

Prácticas de Laboratorio

Determinación del Campo Eléctrico a partir del Potencial

Nombres y Apellidos:

JAIME OSÉS AZCONA
SANTIAGO ORONoz SAZ

Titulación:

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

OBJETIVOS

- Estudio de la relación entre el campo eléctrico \vec{E} y el potencial V.

MATERIAL

- Placas con papel conductor de grafito donde aparecen dibujadas las distribuciones de carga que vamos a medir: Condensador plano-paralelo, Condensador cilíndrico, Cortezas cilíndricas concéntricas y ejemplo práctico de un pararrayos.
- Hojas fotocopiadas de la retícula.
- Fuente de tensión continua.
- Voltímetro.

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

En esta práctica determinaremos el potencial que crean una serie de distribuciones en diferentes regiones del espacio, las cuales las calcularemos mediante instrumental especificado para dicha práctica.

Si conocemos el campo eléctrico en una región del espacio, podemos averiguar el potencial eléctrico mediante unas fórmulas, las cuales son el fundamento teórico de esta práctica :

$$v(\vec{r}) - v(\vec{r}_0) = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (1)$$

Como nosotros lo haremos de forma inversa, hallaremos el campo eléctrico mediante medidas de potencial, despejaremos la fórmula (1) y obtendremos la siguiente expresión:

$$\vec{E}(\vec{r}) = - \text{Grad}.V(\vec{r}) \quad (2)$$

En nuestro caso, como el vector \vec{r} solo depende de una variable, x, podremos expresar la fórmula (2) de la siguiente forma:

$$\vec{E}(x) = - \frac{dV(x)}{dx} \vec{i} \quad (3)$$

Esta práctica se divide en cuatro partes, en las que lo que realizaremos será calcular el potencial en los puntos más significantivos para poder averiguar el comportamiento del potencial en dicha región.

Con la ayuda de una fuente de alimentación impondremos una diferencia de potencial del orden de 10 V, y mediante la ayuda de cables de entrada y salida, colocaremos las placas con sus respectivos potenciales. Con el voltímetro hallaremos el potencial en cada punto del espacio.

En primera parte de la práctica, nos encontramos ante un condensador de placas plano paralelas con una de las placas está cargada con un potencial de 10 V y la otra descargada (0 V). Tomaremos pequeñas medidas de potencial a lo largo del eje x y construiremos, gracias a los datos obtenidos, las gráficas a demostrar.

La segunda parte de la práctica se basa en el procedimiento de la primera parte, pero en este apartado nos encontramos ante un condensador cilíndrico, el cual su centro está cargado con un potencial de 10 V y la corteza exterior esta descarada (0 V).

En esta parte deberemos saber cómo es el campo para demostrar la linealidad de las gráficas obtenidas. Para ello, utilizaremos una superficie de Gauss de radio x , ya que estamos ante una simetría cilíndrica infinita, y por medio de la ley de Gauss obtendremos la siguiente fórmula de campo:

$$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi L' \epsilon_0 x} \vec{u}_r \quad (4)$$

La tercera parte de la práctica, es realizar el mismo procedimiento que en las 2 partes anteriores, pero la diferencia es que disponemos de una corteza más. Por lo tanto, lo que haremos será cargar la corteza intermedio con un potencial de 10 V y el centro y la corteza exterior estarán descargadas (0 V).

En la última parte de la practica observaremos el efecto de un pararrayos sobre su entorno, y para ello dispondremos de dos plantillas.

En una plantilla tendremos una casa sin pararrayos, y a partir de ahí cogeremos medidas de igual potencial y las uniremos, obteniendo así las líneas equipotenciales. La primera será de 1,5 V e iremos subiendo de 1,5 V en 1,5 V hasta llegar a 7 V.

La otra plantilla, será igual pero la casa tendrá esta vez un pararrayos y ahí podremos observar con claridad la influencia del pararrayos sobre el entorno.

También dibujaremos las líneas de campo en ambas plantillas, las cuales son perpendiculares a las líneas equipotenciales.

Para hallar los errores de las medidas que obtenemos a partir de otras, utilizaremos las fórmulas de propagación de errores:

$$\text{Suma y resta: } \Delta z = \Delta x + \Delta y \quad (5)$$

$$\text{Producto y cociente: } \frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} \quad (6)$$

DESARROLLO EXPERIMENTAL – RESULTADOS

1) CONDENSADOR PLANO-PARALELO.

En este apartado obtendremos el campo creado por un condensador plano-paralelo. En nuestro caso no disponemos de dicho condensador, pero en su defecto utilizaremos una superficie en 2D con dos líneas conductoras paralelas.

Esto podemos realizarlo ya que sabemos que la simetría del campo creado por las placas del condensador será perpendicular a ellas. Por tanto, el campo solo tendrá un sentido y este será el del eje x. Para ello, realizaremos el montaje de la figura (**Fig. 1**).

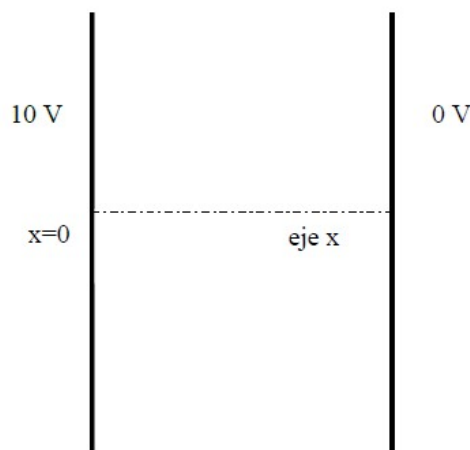


Fig. 1

Cargaremos con una fuente de alimentación una placa con un voltaje del orden de 10 V y la otra la dejaremos descargada (0 V), como se indica en la **Fig. 1**, y realizaremos una serie de medidas de potencial, mediante un voltímetro, a lo largo del eje x variando la distancia a la placa cargada de 1 cm en 1 cm.

