

# Proyecto 1 EDO

## Metodo de Euler

Jairo Garcia, Abel Alvarez  
20002864, 20002301  
Universidad Galileo  
Guatemala, Guatemala

**Resumen**—Con el objetivo de resolver Ecuaciones Diferenciales Ordinarias haciendo uso de la capacidad computacional, se investigó Un metodo que solucionara dichas ecuaciones de manera Iterativa, el cual fuera capaz de implementar el metdo de Euler y Metodo de Euler Mejorado, a traves de la creacion de un software que usara dichos metodos para resolver ecuaciones dadas por el usuario.

### I. INTRODUCCIÓN

Con la realizacion del proyecto, se buscó Poner en practica nuestros conocimientos sobre Ecuaciones Diferenciales Ordinarias; para poder resolver las ecuaciones planteadas en las pruebas, con el fin de poder comparar dicha solucion con los resultados obtenidos a traves del software que aplica el metodo que implementamos (Metodo de Euler).

Todo esto se llevo a cabo aplicando concimientos de Programacion (Java) y aplicando los conocimientos sobre el metodo de Euler que se investigó, para posteriormente presentar los resultados.

### II. PROCEDIMIENTO

Primero descargamos Netbeans para poder desarrollar nuestro proyecto con java. Al ya tenerlo hicimos nuestro diseño de la interfaz para ya tener la estructura de como ibamos a armar nuestro programa. Al ya tener la interfaz deseada tuvimos que analizar que los textbox nos iban a devolver Strings y para poder utilizarlos bien los convertimos a variables DOUBLE. Fuimos creando clases para ir implementando los algoritmos que necesitabamos los cuales fueron el METODO DE EULER y el METODO DE EULER MEJORADO. Implementamos tablas para imprimir los datos que nos iba extrayendo secuencialmente hasta el punto de  $y$  máximo. Para imprimir la gráfica guardamos en listas los valores de  $x$  y  $y$ . Estos los mandamos a llamar con la libreria de la gráfica para que fuera poniendo los puntos en nuestra gráfica. Al finalizar imprime el resultado del cuando  $x$  llega al numero a aproximar.

#### II-A. Recursos

Incluyendo versiones de los Progamas, librerias etc

- Laptop Asus ROG Strix y Lenovo Thinkpad.
- Ram: 16GB Y 8GB
- Procesador: i7-9750H Y i7-4810MQ
- IDEs: Apache Netbeans 12.5 y Visual Studio 1.61.1
- Lenguaje: Java
- Librerias: Jep,jcommon,jfreechart,ext(evaluar funciones).

#### II-B. Pasos del procedimiento

##### Algoritmo para el Metodo de Euler:

1. Obtener valores iniciales para  $X_i, Y_i, h$  y la Ecuacion de la Derivada.
2. Para obtener los valores de  $x$ , se itera su valor sumando de manera secuencial junto con el valor de  $h$  (numero de paso).
3. Para obtener el valor de  $Y$  utilizamos la ecuacion que describimos en la seccion de Modelo Matematico.

$$y_{n+1} = y_n + \frac{dy_n}{dx_n} \cdot h \quad (1)$$

4. Luego de obtener los valores de  $X$  y  $Y$  del momento, se calcula la derivada de dichos valores, para que esta sea usada en la operacion de la iteracion siguiente.

##### Algoritmo para el Metodo de Euler Mejorado:

1. Obtener valores iniciales para  $X_i, Y_i, h$  y la Ecuacion de la Derivada.
2. Para obtener los valores de  $x$ , se itera su valor sumando de manera secuencial junto con el valor de  $h$  (numero de paso)
3. Para obtener el valor de  $Y$  se usa esta ecuacion

$$y_{n+1} = y_n + h \left( \frac{f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_{n+1}^*)}{2} \right) \quad (2)$$

4. Luego de Obtener los respectivos valores para  $X$  y  $Y$ , se calcula el valor de la derivada del momento,

para posteriormente utilizarla en el cálculo de la siguiente iteración.

