

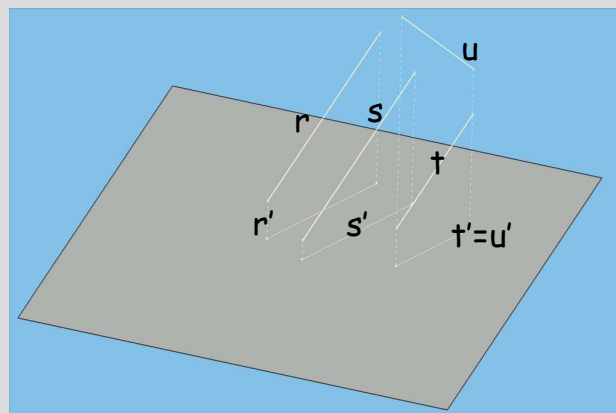
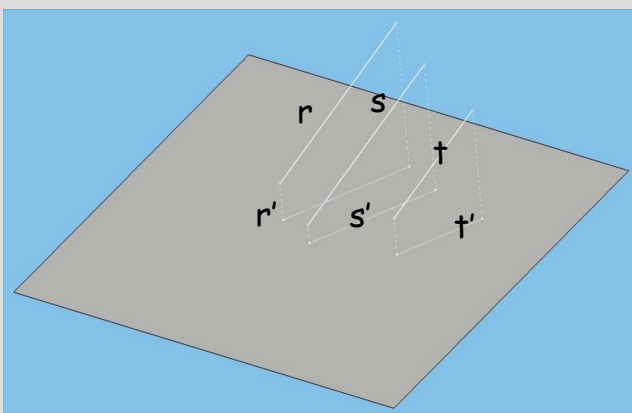
Tema 06: Paralelismo y perpendicularidad.

1. Paralelismo
 - A. Rectas paralelas
 - B. Planos paralelos
 - C. Paralelismo entre rectas y planos
2. Perpendicularidad
 - A. Rectas perpendiculares a un plano
 - B. Planos perpendiculares a una recta
 - C. Rectas perpendiculares
 - D. Planos perpendiculares
 - E. Procedimientos en función de la posición de los elementos

1. Paralelismo – A. Rectas paralelas

Dos rectas paralelas cumplen la siguiente condición:

La proyección cilíndrica de dos rectas paralelas sobre un plano da lugar a dos rectas que son también paralelas.



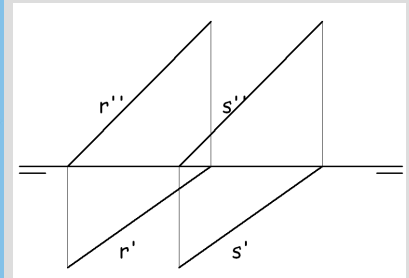
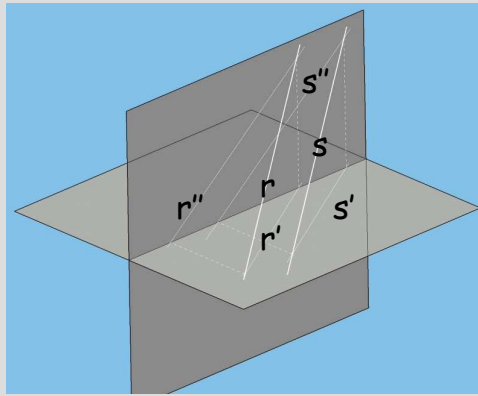
Pero dos proyecciones paralelas no siempre corresponden a dos rectas paralelas.

1. Paralelismo – A. Rectas paralelas

En el sistema diédrico la **condición de paralelismo entre rectas** establece que:

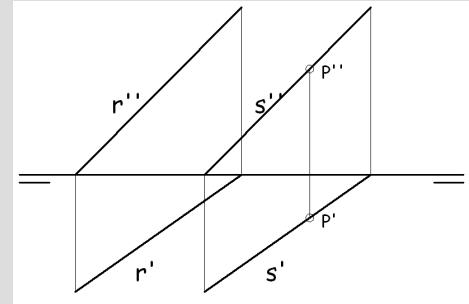
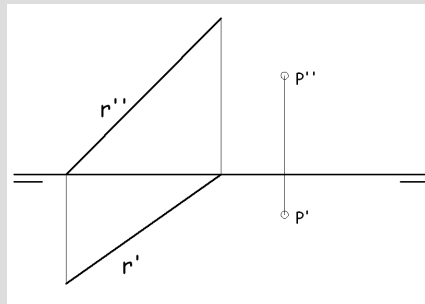
Las proyecciones de dos rectas paralelas son también paralelas.

