Asignatura: Matemáticas II
Departamento: Ingeniería Matemática e Informática
Examen B: parcial correspondiente a los temas 3 y 4
Fecha: 23 de mayo de 2016

Apellidos: ....

Nombre: .... DNI: ....

Titulación: .... Grupo: ....

- ✓ **Criterios de puntuación:** *para alcanzar la máxima puntuación en un problema, éste debe estar, en su totalidad, correctamente planteado, explicado y resuelto. Se valorará positivamente el orden y la claridad en las respuestas.*
- ✓ **Calculadora:** *no está permitido el uso de calculadora de ningœn tipo.*
- ✓ **Tiempo:** *a partir de la entrega del enunciado tenéis 1.5 horas para resolver el examen.*
- ✓ **log** *representa el logaritmo neperiano.*

---

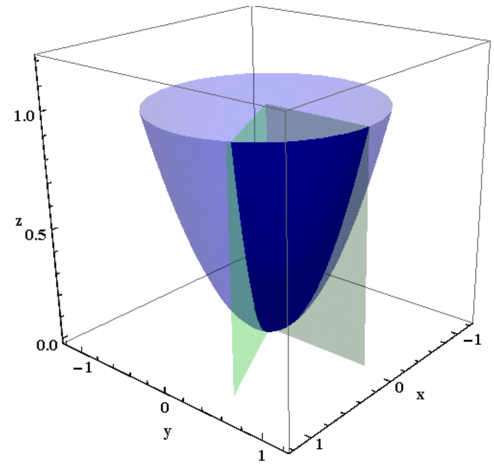
1. (*1.5 puntos*) Calcula

$$\iint_D \frac{y}{x}\, e^{xy}\, dx\, dy\,,$$

donde $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, 1 \leq \dfrac{y}{x} \leq 4\,,\ 1 \leq xy \leq 2\,, x > 0\,, y > 0\right\}$, usando el cambio de variable

$$x = u^{-1/2}\, v^{1/2}\,, \qquad y = u^{1/2}\, v^{1/2}\,.$$

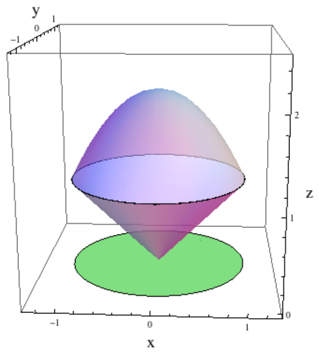
2. (*2.5 puntos*) Halla el área de la superficie del paraboloide $z = x^2 + y^2$ comprendida entre los planos $z = 0$, $z = 1$, $x = 0$ y $x = 2y$ en el primer octante.



3. (*2.5 puntos*)

Sea S la superficie del sólido limitado superiormente por el paraboloide $z = 2 - x^2 - y^2$ e inferiormente por el cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. Dado el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = y\,\mathbf{i} + x\,\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, calcula el flujo de $\mathbf{F}$ hacia el exterior de la superficie S, es decir,

$$\oiint_S (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n})\, dS$$



Pista: El paraboloide $z = 2 - x^2 - y^2$ y el cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ se cortan en el plano $z = 1$.

4. (*3.5 puntos*) Halla

$$\oint_\Gamma \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}\,,$$

donde $\boldsymbol{F} = -y\,\mathbf{i} + x\,\mathbf{j} + \mathbf{k}$, y Γ es la curva dada por la intersección del cilindro parabólico $z = 4 - y^2$, y paraboloide $z = 2x^2 + y^2$, orientada en sentido contrario a las agujas del reloj al ser vista desde el punto $(0, 0, 5)$ de dos formas:

a) Utilizando la parametrización de Γ, $\boldsymbol{r}(\theta) = (\sqrt{2}\cos\theta, \sqrt{2}\,\mathrm{sen}\,\theta, 4 - 2\,\mathrm{sen}^2\,\theta)$, $\theta \in [0, 2\pi]$.

b) Utilizando el Teorema de Stokes.