Asignatura: Matemáticas II
Departamento: Ingeniería Matemática e Informática
Examen A: parcial correspondiente a los temas 1, 2 (y 3)

Fecha: 3 de abril de 2019 **A**

Apellidos: ....

Nombre: .... DNI: ....

Titulación: .... Grupo: ....

- ✓ **Criterios de puntuación:** *para alcanzar la máxima puntuación en un problema, éste debe estar, en su totalidad, correctamente planteado, explicado y resuelto. Se valorará positivamente el orden y la claridad en las respuestas.*
- ✓ **Calculadora:** *no está permitido el uso de calculadora de ningún tipo.*
- ✓ **Tiempo:** *a partir de la entrega del enunciado tenéis 2 horas para resolver el examen.*
- ✓ **log** *representa el logaritmo neperiano.*

---

1. (*1.5 puntos*) Dada la función

$$f(x,y) = \log\left(\frac{(x-1)^2 + y^2 - 9}{-x^2 - y^2 + 1}\right),$$

   a) **Determina** y **representa** el dominio de f.

   b) **Describe** y **dibuja**, si es posible, las curvas de nivel c para $c = 0$ y $c = \log 2$.

   Nota: En las gráficas incluye la numeración de los ejes coordenados. Al dibujar las curvas de nivel, basta hacer una representación aproximada, razonando la respuesta.

2. (*1.5 puntos*) **Estudia** la continuidad en $\mathbb{R}^2$ de la función

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\log\left(1+x^2|y|\right)}{\sqrt{x^2+y^2}}, & \text{si } (x,y)\neq(0,0)\,,\\[2ex] 0, & \text{si } (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

3. (*1.5 puntos*) Dada la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x+y}{x^2+y^2}, & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

a) Dado el punto $\boldsymbol{z} = (1,1)$:

- **Calcula** la derivada direccional de f en el punto $\boldsymbol{z}$ en cualquier dirección dada por el vector unitario $\boldsymbol{v} = (v_1, v_2)$.
- **Calcula** la derivada direccional de f en el punto $\boldsymbol{z}$ en la dirección $\boldsymbol{v} = (1,2)$.
- **Halla** las derivadas parciales de f en el punto $\boldsymbol{z}$.
- **Estudia** la diferenciabilidad de f en el punto $\boldsymbol{z}$.

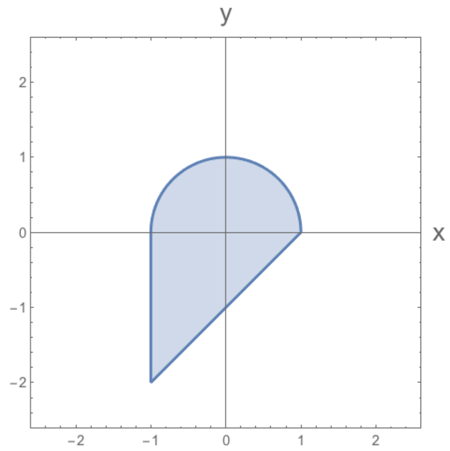
b) **Repite** el apartado anterior con el punto $\boldsymbol{z} = (0,0)$.

4. (*2.5 puntos*) **Calcula** los extremos absolutos de la función

$$f(x,y) = x^2 - xy + y^2$$

en el recinto D (véase la figura) limitado por:

- la curva $x^2 + y^2 = 1$,
- $x = -1$,
- $y = x - 1$.



Determina el intervalo $[a, b]$, con $b - a$ lo menor posible, tal que $\operatorname{Img} f \subseteq [a, b]$. **Justifica** la respuesta.