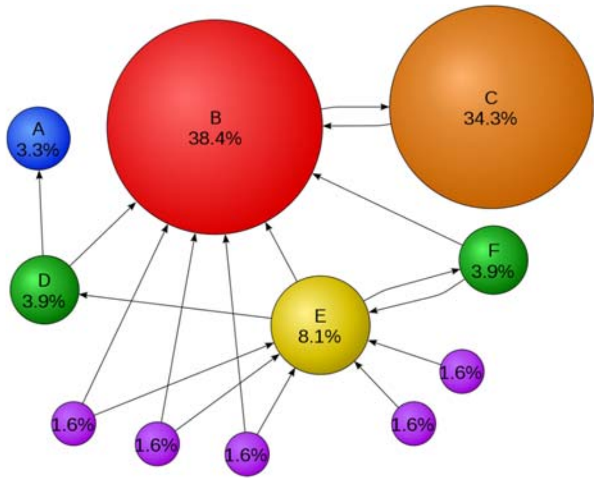
Practicas P1 y P2

Modelado y Simulación. Prof. Juan José Alcaraz Espín

Práctica 1: El Algoritmo PageRank

PageRank: Introducción
Ecuaciones de balance
Redefinición de PageRank
Ecuaciones finales
Objetivos de la práctica

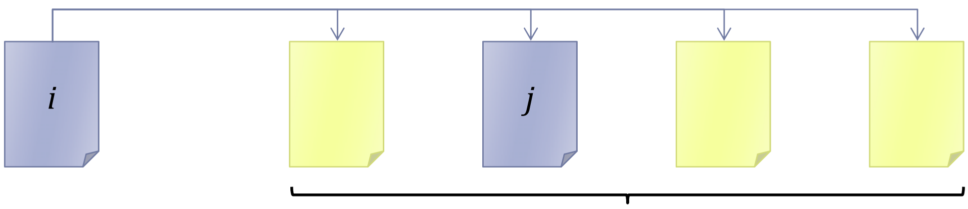
El Algoritmo PageRank



- Sergey Brin y Larry Page
- PageRank se presentó en un artículo de 1998: *The Anatomy of a Large-Scale Hypertextual Web Search Engine.*
- U.S. Patent 6,285,999: "*Method for node ranking in a linked database*"

El Algoritmo PageRank: Introducción

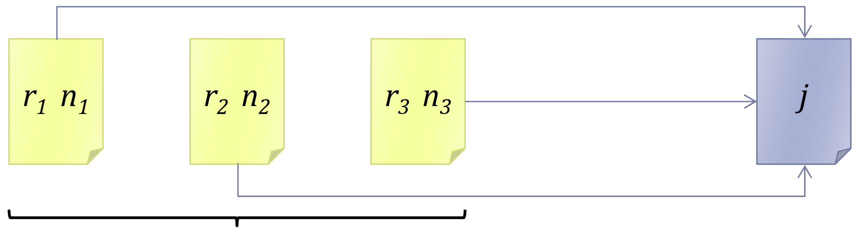
- Objetivo: ordenar por importancia las direcciones web.
- Consideremos que una página *i* referencia a *j*.



$\boldsymbol{n_i}$: número de hipervínculos de i

- La contribución de *i* en la importancia de *j* es proporcional a la importancia de i ($\boldsymbol{r_i}$) e inversamente proporcional al número total de hipervínculos de i ($\boldsymbol{n_i}$) .

El Algoritmo PageRank: Introducción



$H(j)$: conjunto de páginas que hipervinculan a j

- La importancia (Rank) de j se define inicialmente como:

$$r_j = \sum_{k \in H(j)} r_k \frac{1}{n_k}$$

- La definición es similar a las ecuaciones de balance:

$$\pi_j = \sum_{k=1}^{m} \pi_k p_{kj}$$

Ecuaciones de balance

- Definimos la matriz $\boldsymbol{Q}$:

$$\boldsymbol{Q}(i,j) = \begin{cases} \dfrac{1}{n_i} & \text{si } i \text{ contiene un hipervínculo a } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- $\boldsymbol{Q}$ es una matriz de transición y los *ranks* se obtienen de:

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{rQ} \text{ con } \boldsymbol{re}=1$$

donde $\boldsymbol{e}=[1,1,\ldots,1]^T$

- Sin embargo nada nos garantiza que $\boldsymbol{Q}$ sea ergódica. De hecho en la realidad no lo es.

Redefinición de PageRank

- Para asegurar que la cadena es ergódica redefinimos *rank*:

$$r_j = \alpha \sum_{k \in H(j)} r_k \frac{1}{n_k} + \frac{(1-\alpha)}{N}$$

- Donde N es el número total de páginas y α es un factor positivo menor que 1 (generalmente 0.85).
- El factor de la derecha se denomina *damping factor*.
- El *rank* de *j* es una media ponderada entre una importancia homogénea entre todas las páginas y el *rank* definido anteriormente.