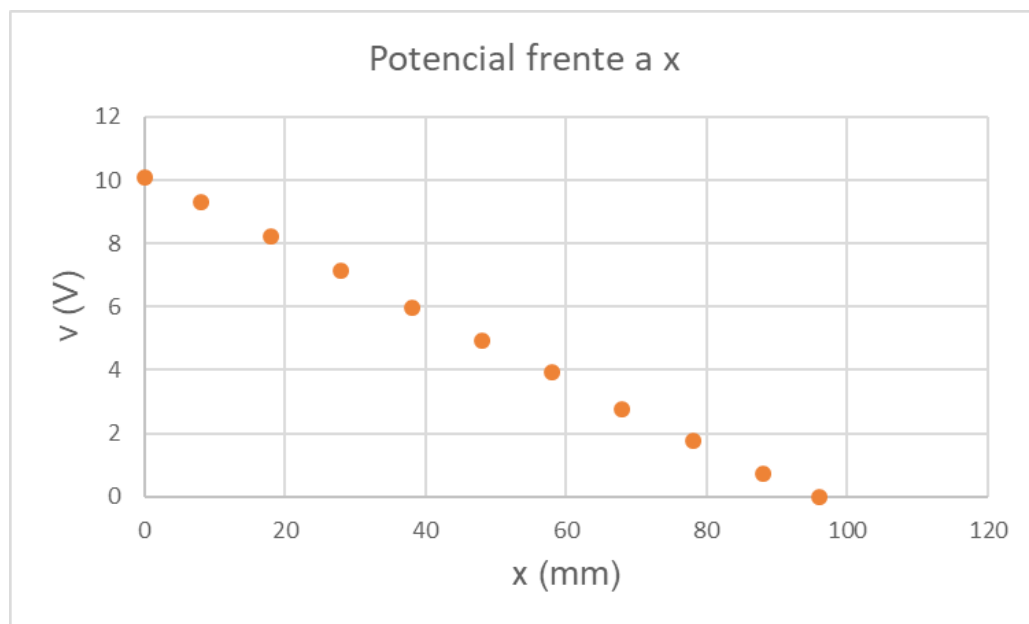
Realizaremos medidas hasta abarcar todo el espacio entre placas y con ello calcularemos el campo eléctrico creado en cada punto (**Tabla 1**). También haremos la representación gráfica del potencial frente a la distancia (**Gráfica 1**) y su respectivo ajuste.

Al solo poder realizar una sola medición para cada valor, tomaremos como error de dicha medida la mínima unidad que se pueda medir con el aparato que estemos utilizando.

En cambio, el error de una magnitud calculada a partir de otras, como la medida $-\Delta V/\Delta x$, deberemos calcularlo a partir de los errores de dichas magnitudes. Para ello utilizaremos las fórmulas (5) y (6).

TABLA 1: Condensador plano-paralelo

| $X_i \pm 1 \text{ (mm)}$ | $V(x_i) \pm 0,01 \text{ (V)}$ | $\Delta V_i \pm 0,02 \text{ (V)}$ | $\Delta x_i \pm 2 \text{ (mm)}$ | $-\Delta V/\Delta x \text{ (V/m)}$ |
|--------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|------------------------------------|
| 0 | 10,10 | | | |
| 8 | 9,31 | -0,79 | 8 | 100 ± 20 |
| 18 | 8,23 | -1,08 | 10 | 110 ± 20 |
| 28 | 7,12 | -1,11 | 10 | 110 ± 20 |
| 38 | 5,95 | -1,17 | 10 | 120 ± 20 |
| 48 | 4,93 | -1,02 | 10 | 100 ± 20 |
| 58 | 3,93 | -1 | 10 | 100 ± 20 |
| 68 | 2,77 | -1,16 | 10 | 120 ± 20 |
| 78 | 1,76 | -1,01 | 10 | 100 ± 20 |
| 88 | 0,72 | -1,04 | 10 | 100 ± 20 |
| 96 | 0,00 | -0,72 | 8 | 90 ± 20 |



Gráfica 1

Sabemos que el campo creado dentro de un condensador es constante, cosa que podemos observar en la representación realizada. Esto se refleja en el descenso en forma de línea recta, y por tanto de forma constante, de los valores representados. Dicho esto, podremos obtener su valor realizando el ajuste por mínimos cuadrados.

Obtendremos el valor de la pendiente, que en nuestro caso será el campo, y del potencial en el origen de coordenadas.

El valor del campo obtenido en el ajuste de la recta es $\vec{E} = -106,5 \pm 0,7 \vec{i} \text{ N/C}$.

