869         6871         6873         6891         6907         7011         7013         7011 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>l</td><td>I</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>						l	I				
6079         6089         6091         6101         6113         6121         6131         6133         6143         6151         6163           6173         6197         6199         6203         6211         6217         6221         6229         6247         6257         6263           6269         6271         6277         6287         6299         6301         6317         6329         6337           6343         6353         6359         6361         6367         6373         6379         6389         6397         6421         6229           6449         6451         6469         6473         6481         6491         6521         6529         6547         6551         6553           6661         6673         6679         6689         6691         6701         6703         6709         6713         6733         6737           6661         6673         6679         6881         6891         6991         6997         7001         7013           6761         6753         6869         6871         6883         6891         6997         7011         7013           7027         7037         7039         7	5861	5867	5869	5879	5881	5897	5903	5923	5927	5939	5953
6173         6197         6199         6203         6211         6217         6221         6229         6247         6257         6263           6269         6271         6277         6287         6299         6301         6311         6317         6323         6329         6337           6343         6353         6359         6361         6367         6373         6379         6389         6397         6514         6515         6553         6563         6569         6671         6577         6581         6599         6607         6619         6637         6653         6659           6661         6673         6679         6689         6691         6701         6703         6709         6719         6733         6737           6761         6763         6679         66871         6883         6899         6907         6911         6917         6983         6891         6997         7001         7017         7019         7027         7039         7043         7057         7069         7079         7103         7109         7121         7121         7121         7121         7121         7121         7121         7121         7121         7121	5981	5987	6007	6011	6029	6037	6043	6047	6053	6067	6073
6269         6271         6277         6287         6299         6301         6311         6317         6323         6329         6337           6343         6353         6359         6361         6367         6373         6379         6389         6397         6421         6427           6449         6451         6469         6473         6481         6491         6521         6529         6547         6551         6553           6563         6569         6671         6577         6581         6599         6607         6619         6673         6653         6659           6661         6673         6679         6681         6671         6701         6703         6709         6711         6973           6841         6857         6863         6869         6871         6883         6899         6907         6911         6917         6947           6949         6959         6961         6967         6971         6977         6983         6991         6997         7010         701         701           7019         7027         7039         7043         7057         7057         7069         7079         7103	6079	6089	6091	6101	6113	6121	6131	6133	6143	6151	6163
6269         6271         6277         6287         6299         6301         6311         6317         6323         6329         6337           6343         6353         6359         6361         6367         6373         6379         6389         6397         6421         6427           6449         6451         6469         6473         6481         6491         6521         6529         6547         6551         6553           6563         6569         6671         6577         6581         6599         6607         6619         6673         6653         6659           6661         6673         6679         6681         6671         6701         6703         6709         6711         6973           6841         6857         6863         6869         6871         6883         6899         6907         6911         6917         6947           6949         6959         6961         6967         6971         6977         6983         6991         6997         7010         701         701           7019         7027         7039         7043         7057         7057         7069         7079         7103	6173	6197	6199	6203	6211	6217	6221	6229	6247	6257	6263
6343         6353         6359         6361         6367         6373         6379         6389         6397         6421         6427           6449         6451         6469         6473         6481         6491         6521         6529         6577         6551         6553           6563         6569         6671         6581         6599         6607         6619         6637         6653         6653           6661         6673         6679         6681         6791         6701         6703         6709         6719         6733         6737           6761         6763         6779         6781         6791         6973         6803         6823         6827         6829         6833           6841         6857         6863         6869         6871         6883         6899         6907         6911         6917         6947           6949         6959         6961         6967         6971         6977         7083         7021         7213         7210         7211         7121         7121         7121         7121         7121         7121         7121         7121         7121         7121         7121						I	l				
6449         6451         6469         6473         6481         6491         6521         6529         6547         6551         6553           6563         6569         6571         6577         6581         6599         6607         6619         6637         6653         6659           6661         6673         6679         66781         6791         6793         6803         6823         6827         6829         6833           6841         6857         6863         6869         6871         6883         6899         6907         6917         6947           6949         6959         6961         6967         6971         6977         6983         6991         6997         7001         7013           7019         7027         7039         7043         7057         7069         7079         7103         7109         7121						I	l				
6563         6569         6571         6577         6581         6599         6607         6619         6637         6653         6659           6661         6673         6679         6689         6691         6701         6703         6709         6719         6733         6737           6761         6763         6679         6681         6680         6871         6883         6899         6907         6911         6917         6949           6949         6959         6961         6967         6971         6983         6991         6997         7001         7013           7019         7027         7039         7043         7057         7069         7079         7103         7109         7121         7121         7127           7129         7151         7159         7177         7187         7193         7207         7211         7213         7219         7229           7237         7243         7247         7253         7283         7297         7307         7309         7321         7331         7333         7341         7447         7459         7477         7481         7487         7489         7507         7517						I	I	1			
6661         6673         6679         6689         6691         6701         6703         6709         6719         6733         6737           6761         6763         6779         6781         6791         6793         6803         6823         6827         6829         6833           6841         6857         6863         6869         6871         6883         6899         6907         6911         6917         6947           6949         6959         6961         6967         6971         6977         6983         6991         6997         7001         7013           7019         7027         7039         7043         7057         7069         7079         7103         7109         7121						1	1				
