Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Asignatura: 242206 Matemáticas II
Departamento: Estadística, informática y matemáticas
Examen: Evaluación continua, parte A
Fecha: 3 de abril de 2019
Indicaciones para resolverlo

Primer apellido: ....
Segundo apellido: ....
Nombre: ....
DNI: ....
Grupo 3

A tener en cuenta

- Esta parte corresponde a ecuaciones diferenciales, entrégala por separado de la parte de los temas 1 y 2.
- **Criterios de puntuación:** *para alcanzar la máxima puntuación en un problema, éste debe estar, en su totalidad, correctamente planteado, explicado y resuelto. Se valorará positivamente el orden y la claridad en las respuestas.*
- *Para agilizar la tarea de corrección, empezad cada problema en una hoja nueva y entregad los problemas en el mismo orden que están enunciados (independientemente del orden en que los hayáis resuelto).*
- *La primera hoja que entreguéis debe ser esta carátula completamente rellenada.*
- *Para evitar extravíos, rellenad la cabecera completa de todas las hojas que entreguéis.*
- *No entreguéis nada escrito con lápiz ni con color rojo.*
- log *representa el logaritmo neperiano.*
- *No está permitido el uso de teléfono móvil ni de ningún dispositivo de comunicación.*
- *No está permitido el uso de calculadoras.*

5. (1 *punto*) Resuelve la ecuación diferencial

$$2\cos(ty(t)) - 2ty(t)\operatorname{sen}(ty(t)) - 2t^2\operatorname{sen}(ty(t))y'(t) = 0.$$

Solución: Llamamos

$$\begin{aligned} M(t,y) &:= 2\cos(ty) - 2ty\operatorname{sen}(ty), \\ N(t,y) &:= -2t^2\operatorname{sen}(ty)\,. \end{aligned}$$

Tenemos que $M_y - N_t = 0$, así que la ecuación es diferencial exacta, por lo que existe una función potencial $u(t,y)$ tal que $u_t = M$ y $u_y = N$. Imponiendo en primer lugar $u_y = N$ se llega a $u = 2t\cos(ty) + g(t)$ con g una función que depende solamente de t. Ahora, podemos llegar a u_t de dos maneras y el resultado deberá coincidir.

$$\begin{aligned} u_t &= 2\cos(ty) - 2ty\operatorname{sen}(ty) + g'(t) \\ u_t &= M \end{aligned}$$

de donde se deduce que $g'(t) = 0$ y como g podemos tomar cualquier constante. Así, $u = 2t\cos(ty)$ es una función potencial y la solución de la ecuación diferencial es

$$2t\cos(ty) = C\,, \quad C \in \mathbb{R}\,.$$

6. (2 *puntos*) Resuelve la ecuación diferencial

$$y''(t) - y'(t) = (3t^2 + 6t)e^t.$$

Ayuda:

$$\int (at^3 + bt^2 + ct)e^t = \Big(a(t^3 - 3t^2 + 6t - 6) + b(t^2 - 2t + 2) + c(t-1)\Big)e^t.$$

Solución: Tenemos una ecuación diferencial de orden 2, lineal, de coeficientes constantes y no homogénea. Calculamos dos soluciones independientes de la ecuación homogénea asociada, resolviendo $r^2 - r = 0$; de aquí sacamos $y_{1h} = 1$ e $y_{2h} = e^t$. Vamos a calcular ahora una solución particular, usaremos el método de variación de los parámetros, que nos proporcionará una solución de la forma $y_p = u_1(t)y_{1h} + u_2(t)y_{2h}$. Tenemos que $W(t) = e^t$ y con ello

$$\begin{aligned} u_1' &= -(3t^2 + 6t)e^t \text{ usamos la pista} & u_1 &= -3t^2e^t \\ u_2' &= 3t^2 + 6t, & u_2 &= t^3 + 3t^2 \end{aligned}$$

Con esto tenemos que una solución particular es $y_p = t^3e^t$ y la solución de la ecuación diferencial es

$$y(t) = t^3e^t + C_1 + C_2e^t \quad C_1, C_2 \in \mathbb{R}\,.$$