Transformaciones de intensidad y filtrado espacial (Primera parte)

Realce

- Proceso de manipulación de una imagen que genera un resultado más apropiado que la imagen original para una aplicación específica.
- Ejemplos:
  - ✓Interpretación visual.
  - ✓Reconocimiento de caracteres.

- No existe una teoría general de realce.
- Los ejemplos de esta clase se van a enfocar en realce.

Contexto del procesamiento espacial

- Manipulación directa de los pixeles de la imagen.

$$g(x,y) = T\left[f(x,y)\right]$$

- El procesamiento espacial es por lo general más eficiente (computacionalmente) y requiere menos recursos para su implementación, que las técnicas en el dominio de la frecuencia.
- Categorías:
  - ✓ Transformaciones de intensidad: Se aplica a cada uno de los pixeles individuales.
  - ✓ Filtrado espacial: Se aplica sobre la vecindad de cada pixel en la imagen. Caso general.

Ventanas y filtrado espacial

$$g(x,y) = T[f(x,y)]$$

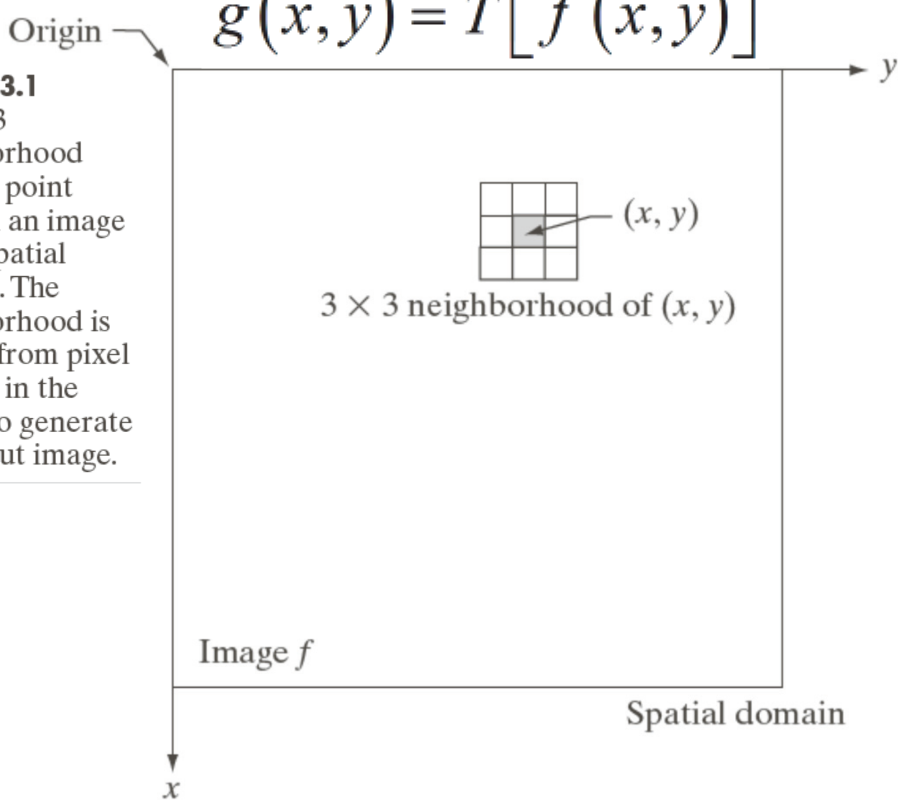


FIGURE 3.1 A 3 × 3 neighborhood about a point (x, y) in an image in the spatial domain. The neighborhood is moved from pixel to pixel in the image to generate an output image.

- La ventana (vecindad, máscara espacial, kernel, plantilla):
  - ✓ Incluye al pixel de interés.
  - ✓ Es típicamente rectangular.
  - ✓ Centrada en (x,y).
  - ✓ Mucho más pequeña que la imagen.

- Ejemplo de un operador T: Calcular el promedio de intensidad en la vecindad del pixel (x,y), considerando una ventana de 3x3.

Consideraciones

- El proceso puede comenzar con el pixel superior izquierdo.
- Cuando el origen de la vecindad (x,y) , está en el borde de la imagen, los vecinos quedan por fuera de la imagen.

  Soluciones:

  - ✓ Ignorar los vecinos que quedan por fuera del borde en la aplicación de T.
  - ✓ Añadir ceros u otro nivel de intensidad alrededor del borde original. El ancho de este nuevo borde depende del tamaño de la ventana.

Transformaciones de intensidad o transformaciones de punto

- Cuando la vecindad solo incluye un elemento, el valor de g depende únicamente del valor de f en el punto (x,y).

- T se convierte en una función de transformación de intensidad, conocida también como función de mapeo, o función de transformación de escala de grises.

- $s=T(r)$: Donde s y r son las intensidades de g y f en (x,y).

Ejemplos

Función para extender el contraste

Función para generar una imagen binaria

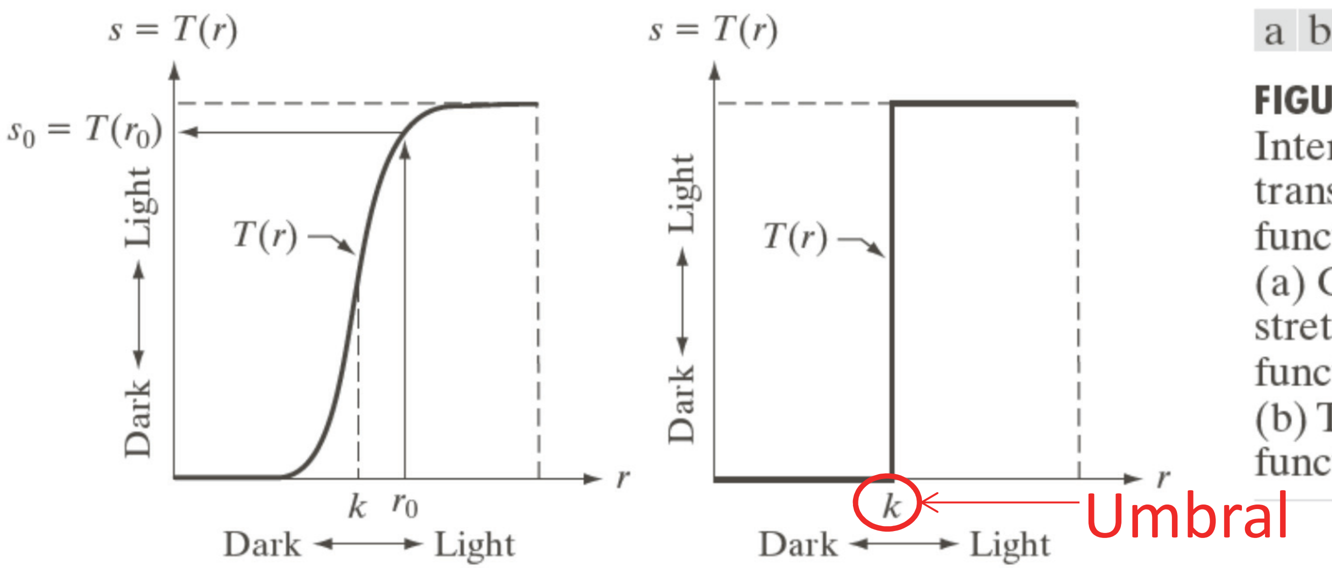


FIGURE 3.2 Intensity transformation functions. (a) Contrast-stretching function. (b) Thresholding function.