6761         6763         6779         6781         6791         6793         6803         6823         6827         6829         6833           6841         6857         6863         6869         6871         6883         6899         6907         6911         6917         6947           6949         6959         6961         6967         6971         6977         6983         6991         6997         7001         7013           7019         7027         7039         7043         7057         7069         7079         7103         7109         7121         7213         7219         7217         7121         7123         7219         7217         7121         7213         7219         7217         7121         7213         7219         7217         7121         7213         7219         7217         7121         7213         7219         7217         7121         7213         7219         7229         7231         7331         7333         7343         7247         7253         7257         7307         7309         7321         7331         7331         7333         7341         7459         7459         7459         7559         7561         7573 <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>I</td> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td>						I	1				
6841         6857         6863         6869         6871         6883         6899         6907         6911         6917         6947           6949         6959         6961         6967         6971         6977         6983         6991         6997         7001         7013           7019         7027         7039         7043         7057         7069         7079         7103         7109         7121         7127           7129         7151         7159         7177         7187         7193         7207         7211         7213         7219         7229           7343         7343         7369         7393         7411         7417         7433         7451         7457         7459         7477           7481         7487         7489         7499         7507         7517         7523         7529         7537         7541         7547           7549         7559         7561         7573         7577         7583         7589         7591         7603         7607         7617           7639         7643         7649         7669         7673         7681         7687         7691         7699 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>I</td><td>I</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>						I	I				
6949         6959         6961         6967         6971         6977         6983         6991         6997         7001         7013           7019         7027         7039         7043         7057         7069         7079         7103         7109         7121         7127           7129         7151         7159         7177         7187         7193         7207         7211         7213         7219         7229           7337         7243         7247         7253         7283         7297         7307         7309         7321         7331         7333           7481         7487         7489         7599         7507         7517         7523         7529         7537         7541         7547           7549         7559         7561         7573         7577         7583         7589         7591         7603         7607         7621           7639         7643         7649         7669         7673         7681         7687         7691         7693         7677         7727         7741         7753         7757         7759         7789         7793         7817         7823         7829         7883						I	I				!
7019         7027         7039         7043         7057         7069         7079         7103         7109         7121         7127           7129         7151         7159         7177         7187         7193         7207         7211         7213         7219         7229           7237         7243         7247         7253         7283         7297         7307         7309         7321         7331         7333           7349         7351         7369         7393         7411         7417         7433         7451         7457         7459         7477           7481         7487         7489         7499         7507         7517         7523         7529         7537         7541         7547           7639         7643         7649         7669         7673         7681         7687         7691         7699         7703         7717           7723         7727         7741         7753         7757         7759         7789         7793         7817         7823         7820         7833         7937         7949         7951         7963         7993         8009         8011         8017         8039						l	I				
7129         7151         7159         7177         7187         7193         7207         7211         7213         7219         7229           7237         7243         7247         7253         7283         7297         7307         7309         7321         7331         7333           7349         7351         7369         7393         7411         7417         7433         7451         7457         7459         7477           7481         7487         7489         7499         7507         7517         7523         7529         7537         7541         7547           7549         7559         7561         7573         7577         7583         7589         7591         7603         7607         7621           7639         7643         7649         7669         7673         7681         7687         7691         7699         7703         7717           7723         7727         7741         7753         7757         7759         7789         7793         7817         7823         7821         7907         7919         7927         7933         7937         7949         7951         7963         7993         8009						I	I				
7237         7243         7247         7253         7283         7297         7307         7309         7321         7331         7333           7349         7351         7369         7393         7411         7417         7433         7451         7457         7459         7477           7481         7487         7489         7499         7507         7517         7523         7529         7537         7541         7547           7549         7559         7561         7573         7577         7583         7589         7591         7603         7607         7621           7639         7643         7649         7669         7673         7681         7687         7691         7699         7703         7717           7723         7727         7741         7753         7757         7759         7789         7793         7817         7823         7829           7841         7853         7867         7873         7877         7879         7883         7901         7907         7919         7927           7933         7937         7949         7951         7963         7993         8009         8011         8111 <t< td=""><td>7019</td><td></td><td>7039</td><td>7043</td><td>7057</td><td>7069</td><td>7079</td><td>7103</td><td>7109</td><td>7121</td><td>7127</td></t<>	7019		7039	7043	7057	7069	7079	7103	7109	7121	7127
7349         7351         7369         7393         7411         7417         7433         7451         7457         7459         7477           7481         7487         7489         7499         7507         7517         7523         7529         7537         7541         7547           7549         7559         7561         7573         7577         7583         7589         7591         7603         7607         7621           7639         7643         7649         7669         7673         7681         7687         7691         7699         7703         7717           7723         7727         7741         7753         7757         7759         7789         7793         7817         7823         7829           7933         7937         7949         7951         7963         7993         8009         8011         8017         8039         8053           8059         8069         8081         8087         8089         8093         8101         8111         8117         8123         8147           8161         8167         8171         8179         8191         8209         8219         8221         8231 <t< td=""><td>7129</td><td>7151</td><td>7159</td><td>7177</td><td>7187</td><td>7193</td><td>7207</td><td>7211</td><td>7213</td><td>7219</td><td>7229</td></t<>	7129	7151	7159	7177	7187	7193	7207	7211	7213	7219	7229
7481         7487         7489         7499         7507         7517         7523         7529         7537         7541         7547           7549         7559         7561         7573         7577         7583         7589         7591         7603         7607         7621           7639         7643         7649         7669         7673         7681         7687         7691         7699         7703         7717           7723         7727         7741         7753         7757         7759         7789         7793         7817         7823         7829           7841         7853         7867         7873         7877         7879         7883         7901         7907         7919         7927           7933         7937         7949         7951         7963         7993         8009         8011         8017         8039         8053           8059         8069         8081         8087         8089         8093         8101         8111         8117         8123         8231         8231         8233         8237           8243         8263         8269         8273         8287         8291 <t< td=""><td>7237</td><td>7243</td><td>7247</td><td>7253</td><td>7283</td><td>7297</td><td>7307</td><td>7309</td><td>7321</td><td>7331</td><td>7333</td></t<>	7237	7243	7247	7253	7283	7297	7307	7309	7321	7331	7333
