Estadística

Grados de Ingeniería

Soluciones: ejercicios bloque II

Todas las soluciones se expresan ajustando a 4 decimales por el mínimo error (significa que se toman los cuatro primeros decimales, ahora bien, si el quinto decimal es mayor o igual que 5 al cuarto decimal se le suma 1).

1. *a*) $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, por tanto es discreta.

   b) $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, \cdots, 24, 25\}$, por tanto es discreta.

   c) $X(\Omega) = \{1, 2, \cdots\}$, por tanto es discreta(no acotada).

   d) $X(\Omega) = (0, 14)$, por tanto es continua.

2. *a*) Sin reemplazamiento:

X	P
0	0,2308
1	0,4945
2	0,2472
3	0,0275

$E[X] = 1{,}07$ y $\sigma(X) = 0{,}76$

   b) Con reemplazamiento: $X : B(n = 3, p = 5/14)$

X	P
0	0,2657
1	0,4428
2	0,2460
3	0,0455

$E[X] = 1{,}07$ y $\sigma(X) = 0{,}69$

3. $\Omega = \{$todas las cadena posibles de longitud 3 con los símbolos c y $x\}$

   X : número caras menos número de cruces

   $X(\Omega) = \{-3, -1, 1, 3\}$.

X	P
-3	$(2/3)^3 = 0{,}2963$
-1	$3*1/3*(2/3)^2 = 0{,}4444$
1	$3*1/3^2*2/3 = 0{,}2222$
3	$1/3^3 = 0{,}0370$

$E[X] = -1$ y $\sigma(X) = 1{,}63$

4. X : número de mensajes de preparación

   $X(\Omega) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

X	P
1	0,95000000
2	$0{,}05 * 0{,}095 = 0{,}04750000$
3	$0{,}05^2 * 0{,}095 = 0{,}00237500$
4	$0{,}05^3 * 0{,}095 = 0{,}0001187$
5	$0{,}05^4 * 0{,}095 = 0{,}00000594$
6	$0{,}05^5 = 0{,}00000031$

   $E[X] = 1{,}052632$ y $\sigma(X) = 0{,}2353739$

5. $Y = 0{,}25 + 0{,}5X$

$Y = 0{,}25 + 0{,}5X$	P
0,75	0,95000000
1,25	0,04750000
1,75	0,00237500
2,25	0,0001187
2,75	0,00000594
3,25	0,00000031

   $E[Y] = 0.776316$ y $\sigma(Y) = 0{,}1176869$

   $E[Y] = 0{,}25 + 0{,}5E[X] = 0{,}776316$ y $\sigma(Y) = \sigma(0{,}25 + 0{,}5X) = \sigma(0{,}5X) = 0{,}1176869$

6. X : número de dígitos recibidos con error; $X : B(n, p)$. Si $X : B(n = 6, p = 0{,}01)$

   $P(X = 0) = 0{,}9415$; $P(X \geq 2) = 0{,}0015$; $E[X] = 0{,}06$; $\sigma(X) = 0{,}2437$.

7. X : número de envíos hasta que se recibe uno con error; $X : G(p)$

   $E[X] =$q/p y$\sigma(X) = \frac{1-p}{p^2}$

   Si $X : G(p = 0{,}01)$

   $P(X = 9) = 0{,}0091$; $P(X \geq 2) = 0{,}9801$; $E[X] = 99$; $\sigma(X) = 99{,}4987$.

8. $A =$ “llega un mensaje correcto enviando un solo dígito”, $B =$ “llega un mensaje correcto con el nuevo sistema” $P(A) = 1 - p$, $P(B) = (1 - p)^2(1 + 2p)$

   a) $P(A) = 0{,}9$, $P(B) = 0{,}972$, es mejor el nuevo sistema.

b) $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}144$, es mejor enviar un solo dígito.

c) Se comprueba que $P(B) - P(A) > 0$ cuando $p < 0{,}5$.

9.