Funciones básicas de transformación de intensidad

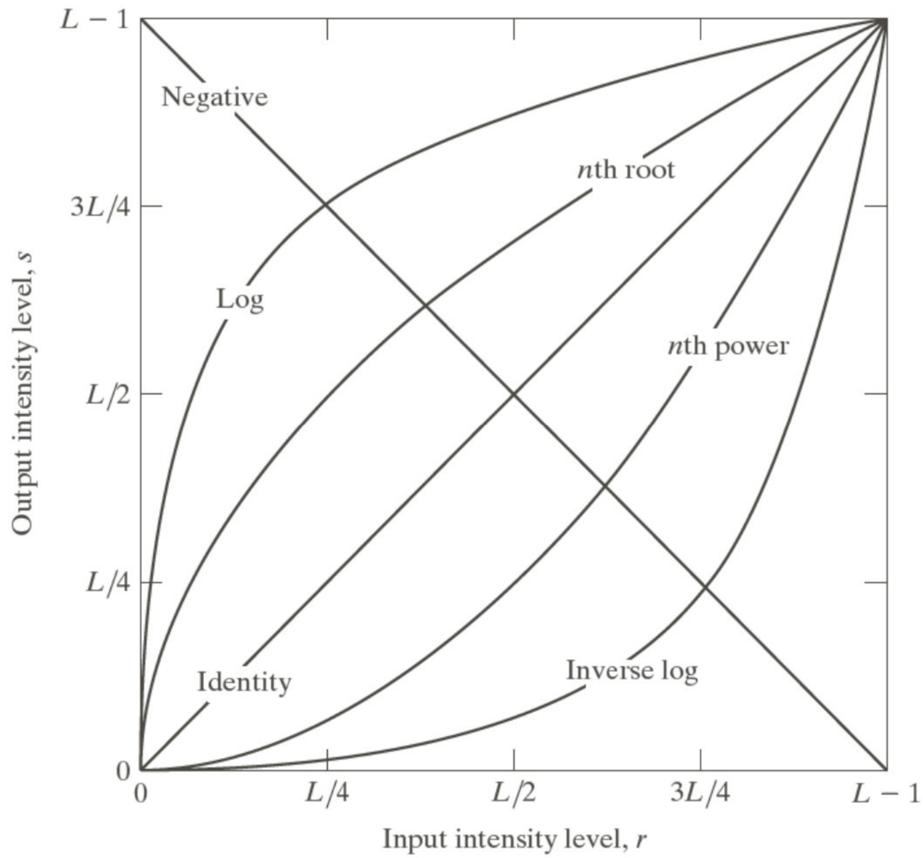


FIGURE 3.3 Some basic intensity transformation functions. All curves were scaled to fit in the range shown.

- Se puede implementar con "look-up tables".

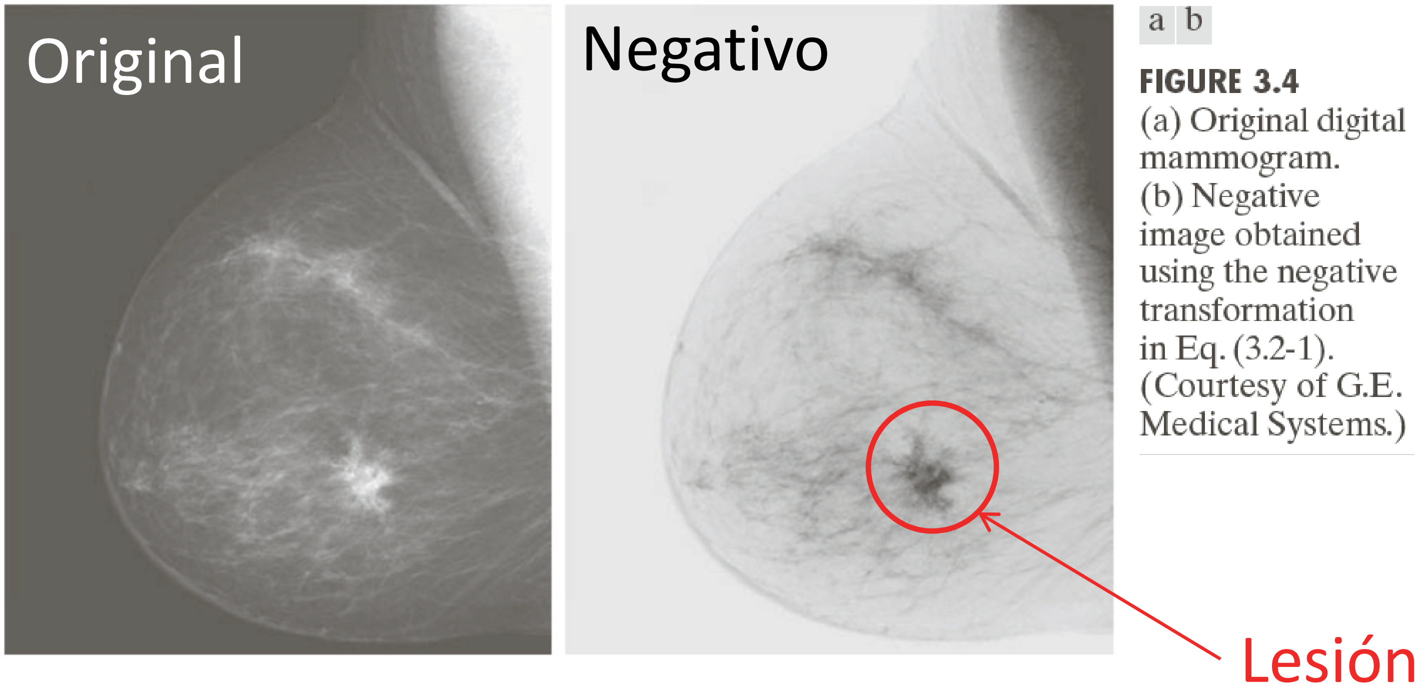
Look-up table
(8-bit grayscale image)

$r = 255$	$T(255)$
$r = 254$	$T(254)$
$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$
$r = 2$	$T(2)$
$r = 1$	$T(1)$
$r = 0$	$T(0)$

- Funciones típicas:
  - ✓ Lineal.
  - ✓ Logarítmica.
  - ✓ Ley de potencia.

Negativo de una imagen

Mamografía



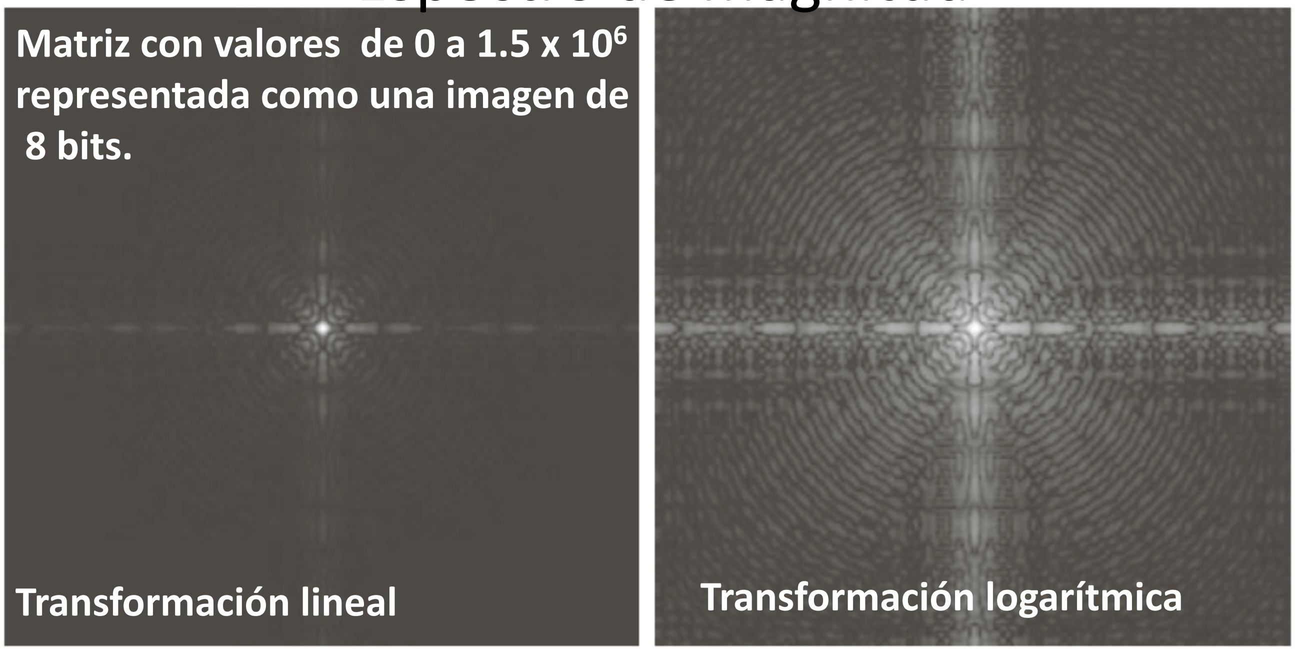
a b

FIGURE 3.4 (a) Original digital mammogram. (b) Negative image obtained using the negative transformation in Eq. (3.2-1). (Courtesy of G.E. Medical Systems.)