7481         7487         7489         7499         7507         7517         7523         7529         7537         7541         7547           7549         7559         7561         7573         7577         7583         7589         7591         7603         7607         7621           7639         7643         7649         7669         7673         7681         7687         7691         7699         7703         7717           7723         7727         7741         7753         7757         7759         7789         7793         7817         7823         7829           7841         7853         7867         7873         7877         7879         7883         7901         7907         7919         7927           7933         7937         7949         7951         7963         7993         8009         8011         8017         8039         8053           8059         8069         8081         8087         8089         8093         8101         8111         8117         8123         8231         8231         8233         8237           8243         8263         8269         8273         8287         8291 <t< td=""><td>7349</td><td>7351</td><td>7369</td><td>7393</td><td>7411</td><td>7417</td><td>7433</td><td>7451</td><td>7457</td><td>7459</td><td>7477</td></t<>	7349	7351	7369	7393	7411	7417	7433	7451	7457	7459	7477
7549         7559         7561         7573         7577         7583         7589         7591         7603         7607         7621           7639         7643         7649         7669         7673         7681         7687         7691         7699         7703         7717           7723         7727         7741         7753         7757         7759         7789         7793         7817         7823         7829           7841         7853         7867         7873         7877         7879         7883         7901         7907         7919         7927           7933         7937         7949         7951         7963         7993         8009         8011         8017         8039         8053           8059         8069         8081         8087         8089         8093         8101         8111         8117         8123         8147           8161         8167         8171         8179         8291         8291         8221         8231         8233         8237           8243         8263         8269         8273         8287         8291         8293         8297         8311         8317 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>I</td><td>I</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>						I	I				
7639         7643         7649         7669         7673         7681         7687         7691         7699         7703         7717           7723         7727         7741         7753         7757         7759         7789         7793         7817         7823         7829           7841         7853         7867         7873         7877         7879         7883         7901         7907         7919         7927           7933         7937         7949         7951         7963         7993         8009         8011         8017         8039         8053           8059         8069         8081         8087         8089         8093         8101         8111         8117         8123         8147           8161         8167         8171         8179         8191         8209         8219         8221         8231         8233         8237           8243         8263         8269         8273         8287         8291         8293         8297         8311         8317         8329           8353         8361         8467         8501         8513         8521         8527         8539         8641 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>						1	1				
7723         7727         7741         7753         7757         7759         7789         7793         7817         7823         7829           7841         7853         7867         7873         7877         7879         7883         7901         7907         7919         7927           7933         7937         7949         7951         7963         7993         8009         8011         8017         8039         8053           8059         8069         8081         8087         8089         8093         8101         8111         8117         8123         8147           8161         8167         8171         8179         8191         8209         8219         8221         8231         8233         8237           8243         8263         8269         8273         8287         8291         8293         8297         8311         8317         8329           8353         8363         8369         8377         8387         8389         8419         8423         8429         8431         8443           8447         8461         8467         8599         8609         8623         8627         8629         8641 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>I</td><td>!</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></t<>						I	!	1			
7841         7853         7867         7873         7877         7879         7883         7901         7907         7919         7927           7933         7937         7949         7951         7963         7993         8009         8011         8017         8039         8053           8059         8069         8081         8087         8089         8093         8101         8111         8117         8123         8147           8161         8167         8171         8179         8191         8209         8219         8221         8231         8233         8237           8243         8263         8269         8273         8287         8291         8293         8297         8311         8317         8329           8353         8363         8369         8377         8387         8389         8419         8423         8429         8431         8443           8447         8461         8467         8501         8513         8521         8527         8537         8539         8543         8563           8669         8677         8681         8689         8693         8699         8707         8713         8719 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>I</td><td>ı</td><td>1</td><td></td><td></td><td> </td></t<>						I	ı	1			
7933         7937         7949         7951         7963         7993         8009         8011         8017         8039         8051           8059         8069         8081         8087         8089         8093         8101         8111         8117         8123         8147           8161         8167         8171         8179         8191         8209         8219         8221         8231         8233         8237           8243         8263         8269         8273         8287         8291         8293         8297         8311         8317         8329           8353         8363         8369         8377         8387         8389         8419         8423         8429         8431         8443           8447         8461         8467         8501         8513         8521         8527         8537         8539         8543         8563           8669         8677         8681         8689         8693         8699         8707         8713         8719         8731         8731           8741         8747         8753         8761         8779         8783         8803         8807         8819 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>I</td><td>l</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>						I	l				
8059         8069         8081         8087         8089         8093         8101         8111         8117         8123         8147           8161         8167         8171         8179         8191         8209         8219         8221         8231         8233         8237           8243         8263         8269         8273         8287         8291         8293         8297         8311         8317         8329           8353         8363         8369         8377         8387         8389         8419         8423         8429         8431         8443           8447         8461         8467         8501         8513         8521         8527         8537         8539         8543         8563           8573         8581         8597         8599         8609         8623         8627         8629         8641         8647         8663           8669         8677         8681         8689         8693         8699         8707         8713         8719         8731         8731           8837         8839         8849         8861         8863         8867         8887         8893         8923 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>I</td><td>l</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>						I	l				
