Muestreo de señales

..RESUMEN:

La operación de muestrear señales continuas y su limitación

La posible recuperación de la señal a partir de sus muestras

El procesado de tiempo discreto de señales de tiempo continuo

El muestreo de señales de t.d., más conocido como remuesteo

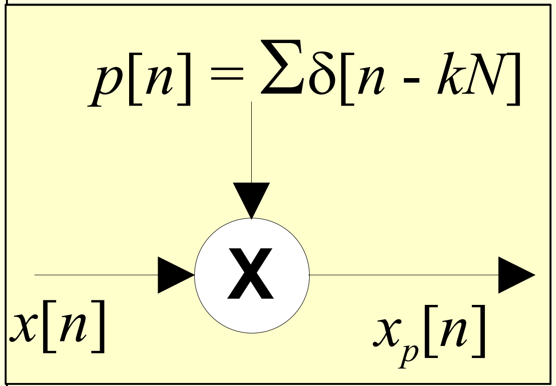
Procesado multitasa y descomposición polifásica.

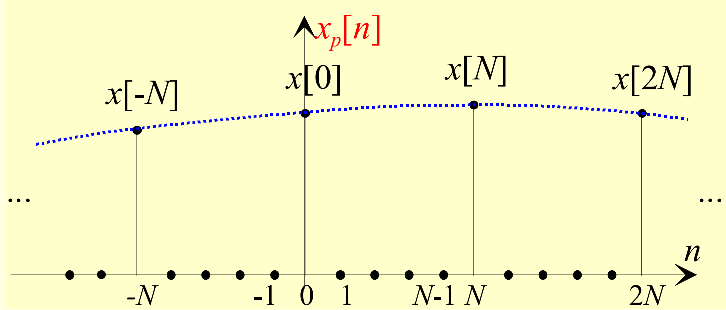
La conversión A/D y D/A y sus consideraciones prácticas

El proceso no lineal llamado cuantificación

El llamado sobremuestreo, la modulación Σ-Δ y un ingenioso procedimiento de mejora llamado conformación de ruido

Operaciones sobre secuencias: Muestreo (Resumen)

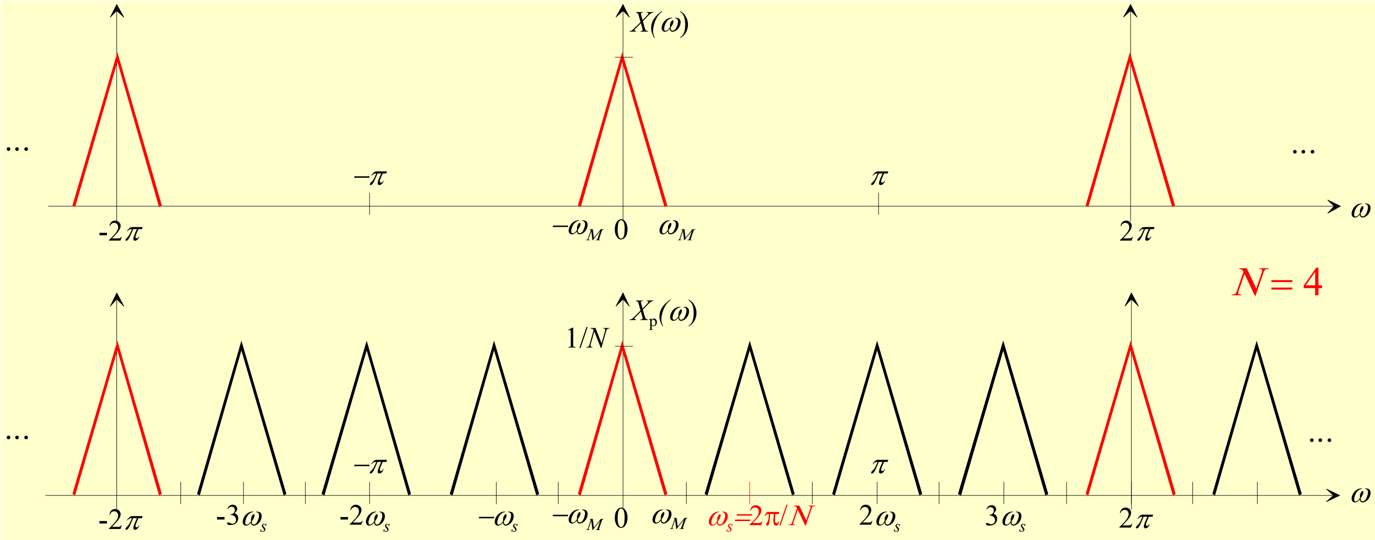




$$x_p[n] = x[n]\,p[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[kN]\,\delta[n-kN] = x[n]\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