### III. MODELO MATEMATICO

- Ecuación Para calcular el Método de Euler:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{dy_n}{dx_n} \cdot h \quad (3)$$

- Ecuación Para calcular el Método Mejorado de Euler:

$$y_{n+1} = y_n + h \left( \frac{f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_{n+1}^*)}{2} \right) \quad (4)$$

$$y_{n+1}^* = y_n + hf(x_n, y_n)$$

### IV. DEFINICIONES

- Método de Euler: Es un método numérico simple que resuelve Ecuaciones diferenciales ordinarias al contar con valores iniciales y cantidad de pasos. Esto se realiza de manera iterativa hasta encontrar el valor indicado.
- Método de Euler Mejorado: Este método utiliza los conceptos y fórmulas del método de Euler para calcular la pendiente en un punto inicial y final y luego promediarlas.
- JFreeChart: Es una librería **open source** para Java la cual nos permite crear diferentes tipos de gráficas.
- DecimalFormat: Librería de Java que nos permite establecer cantidad de decimales en un número.
- JEP: Librería matemática que nos ayuda a resolver las funciones matemáticas que nosotros queramos.

### V. RESULTADOS

Soluciones a cada inciso de las Pruebas establecidas en la guía del proyecto:

#### 1.Solucion Prueba 1

- Resolución de EDO:

$$\begin{aligned} y' &= 2xy \parallel \cdot \frac{1}{y} \\ \frac{y'}{y} &= 2x \int \dots dx \\ \ln(y) &= x^2 + C \parallel e \\ y &= ce^{x^2} \\ c &= \frac{5}{e^1} \\ y &= \frac{5}{e^1} e^{x^2} \end{aligned} \quad (5)$$

- Datos Iniciales: h = 0.05, x = 1, y = 5, aproximar y(1.5)

- Valor de la Aproximación: 15.8664, ver **Imagen 2 - Prueba 1 programa** en Anexos

#### 2.Solucion Prueba 2

- Resolución de EDO:

$$\begin{aligned} y' &= 1 + y^2 \\ \frac{y'}{1+y^2} &= 1 \int \dots dx \\ \arctan(y) &= x + c \\ y &= \tan(x + c) \\ c &= 0 \\ y &= \tan(x) \end{aligned} \quad (6)$$

- Datos Iniciales: h = 0.05, x = 0, y = 0, aproximar y(0.5)

- Valor de la Aproximación: 0.6029, ver **Imagen 3 - Prueba 2 programa** en Anexos

#### 3.Solucion Prueba 3

- Resolución de EDO:

$$\begin{aligned} y' &= e^y \parallel * \frac{1}{e^y} \\ \frac{1}{e^y} * y' &= 1 \\ -e^{-y} &= x + c \\ \ln(e^{-y}) &= \ln(-x - c) \\ y &= -\ln(-x - c) \\ c &= -1 \\ y &= -\ln(-x + 1) \end{aligned} \quad (7)$$

- Datos Iniciales parte 1: h = 0.1, x = 0, y = 0, aproximar y(0.5)

- Valor de la Aproximación: 0.8227, ver **Imagen 4 - Prueba 3 programa** en Anexos

- Datos Iniciales parte 2: h = 0.05, x = 0, y = 0, aproximar y(0.5)

- Valor de la Aproximación: 0.7582, ver **Imagen 5 - Prueba 3 programa** en Anexos

- Tabla de comparación entre Error Absoluto y Error Relativo, con el valor de paso = 0.1:

- ver **Imagen 7 - Tabla 1**

- Tabla de comparación entre Error Absoluto y Error Relativo, con el valor de paso = 0.05:

- ver **Imagen 8 - Tabla 2**

#### 4.Solucion Prueba 4

Resolucion de EDO:

$$\begin{aligned} y' &= 0,9y - 1,8y^2 \\ \Rightarrow y' - 0,9y &= -1,8y^2 \parallel * \frac{1}{y^2} \\ \Rightarrow \frac{1}{y^2} y' - 0,9y^{-1} &= -1,8 \end{aligned}$$

sustitución:

$$\begin{aligned} u &= y^{-1} \quad u' = -y^{-2} \cdot y' \\ \Rightarrow -u' &= y^2 \cdot y' \end{aligned}$$

