upna
Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Asignatura: Matemáticas II
Departamento: Ingeniería Matemática e Informática
Examen B: parcial correspondiente a los temas 3 y 4
Fecha: 10 de mayo de 2017

Apellidos: ....
Nombre: .... DNI: ....
Titulación: .... Grupo: ....

✓ **Criterios de puntuación:** *para alcanzar la máxima puntuación en un problema, éste debe estar, en su totalidad, correctamente planteado, explicado y resuelto. Se valorará positivamente el orden y la claridad en las respuestas.*

✓ **Calculadora:** *no está permitido el uso de calculadora de ningœn tipo.*

✓ **Tiempo:** *a partir de la entrega del enunciado tenéis 1.5 horas para resolver el examen.*

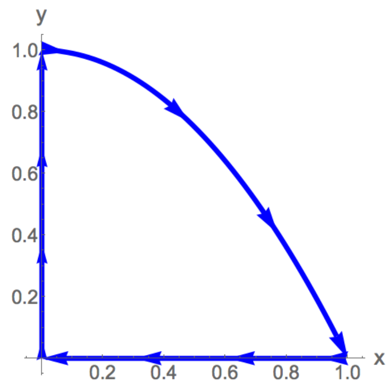
✓ **log** *representa el logaritmo neperiano.*

---

1. (*2.5 puntos*)

Consideremos la curva cerrada Γ que va

- desde el punto $(0,0)$, a lo largo del eje y, hasta el punto $(0,1)$,
- desde el punto $(0,1)$, a lo largo de la curva $y = 1 - x^2$, hasta el punto $(1,0)$, y
- desde el punto $(1,0)$, a lo largo del eje x, hasta el punto $(0,0)$.



Dado el campo vectorial $\boldsymbol{F} = x\,y\,\mathbf{i} + (x-y)\,\mathbf{j}$, calcula $\displaystyle\oint_\Gamma \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$ de dos formas:

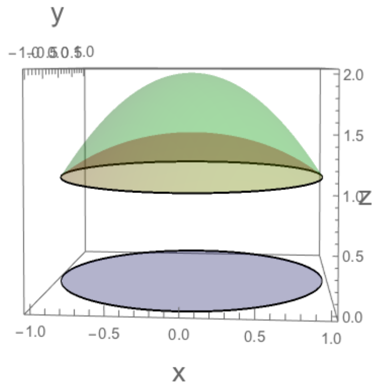
a) (*1.25 puntos*) Calculando directamente la integral $\displaystyle\oint_\Gamma \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$,

b) (*1.25 puntos*) Utilizando el Teorema de Green.

2. (*2 puntos*)

Halla el volumen del sólido Q limitado por el paraboloide $z = 2 - x^2 - y^2$ y la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2$

Ayuda: La esfera y el paraboloide de la figura se cortan en el plano $z = 1$.



3. (*2.5 puntos*)

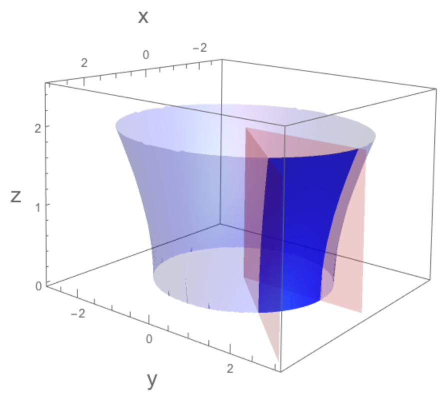
Halla

$$\iint_S \frac{z}{\sqrt{z^2+2}}\,dS$$

donde S es la superficie del hiperboloide de una hoja

$$x^2 + y^2 - z^2 = 4$$

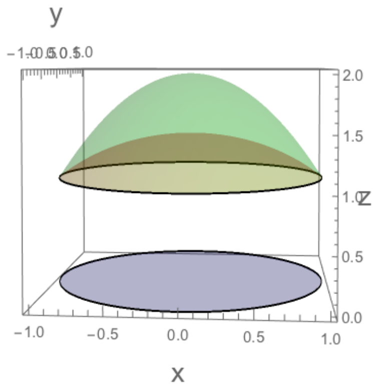
comprendida entre los planos $z = 0$, $z = 2$, $x = 0$ y $x = y$ en el primer octante.



4. (*3 puntos*)

Consideremos el campo vectorial en el espacio $\boldsymbol{F}(x, y, z) = x\,\boldsymbol{i} + y\,\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$, y el sólido Q limitado por el paraboloide $z = 2 - x^2 - y^2$ y la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

Ayuda: La esfera y el paraboloide de la figura se cortan en el plano $z = 1$.



Si S denota la superficie frontera del sólido Q, halla el flujo del campo vectorial $\boldsymbol{F}$ hacia el exterior de S de dos formas distintas:

a) (*2.75 puntos*) Mediante la integral de superficie

$$\oiint_S (\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{n})\, dS.$$

b) (*0.25 puntos*) Haciendo uso del teorema de la divergencia y el problema 2.