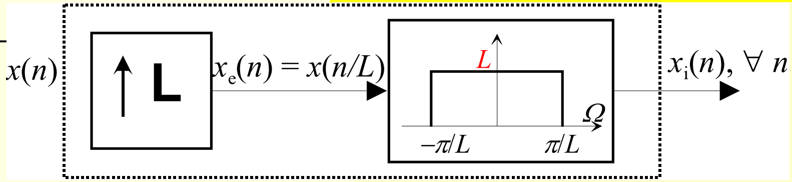
- No habrá solapamiento si se cumple:

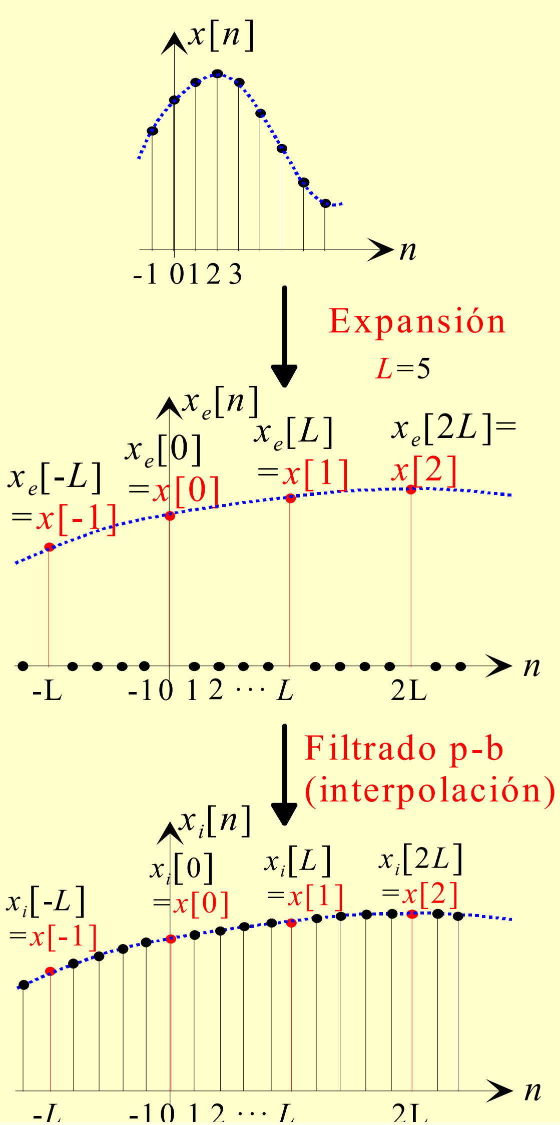
$$\boxed{\omega_s = \frac{2\pi}{N} \geq 2\omega_N}$$