8161         8167         8171         8179         8191         8209         8219         8221         8231         8233         8237           8243         8263         8269         8273         8287         8291         8293         8297         8311         8317         8329           8353         8363         8369         8377         8387         8389         8419         8423         8429         8431         8443           8447         8461         8467         8501         8513         8521         8527         8537         8539         8543         8563           8573         8581         8597         8599         8609         8623         8627         8629         8641         8647         8663           8669         8677         8681         8689         8693         8699         8707         8713         8719         8731         8737           8741         8747         8753         8761         8779         8783         8803         8807         8819         8821         8831           8837         8839         8849         8861         8863         8867         8887         8893         8923 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>I</td><td>l</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>						I	l				
8243         8263         8269         8273         8287         8291         8293         8297         8311         8317         8329           8353         8363         8369         8377         8387         8389         8419         8423         8429         8431         8443           8447         8461         8467         8501         8513         8521         8527         8537         8539         8543         8563           8573         8581         8597         8599         8609         8623         8627         8629         8641         8647         8663           8669         8677         8681         8689         8693         8699         8707         8713         8719         8731         8737           8741         8747         8753         8761         8779         8783         8803         8807         8819         8821         8831           8837         8839         8849         8861         8863         8867         8887         8893         8923         8929         8933           8941         8951         8963         8969         8971         8999         9001         9007         9011 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>l</td><td>l</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>						l	l				
8353       8363       8369       8377       8387       8389       8419       8423       8429       8431       8443         8447       8461       8467       8501       8513       8521       8527       8537       8539       8543       8563         8573       8581       8597       8599       8609       8623       8627       8629       8641       8647       8663         8669       8677       8681       8689       8693       8699       8707       8713       8719       8731       8737         8741       8747       8753       8761       8779       8783       8803       8807       8819       8821       8831         8837       8839       8849       8861       8863       8867       8887       8893       8923       8929       8933         8941       8951       8963       8969       8971       8999       9001       9007       9011       9013       9029         9041       9043       9049       9059       9067       9091       9103       9109       9127       9133       9137         9151       9157       9161       9173       9181       918						I	I				
8447         8461         8467         8501         8513         8521         8527         8537         8539         8543         8563           8573         8581         8597         8599         8609         8623         8627         8629         8641         8647         8663           8669         8677         8681         8689         8693         8699         8707         8713         8719         8731         8737           8741         8747         8753         8761         8779         8783         8803         8807         8819         8821         8831           8837         8839         8849         8861         8863         8867         8887         8893         8923         8929         8933           8941         8951         8963         8969         8971         8999         9001         9007         9011         9013         9029           9041         9043         9049         9059         9067         9091         9103         9109         9127         9133         9137           9151         9157         9161         9173         9181         9187         9199         9203         9209 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>I</td><td>l</td><td>l .</td><td></td><td></td><td></td></t<>						I	l	l .			
8573         8581         8597         8599         8609         8623         8627         8629         8641         8647         8663           8669         8677         8681         8689         8693         8699         8707         8713         8719         8731         8737           8741         8747         8753         8761         8779         8783         8803         8807         8819         8821         8831           8837         8839         8849         8861         8863         8867         8887         8893         8923         8929         8933           8941         8951         8963         8969         8971         8999         9001         9007         9011         9013         9029           9041         9043         9049         9059         9067         9091         9103         9109         9127         9133         9137           9151         9157         9161         9173         9181         9187         9199         9203         9209         9221         9227           9239         9241         9257         9277         9281         9283         9293         9311         9319 <t< td=""><td>8353</td><td>8363</td><td>8369</td><td>8377</td><td>8387</td><td>8389</td><td>8419</td><td>8423</td><td>8429</td><td>8431</td><td>8443</td></t<>	8353	8363	8369	8377	8387	8389	8419	8423	8429	8431	8443
8573         8581         8597         8599         8609         8623         8627         8629         8641         8647         8663           8669         8677         8681         8689         8693         8699         8707         8713         8719         8731         8737           8741         8747         8753         8761         8779         8783         8803         8807         8819         8821         8831           8837         8839         8849         8861         8863         8867         8887         8893         8923         8929         8933           8941         8951         8963         8969         8971         8999         9001         9007         9011         9013         9029           9041         9043         9049         9059         9067         9091         9103         9109         9127         9133         9137           9151         9157         9161         9173         9181         9187         9199         9203         9209         9221         9227           9239         9241         9257         9277         9281         9283         9293         9311         9319 <t< td=""><td>8447</td><td>8461</td><td>8467</td><td>8501</td><td>8513</td><td>8521</td><td>8527</td><td>8537</td><td>8539</td><td>8543</td><td>8563</td></t<>	8447	8461	8467	8501	8513	8521	8527	8537	8539	8543	8563
8669         8677         8681         8689         8693         8699         8707         8713         8719         8731         8737           8741         8747         8753         8761         8779         8783         8803         8807         8819         8821         8831           8837         8839         8849         8861         8863         8867         8887         8893         8923         8929         8933           8941         8951         8963         8969         8971         8999         9001         9007         9011         9013         9029           9041         9043         9049         9059         9067         9091         9103         9109         9127         9133         9137           9151         9157         9161         9173         9181         9187         9199         9203         9209         9221         9227           9239         9241         9257         9277         9281         9283         9293         9311         9319         9323         9337           9341         9343         9349         9371         9377         9391         9397         9403         9413 <t< td=""><td>8573</td><td>8581</td><td>8597</td><td>8599</td><td>8609</td><td>I</td><td>8627</td><td>8629</td><td></td><td>8647</td><td>8663</td></t<>	8573	8581	8597	8599	8609	I	8627	8629		8647	8663