→ Resolver EDO :

$$\begin{aligned} -u' - 0,9u &= -1,8 \parallel * -1 \\ \rightarrow u' + 0,9u &= 1,8 \end{aligned}$$

→ EHA :

$$\begin{aligned} u' + 0,9u &= 0 \Rightarrow u' = -0,9u \\ \Rightarrow \frac{1}{u} u' &= -0,9 \parallel \int dx \\ \Rightarrow \ln(u) &= -0,9x + c \parallel | 1e^{\cdot} \Rightarrow u_H = c \cdot e^{-0,9x} \end{aligned}$$

→ Lagrange :

$$u_T = \frac{c}{e^{0,9x}} \Rightarrow u_T = \frac{z}{e^{0,9x}}$$

$$\rightarrow u'T = \frac{z^{+0,9x} - 0,9e^{+0,9x} \cdot z}{(e^{0,9x})^2}$$

$$\begin{aligned} > u' + 0,9u &= 1,8 \\ \Rightarrow \frac{z'}{e^{0,9x}} - \frac{0,9z}{e^{0,9x}} + \frac{0,9 \cdot z}{e^{0,9x}} &= 1,8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{z'}{e^{0,9x}} &= 1,8 \Rightarrow z' = 1,8 \cdot e^{0,9x} \parallel \int dx \\ \Rightarrow z &= \frac{1,8}{0,9} \cdot e^{0,9x} + c \end{aligned}$$

$$\rightarrow u_T = \frac{\left(\frac{1,8}{0,9}\right) \cdot e^{0,9x} + c}{e^{0,9x}} \Rightarrow u_T = \frac{1,8}{0,9} + \frac{C}{e^{0,9x}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1,8}{0,9} + \frac{c}{e^{0,9x}} \Rightarrow y = \frac{1}{\frac{1,8}{0,9} + \frac{c}{e^{0,9x}}} \quad (8)$$

$$\rightarrow C = \frac{6}{47} \rightarrow y = \frac{1}{\frac{1,8}{0,9} + \frac{6/47}{e^{0,9x}}} \quad (9)$$

- Datos Iniciales: h = 1, y = 0.47, aproximar y(1)

- Valor de la Aproximacion: 0.4923, ver **Imagen 6 - Prueba 4 programa** en Anexos

#### VI. DIAGRAMA DE BLOQUES

Ver **Imagen 1 - Diagrama de Bloques**

#### VII. DISCUSIÓN / ANÁLISIS

Durante la obtención de los datos de las pruebas establecidas en la guía, pudimos observar el comportamiento de los datos arrojados por parte del Método de Euler, este representaba una mejor aproximación a medida que el paso (h) era mas pequeño, esto debido a que el valor de paso disminuye el error que influye en el cálculo realizado con dicho método.

Sin embargo, con el Método Mejorado de Euler, pudimos notar una mejora en relación a los datos que se obtiene, ya que incrementa la precisión de la estimación de la gráfica, haciendola más parecida al comportamiento de la Solución Real de la EDO.

Con estos razonamientos pudimos establecer 2 proposiciones:

- Si se disminuye el valor del paso, se aumenta la precisión de los valores calculados por el método (Método Mejorado y Método de Euler)
- Al encontrar la solución de la Ecuación Diferencial y compararla con la aproximación proveida por el Software, pudimos notar de que dicha aproximación no difiere en gran medida con la EDO resuelta.

#### VIII. CONCLUSIÓN

Al terminar la implementacion de los metodos en nuestro software, logramos comprender el comportamiento, cantidad de eficiencia y porcentaje de errores de cada metodo por separado (Metodo de Euler y Metodo de Euler Mejorado), esto a traves de la comparacion de los datos y resultados que obtuvimos durante la fase de pruebas, evaluando los distintos resultados obtenidos de las ecuaciones Diferencias Ordinarias.