- Intensidad de entrada: $r \in [0, L-1]$
- Intensidad de salida: $\boxed{s = (L-1) - r}$

Transformaciones logarítmicas

Espectro de magnitud



a b

FIGURE 3.5 (a) Fourier spectrum. (b) Result of applying the log transformation in Eq. (3.2-2) with $c = 1$.

$\boxed{s = c\log_{10}(1+r)}$ donde: $r \geq 0$

c : es una constante.

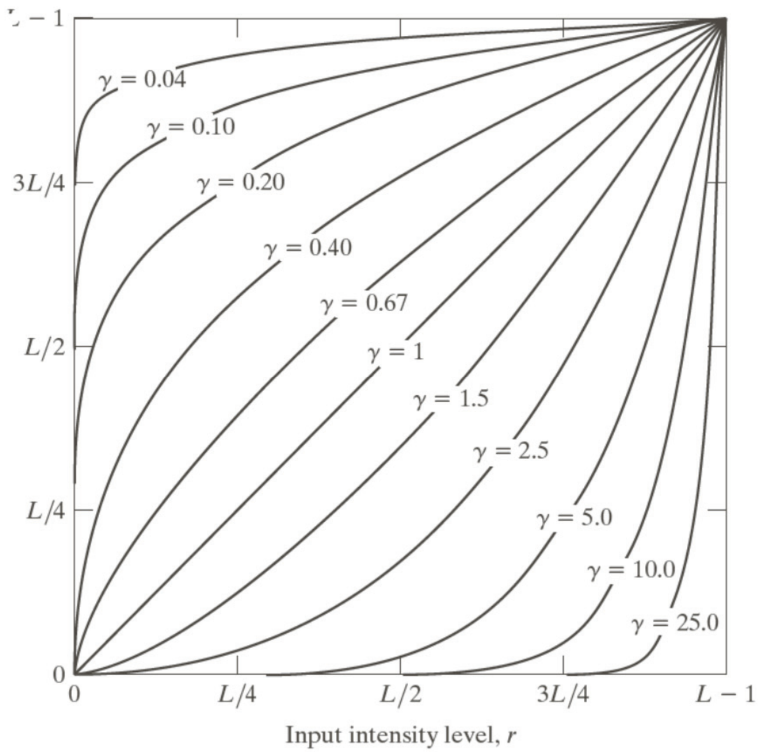
- <u>Expande</u> valores de entrada con <u>baja intensidad</u> (pixeles oscuros).
- <u>Comprime</u> valores de entrada con <u>alta intensidad</u> (pixeles claros).

Pregunta…

- Qué función permite comprimir los valores de de entrada con baja intensidad y expandir los de alta intensidad?

Transformación gamma (ley de potencia)

FIGURE 3.6 Plots of the equation $s = cr^{\gamma}$ for various values of γ ($c = 1$ in all cases). All curves were scaled to fit in the range shown.



$$\boxed{s = cr^{\gamma}}$$

Donde:

$$c \geq 0$$

$$\gamma \geq 0$$

- Si $(0 < \gamma < 1)$ la función <u>expande</u> los valores de entrada con <u>baja intensidad</u> (pixeles oscuros) y <u>comprime</u> los valores de entrada con <u>alta intensidad</u> (pixeles claros).
- Si $(\gamma > 1)$ el efecto es contrario.

Ejemplo de corrección gamma

- El exponente de la ley de potencia se conoce como gamma.
- Ejemplo: CRT (relación de intensidad a voltaje), scanner, impresora.

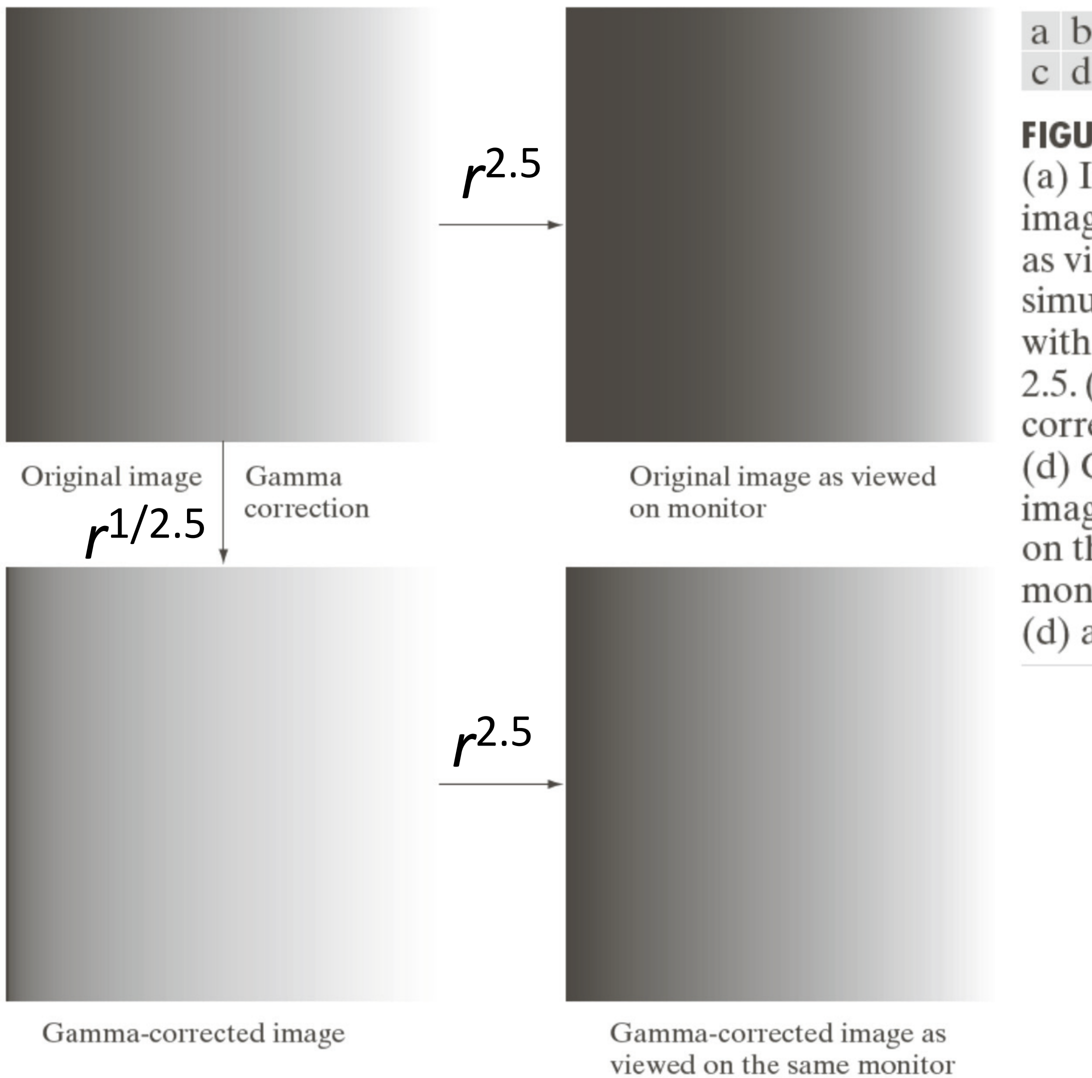


FIGURE 3.7 (a) Intensity ramp image. (b) Image as viewed on a simulated monitor with a gamma of 2.5. (c) Gamma-corrected image. (d) Corrected image as viewed on the same monitor. Compare (d) and (a).

