

## Elementos Geométricos Fundamentales

## Representación

1. Dados los puntos  $A(10,30,50)$ ;  $B(-30,20,70)$ ;  $C(20,-50,70)$ ;  $D(-10,-20,-40)$  y  $E(20,30,-60)$ :
  - a. Representarlos y decir a qué cuadrante pertenecen.
  - b. Hallar el alejamiento y cota de cada uno de los puntos.
  - c. ¿Hay algún punto en el plano horizontal PH?
  - d. ¿Hay algún punto sobre la línea de tierra LT?
  - e. ¿Hay algún punto sobre los planos bisectores?
  - f. Hallar sus simétricos respecto al plano vertical de proyección (PV).
  - g. Hallar sus simétricos respecto al plano horizontal de proyección (PH).
2. Dados los puntos  $A(10,30,50)$  y  $B(-20,30,40)$ :
  - a. Hallar las proyecciones de la recta  $r$  que definen.
  - b. Hallar las trazas de dicha recta, y las partes vistas y ocultas de sus proyecciones.
  - c. Hallar las trazas del plano proyectante horizontal de la recta.
  - d. Hallar las trazas del plano proyectante vertical de la recta.
  - e. Hallar los puntos de intersección de la recta con los planos bisectores.
3. Dados los puntos  $A(10,30,50)$ ;  $B(20,-10,60)$ ;  $C(-20,-40,60)$  y  $D(30,40,z)$ , hallar la cota del punto  $D$  sabiendo que las rectas  $AB$  y  $CD$  se cortan.
4. Dada la recta  $r$  definida por los puntos  $A(10,40,20)$  y  $B(0,-20,60)$ , hallar el alejamiento del punto  $C(30,y,140)$ , sabiendo que pertenece a la recta  $r$ .
5. Dada la recta  $p$  de perfil definida por los puntos  $A(10,30,40)$  y  $B(10,-20,60)$ :
  - a. Hallar sus trazas.
  - b. Decir si el punto  $F(10,70,-20)$  pertenece o no a la recta.
  - c. Decir si la recta  $p$ , corta o no a la recta  $r$  del ejercicio 4.
6. Dados los puntos  $A(30,30,30)$ ,  $B(-10,-20,30)$ ,  $C(10,20,-50)$ :
  - a. Hallar las trazas del plano  $\alpha$  que definen.
  - b. Decir si el punto  $Q(20,-10,60)$  pertenece a dicho plano.
  - c. Hallar el alejamiento del punto  $P(30, y, 20)$  sabiendo que pertenece al plano.
  - d. Hallar las proyecciones de la recta horizontal  $h$ , que pasa por  $P$  y pertenece al plano.
  - e. Hallar las proyecciones de la recta frontal  $f$ , que pasa por  $P$  y pertenece al plano.
  - f. Hallar las proyecciones de la recta  $m$ , de máxima pendiente que pasa por  $P$  y pertenece al plano.
  - g. Hallar las proyecciones de la recta  $n$ , de máxima inclinación que pasa por  $P$  y pertenece al plano.
  - h. Hallar las trazas horizontales y verticales de las rectas anteriores.
  - i. Hallar los planos proyectantes de las rectas de máxima pendiente y máxima inclinación.

## PRÁCTICAS DE GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

## SISTEMA DIÉDRICO – EJERCICIOS DE INICIACIÓN\_02

Resolver a lápiz y con instrumentos de dibujo, remarcando las soluciones, en formato A4 o A3, considerando los valores de las coordenadas en mm.

## Relaciones Geométricas Fundamentales

## Intersección

1. Representar los siguientes planos:  $\alpha$  (50,40,10),  $\beta$  (80,70,20),  $\gamma$  (40,10,-50),  $\delta$  (80,-70,20) y  $\varepsilon$  (40,10,50).  
Hallar las rectas de intersección entre  $\alpha$  y el resto de los planos, representando sus trazas y sus partes vistas y ocultas.
2. Hallar el punto de intersección de la recta  $r$ , dada por los puntos  $A$  (90,20,20) y  $B$  (50,60,60) con el plano  $\alpha$  definido por la línea de máxima pendiente (l.m.p.) que pasa por los puntos  $H$  (-50,40,0) y  $V$  (30,0,70).  
Suponiendo que el plano es opaco, representar las partes vistas y ocultas de la recta.
3. Hallar el punto de intersección entre los siguientes grupos de planos definidos en el ejercicio 1:  
 $\alpha, \beta, \gamma$     $\alpha, \gamma, \delta$     $\beta, \gamma, \varepsilon$