Tanto la proyección horizontal como la vertical.



$$r \parallel s \rightarrow r' \parallel s' \text{ y } r'' \parallel s''$$

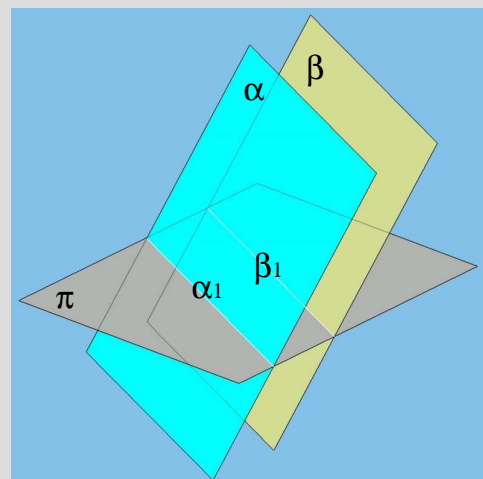
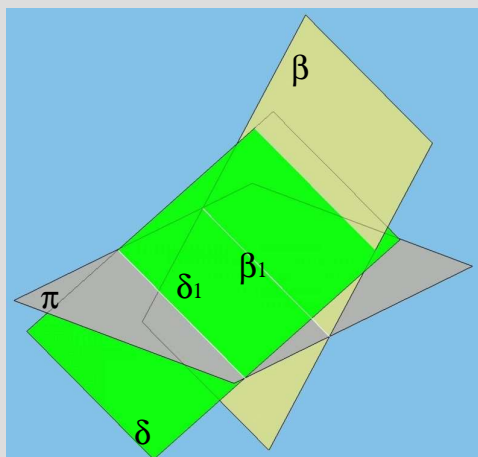
Para hallar una recta paralela a otra por un punto no hay más que trazar sendas paralelas a sus proyecciones horizontal y vertical por el punto.



1. Paralelismo – B. Planos paralelos

De forma similar, **dos planos paralelos que intersecan a un tercero** dan lugar a **dos líneas de intersección (trazas) paralelas**.

$$\alpha \parallel \beta \rightarrow \alpha_1 \parallel \beta_1$$



Pero dos líneas de intersección (trazas) paralelas **no necesariamente** corresponden a dos planos paralelos.

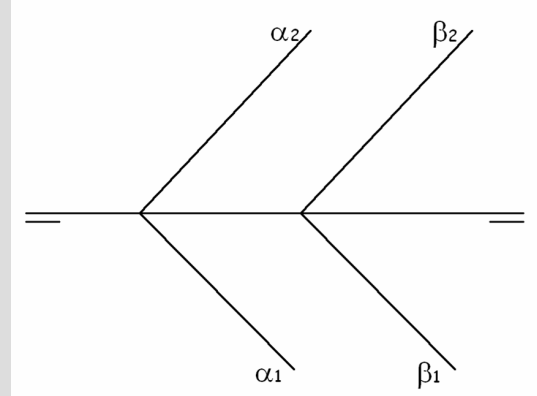
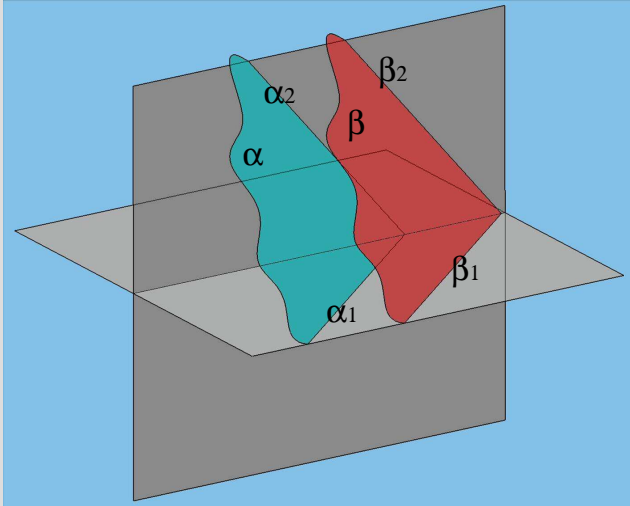
$$\alpha_1 \parallel \beta_1 \nrightarrow \alpha \parallel \beta$$

1. Paralelismo – B. Planos paralelos

En el sistema diédrico la **condición de paralelismo entre planos** establece que:

Las trazas de dos planos paralelos son también paralelas.

Tanto la traza horizontal como la vertical.

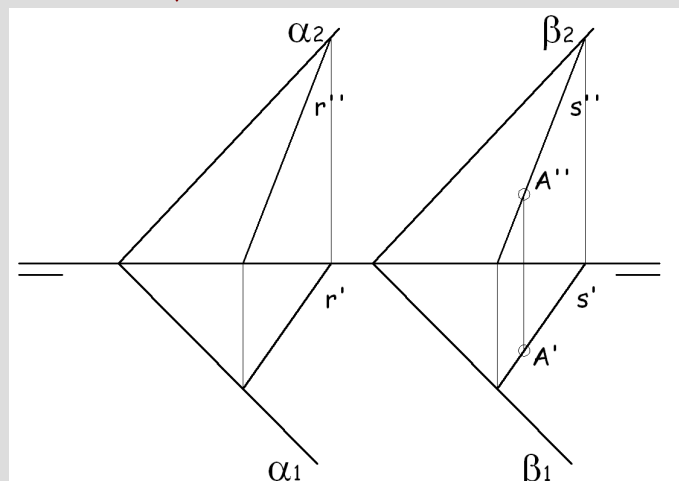
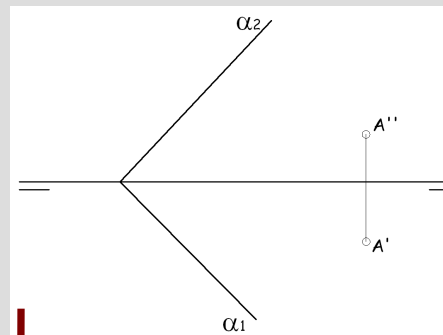


$$\alpha \parallel \beta \rightarrow \alpha_1 \parallel \beta_1 \text{ y } \alpha_2 \parallel \beta_2$$