Ecuaciones de balance finales

- Para obtener la expresión matricial de *PageRank* definimos la matriz $\mathbf{M}$:

$$\mathbf{M} = \alpha \mathbf{Q} + \frac{(1-\alpha)}{N} \mathbf{1}_{N\times N}$$

- Donde $\mathbf{1}_{N\times N}$ es una matriz de N×N con todos sus elementos iguales a 1.
- Las ecuaciones quedan así:

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{rM} \text{ con } \boldsymbol{re}=1$$

donde $\boldsymbol{e}=[1,1,\ldots,1]^T$

Objetivos de la Práctica

- Programar la función: **v = SolveErgodicDTMC(P).**
  - El argumento (P) es una matriz de transición ergódica
  - El resultado (v) es el vector de estado estacionario de P.
- Programar la función **[r i] = PageRank(A, α)**.
  - **r** *ranks* de las páginas (de mayor a menor)
  - **i** identificadores de las páginas, de mayor a menor *rank*.
  - $\alpha \leq 1$ es un escalar positivo
  - A es la matriz de incidencias definida así:

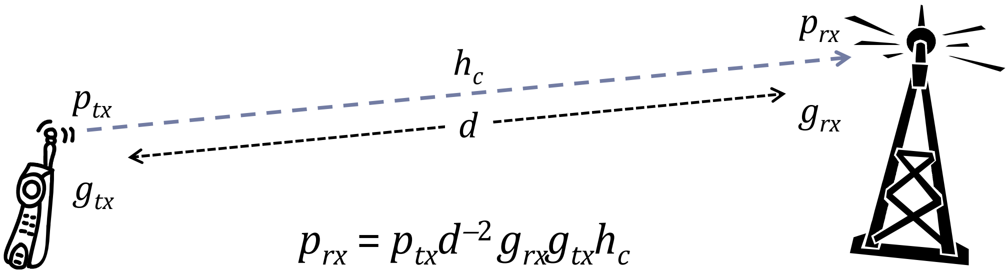
$$\boldsymbol{A}(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{si } i \text{ contiene un hipervínculo a } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Practica 2: ARQ con control de potencia

Introducción
Objetivos del protocolo
Formulación como SSP
Matriz de Transición y Vector de Coste
Objetivos de la práctica

Introducción

- Nodo inalámbrico transmitiendo en un canal con fading



$$p_{rx} = p_{tx} d^{-2} g_{rx} g_{tx} h_c$$

- Ganancia del canal: $h_c \in \{h_1, h_2, \ldots, h_C\}$.
- Se transmite un paquete en cada intervalo de tiempo.
- La ganancia del canal cambia de h_i a h_j en cada intervalo con probabilidades p_{ij} conocidas ($i, j \in \{1, 2, \ldots, C\}$).

Objetivo del protocolo

- Si el paquete transmitido llega con errores se vuelve a transmitir en el intervalo siguiente.
- El transmisor conoce el estado h_i del canal.
- En cada intervalo se elige una potencia de transmisión:

$$p_{tx} \in \{p_1, p_2, \ldots, p_M\}$$

- Se desea transmitir un paquete de L bits consumiendo la ***mínima energía* posible**.
- Hay que encontrar la política que asigna la potencia de transmisión a cada estado del canal.

Formulación como SSP

- Estados del sistema: estado del canal, i, más estado de terminación, t (paquete recibido).
- Control: nivel de potencia seleccionada, $u \in \{1, 2, \ldots, M\}$
- Potencia recibida:

$$p_{rx}(i,u) = d^{-2} g_{tx} g_{rx} p_u h_i = K p_u h_i$$

- Probabilidad de error de bit:

$$P_e(i,u) = \frac{1}{2} e^{-\frac{p_{rx}(i,u)}{W N_0}} \left(\pi \frac{p_{rx}(i,u)}{W N_0} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

  - Donde W es la tasa de transmisión en bits por segundo
  - N_0 es la densidad espectral de ruido

Matriz de Transición y Vector de Coste

- Probabilidad de recibir correctamente una trama:

$$P_R(i,u) = \left(1 - P_e(i,u)\right)^L$$

- La matriz de transición controlada se define así

$$p_{ij}(u) = \begin{cases} p_{ij}\left(1 - P_R(i,u)\right) & \text{si } i \neq t \text{ y } j \neq t \\ P_R(i,u) & \text{si } i \neq t \text{ y } j = t \\ 0 & \text{si } i = t \text{ y } j \neq t \\ 1 & \text{si } i = t \text{ y } j = t \end{cases}$$

- El vector de coste es

$$g(i,u) = \frac{L p_u}{W} \quad \text{para todo } i \neq t$$

Objetivos de la práctica

- Resolver la ecuación de Bellman mediante *policy iteration*
  1. Definir una política inicial
  2. Determinar su coste resolviendo

$$(I - P_{\mu^0})J_{\mu^0} = g_{\mu^0}$$

  3. Obtener una política que mejore el coste .
  4. Si la política no cambia, terminar el bucle y si no, evaluar el coste de la nueva política y volver al punto 3.
- Recuerde que en la ecuación de Bellman se excluye el estado *t*, y por tanto también estará excluido de $\boldsymbol{P_\mu}$ y $\boldsymbol{g_\mu}$.