## Relaciones Geométricas Fundamentales

## Paralelismo

1. Dados los puntos  $A$  (10,30,50);  $B$  (-30,20,70);  $C$  (20,-50,70);  $D$  (-10,-20,-40) y  $E$  (20,30,-60):
  - a. Hallar la recta  $r$ , que es paralela a la recta  $s$  ( $AB$ ) y pasa por el punto  $C$ .
  - b. Hallar la recta  $t$ , que es paralela a la recta  $u$  ( $CD$ ) y pasa por el punto  $E$ .
  - c. Hallar el plano  $\alpha$ , que es paralelo al plano  $\beta$  ( $ABC$ ) y contiene al punto  $E$ .
  - d. Hallar el plano  $\delta$ , que es paralelo a la recta  $s$  ( $AB$ ) y contiene a la recta  $u$  ( $CD$ ).
2. Por el punto de intersección con el primer plano bisector de la recta  $r$  definida por los puntos  $A$  (-70,0,60) y  $B$  (50,60,0), trazar la recta  $t$  paralela a la recta  $s$  definida por los puntos  $C$  (80,0,20) y  $D$  (80,20,0).
3. Dada la recta  $r$  definida por los puntos  $A$  (-30,0,-20) y  $B$  (10,50,10) trazar por el punto de esta recta de cota 20 mm, la recta  $t$ , paralela a la recta  $s$  definida por los puntos  $C$  (-60,0,0) y  $D$  (-40,-40,40).
4. Dado el plano  $\pi$  (-20,50,60), trazar por el punto  $A$  (10,30,50) un plano paralelo y una recta paralela al plano dado.
5. A partir de un plano cualquiera perpendicular al 2º bisector y paralelo al 1º bisector trazar por el punto  $A$  (10,30,50) un plano paralelo al mismo.
6. Dados los puntos  $A$  (10,30,50),  $B$  (-10,20,40),  $C$  (30,40,80) y  $D$  (0,-20,-10), hallar un plano  $\alpha$  que contenga a la recta  $AB$  y sea paralelo a la recta  $CD$ .
7. Hallar un plano  $\beta$  que pase por el punto  $O$  (0,0,0) y sea paralelo a las rectas  $AB$  y  $CD$  del ejercicio anterior.
8. Los puntos  $A$  (-60,20,10) y  $B$  (-60,-20,60) definen una recta.
  - a. Representar el plano  $\alpha$  que la contiene y es paralelo a la LT
  - b. Trazar un plano  $\beta$  que contenga al punto  $P$  (60,40,70) y sea paralelo al anterior.
  - c. Representar el plano  $\gamma$  definido por la recta  $AB$  y el punto  $C$  (20,10,-20).
  - d. Trazar un plano  $\delta$  paralelo a este último y que contenga al punto  $D$  (0,20,20).
9. Conocidas tres rectas cualesquiera, trazar por las dos primeras dos planos que se corten según una recta paralela a la tercera.

## PRÁCTICAS DE GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

## SISTEMA DIÉDRICO – EJERCICIOS DE INICIACIÓN\_02

Resolver a lápiz y con instrumentos de dibujo, remarcando las soluciones, en formato A4 o A3, considerando los valores de las coordenadas en mm.

10. Dados los puntos  $A(10,30,50)$ ,  $B(20,40,50)$  y  $C(-10,-20,-40)$ :

- Hallar un plano  $\alpha$  que pasando por  $C$  es paralelo a la recta  $AB$ .
- Hallar un plano  $\beta$  que pasa por  $C$  y es paralelo al plano  $\pi$  cuya l.m.p. es la recta  $AB$ .
- Hallar un plano  $\gamma$  que pasa por  $C$  y es paralelo al plano  $\omega$  cuya l.m.i. es la recta  $AB$ .

## Relaciones Geométricas Fundamentales

## Perpendicularidad y distancia

1. Dados los puntos  $A(10,30,50)$ ,  $B(-20,40,70)$  y  $C(20,30,80)$ , si  $A$  y  $B$  definen la l.m.p. de un plano  $\alpha$ :

- Hallar las trazas de dicho plano  $\alpha$ .
- Hallar la recta  $r$  de intersección de dicho plano con el 1º bisector.
- Hallar la recta  $s$  de intersección de dicho plano con el 2º bisector.
- Hallar el alejamiento del punto  $P(20,y,0)$  sabiendo que pertenece al plano  $\alpha$ .
- Hallar una l.m.i. cualquiera del plano  $\alpha$ .
- Trazar por  $P$  la recta  $q$ , perpendicular al plano  $\alpha$ .
- Trazar por  $C$  una recta paralela  $m$  y una recta perpendicular  $n$ , al plano  $\alpha$ .

2. Trazar por el punto  $A(10,30,50)$ :

- Una recta  $r$  perpendicular al 1º bisector.
- Una recta  $s$  perpendicular al 2º bisector.
- Una recta  $p$  perpendicular al PH.
- Una recta  $q$  perpendicular al PV.