Observación

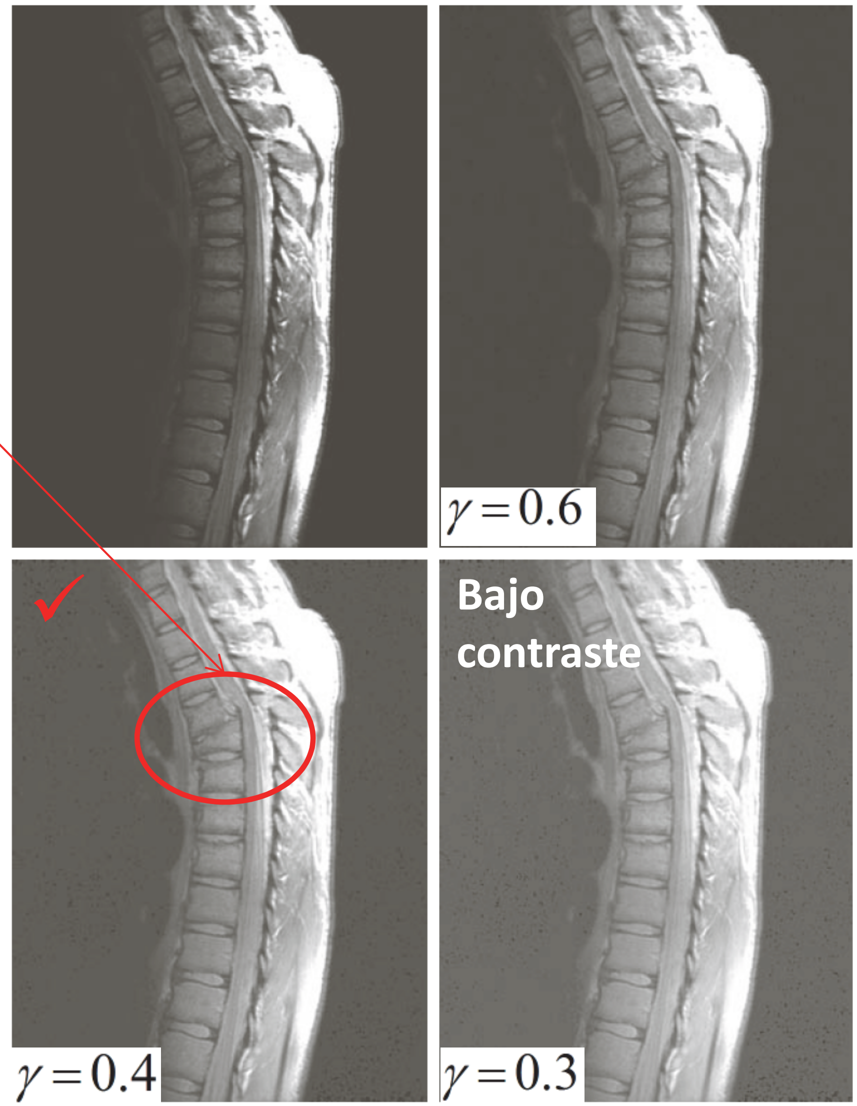
- En una imagen a color, el valor de *gamma* cambia no solo la intensidad sino también los cocientes de rojo-verde-azul.

Ejemplo de corrección gamma

- MRI de una columna con fractura.
- Imagen oscura. Se usa:

$$(0<\gamma<1)$$

$$c=1$$



a b
c d

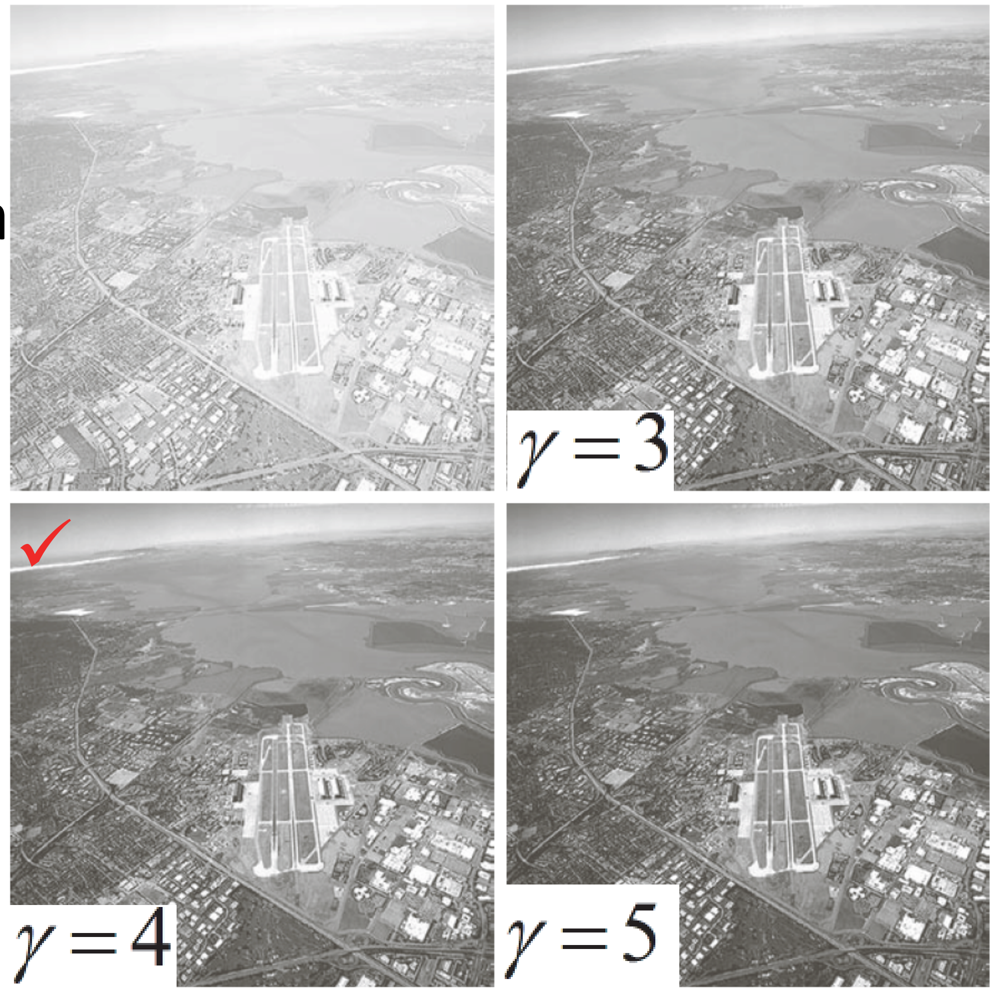
FIGURE 3.8 (a) Magnetic resonance image (MRI) of a fractured human spine. (b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with $c = 1$ and $\gamma = 0.6, 0.4$, and 0.3, respectively. (Original image courtesy of Dr. David R. Pickens, Department of Radiology and Radiological Sciences, Vanderbilt University Medical Center.)

Ejemplo de correción gamma

- Se requiere expandir niveles con alta intensidad. Luego:

$$\left(\gamma > 1\right)$$

$$c = 1$$



a b
c d

FIGURE 3.9 (a) Aerial image. (b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with $c = 1$ and $\gamma = 3.0, 4.0,$ and 5.0, respectively. (Original image for this example courtesy of NASA.)

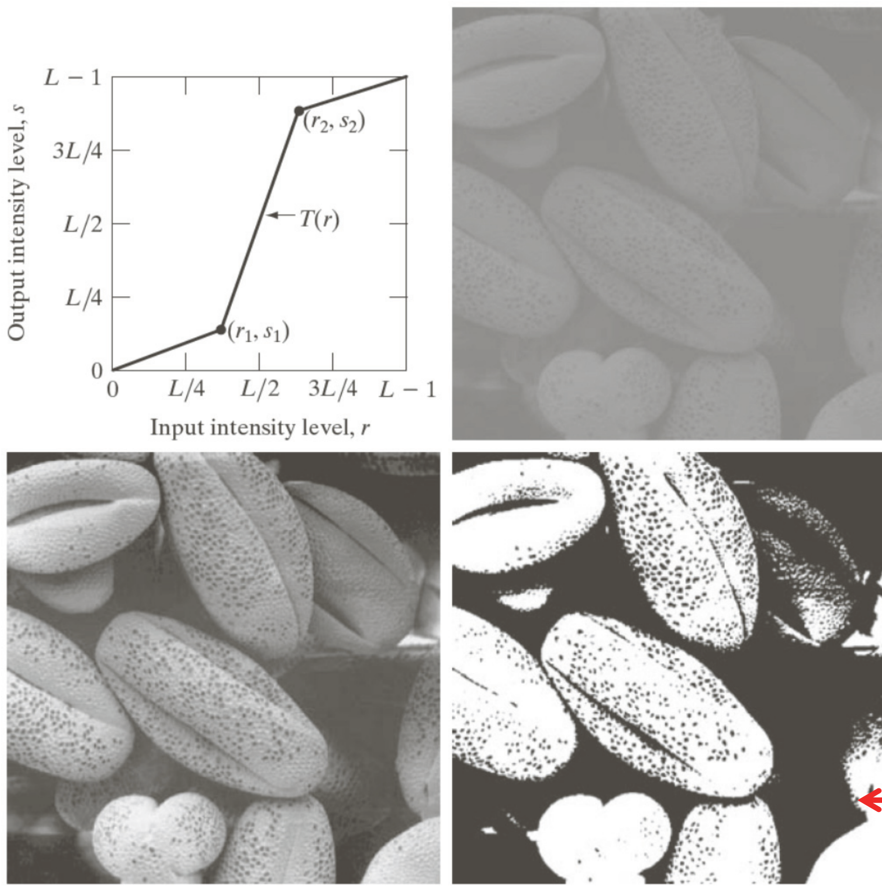
Funciones definidas por segmentos lineales

- Pueden representar funciones arbitrariamente complejas.
- Su especificación requiere de más datos por parte del usuario.