1. Paralelismo – B. Planos paralelos

Dado un plano α hallar un plano β paralelo a α que pase por un punto A ->

se toma cualquier recta r que pertenezca a α y se dibuja su paralela (s) por A. Por las trazas H' y V'' de s se dibujan las trazas β_1 y β_2 paralelas a α_1 y α_2 respectivamente.

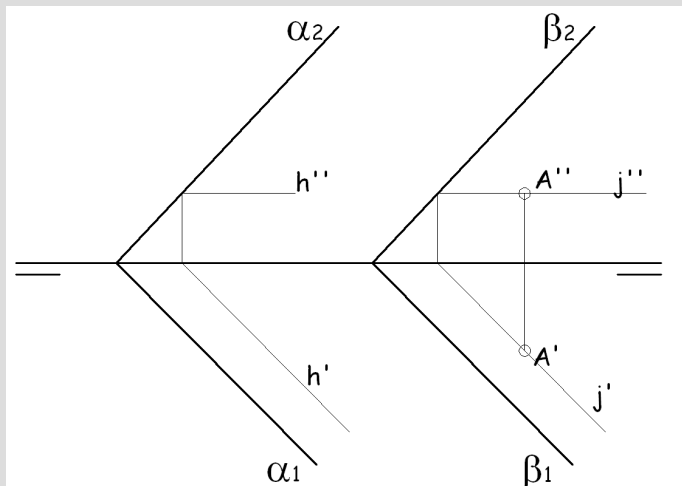
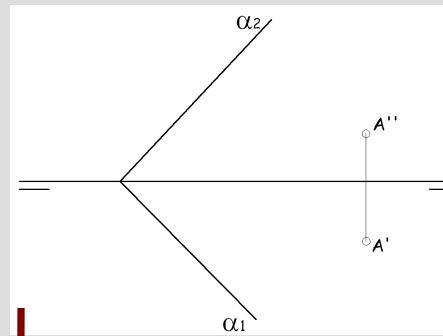


- $r \subset \alpha$
- $s \parallel r$; $A \in s$
- $H'_s: \beta_1 \parallel \alpha_1$
- $V''_s: \beta_2 \parallel \alpha_2$

1. Paralelismo – B. Planos paralelos

Dado un plano α hallar un plano β paralelo a α que pase por un punto A ->

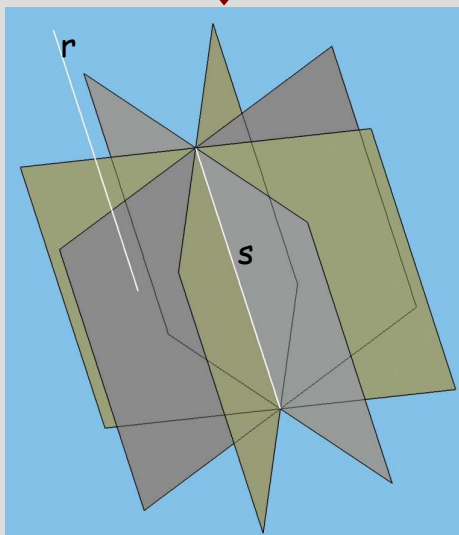
se puede seguir el mismo procedimiento utilizando una recta horizontal.



1. Paralelismo – C. Paralelismo entre rectas y planos

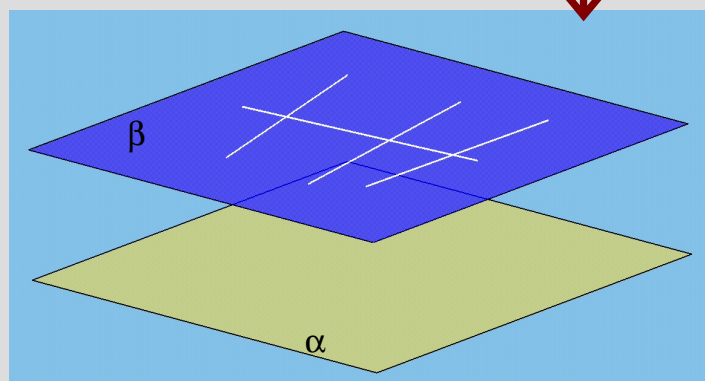
Plano paralelo a una recta:

Un plano es paralelo a una recta si contiene alguna recta paralela a ella.