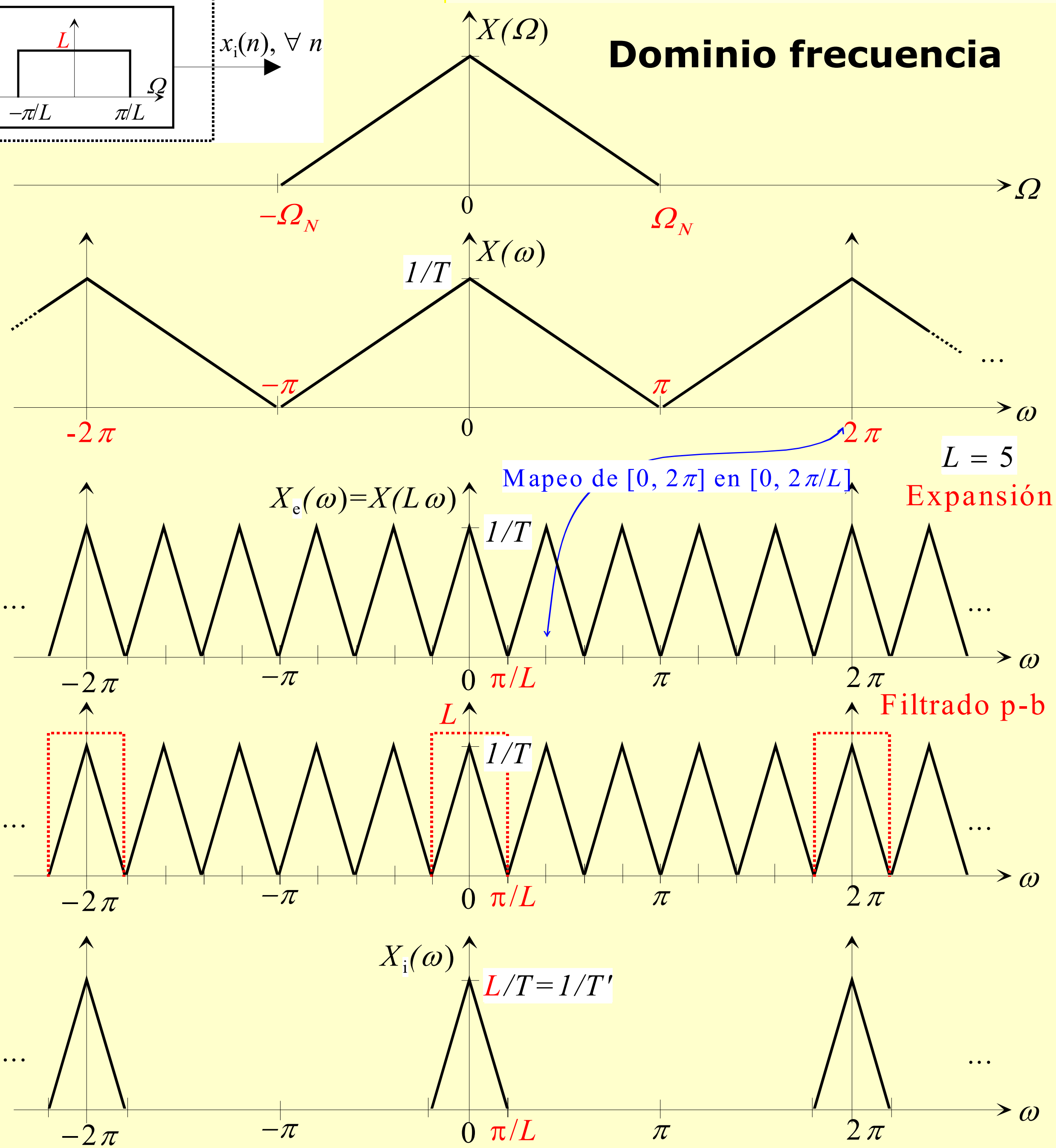
$$X_p(\omega) = \frac{1}{2\pi}X(\omega) * P(\omega) = \frac{1}{2\pi}X(\omega) * \frac{2\pi}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\delta\left(\omega - \frac{2\pi}{N}k\right) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X\left(\omega - \frac{2\pi}{N}k\right)$$

Dominio tiempo:



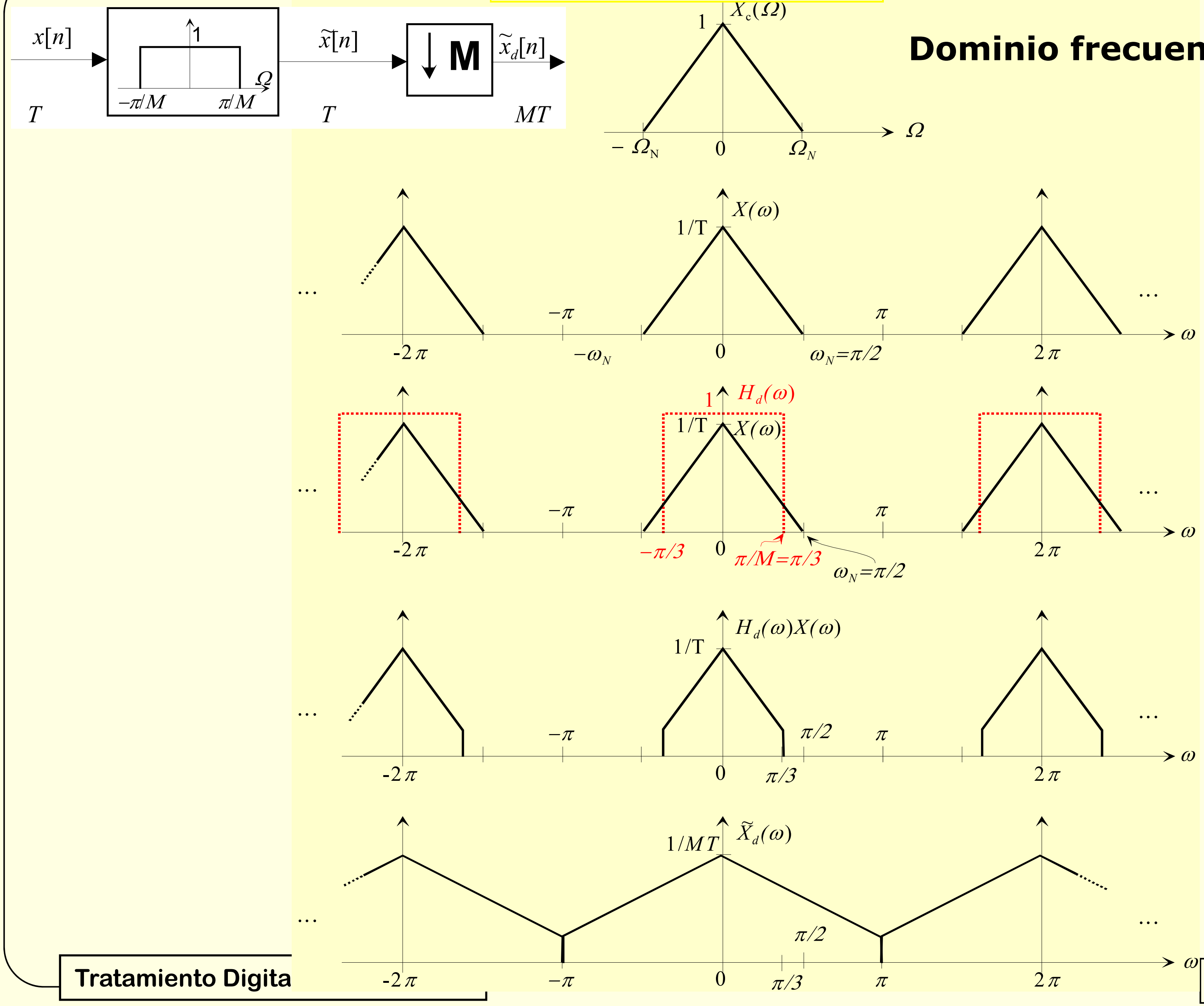


Dominio frecuencia



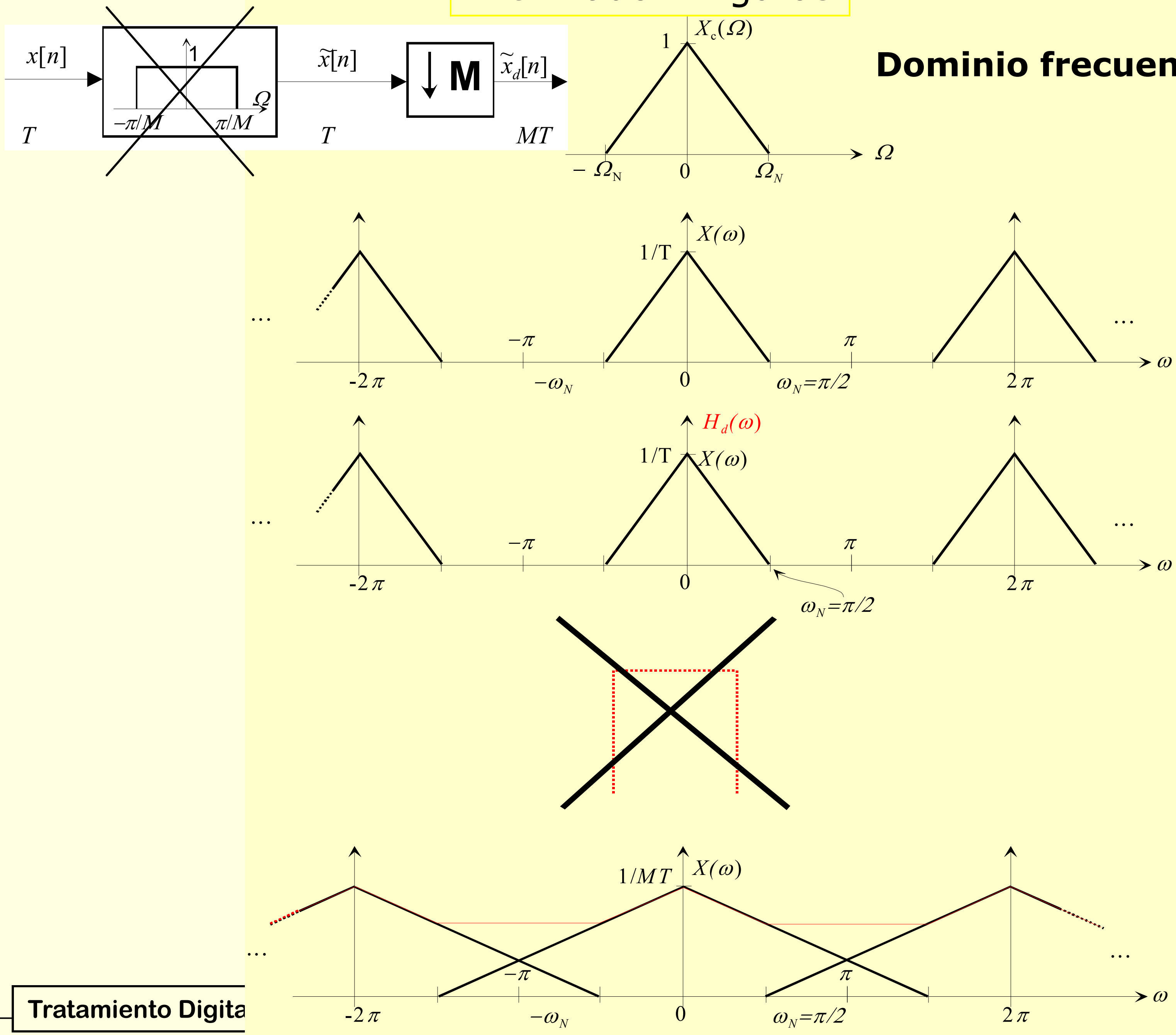
Diezmador: Figuras

Dominio frecuencia

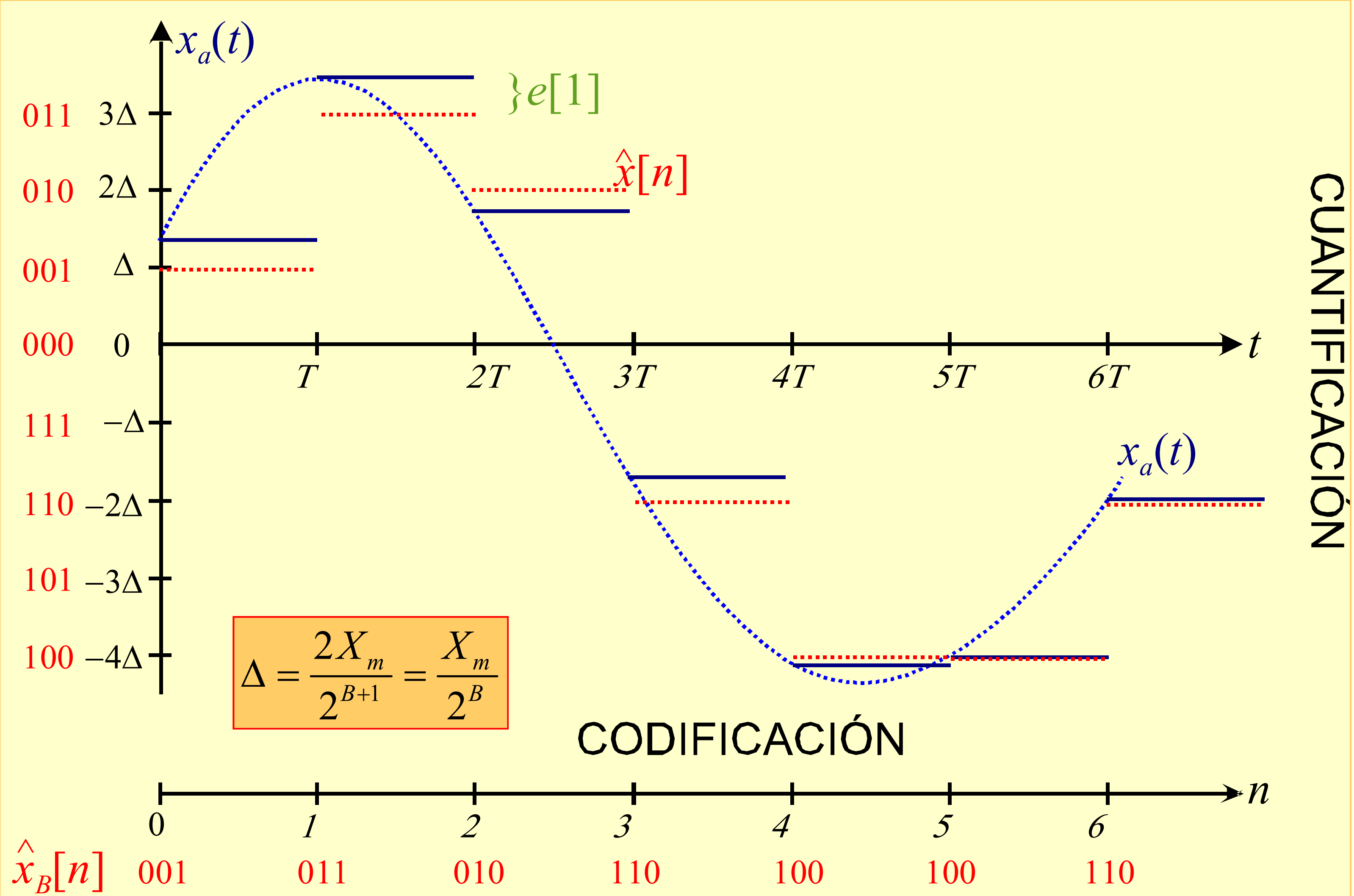


Diezmador: Figuras

Dominio frecuencia



Todo junto = Cuantificador + Codificador.