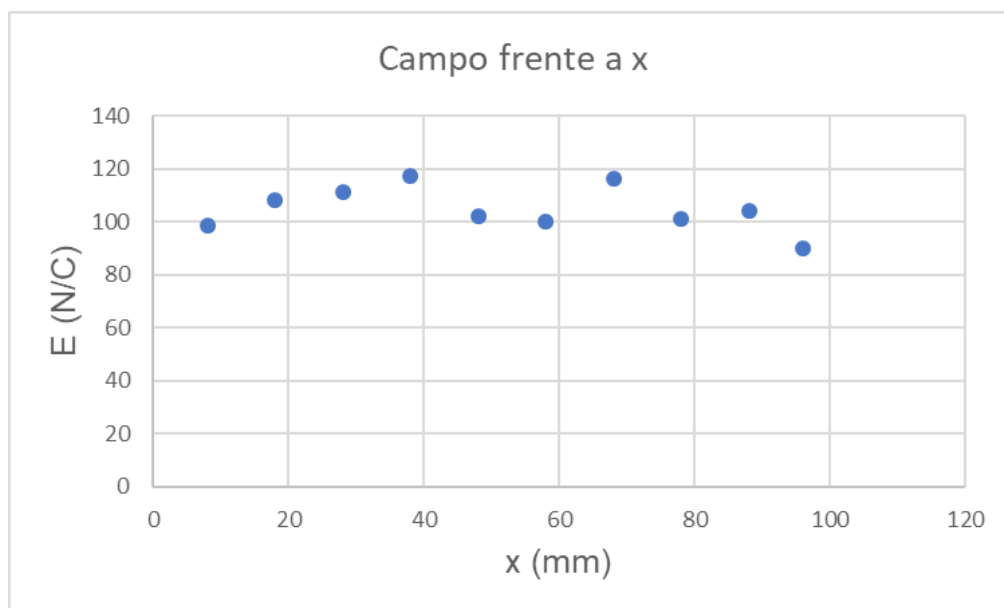
Como podemos observar, el valor obtenido en el ajuste entra dentro del intervalo del error de cada uno de los valores obtenidos experimentalmente.

La ordenada en el origen es igual a $V_0 = 10,10 \pm 0,04 \text{ V}$.

De esto podemos deducir que la ecuación de la recta será la siguiente:

$$V = -106,5 \cdot x + 10,10$$

También realizaremos la representación gráfica del campo obtenido experimentalmente (**Tabla 1**) frente a la distancia hasta la placa cargada (**Gráfica 2**).



Gráfica 2

Como se puede observar, los valores del campo eléctrico tienen una tendencia a seguir una línea horizontal. Esto indica que el valor del campo eléctrico es constante y por tanto no hay dependencia entre el valor del campo y la distancia.

Esto entra dentro de lo esperable ya que, como bien sabemos, el campo eléctrico en el interior de un condensador es constante en cualquier punto.

2) CONDENSADOR CILÍNDRICO.

En este apartado obtendremos el campo creado por un hilo conductor infinito rodeado por una corteza conductora cilíndrica. En nuestro caso no disponemos de dicho montaje, pero en su defecto utilizaremos una superficie en 2D con una circunferencia conductora con un círculo conductor en su centro.

Esto podemos realizarlo ya que sabemos que la simetría del campo creado por las placas del condensador será cilíndrica. Por tanto, el campo solo tendrá un sentido y este será el del radio, pudiendo realizar las mediciones en el eje x obteniendo el mismo resultado que en cualquier radio. Para ello, realizaremos el montaje de la figura (**Fig. 2**).

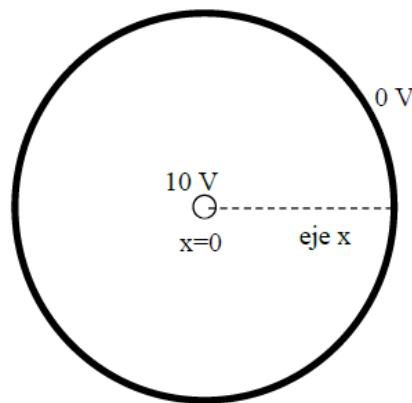


Fig. 2

Cargaremos con una fuente de alimentación el círculo del centro con un voltaje del orden de 10 V y la circunferencia exterior la dejaremos descargada (0 V), como se indica en la **Fig. 2**, y realizaremos una serie de medidas de potencial, mediante un voltímetro, a lo largo del eje x variando la distancia a la placa cargada de 1 cm en 1 cm.

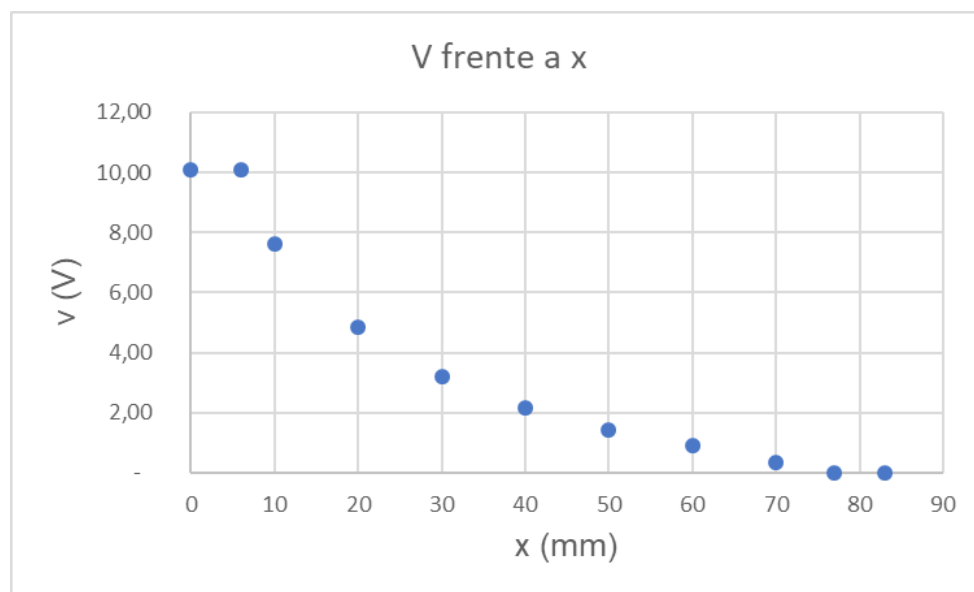
Realizaremos medidas hasta abarcar todo el espacio entre ambas circunferencias y con ello completaremos la (**Tabla 2**), donde x_0 corresponde al valor de x donde el potencial es nulo, y calcularemos el campo eléctrico creado en cada punto. También haremos la representación gráfica del potencial frente a la distancia (**Gráfica 3**).