Recta paralela a un plano:

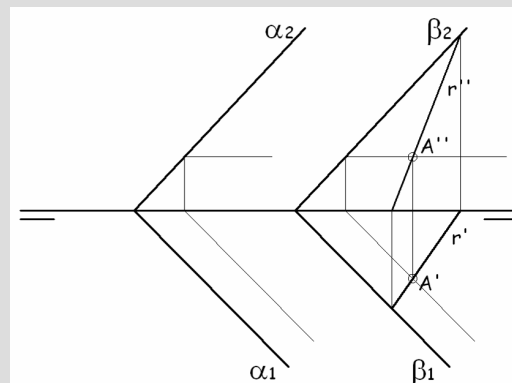
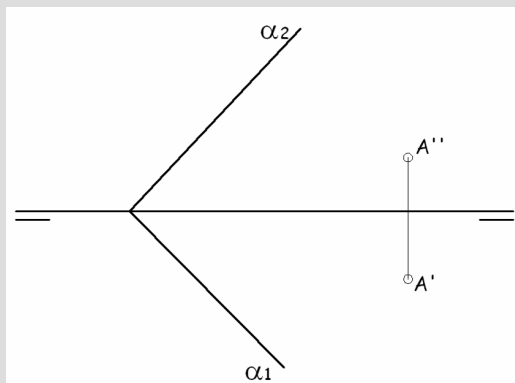
Una recta es paralela a un plano si está contenida en un plano paralelo al plano dado



En los dos casos el problema tiene infinitas soluciones.

1. Paralelismo – C. Paralelismo entre rectas y planos

Trazar por un punto una recta paralela a un plano (infinitas soluciones)



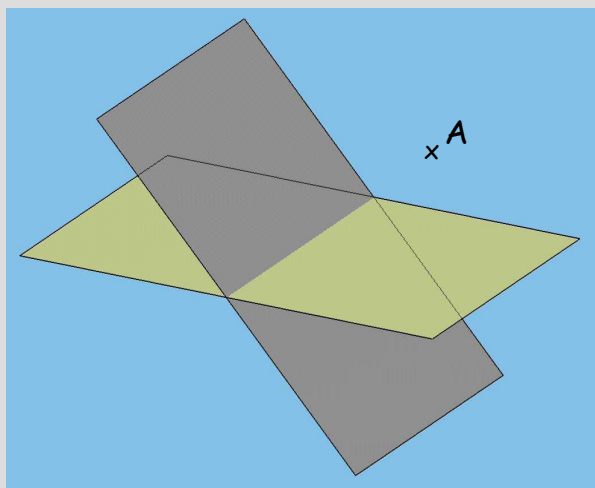
$$r \parallel \alpha \rightarrow r \subset \beta$$

$$\alpha \parallel \beta$$

(Plano paralelo a una recta que pase por un punto: caso similar)

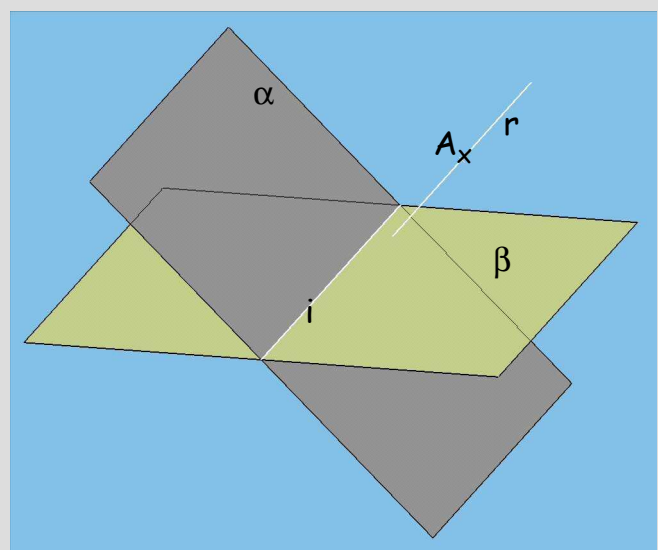
1. Paralelismo – C. Paralelismo entre rectas y planos

Recta paralela a dos planos por un punto



La recta buscada será **paralela a la recta de intersección** entre los planos

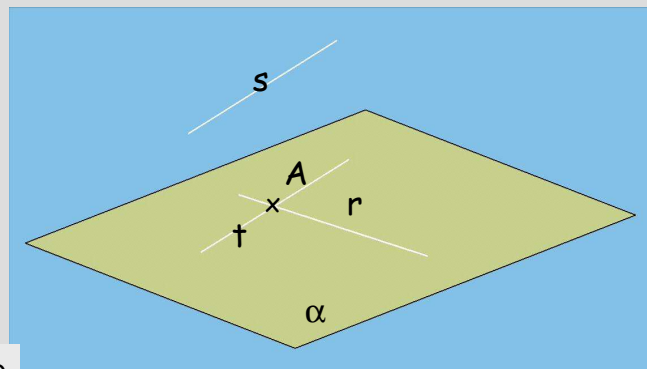
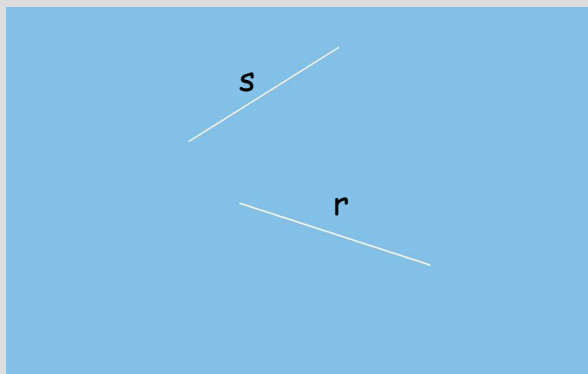
$$r \parallel \alpha, \beta \rightarrow r \parallel i ; i = \alpha \cap \beta$$