8741       8747       8753       8761       8779       8783       8803       8807       8819       8821       8831         8837       8839       8849       8861       8863       8867       8887       8893       8923       8929       8933         8941       8951       8963       8969       8971       8999       9001       9007       9011       9013       9029         9041       9043       9049       9059       9067       9091       9103       9109       9127       9133       9137         9151       9157       9161       9173       9181       9187       9199       9203       9209       9221       9227         9239       9241       9257       9277       9281       9283       9293       9311       9319       9323       9337         9341       9343       9349       9371       9377       9391       9397       9403       9413       9419       9421         9431       9433       9437       9439       9461       9463       9467       9473       9479       9491       9497         9511       9521       9533       9539       9547       955						I	l				
8837     8839     8849     8861     8863     8867     8887     8893     8923     8929     8933       8941     8951     8963     8969     8971     8999     9001     9007     9011     9013     9029       9041     9043     9049     9059     9067     9091     9103     9109     9127     9133     9137       9151     9157     9161     9173     9181     9187     9199     9203     9209     9221     9227       9239     9241     9257     9277     9281     9283     9293     9311     9319     9323     9337       9341     9343     9349     9371     9377     9391     9397     9403     9413     9419     9421       9431     9433     9437     9439     9461     9463     9467     9473     9479     9491     9497       9511     9521     9533     9539     9547     9551     9587     9601     9613     9619     9623       9629     9631     9643     9649     9661     9677     9679     9689     9697     9719     9721       9733     9739     9743     9749     9767     9769     9781						I	l				
8941     8951     8963     8969     8971     8999     9001     9007     9011     9013     9029       9041     9043     9049     9059     9067     9091     9103     9109     9127     9133     9137       9151     9157     9161     9173     9181     9187     9199     9203     9209     9221     9227       9239     9241     9257     9277     9281     9283     9293     9311     9319     9323     9337       9341     9343     9349     9371     9377     9391     9397     9403     9413     9419     9421       9431     9433     9437     9439     9461     9463     9467     9473     9479     9491     9497       9511     9521     9533     9539     9547     9551     9587     9601     9613     9619     9623       9629     9631     9643     9649     9661     9677     9679     9689     9697     9719     9721       9733     9739     9743     9749     9767     9769     9781     9787     9791     9803     9811       9817     9829     9833     9839     9851     9857     9859						I	l				
9041         9043         9049         9059         9067         9091         9103         9109         9127         9133         9137           9151         9157         9161         9173         9181         9187         9199         9203         9209         9221         9227           9239         9241         9257         9277         9281         9283         9293         9311         9319         9323         9337           9341         9343         9349         9371         9377         9391         9397         9403         9413         9419         9421           9431         9433         9437         9439         9461         9463         9467         9473         9479         9491         9497           9511         9521         9533         9539         9547         9551         9587         9601         9613         9619         9623           9629         9631         9643         9649         9661         9677         9679         9689         9697         9719         9721           9733         9739         9743         9749         9767         9769         9781         9787         9791 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>I</td><td>l</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>						I	l				
9151         9157         9161         9173         9181         9187         9199         9203         9209         9221         9227           9239         9241         9257         9277         9281         9283         9293         9311         9319         9323         9337           9341         9343         9349         9371         9377         9391         9397         9403         9413         9419         9421           9431         9433         9437         9439         9461         9463         9467         9473         9479         9491         9497           9511         9521         9533         9539         9547         9551         9587         9601         9613         9619         9623           9629         9631         9643         9649         9661         9677         9679         9689         9697         9719         9721           9733         9739         9743         9749         9767         9769         9781         9787         9791         9803         9811           9817         9829         9833         9839         9851         9857         9859         9871         9883 <t< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>I</td><td>I</td><td></td><td></td><td></td><td></td></t<>						I	I				
9239         9241         9257         9277         9281         9283         9293         9311         9319         9323         9337           9341         9343         9349         9371         9377         9391         9397         9403         9413         9419         9421           9431         9433         9437         9439         9461         9463         9467         9473         9479         9491         9497           9511         9521         9533         9539         9547         9551         9587         9601         9613         9619         9623           9629         9631         9643         9649         9661         9677         9679         9689         9697         9719         9721           9733         9739         9743         9749         9767         9769         9781         9787         9791         9803         9811           9817         9829         9833         9839         9851         9857         9859         9871         9883         9887         9901						I	I				
9341         9343         9349         9371         9377         9391         9397         9403         9413         9419         9421           9431         9433         9437         9439         9461         9463         9467         9473         9479         9491         9497           9511         9521         9533         9539         9547         9551         9587         9601         9613         9619         9623           9629         9631         9643         9649         9661         9677         9679         9689         9697         9719         9721           9733         9739         9743         9749         9767         9769         9781         9787         9791         9803         9811           9817         9829         9833         9839         9851         9857         9859         9871         9883         9887         9901						I	I	l .			
9431         9433         9437         9439         9461         9463         9467         9473         9479         9491         9497           9511         9521         9533         9539         9547         9551         9587         9601         9613         9619         9623           9629         9631         9643         9649         9661         9677         9679         9689         9697         9719         9721           9733         9739         9743         9749         9767         9769         9781         9787         9791         9803         9811           9817         9829         9833         9839         9851         9857         9859         9871         9883         9887         9901						I	1				
9511     9521     9533     9539     9547     9551     9587     9601     9613     9619     9623       9629     9631     9643     9649     9661     9677     9679     9689     9697     9719     9721       9733     9739     9743     9749     9767     9769     9781     9787     9791     9803     9811       9817     9829     9833     9839     9851     9857     9859     9871     9883     9887     9901						!	l				
9629     9631     9643     9649     9661     9677     9679     9689     9697     9719     9721       9733     9739     9743     9749     9767     9769     9781     9787     9791     9803     9811       9817     9829     9833     9839     9851     9857     9859     9871     9883     9887     9901						I	l	l .			
9733         9739         9743         9749         9767         9769         9781         9787         9791         9803         9811           9817         9829         9833         9839         9851         9857         9859         9871         9883         9887         9901	9511	9521	9533	9539	9547	9551	9587	9601	9613	9619	9623
9733         9739         9743         9749         9767         9769         9781         9787         9791         9803         9811           9817         9829         9833         9839         9851         9857         9859         9871         9883         9887         9901	9629	9631	9643	9649	9661	9677	9679	9689	9697	9719	9721
9817   9829   9833   9839   9851   9857   9859   9871   9883   9887   9901						I	l				
	l .						l				
0001 0010 0011						I	l				
		2220	1 2020	1 2001	1 2021	1 00 10	1 2001				