Fuimos capaces de traducir las ecuaciones descritas para cada metodo en algoritmos adaptados a un lenguaje de programacion (Java), los cuales fueron implementados en nuestro programa. A pesar de los nuevos retos, pudimos implementar todo a nuestro codigo y aplicarle una interfaz grafica que se adaptara con todo los datos que se necesitan, proveidos por el usuario.

page

#### IX. PRUEBAS

<https://drive.google.com/drive/folders/1u2urLxKikeuv04XBzyAjybn5QJexGH8c?usp=sharing>

## REFERENCIAS

- [1] Trench, William:, *Ordinary Differential Equations*, <http://digitalcommons.trinity.edu/mono/8>.
- [2] Tenenbaum, M. y H., *Pollard: Ordinary Differential Equations*, DoverPublications, 1985.
- [3] FISICC, Universidad Galileo: Clases Dr. Eduardo Suger, , *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*, [http://medialab.galileo.edu.](http://medialab.galileo.edu/), 2005,
- [4] *Documentacion Libreria JEP*,  
<http://www.singularsys.com/jep/doc/html/functions.html>,

## X. ANEXOS

Imagen 1 - Diagrama de Bloques:

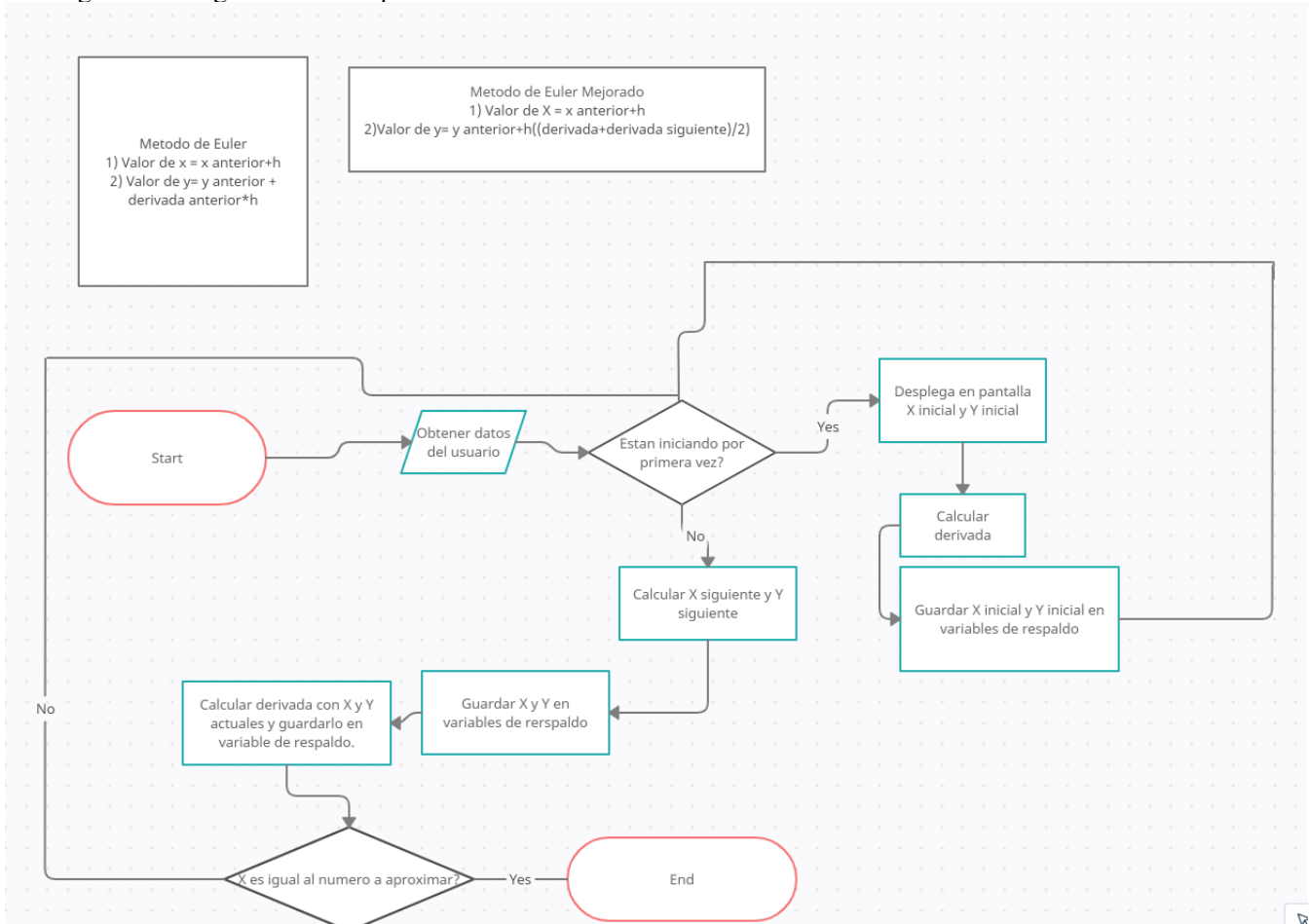


Imagen 2 - prueba 1 programa:

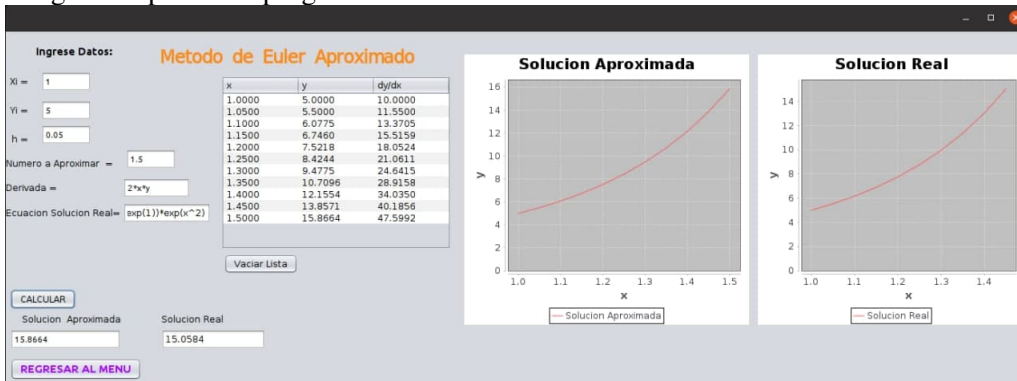


Imagen 3 - prueba 2 programa:

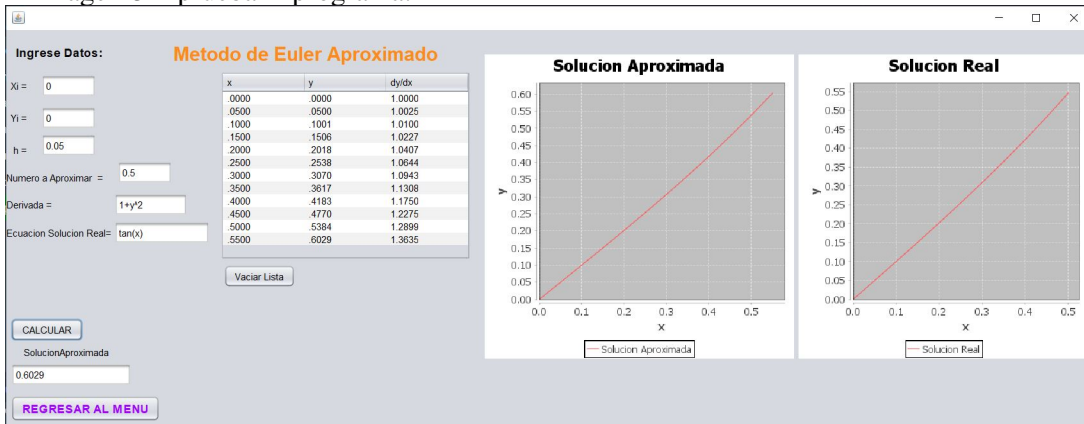


Imagen 4 - prueba 3 programa:

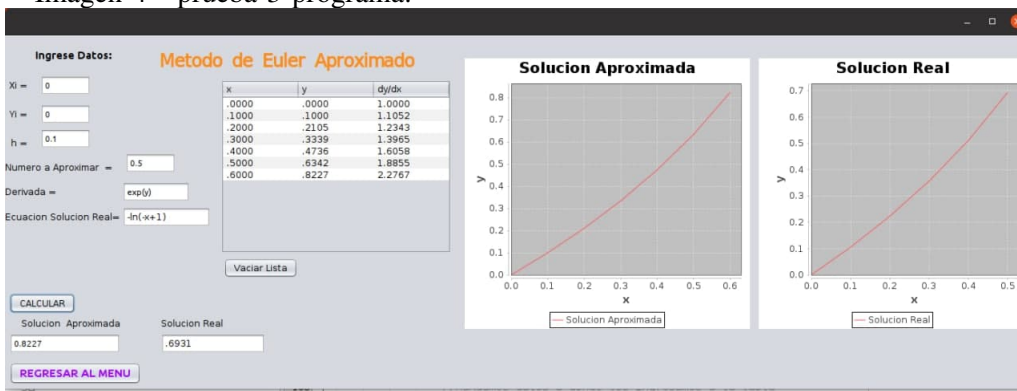


Imagen 5 - prueba 3 - parte 2 programa:



Imagen 6 - prueba 4 programa:

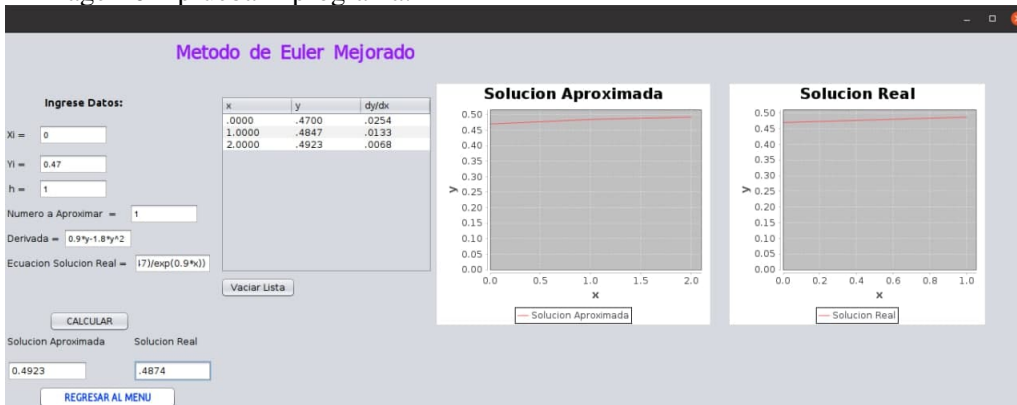


Imagen 7 - Tabla 1:

Paso: 0.1			
Tabla de Errores			
Valor Aproximado	Valor Real	Error Absoluto	Erro Relativo
0.0000	0.0000	0.0000	nulo
0.1000	0.1053	0.0053	0.050332384
0.2105	0.2231	0.0126	0.056476916
0.3339	0.3566	0.0227	0.063656758
0.4736	0.5108	0.0372	0.072826938
0.6342	0.6931	0.0589	0.084980522

Imagen 8 - Tabla 2:

Paso: 0.05			
Tabla de Errores			
Valor Aproximado	Valor Real	Error Absoluto	Erro Relativo
0.0000	0.0000	0.0000	nulo
0.0500	0.0512	0.0012	0.0234375
0.1026	0.1053	0.0027	0.025641026
0.1580	0.1625	0.0045	0.027692308
0.2165	0.2231	0.0066	0.029583147
0.2786	0.2876	0.0090	0.031293463
0.3447	0.3566	0.0119	0.033370723
0.4152	0.4307	0.0155	0.035987927
0.4910	0.5108	0.0198	0.038762725
0.5727	0.5978	0.0251	0.041987287
0.6613	0.6931	0.0318	0.045880825