1. Paralelismo – C. Paralelismo entre rectas y planos

Plano paralelo a una recta por otra recta dada

Por ejemplo, $\alpha \parallel s$ por r



Por un **punto cualquiera** de r (A) se traza una **recta $t \parallel s$** . Las rectas r y t definen el **plano α** .

1. Paralelismo – Repaso

Rectas paralelas:

Dos rectas son paralelas si sus **proyecciones horizontal y vertical son también paralelas**.

Planos paralelos:

Dos planos son paralelos si sus **trazas horizontal y vertical son también paralelas**.

Plano paralelo a recta:

Un plano es paralelo a una recta si **contiene alguna recta paralela** a ella.

Recta paralela a un plano:

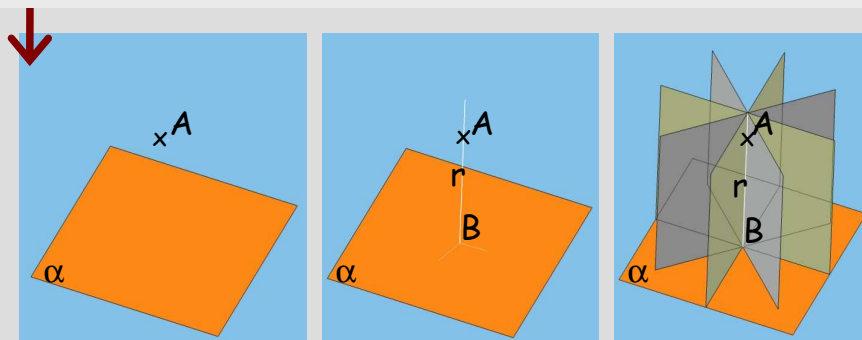
Una recta es paralela a un plano si **está contenida en un plano paralelo** al plano dado.

1. Paralelismo – Repaso

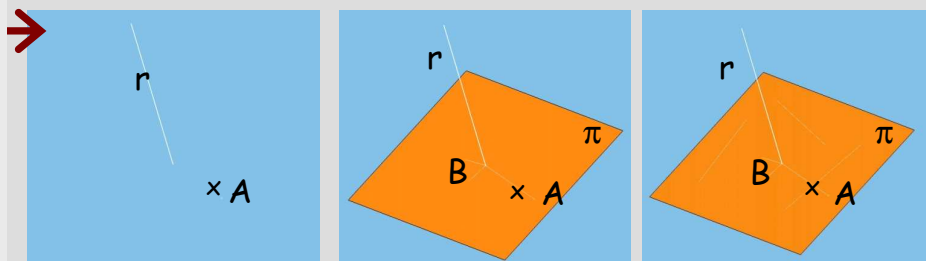
buscamos		
\parallel	r	α
s	$r' \parallel s'$	$\infty \alpha$
	$r'' \parallel s''$	$r \subset \alpha ; r \parallel s$
β	∞r	$\alpha_1 \parallel \beta_1$
	$r \subset \alpha ; \alpha \parallel \beta$	$\alpha_2 \parallel \beta_2$

2. Perpendicularidad - Concepto

De un punto A cualquiera es posible trazar una recta perpendicular a un plano e infinitos planos perpendiculares.

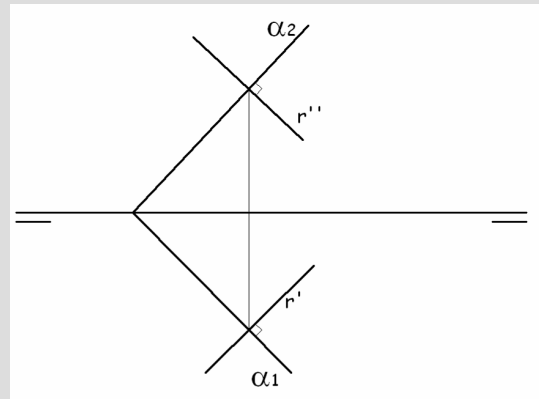
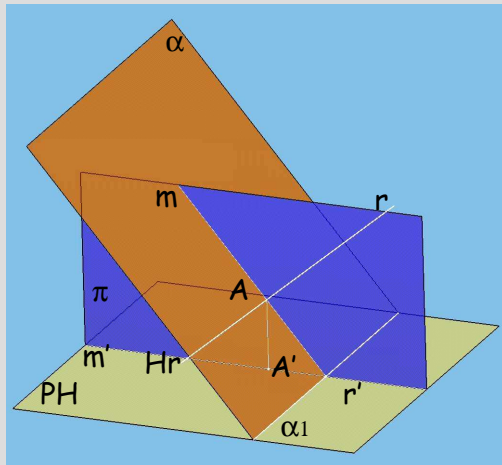


De un punto A cualquiera es posible trazar un plano perpendicular a una recta r. Cualquier recta que pertenezca a ese plano y corte a r será también perpendicular a r.