Al solo poder realizar una sola medición para cada valor, tomaremos como error de dicha medida la mínima unidad que se pueda medir con el aparato que estemos utilizando.

En cambio, el error de una magnitud calculada a partir de otras, como la medida $-\Delta V/\Delta x$, deberemos calcularlo a partir de los errores de dichas magnitudes. Para ello utilizaremos las fórmulas (**5**) y (**6**).

TABLA 2: Condensador cilíndrico

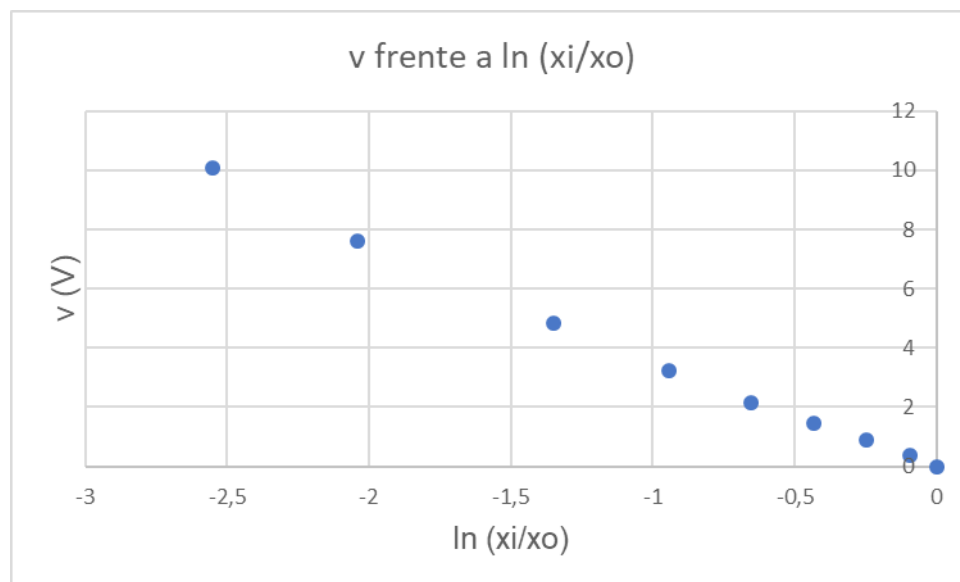
| $X_i \pm 1$ (mm) | $1/x_i$ (mm ⁻¹) | $\ln(x_i/x_0)$ | $V(x_i) \pm$ 0,01 (V) | $\Delta V_i \pm 0,02$ (v) | $\Delta x_i \pm 2$ (mm) | $-\Delta V/\Delta x$ (V/m) |
|---------------------|-----------------------------|--------------------|--------------------------|------------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| 0 | | | 10,10 | | | |
| 6 | $0,17 \pm 0,03$ | $-2,6 \pm 0,9$ | 10,10 | 0,00 | 6 | 0 |
| 10 | $0,10 \pm 0,01$ | $-2,0 \pm 0,5$ | 7,61 | -2,49 | 4 | 600 ± 300 |
| 20 | $0,050 \pm 0,003$ | $-1,3 \pm 0,2$ | 4,84 | -2,77 | 10 | 280 ± 50 |
| 30 | $0,033 \pm 0,001$ | $-0,94 \pm 0,09$ | 3,21 | -1,63 | 10 | 160 ± 30 |
| 40 | $0,0250 \pm 0,0006$ | $-0,65 \pm 0,05$ | 2,14 | -1,07 | 10 | 100 ± 20 |
| 50 | $0,0200 \pm 0,0004$ | $-0,43 \pm 0,03$ | 1,44 | -0,70 | 10 | 70 ± 10 |
| 60 | $0,0167 \pm 0,0003$ | $-0,25 \pm 0,01$ | 0,89 | -0,55 | 10 | 55 ± 9 |
| 70 | $0,0143 \pm 0,0002$ | $-0,095 \pm 0,005$ | 0,36 | -0,53 | 10 | 53 ± 9 |
| 77 | $0,0130 \pm 0,0002$ | 0 | 0,00 | -0,36 | 7 | 50 ± 10 |
| 83 | $0,0120 \pm 0,0001$ | $0,075 \pm 0,004$ | 0,00 | 0,00 | 6 | 0 |



Gráfica 3

Como podemos ver en la gráfica, el potencial disminuye contra mayor es la distancia. Los puntos tienen la tendencia a seguir una especie de curva. Por tanto, no hay una dependencia lineal entre el potencial y la distancia.

Para linealizar esto, utilizaremos logaritmos. Pasaremos a realizar la representación del potencial en función de $\ln(x_i/x_0)$, lo cual debería tener una tendencia lineal (**Gráfica 4**).



Gráfica 4

En este caso podemos ver que ahora los puntos siguen una línea recta descendente. Por tanto podemos decir que la dependencia ahora sí que es lineal.

Pasaremos por tanto a realizar el correspondiente ajuste a mínimos cuadrados, en el cual obtendremos el valor de la pendiente (m) y del potencial en el origen de coordenadas.

