Practica 2. ARQ con control de potencia

En esta práctica repasaremos funcionalidades adicionales de Matlab y programaremos el algoritmo de *policy iteration* en un problema SSP para encontrar la política de potencia de transmisión óptima para un protocolo ARQ sobre un canal de ganancia variable donde el objetivo es minimizar el gasto energético.

Bucle while, condicionales y celdas

En este apartado se repasan comandos de Matlab que, junto con los vistos en las prácticas anteriores, son útiles en esta sesión. Los encontrará en **comandos_matlab_3.m**. Ejecute los que no conozca y compruebe su funcionamiento.

Elementos del problema: Matrices, costes, controles y política inicial

El vector **vector_p_tx** contiene el conjunto de potencias que el transmisor puede emplear. El control **u** indicará el índice seleccionado dentro de **vector_p_tx**.

Las estructuras tipo cell **Pu** y **Gu** almacenan, respectivamente, las matrices **P** y los vectores **g** para cada posible control **u,** obtenidos a partir de la probabilidad de transición de estado del canal y las probabilidad de error en cada estado.

- Determine una política inicial que le parezca razonable (para cada estado *i* del canal asigne un valor a **u**).

A continuación se obtienen, recorriendo **Pu** y **Gu**, la **P** y la **g** de la política inicial (μ^0).

- Obtenga el coste por estado de la política inicial resolviendo la ecuación lineal:

$$\left(I - P_{\mu^0}\right)J_{\mu^0} = g_{\mu^0}$$

- Programe el bucle de *policy iteration*, poniendo como condición de finalización que la nueva política generada sea igual a la anterior.
- Compare el vector de coste de su política inicial con el vector de coste obtenido con *policy iteration.*

Anexo. Planteamiento del problema de ARQ controlado

Consideremos el caso de un nodo inalámbrico transmitiendo en un canal con fading lo cual implica que la pérdida de potencia de la señal transmitida en el enlace varía con el tiempo. La transmisión se produce en intervalos de tiempo fijos, que incluyen la transmisión, por parte de la estación receptora, de un código denominado CQI, que informa al transmisor del valor de potencia recibida por lo que, antes de transmitir, el emisor conoce el estado del canal determinado por su ganancia. Tanto el CQI como el ACK se reciben sin errores. El transmisor debe transmitir un paquete de L bits, y puede ajustar el valor de la potencia de transmisión p_{tx} a M posibles valores $\{p_1, p_2, \ldots p_M\}$. La probabilidad de error de bit se obtiene de la siguiente fórmula (FSK):

$$P_e = \frac{1}{2}\frac{e^{-E_b/N_0}}{\sqrt{\pi\, E_b/N_0}}$$

Donde E_b/N_0 es la energía por bit recibida frente a la densidad espectral de ruido. $E_b = p_{rx}/W$, donde p_{rx} es la potencia recibida y W es la tasa de transmisión en bits por segundo. La potencia recibida se obtiene de la siguiente fórmula:

$$p_{rx} = p_{tx} d^{-2} g_{tx} g_{rx} h_c$$

Donde d es la distancia del enlace, g_{tx} y g_{rx} son las ganancias de las antenas del transmisor y del receptor y h_c es la ganancia del canal, que puede tomar C valores, $h_c = h_1, h_2, \ldots h_C$. Se conocen las probabilidades de transición p_{ij} entre dos estados $i, j \in \{1,2,\ldots,C\}$ del canal.

Teniendo en cuenta que si un paquete no se recibe correctamente se retransmite en el siguiente intervalo, diseñar la política que minimice la energía empleada por el nodo para transmitir el paquete con éxito, formulando el problema como un SSP.

Solución

En este problema el estado del sistema, i, viene determinado por el estado del canal. Además debemos añadir un estado de terminación, t, que corresponderá a la recepción correcta del paquete. Se trata de un estado absorbente sin costes asociados.

La acción de control u se define como el nivel de potencia escogido. Al conjunto de posibles valores de control $\{1,2,\ldots,M\}$ lo denominamos U, de forma que, en todas la etapas de decisión $u \in U$.

En un determinado estado $i \in \{1,2,\ldots,C\}$, la potencia recibida está determinada por la acción de control y el estado del canal

$$p_{rx}(i,u) = d^{-2} g_{tx} g_{rx} p_u h_i = K p_u h_i$$

Donde K es una constante definida para facilitar la representación.

La probabilidad de error de bit, a partir de la expresión anterior es

$$P_e(i,u) = \frac{1}{2} e^{-\frac{p_{rx}(i,u)}{W N_0}} \left(\pi \frac{p_{rx}(i,u)}{W N_0}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Por lo que la probabilidad de recibir correctamente una trama de longitud L, en el estado i, aplicando un control u es

$$P_R(i,u) = \left(1 - P_e(i,u)\right)^L$$

Con la probabilidad anterior, podemos definir la matriz de transición controlada $\mathbf{P}(u)$ de la DTMC:

$$p_{ij}(u) = \begin{cases} p_{ij}\left(1 - P_R(i,u)\right) & \text{si } i \neq t \text{ y } j \neq t \\ P_R(i,u) & \text{si } i \neq t \text{ y } j = t \\ 0 & \text{si } i = t \text{ y } j \neq t \\ 1 & \text{si } i = t \text{ y } j = t \end{cases}$$

El coste por cada estado está determinado por la energía consumida en transmisión:

$$g(i,u) = \frac{Lp_u}{W} \quad \text{para todo } i \neq t$$

En este problema todas las políticas son apropiadas, siempre que $h_i > 0$ para $i \in \{1,2,\ldots,C\}$ y $p_u > 0$ para $u \in U$. En este caso, cualquier política proporciona una probabilidad positiva de que el paquete se reciba correctamente. Podemos plantear, a partir de las definiciones anteriores, la ecuación de Bellman para nuestro problema:

$$J(i) = \min_{u \in U}\left[g(i,u) + \sum_{\forall\, j \neq t} p_{ij}(u)J(j)\right] \quad \text{para } i = 1, \ldots, C$$

Nótese que en el planteamiento de la ecuación de Bellman siempre se excluye el estado t, y por tanto también estará excluido de la formulación de *policy iteration*.