Asignatura: Matemáticas II
Departamento: Ingeniería Matemática e Informática
Examen: evaluación de recuperación
Fecha: 30 de junio de 2016

Apellidos: ....
Nombre: .... DNI: ....
Titulación: .... Grupo: ....

✓ **Criterios de puntuación:** *para alcanzar la máxima puntuación en un problema, éste debe estar, en su totalidad, correctamente planteado, explicado y resuelto. Se valorará positivamente el orden y la claridad en las respuestas.*

✓ **Calculadora:** *no está permitido el uso de calculadora de ningún tipo.*

✓ **Tiempo:** *a partir de la entrega del enunciado tenéis 3 horas para resolver el examen.*

---

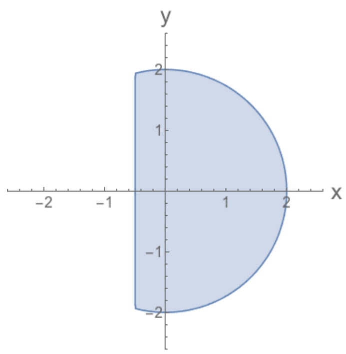
1. (*1.5 puntos*) Estudia la continuidad de la siguiente función:

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{(e^{xy}-1)(x^2-y^2)}{x^2+y^2}\,, & \text{si } (x,y)\neq(0,0)\,,\\[2mm] 0\,, & \text{si } (x,y)=(0,0)\,.\end{cases}$$

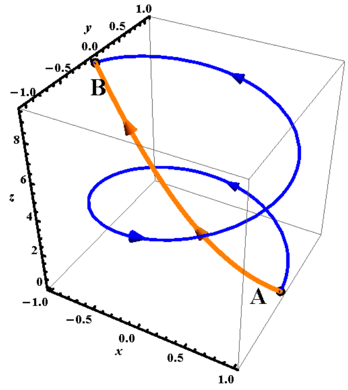
2. (*2 puntos*)

Halla los extremos absolutos de la función $f(x, y) = x(y^2 - 1)$ en el recinto

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 + y^2 \leq 4, x \geq -1/2\}$$



3. (*2.5 puntos*)



Sea Γ_1 el trozo de helicoide orientado según se indica en la figura y que se puede parametrizar por:

$$\mathbf{r}_1(\theta) = (\cos\theta, \sin\theta, \theta), \quad \theta \in [0, 3\pi],$$

y sea Γ_2 el trozo de parábola orientado según se indica en la figura y que se puede parametrizar por:

$$\mathbf{r}_2(t) = \Big(-t, 0, \frac{3\pi}{4}(t+1)^2 \Big), \quad t \in [-1, 1],$$

a) Dado el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = 3x^2\,\mathbf{i} + 3y^2\,\mathbf{j} + x\mathbf{k}$, calcula la integral de línea desde $A = (1, 0, 0)$ hasta $B = (-1, 0, 3\pi)$ a través de::

i) la curva Γ_1, es decir, $\int_{\Gamma_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

ii) la curva Γ_2, es decir, $\int_{\Gamma_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.

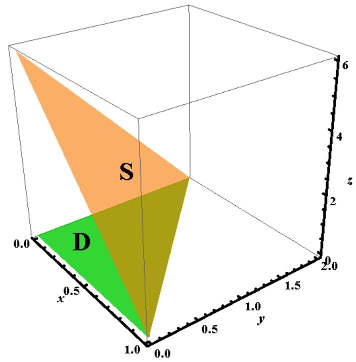
b) Teniendo en cuenta los resultados del apartado anterior, ¿podemos concluir que $\mathbf{F}$ es un campo conservativo? Razona la respuesta.

4. (*2 puntos*)

Sea S la superficie limitada por el triángulo cuyos vértices son $(1,0,0)$, $(0,2,0)$ y $(0,0,6)$. Calcula

$$\iint_S f\, dS,$$

siendo $f(x,y,z) = x\, e^y$.



Ayuda: todo plano en $\mathbb{R}^3$ *viene descrito por una ecuación del tipo* $z = ax + by + c$, *con* $a, b, c \in \mathbb{R}$.

5. (*2 puntos*) Consideremos la ecuación diferencial ordinaria:

$$y'(t) = y^2(t) - y(t) - 2.$$

i) Demuestra que $y(t) = -1$ es una solución de la ecuación anterior.

ii) Aplica el cambio de variable $z(t) = \dfrac{1}{y(t)+1}$ para calcular las restantes soluciones de la ecuación.

iii) Expresa de forma explícita todas las soluciones de la ecuación diferencial.