Porcent Defectuosas	P(Aceptar) plan1	P(Aceptar) plan2	P(Aceptar) plan3
0.01	0.999886200	0.99573380	0.999584200
0.05	0.988496400	0.91386160	0.963799800
0.10	0.929809200	0.73609890	0.815938900
0.20	0.677799500	0.37580960	0.398023200
0.25	0.525592800	0.24402520	0.236087800
0.50	0.054687500	0.01074219	0.003692627
0.75	0.000415802	0.00002950	0.000415802
	P(X<=2), B(10,p)	P(X<=1), B(10,p)	P(X<=2), B(15,p)

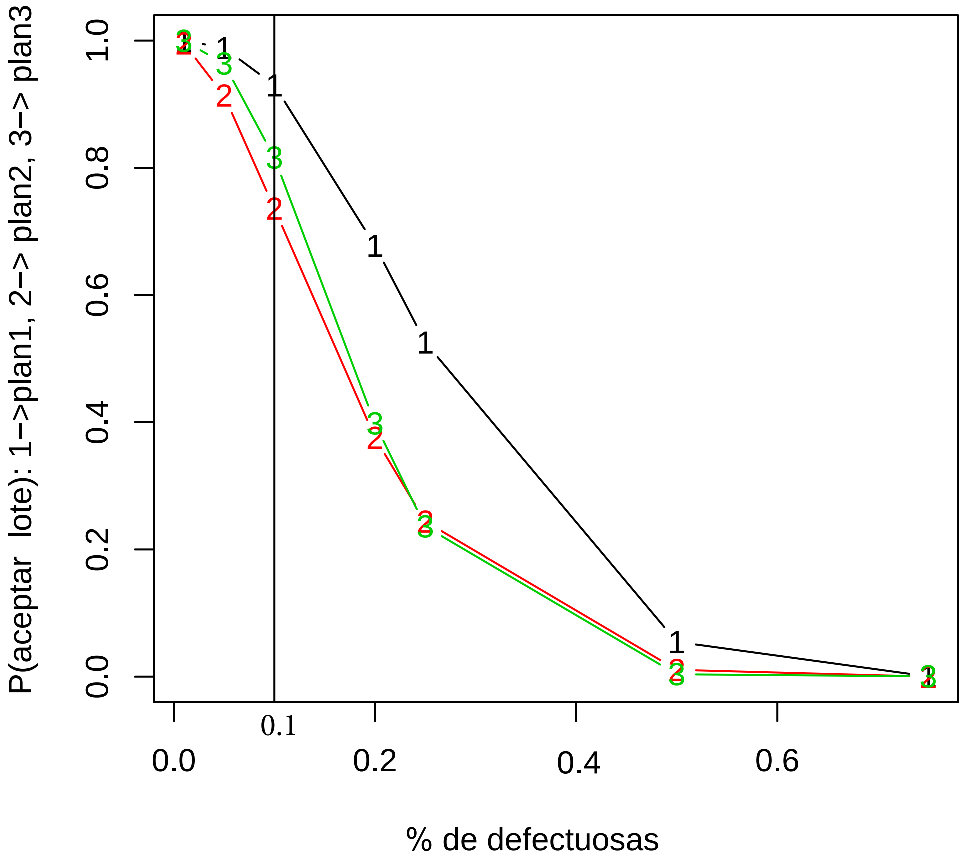

Gráfico Lineal

Es dificil escoger a uno de los tres, antes del valor 0.1 el mejor plan es el primero (línea negra) pues acepta con mucha probabilidad los lotes buenos, pero a partir de 0.1 no, ya que no decrece con rapidez a cero. En este caso el mejor es el rojo. Es claro que en la práctica habría que buscar otro plan que cumpliera de la mejor manera posible ambos requisitos, altos valores hasta 0.1 y, a partir de ahí rápidos decrecimientos a cero.

10. X: número de unidades de C1 en buen estado; X: B(n,p=0.98). El valor de n será al menos 100. ¿Para qué n se cumple $P(X \geq 100) = 0{,}95$? Hay que ir probando desde $n = 100$.