Extensión de contraste

$$r_1 \leq r_2$$
$$s_1 \leq s_2$$

Imágenes de polen magnificado 700 veces con SEM.



a b
c d

FIGURE 3.10 Contrast stretching. (a) Form of transformation function. (b) A low-contrast image. (c) Result of contrast stretching. (d) Result of thresholding. (Original image courtesy of Dr. Roger Heady, Research School of Biological Sciences, Australian National University, Canberra, Australia.)

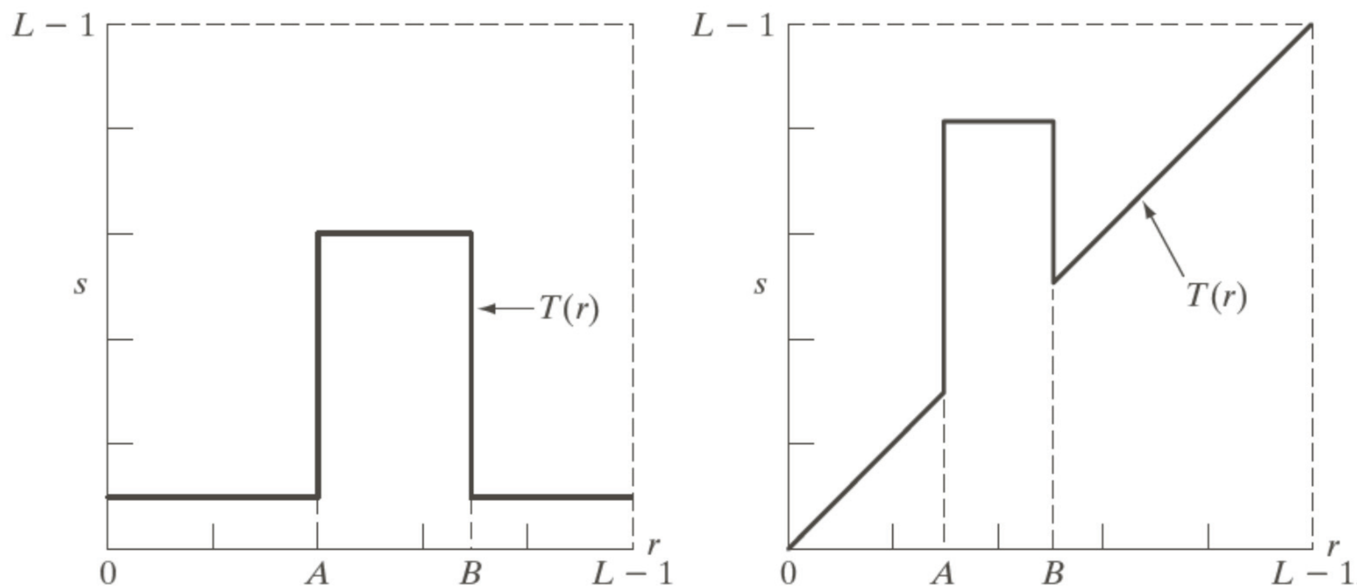
$$r_1 = r_2$$
$$s_1 = 0$$
$$s_2 = L - 1$$

Cortes en el nivel de intensidad (*Intensity-level slicing*)

- Permite realzar ciertos niveles de gris, mientras el resto de la imagen queda con un nivel de intensidad fijo o con su nivel de intensidad original.

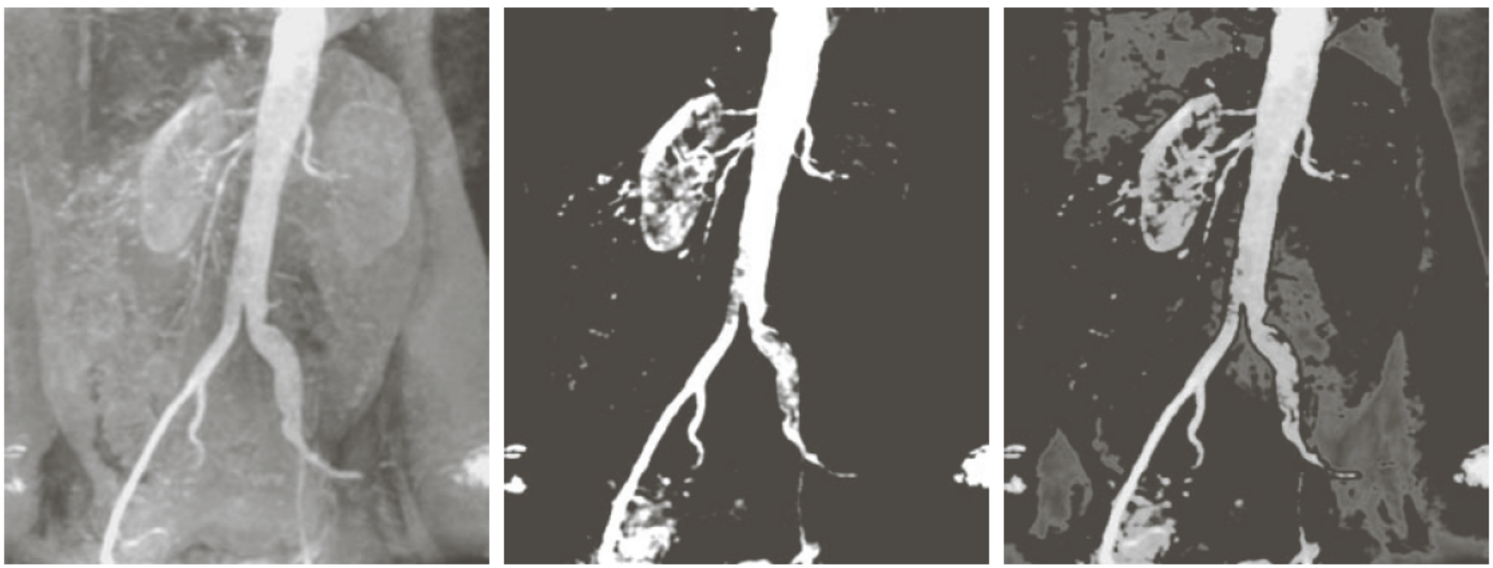
a b

FIGURE 3.11 (a) This transformation highlights intensity range [A, B] and reduces all other intensities to a lower level. (b) This transformation highlights range [A, B] and preserves all other intensity levels.



Ejemplo

- Angiograma aórtico cerca de los riñones.
- Realce de vasos sanguíneos.



a b c

FIGURE 3.12 (a) Aortic angiogram. (b) Result of using a slicing transformation of the type illustrated in Fig. 3.11(a), with the range of intensities of interest selected in the upper end of the gray scale. (c) Result of using the transformation in Fig. 3.11(b), with the selected area set to black, so that grays in the area of the blood vessels and kidneys were preserved. (Original image courtesy of Dr. Thomas R. Gest, University of Michigan Medical School.)

