Práctica 4. Fórmula de Newton para interpolación polinómica.

Implementar la interpolación polinómica mediante la fórmula de Newton de forma que permita añadir un nuevo punto de interpolación.

a) Para un vector $x = (x_0, \ldots, x_{n+1})$ de $n+2$ componentes, y sus respectivas imágenes $y = (y_0, \ldots, y_{n+1})$, queremos obtener el valor del polinomio interpolador en N coordenadas $X = (X_1, \ldots, X_N)$. Lo implementaremos en el **APÉNDICE A**.

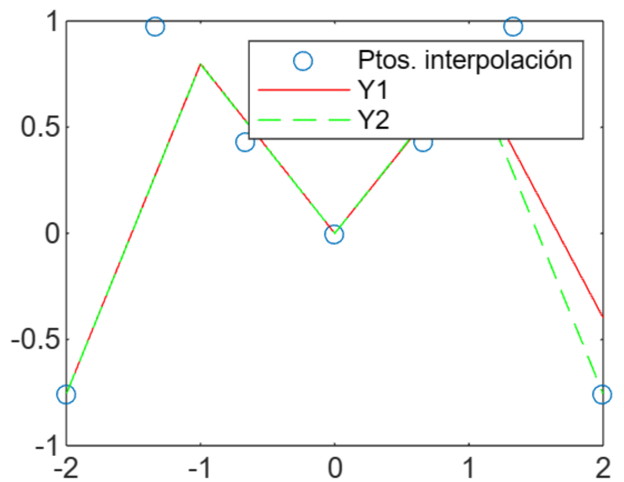
La función nos debe devolver, dados x, y, X y un booleano $graf$:

- El vector Y_1 de N coordenadas, imagen en los puntos X del polinomio interpolador generado con los $n+1$ primeros puntos, $(x_0, \ldots, x_n)$.
- El vector Y_2 de N coordenadas, imagen en los puntos X del polinomio interpolador generado con todos los puntos, $(x_0, \ldots, x_{n+1})$
- Si $graf == true$, una representación gráfica que, en la misma imagen, incluya los puntos a interpolar (x, y) junto con los polinomios interpoladores, (X, Y_1) y (X, Y_2)..

b) Calcula los polinomios de interpolación anteriores de la función $f(x) = \sin(x^2)$ en el intervalo $[-2, 2]$ con los puntos equiespaciados dados.

```
%Utiliza estos datos x, y
x=linspace(-2,2,7);
y=sin(x.^2);

%Escribe a partir de aquí tu código
[Y1,Y2] = interpNewton(x,y,linspace(-2,2,5),true);
```



c) Ahora deseamos, dado un número n, obtener las abscisas de Tchebychev en el intervalo $[-1,1]$. Lo implementaremos en el **APÉNDICE B**.

La función nos debe devolver, dada n:

- Un vector x de $n+1$ componentes que sean las abscisas de Tchebychev.

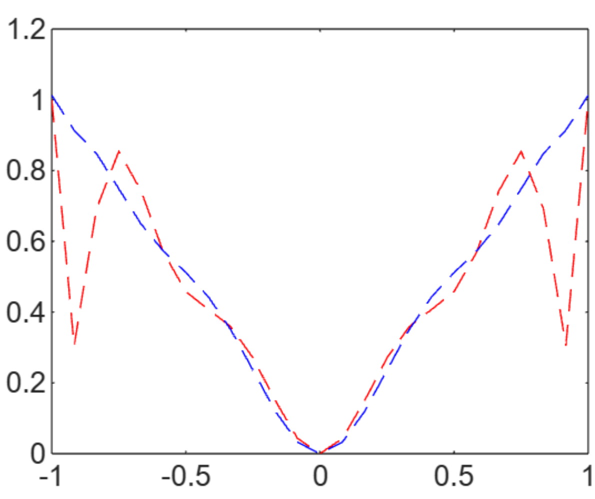
d) Por último, calcula los polinomios de interpolación de la función $f(x) = |x|$ entre $[-1,1]$ por un lado con puntos equiespaciados y por otro con las abscisas de Thebychev. Hazlo para que en ambos casos haya 11 puntos de interpolación. Representa ambos polinomios en una misma gráfica para comprobar cuál se adecúa mejor.

```
x1 = linspace(-1,1,11);
x2 = absTcheby(10);

y1 = abs(x1);
y2 = abs(x2);

X = linspace(-1,1,25);
[~,p1] = interpNewton(x1,y1,X,false);
[~,p2] = interpNewton(x2,y2,X,false);

plot(X,p1,"r--",X,p2,"b--")
```




```
% Podemos ver que usando las abcisas de Thebychev para interpolar (azul) la
% gráfica es mucho más parecida a la de la función original.
```

Apéndice A. Interpolación de Newton

```
function [Y1,Y2]=interpNewton(x,y,X,graf)

% x = (x0,...,xn,xn+1) e y = (f(x0),...,f(xn),f(xn+1)) son los puntos por
los que va a pasar el polinomio
% X = (X1,...,XN) son los valores en los que se pide evaluar el polinomio
antes calculado
% (en Y1 sin usar xn+1 y en Y2 usándolo)

n = length(x) - 2;
DifDiv = zeros(n+2,n+2);
```

DifDiv = $\begin{bmatrix} f[x_0] & f[x_0,x_1] & \cdots & f[x_0,x_1,\dots,x_n] & f[x_0,x_1,\dots,x_{n+1}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & f[x_1,x_2,\dots,x_{n+1}] & \\ f[x_n] & f[x_n,x_{n+1}] & & & \\ f[x_{n+1}] & & & & \end{bmatrix}$

```
% Calculamos las diferencias divididas
DifDiv(:,1) = y;
for j = 1:n+1
    for i = 0:n+1-j
        DifDiv(i+1,j+1) = (DifDiv(i+1,j) - DifDiv(i+2,j)) / (x(i+1) -
x(i+1+j));
    end
end
```

Regla de Horner:

$$P_n(x) = f(x_o) + f[x_o,x_1](x-x_0) + \dots + f[x_0,\dots,x_n]\prod_{i=0}^{n-1}(x-x_i)$$

$b_0 = f(x_0) + (x-x_0)b_1$

$b_1 = f[x_0,x_1] + (x-x_1)b_2$

$\vdots$

$b_n = f[x_0,\dots,x_n]$

De esta forma, podemos evaluar el polinomio calculando regresivamente b0.

```
N = length(X);
Y1 = zeros(1,N) + DifDiv(1,n+1); % Y1 = (bn,...,bn)
for i = n-1:-1:0
    % (bi+1,...,bi+1) -> (f[x0,...xi]+(x-xi)bi+1,...)=(bi,...,bi)
    Y1 = DifDiv(1,i+1) + (X - x(i+1)) .* Y1;
end

% ahora utilizamos el polinomio interpolador generado con un punto más.
N = ones(1,N);
for i = 0:n
```

```
    N = N .* (X - x(i+1));
end
Y2 = Y1 + DifDiv(1,n+2) .* N;

if graf
    plot(x,y,"o",X,Y1,"-r",X,Y2,"--g")
    legend(["Ptos. interpolación","Y1","Y2"])
end

end
```

Apéndice B. Abscisas de Tchebychev

```
function x = absTcheby(n)

x = 0:n;
x = cos((2*x+1)*pi / (2*(n+1)));

end
```