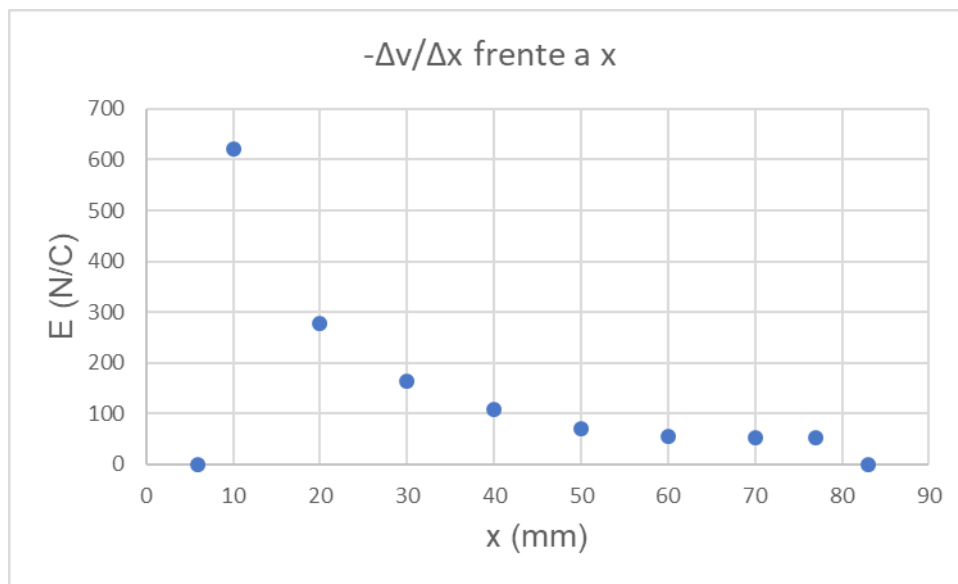
El valor de la pendiente obtenido en el ajuste de la recta es $m = -3,89 \pm 0,07$

La ordenada en el origen es igual a $V_0 = -0,17 \pm 0,09$ V.

De esto podemos deducir que la ecuación de la recta será la siguiente:

$$V = -3,89 \cdot x - 0,17$$

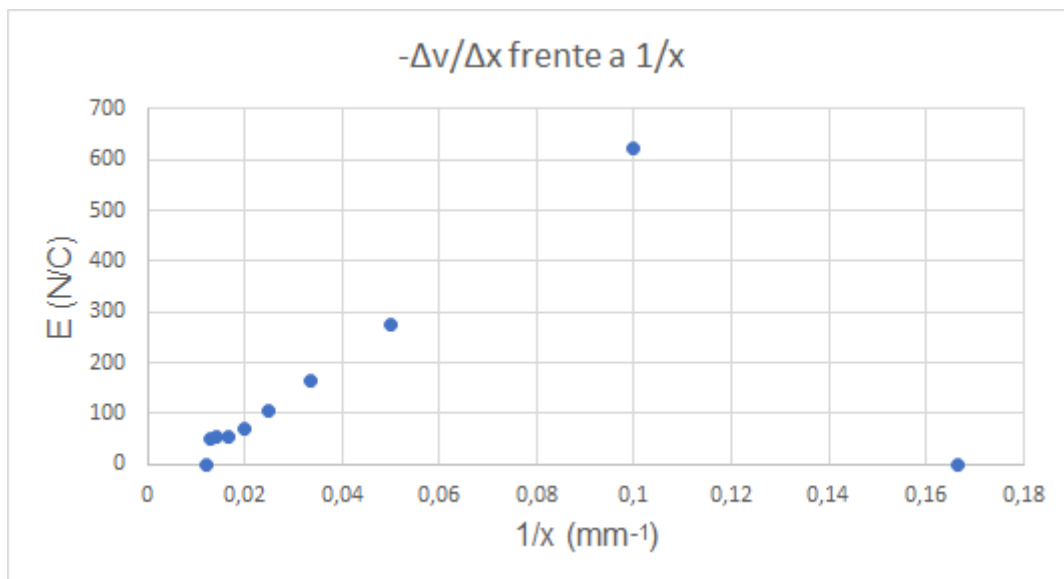
También realizaremos la representación gráfica del campo obtenido experimentalmente (**Tabla 2**) frente a la distancia hasta el círculo cambiado (**Gráfica 5**).



Gráfica 5

La gráfica no tiene un comportamiento lineal puesto que los puntos obtenidos siguen una tendencia que tiene la forma de una especie de curva descendente.

Pasaremos a representar ahora el campo frente a $1/x$ (**Gráfica 6**).



Gráfica 6

En este caso, la tendencia de la gráfica sí que es lineal. Esto entra dentro de lo esperable ya que, como muestra la fórmula (4), la distancia se encuentra en el denominador. Por tanto, para que la representación sea lineal, esta tiene que ser frente a $1/x$, que también tiene la x en el denominador, en vez de frente a x .

3) ARMADURAS CILÍNDRICAS CONCÉNTRICAS.

En este apartado obtendremos el campo creado por un hilo conductor infinito rodeado por dos cortezas conductoras cilíndricas. En nuestro caso no disponemos de dicho montaje, pero en su defecto utilizaremos una superficie en 2D con dos circunferencias conductoras concéntricas con un círculo conductor en su centro.

Esto podemos realizarlo ya que sabemos que la simetría del campo creado por las placas del condensador será cilíndrica. Por tanto, el campo solo tendrá un sentido y este será el del radio, pudiendo realizar las mediciones en el eje x obteniendo el mismo resultado que en cualquier radio. Para ello, realizaremos el montaje de la figura (**Fig. 3**).