3. Dados los puntos  $A(10,30,50)$ ,  $B(-20,40,70)$  y  $C(20,30,80)$ , se pide:

- Hallar las trazas del plano  $\alpha$  que definen.
- Trazar por el punto  $P(20,60,-10)$  una recta  $q$  perpendicular a dicho plano.

4. Dados los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  del ejercicio anterior, trazar por un punto  $C$  un plano  $\pi$  perpendicular a la recta  $AB$ .

5. Dados los puntos  $A(10,30,50)$ ,  $B(-10,20,80)$  y  $C(0,10,20)$ :

- Determinar y acotar en mm, la distancia entre  $A$  y  $B$ , entre  $B$  y  $C$ , y entre  $A$  y  $C$ .
- Determinar y acotar en mm, la distancia del punto  $C$  a la recta  $AB$ .
- Si la recta  $AB$  es l.m.p. de un plano  $\alpha$ , determinar y acotar la distancia del punto  $C$  a dicho plano.

6. Dados los puntos  $A(-70,70,70)$  y  $B(0,50,20)$  y la recta  $r$ , definida por los puntos  $M(-90,10,0)$  y  $N(70,60,40)$ , hallar un punto  $P$  de la recta  $r$  tal que la suma de distancias  $AB+BP$  sea mínima.

7. Dado el plano  $\alpha(-30,40,50)$  trazar por el punto  $A(50,30,20)$  un plano  $\beta$  paralelo al mismo y hallar la distancia entre ambos, acotándola en mm.

8. Dado el plano  $\omega$  definido por los puntos  $O(0,0,0)$ ,  $B(30,30,0)$  y  $C(30,0,30)$ , y dada la recta  $r$  paralela a  $\omega$ , definida por los puntos  $D(0,30,30)$  y  $E(-30,50,z)$ , determinar:

- La cota del punto  $E$ .
- La Distancia entre el plano  $\omega$  y la recta  $r$ .

## Relaciones Geométricas Fundamentales

## Abatimientos y proyecciones de figuras planas

1. Dado el plano  $\alpha(-30,40,60)$  y el punto  $A(x,20,40)$  que pertenece a dicho plano:
  - a. Abatir dicho plano, tomando como charnela la traza horizontal.
  - b. Abatir dicho plano, tomando como charnela la traza vertical.
  - c. El punto  $O$  es el ortocentro de un triángulo equilátero de 80 mm de lado. Hallar sus proyecciones, sabiendo que uno de sus vértices pertenece al plano horizontal de proyección y que el triángulo está lo más alto posible.
2. Hallar las proyecciones de una circunferencia que pasa por los puntos  $A(80,60,30)$ ,  $B(40,30,10)$  y  $C(10,30,40)$  y determinar:
  - a. El punto de mayor cota, y el de menor cota.
  - b. El punto de mayor alejamiento, y el de menor alejamiento.
  - c. El punto que está más a la izquierda, y el que está más a la derecha.
3. Hallar las proyecciones de un cuadrado de 60 mm de lado, sabiendo que está contenido en un plano proyectante horizontal cuya traza horizontal forma  $45^\circ$  con la LT y uno de los vértices está en el plano horizontal y tiene un alejamiento de 40 mm. El cuadrado estará lo más alto posible.
4. Hallar las proyecciones de un pentágono regular. Los puntos  $A(-30,20,40)$  y  $B(20,30,10)$  son dos vértices consecutivos. El vértice  $D$  tiene 50 mm de cota. Todo el polígono está en el primer cuadrante.
5. Hallar las proyecciones del eje radical e de dos circunferencias de centros  $P(x,30,40)$  y  $Q(-20,30,z)$ , y de radios 40 y 60 mm respectivamente. Ambas circunferencias están en el plano  $\alpha(-40,60,50)$ .
6. Un plano paralelo a la línea de tierra tiene las trazas horizontal y vertical que distan respectivamente 60 y 90 cm de ella. Hallar en dicho plano las proyecciones de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio 40 mm y cuyo centro tiene 30 mm de cota. El hexágono tiene un vértice lo más bajo posible.
7. Dados los puntos  $A(-50,30,40)$ ,  $D(30,90,110)$  y  $E(0,50,70)$ , hallar las proyecciones de un triángulo equilátero sabiendo que  $A$  es un vértice y que uno de sus lados está apoyado en la recta definida por los puntos  $D$  y  $E$ .
8. Dados los puntos  $A(-50,30,40)$  y  $B(30,90,110)$ , y el plano  $\alpha(-60,10,60)$ , dibujar un hexágono regular, sabiendo que  $AB$  es un lado, y que su centro se encuentra en el plano dado a la mayor cota posible.