Cortando planos de bits
(*bit-plane slicing*)

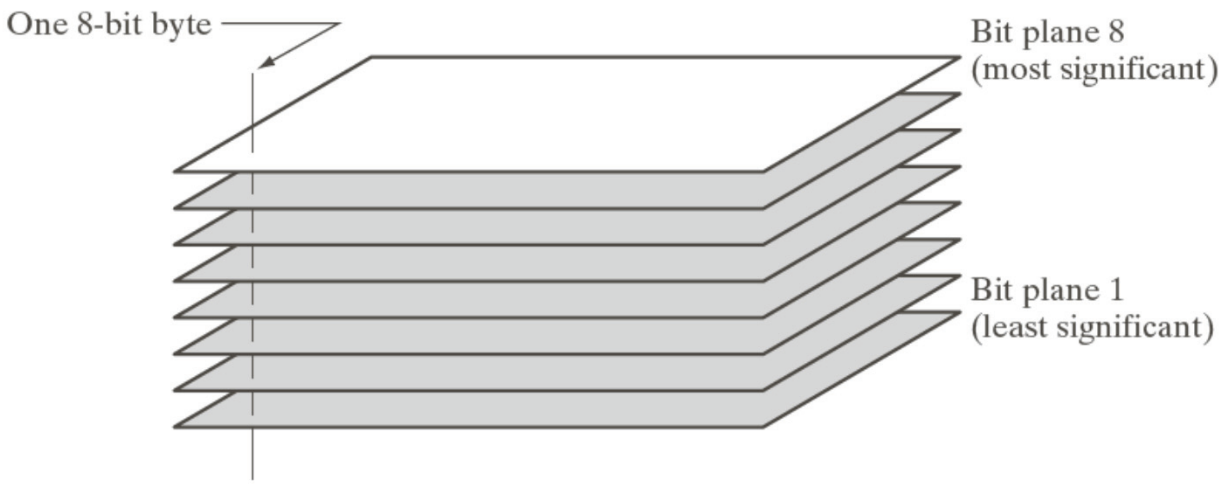
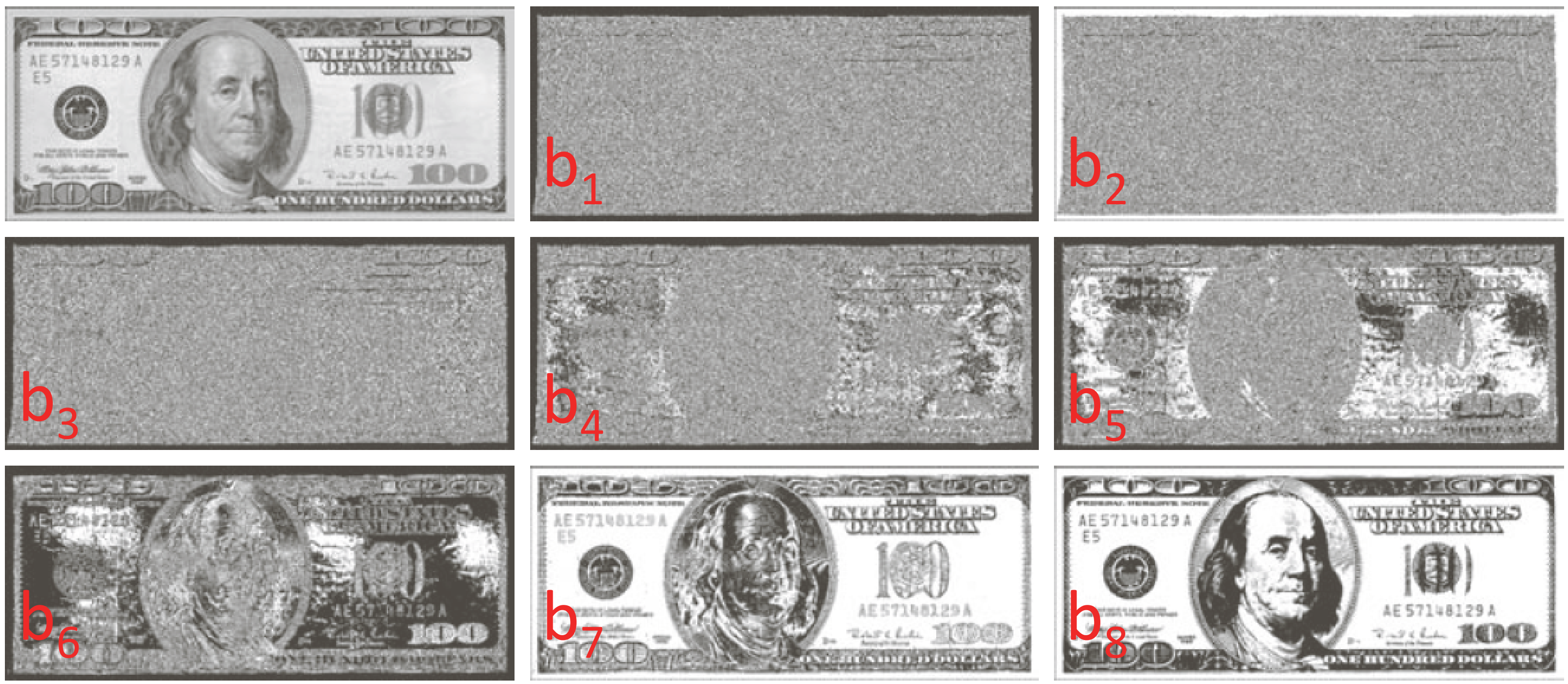


FIGURE 3.13 Bit-plane representation of an 8-bit image.

- Una imagen en escala de grises codificada con *n*-bits, puede representarse por *n* planos de 1 bit
- Evaluar la contribución de cada bit en la imagen.
- Permite determinar cuántos bits se requieren para cuantizar la imagen.

Ejemplo

$B = b_8 b_7 b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1$



a	b	c
d	e	f
g	h	i

FIGURE 3.14 (a) An 8-bit gray-scale image of size 500 × 1192 pixels. (b) through (i) Bit planes 1 through 8, with bit plane 1 corresponding to the least significant bit. Each bit plane is a binary image.

Implicaciones prácticas

a b c

FIGURE 3.15 Images reconstructed using (a) bit planes 8 and 7; (b) bit planes 8, 7, and 6; and (c) bit planes 8, 7, 6, and 5. Compare (c) with Fig. 3.14(a).

- Almacenando únicamente los 4 bits más significativos de cada pixel se podría reconstruir la imagen original hasta un nivel de detalle aceptable.
- El tamaño de la nueva imagen corresponde a un 50% de la imagen original en este ejemplo !!

Ejercicio

- Diseñe un programa en Matlab que permita extraer los planos correspondientes a cada bit en una imagen de tamaño arbitrario representada en una escala de grises con *n* bits.

Histograma de una imagen digital

- Para una imagen digital con niveles de intensidad en un rango de [0,*L*-1], el histograma es una función discreta dada por:

$$h(r_k) = n_k$$

Donde:

r_k :*k*-ésimo valor de intensidad

n_k :Número de pixeles en la imagen con intensidad r_k

Histograma normalizado

$$p(r_k) = \frac{h(r_k)}{MN} = \frac{n_k}{MN} \qquad k = 0,1,2,\ldots,L-1$$

$$\sum_{k=0}^{L-1} p(r_k) = 1$$

$p(r_k)$: Estimación de la probabilidad de ocurrencia del nivel de intensidad r_k en la imagen.

MN : Número de pixeles en la imagen

(número de filas x número de columnas).

Preguntas?

- Cuántos elementos tiene el histograma de una imagen en escala de grises de 4 bits?

- Si una imagen tiene un histograma con 128 elementos cuántos niveles de intensidad tiene la imagen original?

- Implemente una función en Matlab que calcule el histograma y el histograma normalizado de una imagen en escala de grises.