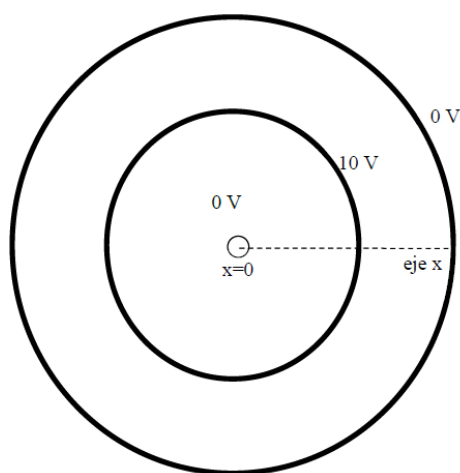


Fig. 3

Cargaremos con una fuente de alimentación la circunferencia intermedia con un voltaje del orden de 10 V y la circunferencia exterior y el centro los dejaremos descargados (0 V), como se indica en la **Fig. 3**, y realizaremos una serie de medidas de potencial, mediante un voltímetro, a lo largo del eje x variando la distancia a la placa cargada de 1 cm en 1 cm.

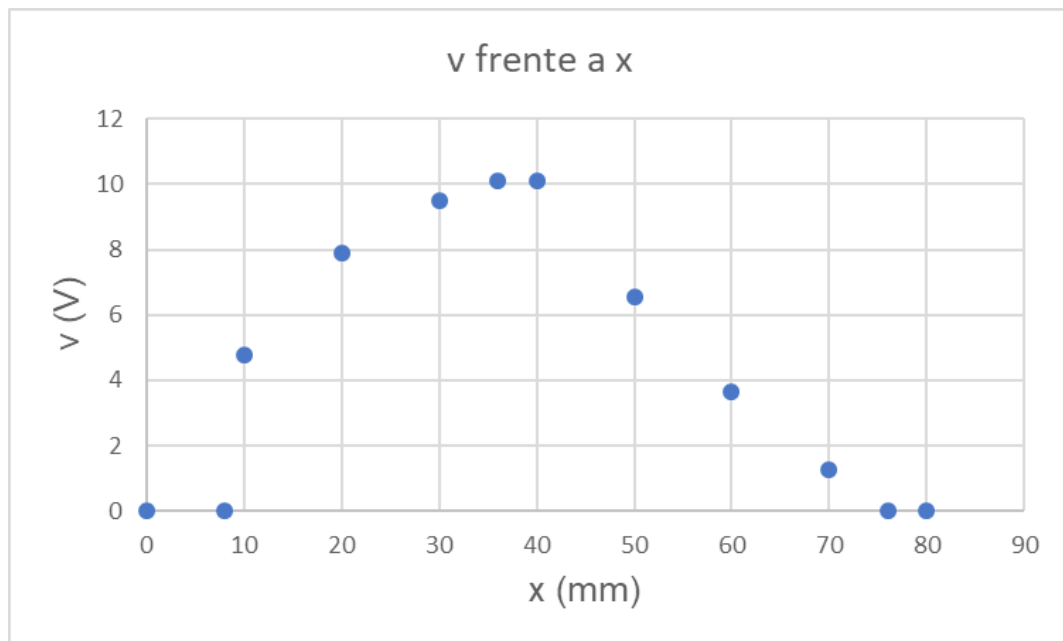
Realizaremos medidas hasta abarcar todo el espacio entre el centro y la circunferencia exterior y con ello completaremos la (**Tabla 3**) y calcularemos el campo eléctrico creado en cada punto. También haremos la representación gráfica del potencial frente a la distancia (**Gráfica 7**).

Al solo poder realizar una sola medición para cada valor, tomaremos como error de dicha medida la mínima unidad que se pueda medir con el aparato que estemos utilizando.

En cambio, el error de una magnitud calculada a partir de otras, como la medida - $\Delta V/\Delta x$, deberemos calcularlo a partir de los errores de dichas magnitudes. Para ello utilizaremos las fórmulas (**5**) y (**6**).

TABLA 3: Armaduras cilíndricas concéntricas

| $X_i \pm 1 \text{ (mm)}$ | $V(x_i) \pm 0,01 \text{ (V)}$ | $\Delta V_i \pm 0,02 \text{ (V)}$ | $\Delta x_i \pm 2 \text{ (mm)}$ | $-\Delta V/\Delta x \text{ (N/m)}$ |
|--------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|------------------------------------|
| 0 | 0,00 | | | |
| 8 | 0,00 | 0,00 | 8 | 0 |
| 10 | 4,79 | 4,79 | 2 | -2000 ± 2000 |
| 20 | 7,91 | 3,12 | 10 | -310 ± 60 |
| 30 | 9,52 | 1,61 | 10 | -160 ± 30 |
| 36 | 10,11 | 0,59 | 6 | -100 ± 40 |
| 40 | 10,11 | 0,00 | 4 | 0 |
| 50 | 6,57 | -3,54 | 10 | 350 ± 70 |
| 60 | 3,64 | -2,93 | 10 | 290 ± 60 |
| 70 | 1,25 | -2,39 | 10 | 240 ± 50 |
| 76 | 0 | -1,25 | 6 | 210 ± 70 |
| 80 | 0 | 0,00 | 4 | 0 |