Consideraciones prácticas: Conversión analógico-digital. Error de cuantificación

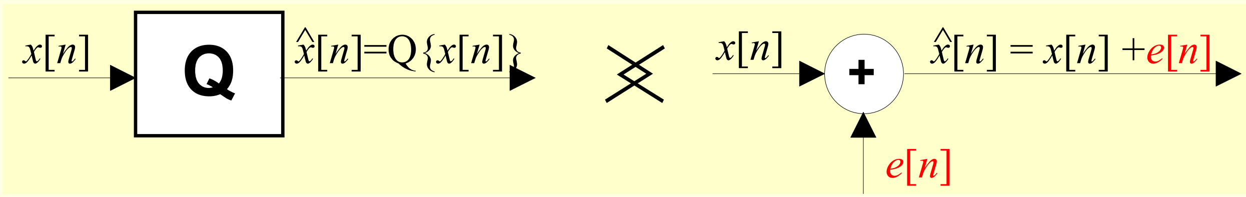
- **Análisis de errores en la cuantificación**. Si la muestra no cae justo en nivel de cuantificación $\rightarrow$ error de cuantificación.

$$e[n] = \hat{x}[n] - x[n]$$

- En el ejemplo anterior, si $-9\Delta/2 \leq x[n] \leq 7\Delta/2$ resulta $-\Delta/2 \leq e[n] \leq \Delta/2$.
- En general:

$$(-X_m - \Delta/2) \leq x[n] \leq (X_m - \Delta/2) \Rightarrow -\Delta/2 \leq e[n] \leq \Delta/2$$