Ejemplos de histogramas

Oscuro

Claro

Bajo contraste

Alto contraste

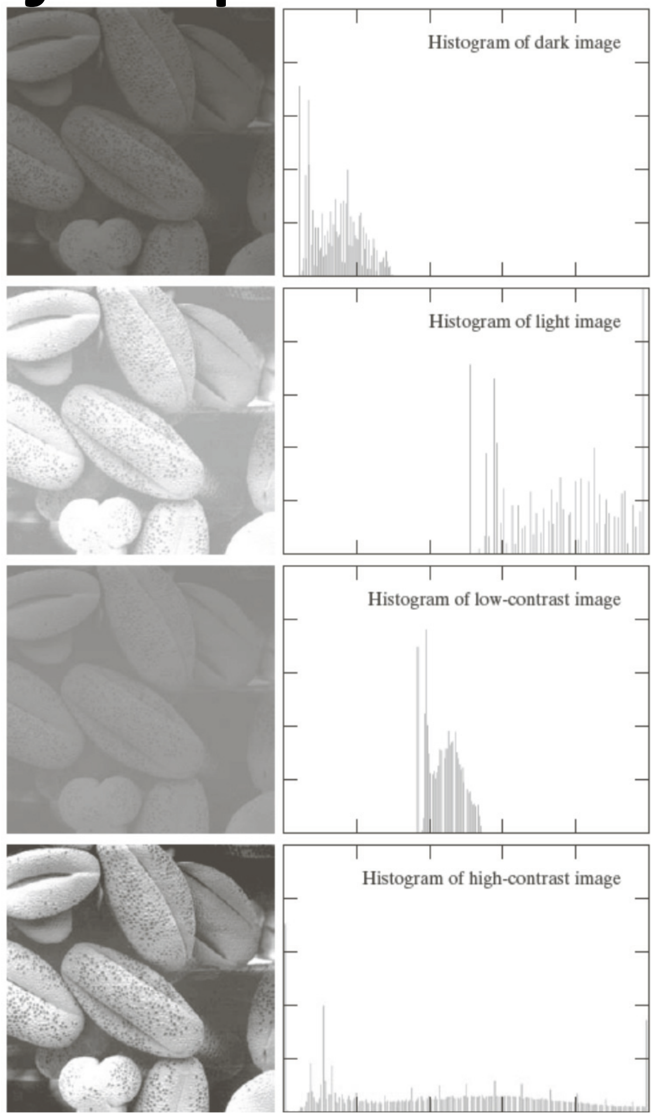
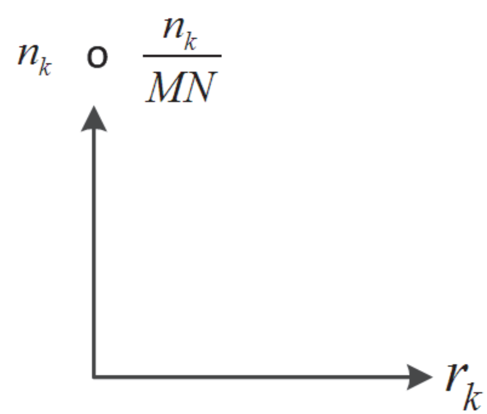


FIGURE 3.16 Four basic image types: dark, light, low contrast, high contrast, and their corresponding histograms.



Para recordar….

- Una imagen cuyos pixeles ocupen todo el rango posible de valores de intensidad y que adicionalmente tiendan a estar distribuidos de manera uniforme, dará la impresión de tener un **contraste alto** y exhibirá una **gran variedad de tonos de gris**.

- Efecto neto: gran nivel de detalle y un rango dinámico alto.

Definiciones

r : Intensidad continua de la imagen de entrada.

$r=0$: Negro.

$r=L-1$: Blanco.

$s=T(r) \quad ;0\leq r\leq L-1$: Mapeo de intensidad.

- Se asume que:

a) $T(r)$ es una función que crece de manera monotónica en el intervalo $0\leq r\leq L-1$ .Es decir que $T(r_2)\geq T(r_1) \quad ;r_2\geq r_1$

y

b) $0\leq T(r)\leq L-1$ para $0\leq r\leq L-1$

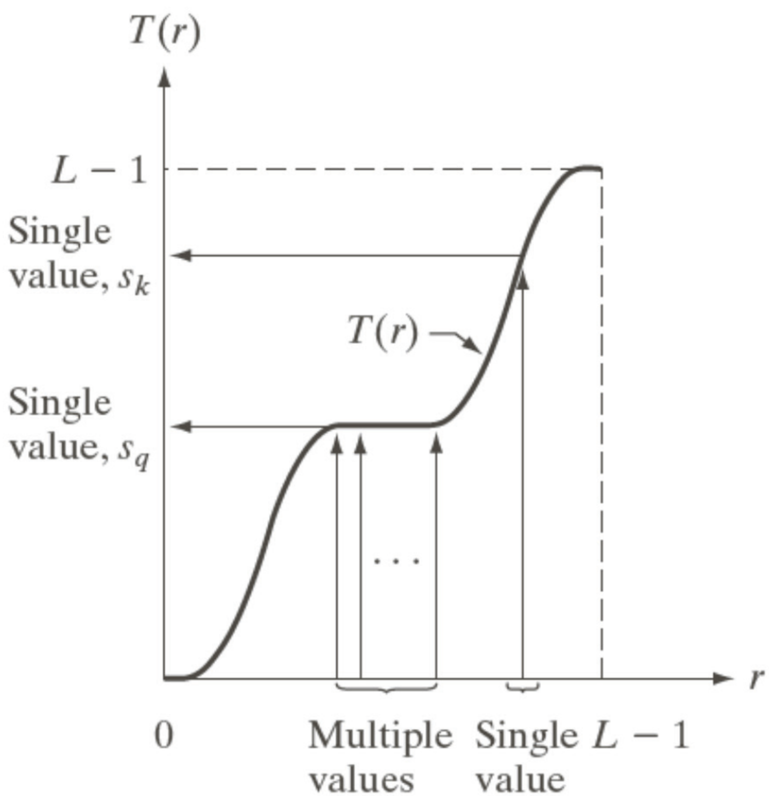
En algunas formulaciones que se tratarán después, se usa la inversa:

$$r = T^{-1}(s) \quad ; 0 \leq s \leq L-1$$

En esos casos se cambia la condición **a)** por:

a´) $T(r)$ es una función que crece de manera estrictamente monotónica en el intervalo $0 \leq r \leq L-1$
Es decir que $T(r_2) > T(r_1) \quad ; r_2 > r_1$

- Garantiza que el mapeo sea uno a uno y que existe inversa!!
- **Nota:** En la práctica se trabaja con valores enteros de intensidad y se hace necesario redondear todos los resultados al entero más cercano.



a b

FIGURE 3.17 (a) Monotonically increasing function, showing how multiple values can map to a single value. (b) Strictly monotonically increasing function. This is a one-to-one mapping, both ways.

Ecualización de la función de densidad de probabilidad

- $p_r(r), p_s(s)$ son las funciones de densidad de probabilidad (PDF) de *r* y de *s*.
- Si $p_r(r), T(r)$ se conocen, usando un resultado fundamental de probabilidad:

$$p_s(s) = p_r(r)\left|\frac{dr}{ds}\right|$$

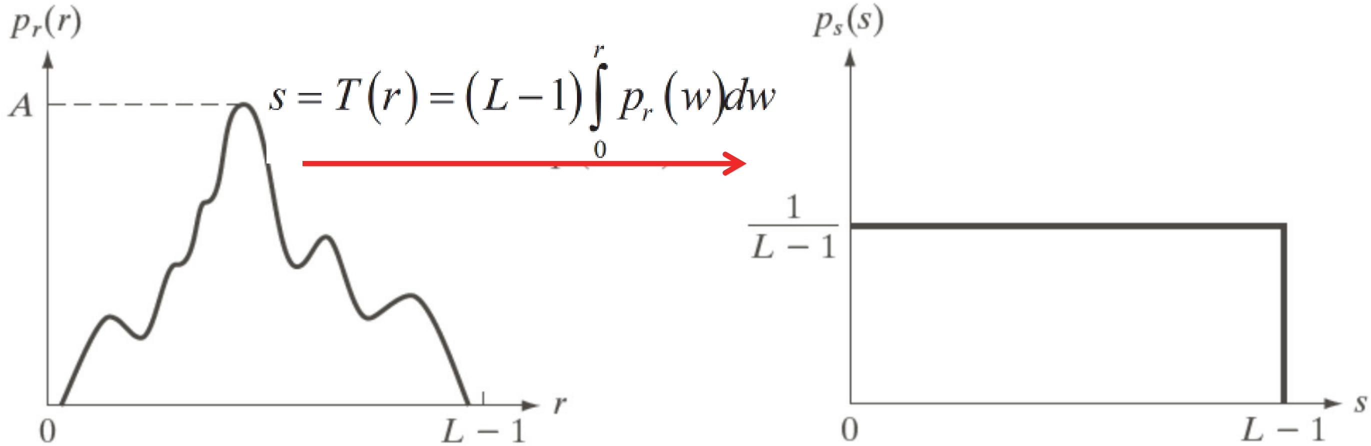
- Transformación de utilidad para el caso continuo:

$$s = T(r) = (L-1)\underbrace{\int_0^r p_r(w)dw}_{\text{Función de distribución acumulada (CDF) de la variable r.}}$$

Donde *w* es una variable auxiliar.

Ejemplo de ecualización de la PDF

Distribución de entrada　　　　Distribución uniforme



a b

FIGURE 3.18 (a) An arbitrary PDF. (b) Result of applying the transformation in Eq. (3.3-4) to all intensity levels, r. The resulting intensities, s, have a uniform PDF, independently of the form of the PDF of the r's.

Note que $T(r)$ depende de $p_r(r)$, pero $p_s(s)$ siempre es uniforme, <u>independiente</u> de la forma de $p_r(r)$.