## **Data Structures**

### 3.1 Binary Indexed Tree

```
Complexidade:-update -> O(logN)
                   -query \rightarrow O(logN)
\#define MAXN 1010
\mathbf{int} \ a \left[ MAXN \right] \,, \quad b \, it \, \left[ MAXN \right] \,, \quad n \;; \\
void init(){
     \mbox{ for (int } \ i \ = \ 1\,; \ i \ <= \ n\,; \ i++)
         update(i, a[i]);
}
bit [i] += val;
int query(int x){
     int sum = 0;
     for (int i = x; i > 0; i = i & -i)
        sum += bit [i];
     return sum;
}
int query(int l, int r){
     return query (r) - query (l-1);
}
```

## 3.2 Binary Indexed Tree 2D

```
Complexidade:-update -> O(logN)
                          -query \rightarrow O(logN)
\#define MAXN 1010
\mathbf{int} \quad \mathbf{b} \, \mathrm{it} \, \left[ \mathbf{MAXN} \right] \left[ \mathbf{MAXN} \right] \, , \quad \mathbf{a} \, \left[ \mathbf{MAXN} \right] \left[ \mathbf{MAXN} \right] \, , \quad \mathbf{x} \, , \quad \mathbf{y} \, ;
bit[i][j] += val;
       }
}
\mathbf{void}\ \mathbf{query}\left(\mathbf{\,int\ }\mathrm{idx}\;,\;\mathbf{int}\ \mathbf{idx2}\right)\{
       int sum = 0;
       for (int i = idx; i > 0; i -= i & -i) {
for (int j = idx2; j > 0; j -= j & -j) {
                   sum += bit[i][j];
       return sum;
}
void query(int xmin, int ymin, int xmax, int ymax){
       if(xmin > xmax) swap(xmin, xmax);
       if (ymin > ymax) swap (ymin, ymax);
```

```
return query (xmax, ymax) - query (xmax, ymin - 1) - query (xmin - 1, ymax) + query (xmin - 1, ymin - 1); }
```