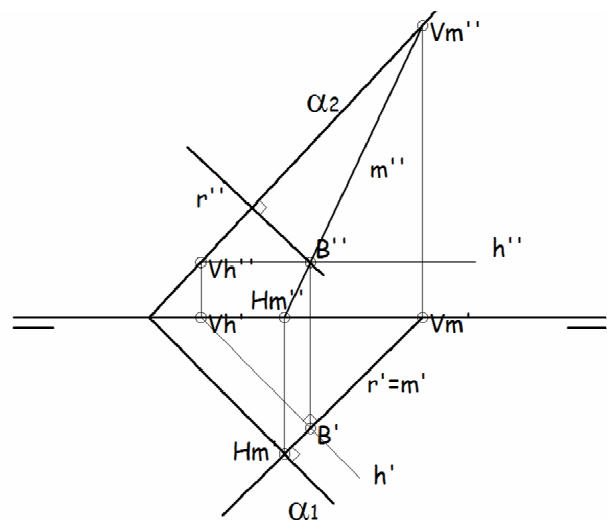
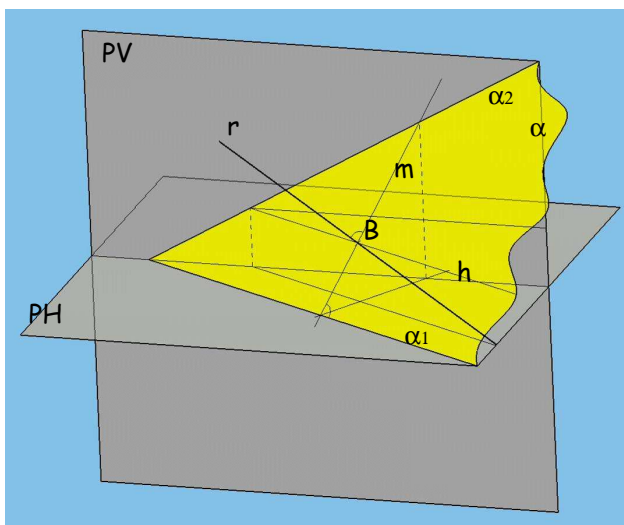
2. Perpendicularidad – A. Rectas perpendiculares a un plano

Si una recta r es perpendicular a un plano α , la proyección **de la recta r' sobre un plano (PH)** será **perpendicular a la recta de intersección entre α y PH (traza α_1)** (y lo mismo para el PV).



Una recta perpendicular a un plano tiene sus **proyecciones perpendiculares a las trazas** del plano.

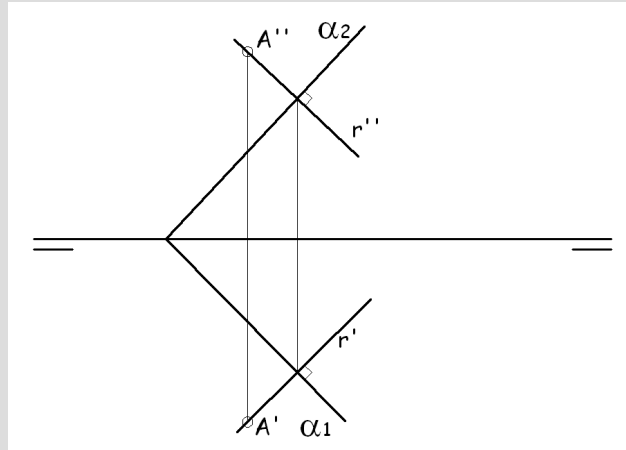
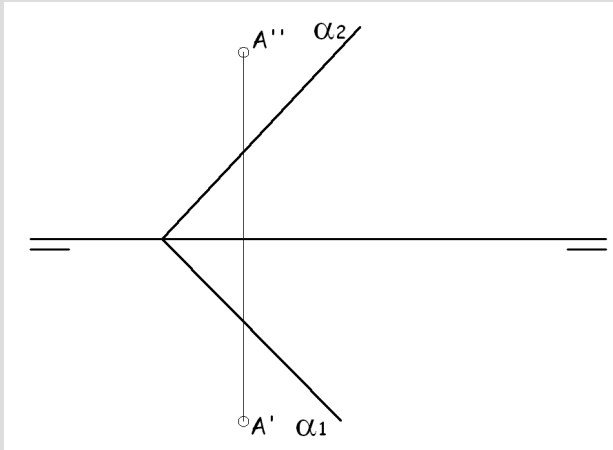
2. Perpendicularidad – A. Rectas perpendiculares a un plano



2. Perpendicularidad – A. Rectas perpendiculares a un plano

Recta perpendicular a un plano por un punto:

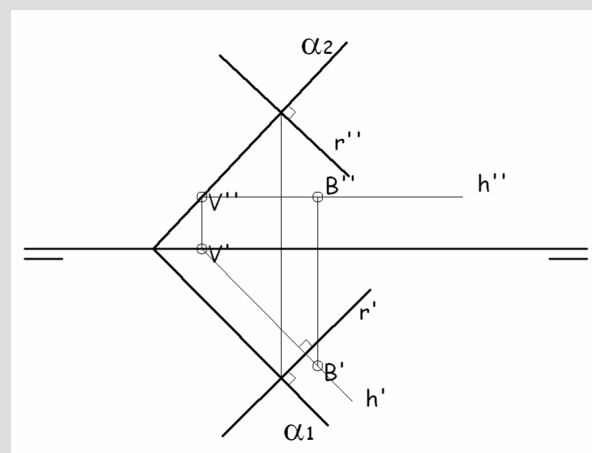
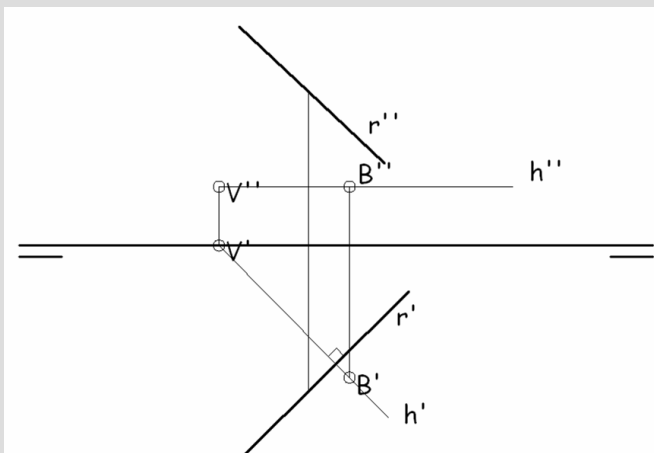
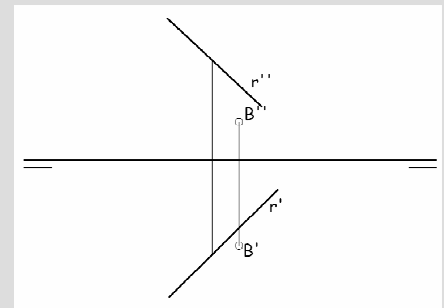
Para trazar una recta perpendicular a un plano por un punto basta con trazar desde el punto sendas líneas perpendiculares a las trazas que representan las proyecciones de la recta.



2. Perpendicularidad – B. Planos perpendiculares a una recta

Plano perpendicular a una recta por un punto:

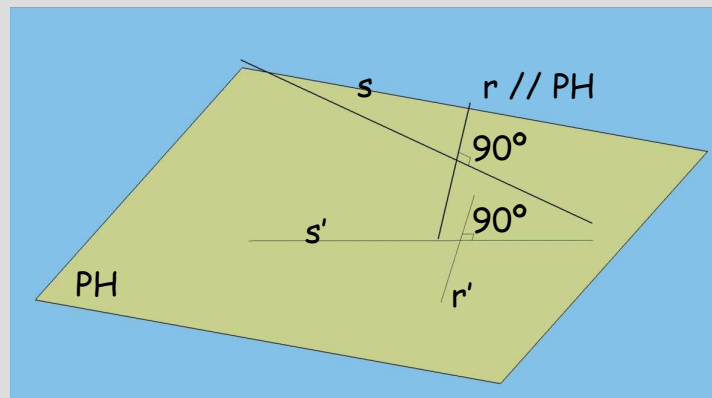
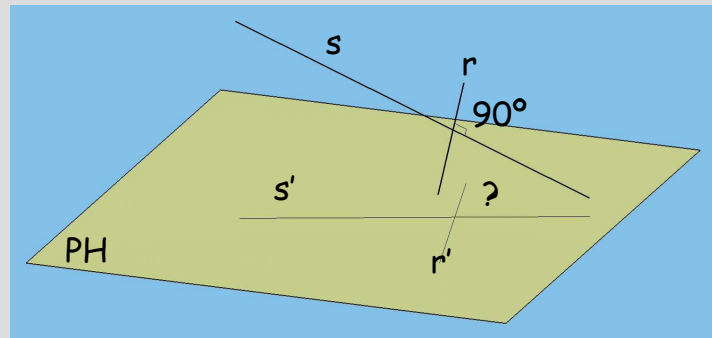
El procedimiento es similar. Se debe emplear una recta horizontal o frontal para hallar las trazas del plano.