Ecualización del histograma

- Ahora, asumiendo intensidades <u>discretas</u>:

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{MN} \quad k = 0,1,2\ldots,L-1$$

$$s_k = T(r_k) = (L-1)\sum_{j=0}^{k} p_r(r_j)$$

$T(r_k)$:Transformación de ecualización del histograma o de linealización del histograma

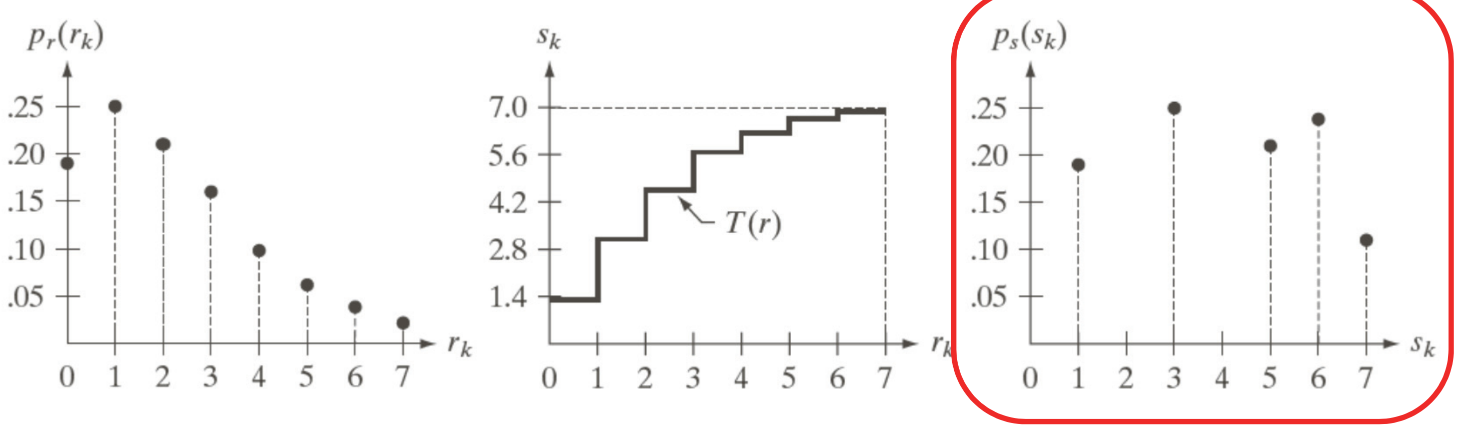
Ejemplo

Imagen de 64 x 64 pixeles con 3 bits de intensidad (L=8).

TABLE 3.1 Intensity distribution and histogram values for a 3-bit, 64 × 64 digital image.

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

$$S_0 = 1.33 \rightarrow 1 \qquad S_4 = 6.23 \rightarrow 6$$
$$S_1 = 3.08 \rightarrow 3 \qquad S_5 = 6.65 \rightarrow 7$$
$$S_2 = 4.55 \rightarrow 5 \qquad S_6 = 6.86 \rightarrow 7$$
$$S_3 = 5.67 \rightarrow 6 \qquad S_7 = 7.00 \rightarrow 7$$



No es completamente uniforme como en el caso continuo !!!

a b c

FIGURE 3.19 Illustration of histogram equalization of a 3-bit (8 intensity levels) image. (a) Original histogram. (b) Transformation function. (c) Equalized histogram.

Ecualización del histograma

Imágenes originales | Ecualización del histograma | Histograma

1)

2)

3)

4)

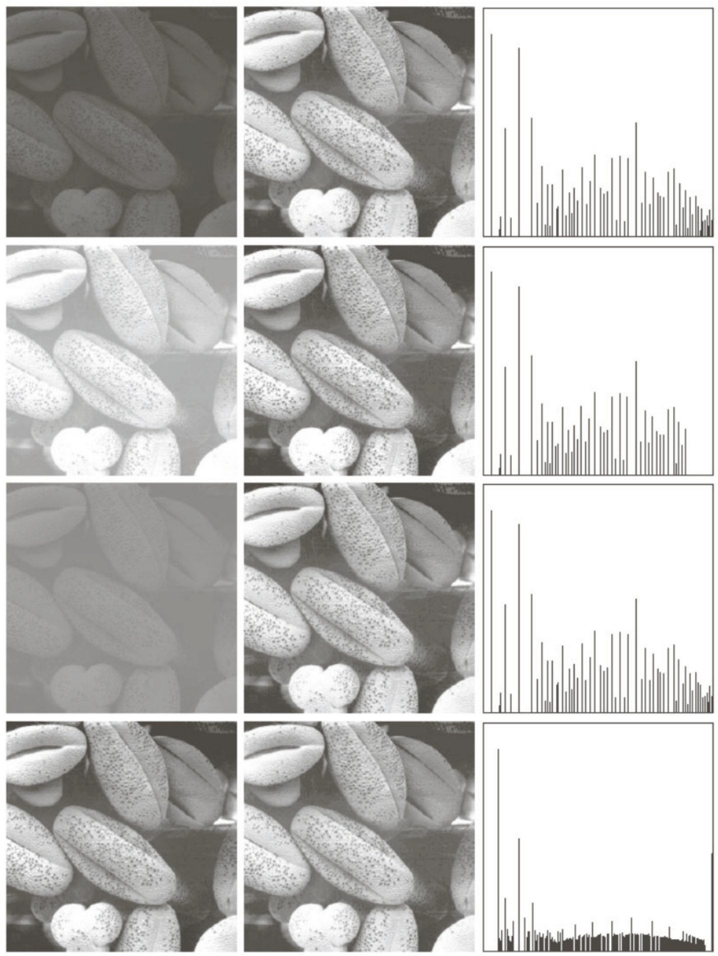


FIGURE 3.20 Left column: images from Fig. 3.16. Center column: corresponding histogram-equalized images. Right column: histograms of the images in the center column.

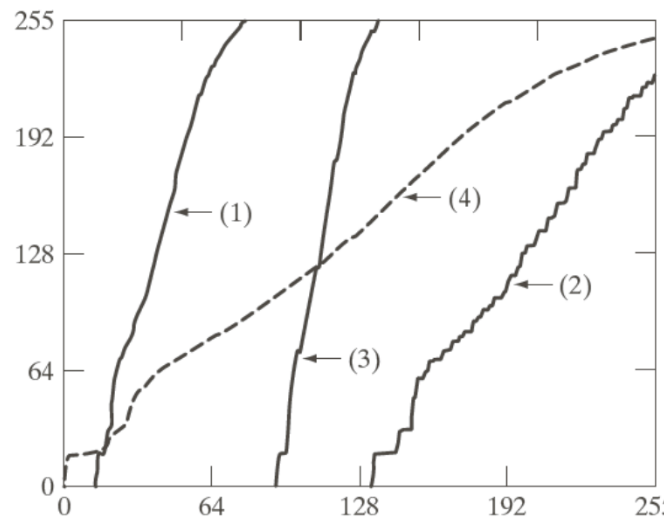


FIGURE 3.21 Transformation functions for histogram equalization. Transformations (1) through (4) were obtained from the histograms of the images (from top to bottom) in the left column of Fig. 3.20 using Eq. (3.3-8).

Transformación inversa

- La transformación inversa de *s* a *r* se denota como:

$$r_k = T^{-1}(s_k) \quad ; k = 0, 1, 2, \ldots, L-1$$

- La transformación inversa no se usa en la ecualización del histograma pero si se requiere en un procesamiento conocido como especificación del histograma.

Ejercicio

- Diseñar una función en Matlab que a partir de una imagen en escala de grises genere la imagen correspondiente con el histograma ecualizado.

Tarea

1. Diseñar una función en Matlab que tome como argumentos una imagen en escala de grises de tamaño arbitrario, y una serie de argumentos variables (ver comandos: *varargin, nargin* de Matlab) que definan tanto el tipo de función de ajuste a utilizar así como los parámetros requeridos por dicha función de ajuste. El cuerpo de la función debe aplicar el ajuste de intensidad a cada pixel de la imagen de entrada.
2. Diseñar una función en Matlab que aplique una máscara de tamaño *n* x *n* a una imagen arbitraria en escala de grises. Siendo *n* un entero impar.

- En ambos casos las funciones deben retornar la imagen de salida como una matriz, y deben mostrar en pantalla la imagen antes y después del procesamiento.

Preguntas??