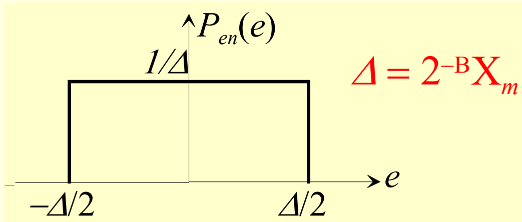
- Fuera de esos límites, el error puede ser cualquiera $\geq \Delta/2$. pues las muestras han sido recortadas ("clipping error").
- El err. cuantificación se estudia con el modelo de ruido aditivo



- Pero en general no se conoce el ruido $e[n]$ y lo que se hace es aplicar un modelo estadístico con las hipótesis siguientes:

Consideraciones prácticas: Conversión analógico-digital. Error de cuantificación (cont.)

- Modelo del ruido (error) aditivo de cuantificación:
  - $\{e[n]\}$ es una realización de **proceso estocástico estacionario**.
  - $\{e[n]\}$ está **incorrelado** con $\{x[n]\}$.
  - Las variables aleatorias del proceso de ruido están incorreladas $\Rightarrow$ $\{e[n]\}$ **ruido blanco**.
  - La **distribución de probabilidad** del proceso es **uniforme**. En el rango del error de cuantificación.

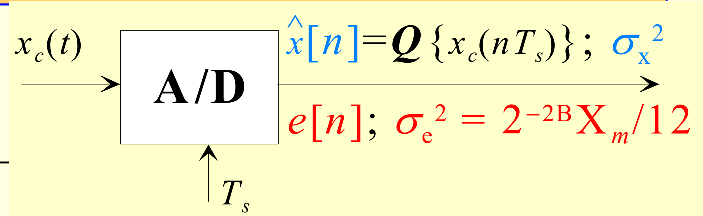


$$m_e = \mathcal{E}\{e[n]\} = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e\frac{1}{\Delta}de = 0$$

$$\sigma_e^2 = \mathcal{E}\left\{\left|e[n]-m_e\right|^2\right\} = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2\frac{1}{\Delta}de = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{2^{-2B}X_m^2}{12}$$

$$\phi_{ee}[n,m] = 0; \quad n \neq m; \ \phi_{ex}[n,m] = 0; \quad \forall n,m$$

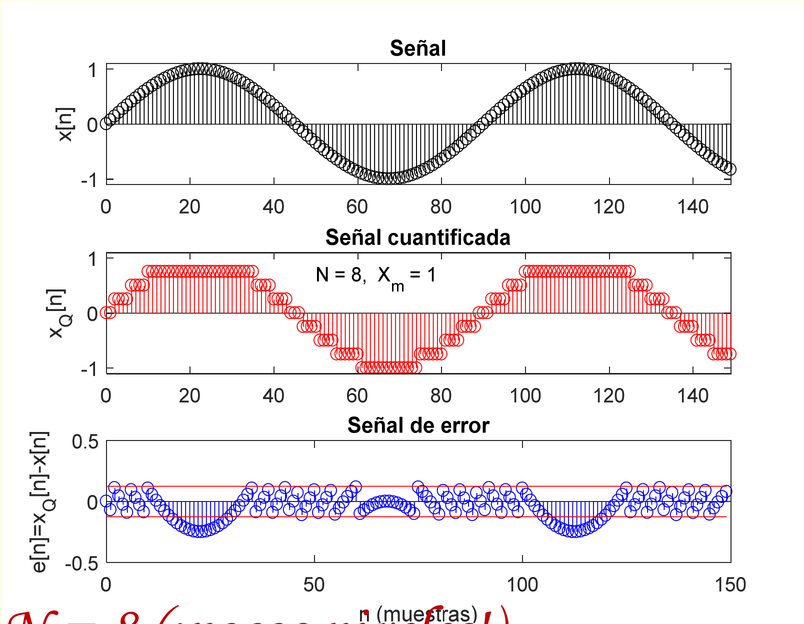
$$\boxed{SNR = 10\log_{10}\left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{12\times 2^{2B}\sigma_x^2}{X_m^2}\right) = 6'02B + 10'8 - 20\log_{10}\left(\frac{X_m}{\sigma_x}\right)}$$



Consideraciones prácticas: Conversión analógico-digital. Error de cuantificación (cont.)

