



Apellidos:

Nombre: DNI:

Titulación: Grupo:

-
- ✓ **Criterios de puntuación:** para alcanzar la máxima puntuación en un problema, éste debe estar, en su totalidad, correctamente planteado, explicado y resuelto. Se valorará positivamente el orden y la claridad en las respuestas.
 - ✓ **Calculadora:** no está permitido el uso de calculadora de ningún tipo.
 - ✓ **Tiempo:** a partir de la entrega del enunciado tenéis 3 horas para resolver el examen.
 - ✓ **log** representa el logaritmo neperiano.
-

1. (1.5 puntos) Dada la función

$$f(x, y) = \log \left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 - 16} \right).$$

- a) (0.5 puntos) Calcula y dibuja su dominio.
- b) (1 punto) Calcula y dibuja, si es posible, las curvas de nivel correspondientes a los niveles $c = -1$ y $c = 1$.

2. (3 puntos)

a) (1.5 puntos)

Estudia si la función

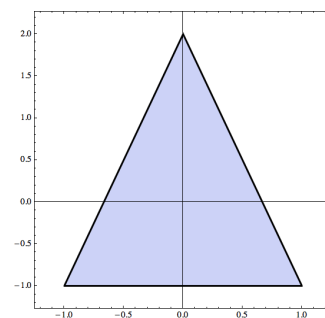
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

y el recinto

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq 2 - 3x, y \leq 2 + 3x, y \geq -1\},$$

verifican las condiciones del Teorema de Weierstrass.

En caso afirmativo, halla los extremos absolutos de la función f en el recinto D .



b) (1.5 puntos)

Estudia si la función

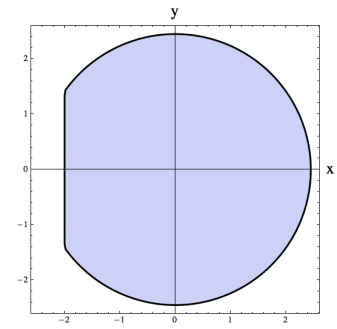
$$f(x, y) = x^2 + 2x + y^2,$$

y el recinto

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 6, x \geq -2\},$$

verifican las condiciones del Teorema de Weierstrass.

En caso afirmativo, halla los extremos absolutos de la función f en el recinto D .



3. (1.5 puntos) Dado el campo vectorial

$$\mathbf{F}(x, y) = (3x^2 y + 2y^5) \mathbf{i} + (x^3 + 10xy^4 + 2ye^{y^2}) \mathbf{j},$$

calcula la integral

$$\int_{\Gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

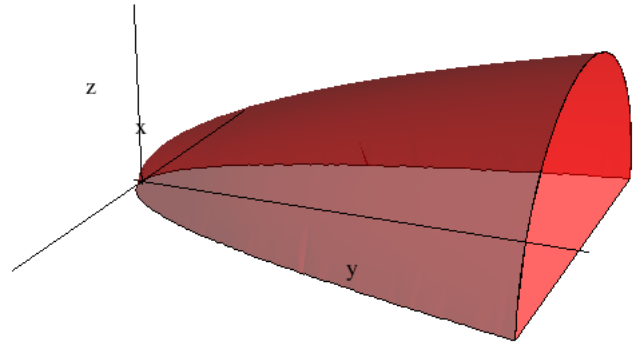
donde Γ es cualquier curva suave a trozos que vaya desde el punto $(1, 0)$ hasta el punto $(0, -1/3)$.

4. (2.5 puntos)

Sea Q el recinto limitado por el paraboloide $y = 2x^2 + z^2$, el plano $y = 2$ y el plano $z = 0$.

Halla

$$\iiint_Q z \, dx \, dy \, dz$$



5. (1.5 puntos) Sea $y(t)$ la solución del problema de valor inicial

$$\begin{cases} 1 + t^2 y(t)^2 + 2t^2 y'(t) = 0, & t \geq 1, \\ y(1) = 3. \end{cases}$$

Halla el valor de $y(e)$.

Pista: Puedes utilizar el cambio de variable $u(t) = t y(t)$.