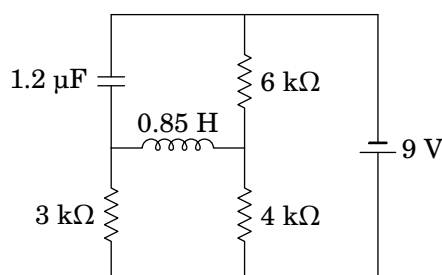


Nome: \_\_\_\_\_

**Duração: duas horas. Com consulta de formulário e uso de qualquer tipo de calculadora, mas sem ligação a redes.**

1. (5 valores) No circuito seguinte, no instante  $t = 0$  o condensador está descarregado e a corrente no indutor é nula. Determine a diferença de potencial no indutor, no instante  $t = 0$ , e a diferença de potencial no condensador, quando o circuito atingir o estado estacionário.



2. (5 valores) Um fio condutor retilíneo com dois metros de comprimento, tem resistência de  $0.3 \, \Omega$  e encontra-se entre os pontos  $P = (3, 1, 0)$  e  $Q = (1, 1, 0)$ , num sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  (distâncias em metros) onde existe campo magnético uniforme,  $\vec{B} = 0.21 \hat{i} - 0.43 \hat{j} + 0.32 \hat{k}$  (unidades SI). Se o potencial no ponto  $P$  é  $6.5 \, \text{V}$  e o potencial no ponto  $Q$  é  $1.3 \, \text{V}$ , determine o vetor força magnética sobre o fio.
3. (5 valores) Uma carga pontual de  $-2.5 \, \text{nC}$  encontra-se na origem e uma segunda carga pontual de  $3.2 \, \text{nC}$  encontra-se na posição  $x = 3.6 \, \text{cm}$ , no eixo  $x$ . Calcule o campo elétrico resultante dessas duas cargas no ponto em  $y = 5.8 \, \text{cm}$ , no eixo  $y$ . Se um eletrão fosse colocado nesse mesmo ponto, determine a força elétrica sobre ele (escreva as suas respostas de forma vetorial, indicando as unidades).
4. (5 valores) Em coordenadas cartesianas e unidades SI, a expressão do campo elétrico de uma onda eletromagnética plana é:

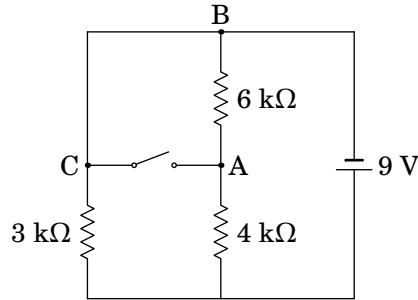
$$\vec{E} = 0.6 \cos \left( 0.251 y + 7.53 \times 10^7 t \right) \hat{i}$$

Determine:

- A direção e sentido de propagação da onda.
- O comprimento de onda.
- A frequência da onda.
- A expressão do campo magnético em função da posição e do tempo.

## Resolução

1. No instante  $t = 0$  o circuito equivalente é o seguinte:

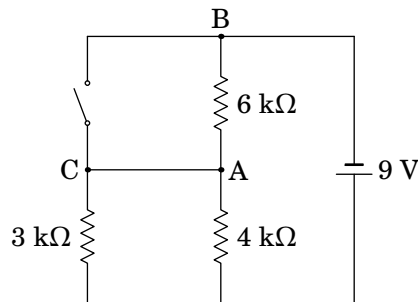


Nesse instante, a diferença de potencial no indutor é  $\Delta V_L = V_A - V_C$ , mas como o potencial é igual nos pontos B e C essa diferença de potencial é também igual à diferença de potencial  $V_A - V_B$  na resistência de  $6 \text{ k}\Omega$ . Como a corrente na resistência de  $3 \text{ k}\Omega$  é nula, a corrente nas resistências de  $6 \text{ k}\Omega$  e  $4 \text{ k}\Omega$  é igual, ou seja, estão em série e:

$$\Delta V_L = V_A - V_B = \left( \frac{6}{6+4} \right) 9 = 5.4 \text{ V}$$

(maior potencial no lado direito, A, do que no lado esquerdo, C).