### 3.3 Inversion Count w/ Merge Sort

```
int invCountMS(vector<int> &v){
       int inv = 0;
       if(v.size() = 1) return 0;
      v\,ect\,o\,r\!<\!\!\mathbf{i}\,\mathbf{n}\,\mathbf{t}\!>\ m1,\ m2\,;
       for (int i = 0; i < v.size()/2; i++) m1.push back(v[i]);
       for (int i = v.size()/2; i < v.size(); i++) m2.push back(v[i]);
       inv += countInvMS(m1);
      inv += countInvMS(m2);
      m1. push back (INT MAX);
      m2. push back (INT MAX);
       int idx = 0, idx2 = 0;
      \begin{array}{lll} \mbox{for} \, (\, \mbox{int} \  \  \, i \, = \, \mbox{0} \, ; \  \  \, i \, < \, v \, . \, \, \mbox{size} \, (\,) \, ; \  \  \, i \, + +) \{ \\ \mbox{if} \, (\, \mbox{m1} \, [ \, \mbox{id} \, x \, ] \, < = \, m2 \, [ \, \mbox{id} \, x \, 2 \, ] \, ) \, \{ \end{array}
                    v[i] = m1[idx++];
             else{
                     v[i] = m2[idx2++];
                    inv += m1 \cdot size() - idx - 1;
       return inv;
}
```

#### 3.4 Ordered Set

```
#include <ext/pb_ds/tree_policy.hpp>
#include <ext/pb_ds/assoc_container.hpp>
\#include <ext/rope>
using namespace __gnu_pbds;
using namespace __gnu_cxx;
template <class T> using Tree = tree<T, null_type, less<T>, rb_tree_tag,
     tree order statistics node update>;
Tree<int> ord s:
ord_s.insert(2);
ord_s.insert(5);
ord_s.insert(7);
// find_by_order returns an iterator to the element at a given position
auto x = ord_s.find_by_order(2);
cout << *x << "\n"; // 7
// order_of_key returns the position of a given element
cout << ord_s.order_of_key(7) << "\n"; // 2
// If the element does not appear in the set, we get the position that the element would have in the
    s\,e\,t
cout << ord_s.order_of_key(6) << "\n"; // 2
cout << ord_s.order_of_key(8) << "\n"; // 3
```

## 3.5 Segment Tree

```
const int MAXN = 112345;
int st[4*MAXN], a[MAXN];

void build(int node, int left, int right){
    if(left == right){
        st[node] = a[left];
    }else{
        int mid = (left + right)/2;
        build(2*node, left, mid);
        build(2*node + 1, mid + 1, right);

    st[node] = st[2*node] * st[2*node + 1];
}
```

```
return;
   } else if(left == right){}
       a[idx] = val;
       st[node] = val;
   } else {}
       int mid = (left + right)/2;
       update(2*node, left, mid, idx, val);
       update(2*node + 1, mid + 1, right, idx, val);
       st[node] = st[2*node] * st[2*node + 1];
   }
}
int query (int node, int left, int right, int a, int b) {
   if(b < left | | a > right){
       return 1;
   else if(left >= a && right <= b)
       return st[node];
   }else{
       int mid = (left + right)/2;
       int e = query(2*node, left, mid, a, b);
       int d = query(2*node + 1, mid + 1, right, a, b);
       return e * d;
}
```

### 3.6 Segment Tree

```
\#define MAXN 112345
int st [4*MAXN], lazy [4*MAXN], a [MAXN];
void build(int node, int left, int right){
    if(left == right){
         st[node] = a[left];
    }else{
         int mid = (left + right)/2;
         build(2*node, left, mid);
         build(2*node + 1, mid + 1, right);
         st [node] = st [2*node] + st [2*node + 1];
    }
}
void propagation(int node, int left, int right){
    if(lazy[node] != -1){
         st[node] = lazy[node];
         if(left != right){
             lazy [2*node] = lazy [node];
             lazy [2*node + 1] = lazy [node];
         lazy [node] = -1;
    }
}
return;
    }else if(left == right){
         lazy[node] = val;
         propagation(node, left, right);
    }else{
         int \ mid = (left + right)/2;
         update(2*node, left, mid, a, b, val);
          \frac{\text{update}(2*\text{node} + 1, \text{mid} + 1, \text{right}, \text{a, b, val}); }{\text{update}(2*\text{node} + 1, \text{mid} + 1, \text{right}, \text{a, b, val}); } 
         st[node] = st[2*node] + st[2*node + 1];
    }
}
int query(int node, int left, int right, int a, int b){
    propagation (node, left, right);
    if(a < left || b > right){
         return 0;
    }else if(left == right){
```

```
return st[node];
}else{
    int mid = (left + right)/2;
    return query(2*node, left, mid, a, b) + query(2*node + 1, mid + 1, right, a, b);
}
}
```

### 3.7 Union-find set

```
int pai [MAXN], qntd [MAXN], n;

void init(){
    for(int i = 1; i <= n; i++) pai[i] = i;
}

int find(int v){
    if(pai[v] == v)
        return v;
    return pai[v] = find(pai[v]);
}

void merge(int u, int v){
    u = find(u);
    v = find(v);
    if(u == v) return;
    if(qntd[u] < qntd[v]) swap(u, v);
    pai[u] = v;
    qntd[v] += qntd[u];
}</pre>
```