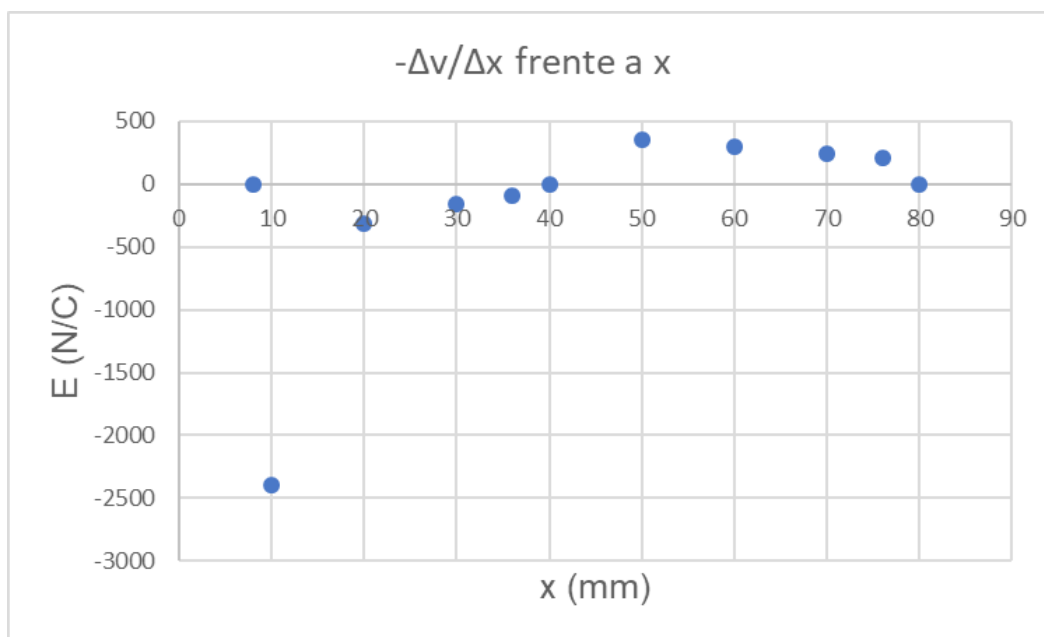


Gráfica 7

En esta gráfica observamos que la trayectoria de los puntos es ascendente y tiene un punto de inflexión a la mitad de la gráfica, donde ahora comienza a descender. Esto se debe a que la estructura de la **(Fig. 3)** posee su máximo potencial en la corteza intermedia, cargada con 10 V, y este va bajando conforme nos alejamos de ella bien para la derecha o para la izquierda. Por lo tanto, la gráfica lo que nos debería mostrar, será una montaña cuyo pico será la corteza intermedia y cuyos faldones serán las distancias comprendidas entre la corteza intermedia y el centro o la corteza exterior.

Como observamos en la gráfica, el valor del potencial es diferente para cada valor de x . Por tanto, podemos afirmar que esta no es una función continua.

Ahora pasaremos a realizar también la representación gráfica del campo obtenido experimentalmente **(Tabla 3)** frente a la distancia hasta el círculo situado en el centro de las 2 cortezas concéntricas **(Gráfica 8)**.



Gráfica 8

En esta grafica podemos observar que la trayectoria planteada sigue una tendencia con forma de línea horizontal. Por tanto, podemos decir que el campo eléctrico, en este caso, tiene siempre el mismo valor independientemente de la distancia.

Con esto, sacaremos la conclusión de que el campo eléctrico creado por esta distribución

es una función continua y por tanto se cumple que $E(x) = -\frac{\Delta V(x)}{\Delta x}$.

4) EJEMPLO PRÁCTICO: INFLUENCIA DE UN PARARRAYOS.

La última parte de la practica será realizar el estudio del potencial sobre el entorno de una casa con pararrayos y sin pararrayos.

Para ello realizaremos dos montajes, uno con una casa normal y otro con una casa con pararrayos. En ambos, cargaremos la zona de las nubes con una diferencia de potencial del orden de 15 V mediante una fuente de alimentación. La casa se encontrará conectada a tierra, o lo que es lo mismo, descargada (0 V).

a) Casa sin pararrayos

El primer montaje, será una casa sin pararrayos y el procedimiento de medición será simple. Realizaremos diferentes mediciones para hallar las líneas equipotenciales, las cuales iremos aumentando de 1,5 en 1,5 hasta llegar a 7, para así obtener una medida fiable de la muestra.

Las líneas de campo son perpendiculares a las equipotenciales. Por lo tanto, lo que haremos será bajar líneas desde las nubes de forma perpendicular a las líneas equipotenciales y observaremos el campo creado por las nubes en la casa (**Fig 4**).