No estado estacionário, o circuito equivalente é o seguinte:



A diferença de potencial no condensador é  $\Delta V_C = V_C - V_B$ , mas como o potencial é igual nos pontos A e C essa diferença de potencial é também igual à diferença de potencial  $V_A - V_B$  na resistência de  $6 \text{ k}\Omega$ . Neste caso as resistências de  $3 \text{ k}\Omega$  e  $4 \text{ k}\Omega$ , em paralelo, podem ser substituídas pela resistência equivalente,

$$R_p = \frac{3 \times 4}{3+4} = \frac{12}{7} \text{ k}\Omega$$

e a diferença de potencial no condensador é:

$$\Delta V_C = V_A - V_B = \left( \frac{6}{6+12/7} \right) 9 = 7 \text{ V}$$

(maior potencial na armadura de baixo).

2. A intensidade da corrente no fio é igual a:

$$I = \frac{V_P - V_Q}{R} = \frac{6.5 - 1.3}{0.3} = 17.333 \text{ A}$$

no sentido do ponto P, com maior potencial, para o ponto Q, com menor potencial. Como o vetor de P até Q é na direção  $-\hat{i}$ , o vetor corrente é (unidades SI):

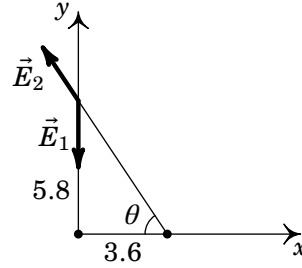
$$\vec{I} = -17.333 \hat{i}$$

A força magnética sobre o fio retilíneo é dada pela expressão:

$$\vec{F}_m = \ell(\vec{I} \times \vec{B}) = -2 [17.333 \hat{i} \times (0.21 \hat{i} - 0.43 \hat{j} + 0.32 \hat{k})] = 11.1 \hat{j} + 14.9 \hat{k}$$

(em newton).

3. A figura seguinte mostra as duas cargas e os campos  $\vec{E}_1$  e  $\vec{E}_2$  que elas produzem no ponto em questão (distâncias em cm).



Os módulos dos dois campos são (unidades SI):

$$E_1 = \frac{8.988 \times 10^9 \times 2.5 \times 10^{-9}}{5.8^2 \times 10^{-4}} = 6679.5 \quad E_2 = \frac{8.988 \times 10^9 \times 3.2 \times 10^{-9}}{(3.6^2 + 5.8^2) \times 10^{-4}} = 6172.0$$

Tendo em conta a figura acima, o campo resultante é igual a:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -6679.5 \hat{j} + 6172.0(-\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}) \\ &= -6679.5 \hat{j} + 6172.0 \left( -\frac{3.6}{\sqrt{3.6^2 + 5.8^2}} \hat{i} + \frac{5.8}{\sqrt{3.6^2 + 5.8^2}} \hat{j} \right) \\ &= (-3255 \hat{i} - 1436 \hat{j}) \text{ N/C} \end{aligned}$$

A força sobre um eletrão colocado nesse ponto seria,

$$\vec{F} = -e\vec{E} = -1.602 \times 10^{-19} (-3255 \hat{i} - 1436 \hat{j}) = (5.21 \times 10^{-16} \hat{i} + 2.30 \times 10^{-16} \hat{j}) \text{ N}$$

4. (a) A onda propaga-se no sentido negativo do eixo  $y$ .  
 (b) A constante 0.251 é igual a  $2\pi/\lambda$  e, como tal, o comprimento de onda é:

$$\lambda = \frac{2\pi}{0.251} = 25 \text{ m}$$

(c) A frequência é igual a:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2.998 \times 10^8 \times 0.251}{2\pi} = 1.20 \times 10^7 \text{ Hz}$$

(d) A função de onda do campo magnético é igual à função de onda do campo elétrico dividida por  $c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$ . Essa função de onda deverá ser multiplicada pelo versor  $\hat{k}$ , para que  $\vec{B}$  seja perpendicular a  $\vec{E}$  e o produto  $\vec{E} \times \vec{B}$  tenha a direção de propagação  $-\hat{j}$ . Como tal, em unidades SI,

$$\vec{B} = 2.0 \times 10^{-9} \cos(0.251 y + 7.53 \times 10^7 t) \hat{k}$$