Resultado: n=105

11. X =número de intentos hasta dar con la clave; $X : G(p = \frac{m}{36^n})$

 a) Si $X : G(p = \frac{9900}{36^6})$, entonces $E[X] =$ q/p y $\sigma(X) = 219876{,}5036$

 b) Si $X : G(p = \frac{100}{36^3})$, entonces $E[X] =$ q/p y $\sigma(X) = 466{,}05$

 c) Si $X : G(p = \frac{9900}{36^6})$, entonces $P(X \geq 6) = 0{,}9999682 \simeq$
 Si $X : G(p = \frac{100}{36^3}1\ )$, entonces $P(X \geq 6) = 0{,}9851$

 d) Es la misma probabilidad por la propiedad de pérdida de memoria (suponemos que puede volver a utilizar las claves erróneas ya usadas)

12. $X \sim \wp(6)$ X : coches por minuto.

 a) 0,0498

 b) 0.5768

 c) 1

 d) No, porque debería ser $E[Y] = Var[Y] = 6$

13. $N_i \sim Bi(1, 1/2)$, $P(W_i = 1) = P(N_i = 1 \cap G_i = 1) = p/2$, $P(L_i = 1) = P(N_i = 1 \cap G_i = 0) = (1 - p)/2$, para cada i.

 a) $X \sim G(1/2)$

 b) $D \sim G((1 - p)/2)$

 c) $R_m \sim Bi(m, (1 - p)/2)$

14. a) 0,0952

 b) p$\simeq$1; 9.048

 c) X: coches analizados hasta uno con imperfecciones (sin contar el coche con imperfecciones) -->X~G(0.0952), P(X=2)=0,0779 ; 10,5083 (se suma a la media el coche con imperfecciones porque el enunciado pide incluirlo) ; 9,9958.

15. a)16,2410 ; 312,7856

 b) 81,2052 ; 88,4289

c) 0,0792 ; 0,2949

d) 228,854

16. $X \sim U(-3,3)$

a) Teoría

b) 0.5, 0.1666

c) 0, 3.

d) 0.667

e) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \\ \dfrac{x+3}{6}, & x \in (-3,\, 3) \\ 1, & x > 3. \end{cases}$

17. $X \sim \xi(1/2)$

a) 0,3678

b) 0,1175

c) 4,6052

d) 0,1026

e) 0,1353

f) $E[X] = 2, \quad Var[X] = 4$

g) 0,9499

18. a) 0,7936

b) 76,978

c) $c = 5{,}8799$

d) 7,9355, 0,6548.

19. a) 0,0062; 0,3085

b) $\sigma = 12{,}256$ (2 minutos!)

20. a) 0,375, 0,625, 0,375, 0,125

b) $E[X] = 1{,}8125$; ${\sigma^2}_X = 0{,}4961$; $E[Y] = 2{,}875$; ${\sigma_Y}^2 =$ 1,8594 c)

X	1	1.5	2.5	3
P(X=x)	0.25	0.375	0.25	0.125

$Y \mid X = 1{,}5$	2	3
$P(X = x)$	1/3	2/3

d) $E[Y|X = 1{,}5] = 2{,}6667$, $Var[Y|X = 1{,}5] = 0{,}2220$

e) No, por ejemplo $P(X = 1, Y = 1) = 0{,}25 \neq P(X = 1)P(Y = 1) = 0{,}0625$.

f) 0.9141

g) 4.6875, 4.0149

21. a)

X/Y	0	1
0	0.119	0.119
1	0.357	0.1786
2	0.1786	0.0357
3	0.0119	0

b)

X	0	1	2	3
$P(X = x)$	20/84	45/84	18/84	1/84

c) $E[Y|X = 2] = 0{,}1666$, $Var[Y|X = 2] = 0{,}1389$

d) $Cov(X, Y) = -0{,}0833$, como no es nula, no pueden ser independientes. Además, la correlación es negativa, cuanto mayor es X, probablemente, menor es Y. $\rho = -0{,}25$.