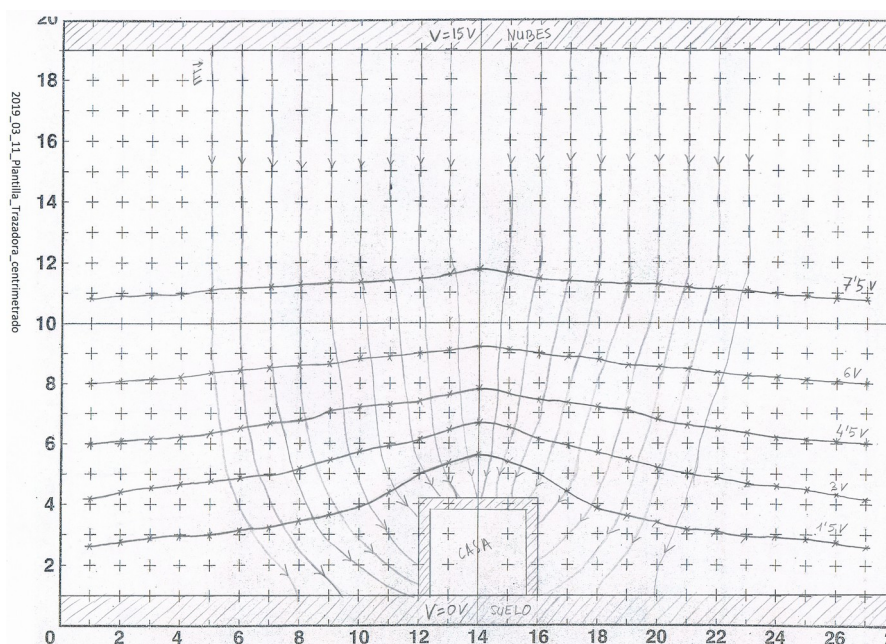


Fig. 4

Como podemos observar, una gran cantidad de las líneas de campo mueren en la casa, lo que puede ser peligroso. Esto intentaremos solucionarlo poniendo un pararrayos conectado a tierra en la casa, cosa que analizaremos si funciona o no en la siguiente parte de este apartado.

b) Casa con pararrayos

El segundo montaje, será una casa con pararrayos y el desarrollo es el mismo que el anterior. Lo que veremos que variará serán las líneas equipotenciales, ya que, al tener pararrayos, estas líneas se verán perturbadas. Por tanto, las líneas de campo también se verán afectadas, cosa que veremos en la (Fig. 5).

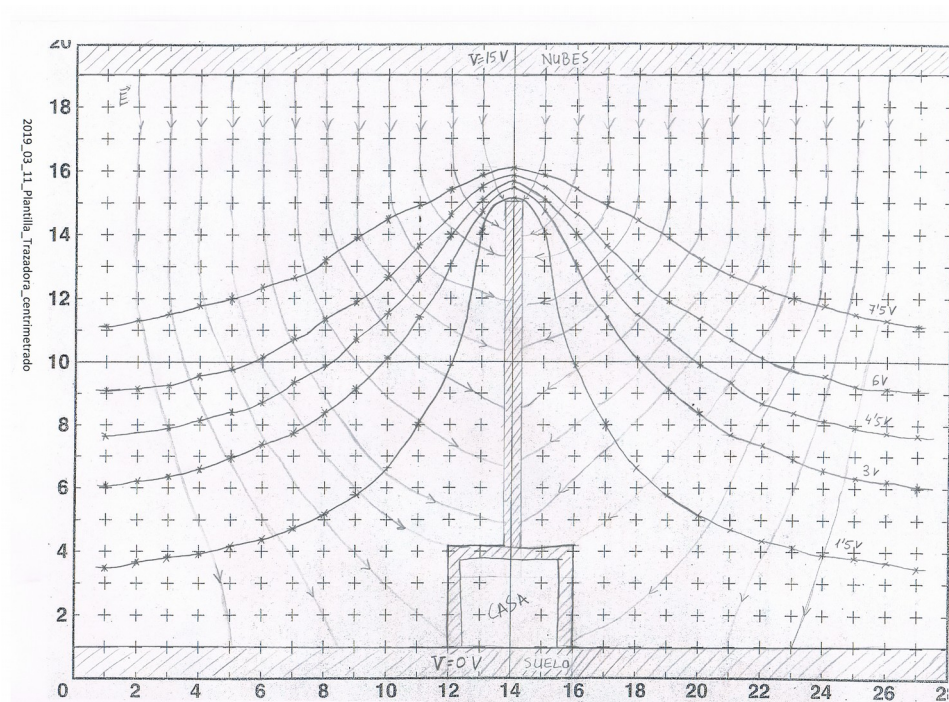


Fig. 5

Como podemos observar, la cantidad de líneas de campo que mueren en la casa ha disminuido considerablemente con la presencia del pararrayos. Por tanto, podemos afirmar que el pararrayos distorsiona el campo eléctrico creado por las nubes y puede proteger a una vivienda de los posibles efectos adversos de ese campo, como por ejemplo de rayos que contienen altas cantidades de corriente eléctrica que pueden llegar incluso a matar a la personas que estén en dicha vivienda.

El funcionamiento del pararrayos viene a ser el siguiente: este atrae el máximo potencial para después neutralizarlo, mediante un cable y su posterior toma a tierra, desviando el campo eléctrico creado por las nubes en grandes tormentas del objeto donde este instalado, para así salvar vidas e infraestructuras.

CONCLUSIONES

En esta práctica, el objetivo principal es hallar, a partir del potencial, el campo eléctrico que forman una serie de distribuciones. En nuestro caso, lo hemos calculado de forma experimental y luego mediante gráficas y su posterior ajuste hemos demostrado que este valor obtenido es lógico.

En la primera parte de la práctica, como el campo es constante hemos obtenido su valor real con el ajuste por mínimos cuadrados de los datos obtenidos. Comparando este valor con los experimentales, podemos decir que entra dentro del intervalo de error de todos los datos obtenidos experimentalmente.

En la segunda parte de la práctica, hemos usado la fórmula **(4)** para explicar el por qué de la linealidad de V frente a $1/x$, en vez de ser lineal V frente a x , debido a que en dicha fórmula la x está en el denominador.

En la tercera parte de la práctica, como hemos obtenido que el campo es una función continua, podremos cambiar la fórmula **(3)** y quitar los diferenciales sustituyéndolos por incrementos de dichas magnitudes (Δ). Esto hace que se cumpla la relación que se nos plantea comprobar si es cierta o no en el guion.

En última parte es en la que podemos sacar más conclusiones. Una de ellas es que el pararrayos realiza un efecto aislante y, es capaz de desviar las líneas equipotenciales lo más lejos de la casa, para así poder frenar catástrofes mayores.