2. Perpendicularidad – C. Rectas perpendiculares

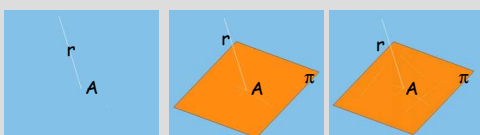
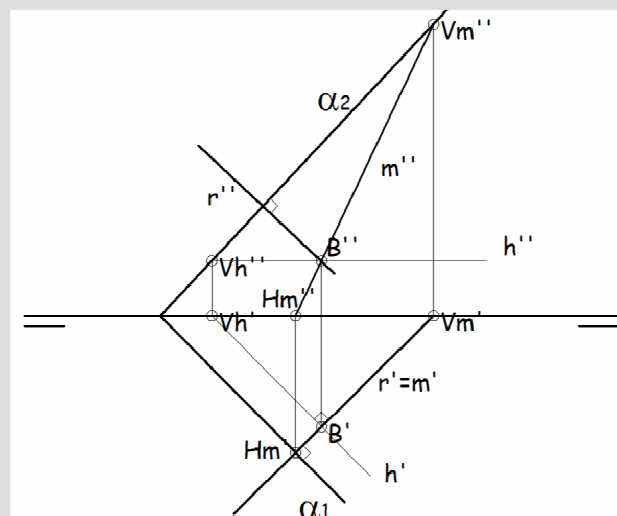
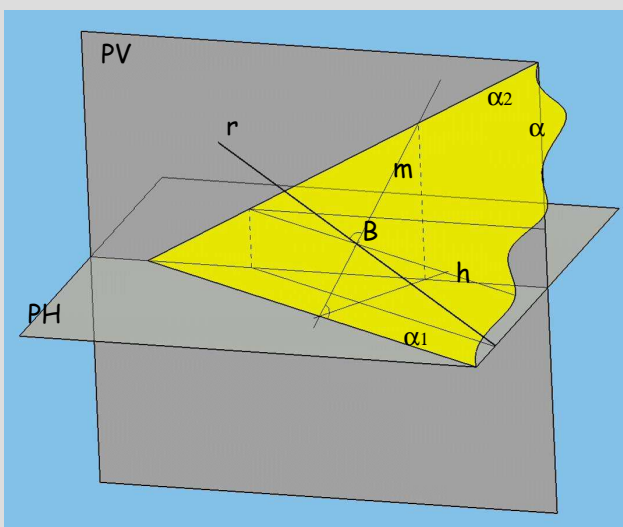
Rectas perpendiculares:

La proyección de dos rectas perpendiculares **no tiene por que** resultar en rectas perpendiculares. Sólo si una de ellas es paralela al plano de proyección serán paralelas las proyecciones.



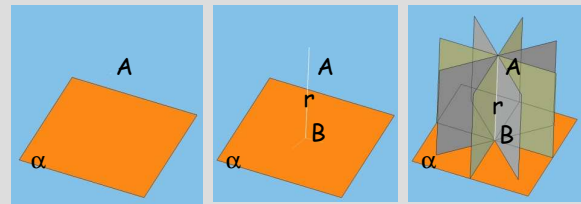
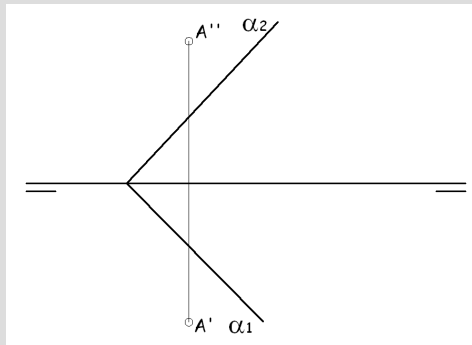
2. Perpendicularidad – C. Rectas perpendiculares

Cualquier recta que pertenezca a una plano α perpendicular a la recta r dada y la corte será perpendicular, aunque sus proyecciones no lo sean.

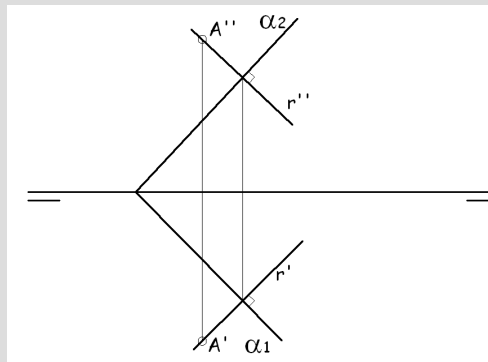


2. Perpendicularidad – D. Planos perpendiculares

De forma similar, cualquier plano que contenga a una recta perpendicular a otro plano será perpendicular a éste.



Cualquier plano que contenga a r será perpendicular a α **aunque sus trazas no lo sean.**



2. Perpendicularidad – Repaso

Recta perpendicular a un plano:

Una recta perpendicular a un plano tiene sus **proyecciones perpendiculares a las trazas** del plano.

Plano perpendicular a una recta:

Un plano perpendicular a una recta tiene sus **trazas perpendiculares a las proyecciones de la recta.**

Rectas perpendiculares:

Cualquier recta que **pertenezca a un plano perpendicular** a la recta dada y la corte será perpendicular a ésta (aunque sus proyecciones no lo sean).

Planos perpendiculares:

Cualquier plano que **contenga una recta perpendicular** a un plano dado será perpendicular a éste (aunque sus trazas no sean perpendiculares).

buscamos

a

\perp	r	α
s	∞r $r \subset \alpha ; \alpha \perp s$	$\alpha_1 \perp s'$ $\alpha_2 \perp s''$
β	$r' \perp \beta_1$ $r'' \perp \beta_2$	$\infty \alpha$ $s \subset \alpha ; s \perp \beta$