# Graphs

#### 4.1 Breadth-First Search

### 4.2 Depth-First Search

```
v ector < int > g[n];
int vis[n];
int tam = 0;
void DFS(int v){
    vis[v] = 1;
    for (auto u : g[v])
         if (!vis[v]) DFS(u);
}
// Cobertura Minima
// 0 = Nao visitado, 1 = Visitado, 2 = Vertice da cobertura
void DFS(int v){
    vis[v] = 1;
for (auto u : g[v]) {
         \mathbf{i} \mathbf{f} (\mathbf{v} \mathbf{i} \mathbf{s} [\mathbf{u}] = 0) \{
             DFS(u);
              if(vis[u] == 1) vis[v] = 2;
         }
    }
}
// O vertice u esta conectado com dest?
bool isConnect(int u, int dest){
    vis[u] = true;
    if(u == dest) return true;
    for (auto v : adj[u])
         if(connect(v, dest)) return true;
    return false;
}
```

### 4.3 Articulation Points

CHAPTER 4. GRAPHS 18

```
int vis[MAXN], low[MAXN], ap[MAXN], cont;
 \begin{array}{lll} \textbf{void} & \textbf{articulation\_point(int} \ p, \ \textbf{int} \ v) \{ \\ & \textbf{vis} \left[ v \right] \ = \ low \left[ v \right] \ = \ ++cont \ ; \end{array} 
                            \  \, \textbf{for}\,(\, \textbf{auto}\  \, \textbf{u}\  \, :\  \, \textbf{g}\,[\,\textbf{v}\,]\,)\,\{
                                                       i\,f\,(\,!\,v\,i\,s\,[\,u\,]\,)\,\{
                                                                                  articulation_point(v, u);
if(low[u] >= vis[v]) ap[v]++;
                                                                                  low[v] = min(low[v], low[u]);
                                                       else if(u != p)
                                                                                 low[v] = min(low[v], vis[u]);
                           }
}
vector < int > is Articulation Point () {
                           {\tt vector}{<} {\tt int}{\gt} \ {\tt points}\,;
                            for (int i = 1; i <= n; i++){
                                                       if(!vis[i]) articulation point(i, i);
                          \begin{array}{lll} \textbf{for}\,(\textbf{int} & i = 1; & i <= n; & i++) \{ & & & \\ & \textbf{if}\,(\,i \, == \, 1 \, \, \&\& \, \, ap\,[\,1] \, > \, 1) \, \, \, points\,.\,push\_back\,(\,1)\,; \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & \\ & & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ &
                           return points;
}
void init(){
                            cont = 0;
                           \begin{array}{lll} memset\left(\,v\,is\;,\;\;0\;,\;\;siz\,e\,o\,f\left(\,v\,is\;\right)\,\right)\;;\\ memset\left(\,low\;,\;\;0\;,\;\;siz\,e\,o\,f\left(\,low\;\right)\,\right)\;; \end{array}
                            memset(ap, 0, sizeof(ap));
                           memset(g, 0, sizeof(g));
}
```

### 4.4 Topological Sort

```
int vis [MAXN], dist [MAXN], maior, end point;
vector < int > g[MAXN];
stack < int > topoSort;
void topological_sort(int v){
     vis[v] = 1;
     \quad \textbf{for} \, (\, \textbf{auto} \ u \ : \ g \, [\, v \,] \,) \, \{
          if(!vis[u]) topological_sort(u);
     topoSort.push(v);
}
void longest_path(int src){
     dist[src] = 0;
     maior = 0:
     while (!topoSort.empty()) {
          int v = topoSort top();
          topoSort.pop();
          if(dist[v]!= -1){
    for(auto u : g[v]){
                     dist\,[\,u\,] \;=\; max\,(\;dist\,[\,u\,]\;,\;\; dist\,[\,v\,]\;+\;1)\;;
          maior = max(maior, dist[v]);
     for (int i = 1; i \le n; i++){
          if(maior == dist[i]){
               end point = i;
               break;
          }
     }
}
```

## Math

## 5.1 Fast Exponentiation

```
const long long mod = 1e9+7;
long long fast_exp(long long a, long long b){
    long long result = 1;
    while(b){
        if(b & 1) result = (result * a) % mod;
        a = (a * a) % mod;
        b >>= 1;
    }
    return result;
}
```

## 5.2 Matrix Fast Exponentiation/Multiplication

# Strings

### 6.1 Z-Function

## Miscellaneous

## 7.1 Histogram Problem

```
//\ Funcao\ que\ retorna\ a\ maior\ area\ retangular\ de\ um\ histograma\ .
long long getMaxArea(vector<long long> &hist, long long n) {
     \frac{stack}{long} long> s;
     \label{long_long_max_area} \mbox{long} \ \mbox{long} \ \mbox{max\_area} \ = \ 0 \, ;
     long long tp;
     long long area with top;
     long long i = 0;
     while (i < n) {
          if(s.empty() \mid | hist[s.top()] \le hist[i]) 
              s.push(i++);
          } else {
              tp = s.top();
              s.pop();
              area_with_top = hist[tp] * (s.empty() ? i : i - s.top() - 1);
              if (max area < area with top)
                   max\_area = area\_with\_top;
         }
     }
     \mathbf{while}(!s.empty()){
         t\dot{p} = s.top();
         s.pop();
          area_with_top = hist[tp] * (s.empty() ? i : i - s.top() - 1);
         if (max_area < area_with_top)
              max\_area = area\_with\_top;
     return max_area;
}
```