- ¿Son asumibles las hipótesis? $\rightarrow$ Sí, con tal que la señal sea suficientemente compleja (fluctuaciones rápidas) y los escalones de cuantificación muy pequeños (la amplitud de la señal atraviese muchos niveles de muestra a muestra) $\Rightarrow$ incorrelación.

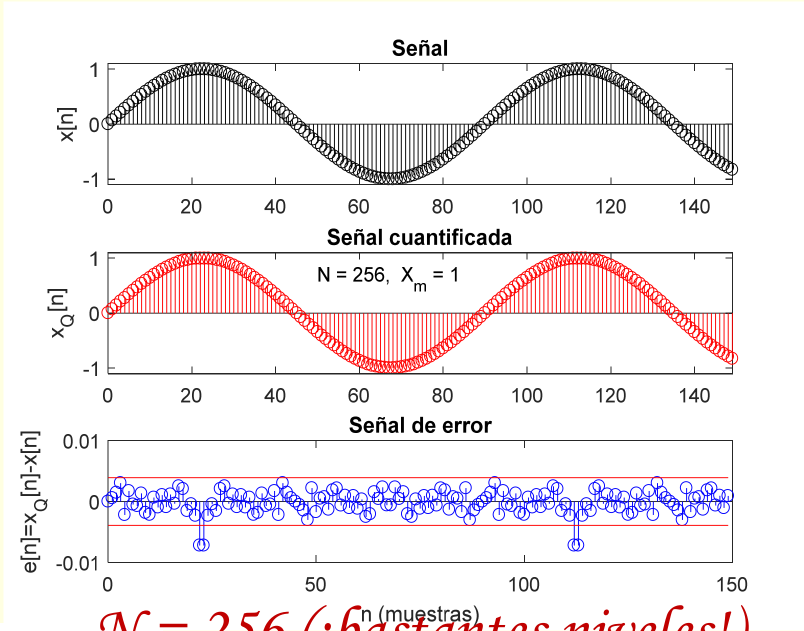
Ejemplos de cuantificación para varios valores de *N* (nº de niveles)



N = 8 (¡pocos niveles!)

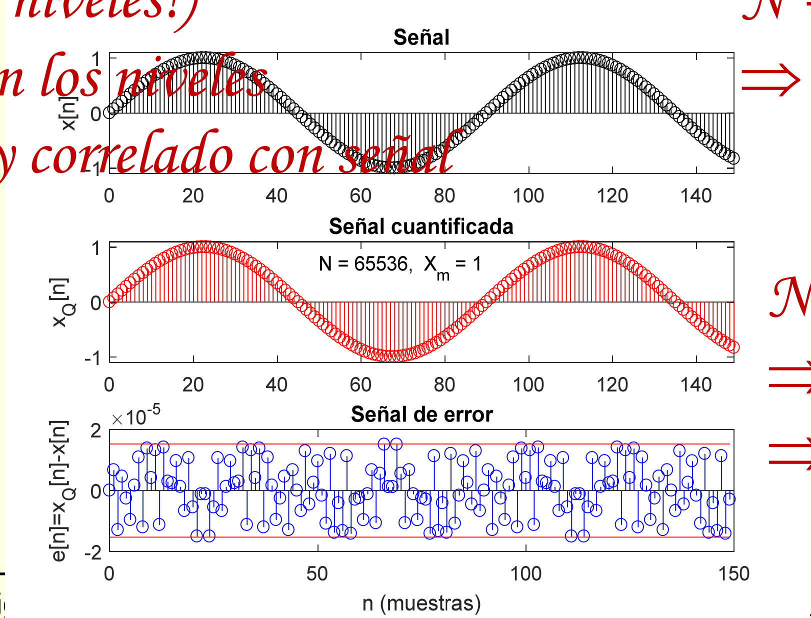
⇒ Se aprecian los niveles

⇒ Ruido muy correlado con señal



N = 256 (¡bastantes niveles!)

⇒ Ruido poco correlado con señal



N = 2^{16} (¡muchísimos niveles!)

⇒ Ruido incorrelado con señal

⇒ Ruido blanco o casi-blanco