Universidad Politécnica de Cartagena

Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación

MODELADO Y SIMULACIÓN

Trabajo simulación: Redes de colas

Profesores:

Javier Vales Alonso
Juan José Alcaraz Espín

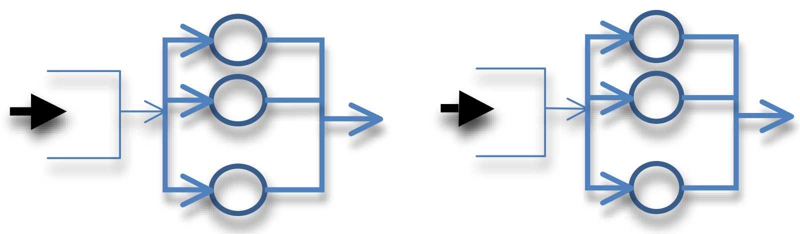
1. INTRODUCCIÓN

En esta práctica se implementará en matlab un **simulador de redes de colas G/G/k**, y se evaluará su rendimiento para varias configuraciones de interés.

Para la realización de la práctica deberá apoyarse en las prácticas de simulación ya realizadas, tanto en el simulador de una cola G/G/k como en el sistema de análisis estadístico.

Una red de colas es una estructura compuesta de varios sistemas de colas G/G/k. Cuando un trabajo finaliza una cola puede entrar en una nueva cola o salir del sistema. Al igual que las colas simples, las redes de colas nos sirven para modelan muchas situaciones "del mundo real" interesantes. Por ejemplo, una factoría donde una pieza debe pasar por múltiples procesos, un ciudadano en un ayuntamiento intentando que alguien le informe ☺, un viajero con múltiples itinerarios, etc. En el mundo de las telecomunicaciones son también muchísimos los ejemplos donde aparecen estos sistemas. Sin ir más lejos, podríamos modelar Internet como una enorme red de colas donde cada cola representa un encaminador.

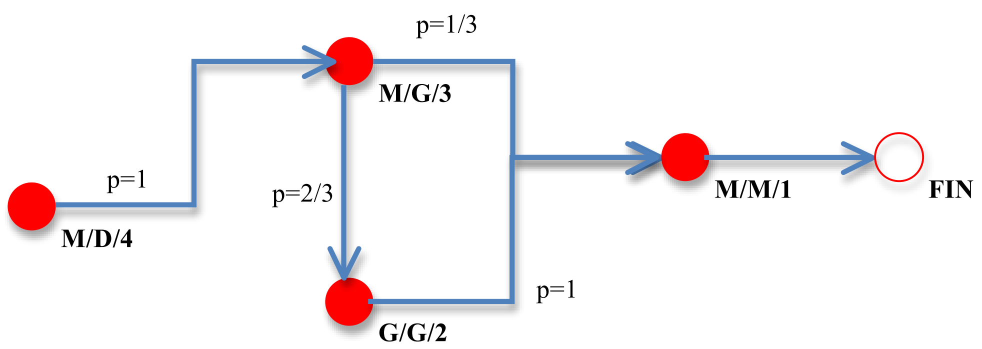
Esquemáticamente podemos representar nuestra red de colas como una sucesión de sistemas G/G/k:



Donde la siguiente cola en la sucesión puede ser elegida aleatoriamente o de modo determinista, y puede depender de la cola concreta. Tampoco se descarta que cuando un trabajo abandona una cola, pueda volver a entrar (por ejemplo, piense en un proceso de producción donde una pieza no está bien hecha y es necesario que vuelva a pasar dicho proceso).

De modo simplicado. cada cola puede representarse con un símbolo: 

Y las uniones mediante flechas donde se etiquete la probabilidad de transición. Por ejemplo, una red de colas válida podría ser:



Nótese que en realidad es factible una representación matricial de una red de N colas. Suponiendo que todas las tareas **entran en la cola 1**, que la matriz es de tamaño (N+1)×(N+1), que la posición (a_{ij}) de la matriz de conexiones representa la probabilidad de que una tarea salga de la cola "i" y pase a la cola "j", y que cuando una tarea alcanza la "cola N+1" significa que ha finalizado.

Como ejemplo, la matriz 5x5 siguiente representaría el sistema anterior:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por comodidad emplearemos a partir de ahora esta notación matricial.

En todos estas situaciones nos interesa estudiar fundamentalmente dos aspectos:

- Tiempo de respuesta (o transito) de una tarea. El tiempo total desde que la tarea llega a la primera cola del sistema hasta que sale. Lo denotaremos como **Ttot**.
- El número medio de tareas dentro el sistema. Lo denotaremos como **Ntot**.
- El número medio de colas atravesadas por una tarea. Lo denotaremos por la letra R.

Analíticamente estos sistemas pueden modelarse solamente en casos "excepcionales". Solamente si son procesos Markovianos y para configuraciones concretas de redes (redes abiertas y cerradas de Jackson).

Como se puso de manifiesto en la práctica 3, es indudable que muchas situaciones de interés caen fuera de estas configuraciones. En estos casos debemos recurrir a la simulación para la evaluación de estos sistemas. Este es precisamente el desafío planteado en esta práctica.

2. OBJETIVOS DEL TRABAJO

- Analizar el funcionamiento de casos prácticos de redes de colas

3. DESARROLLO DEL TRABAJO

El trabajo se divide en dos partes:

1. Primero se modificará el simulador para analizar redes de colas y para permitir elegir como parámetros de configuración de la simulación la matriz de conexiones A, y las configuraciones individualizadas de cada cola.
2. Finalmente, se probará el simulador en distintas configuraciones prácticas, con el fin de obtener resultados sobre el comportamiento del sistema

3.1. Implementación del simulador de la red de colas

Ahora debe implementar el simulador de colas partiendo del modelo G/G/k desarrollado en la práctica 3, y del analizador estadístico de la práctica 4.

Existen, como siempre en simulación, múltiples caminos para llegar al mismo resultado. A continuación se propone una posible forma de componer el simulador con las modificaciones:

1. En una red de colas, no existirá como antes una sola cola FIFO donde las tareas estarán almacenadas, sino que necesitaremos N colas (1 por cada sistema G/G/k). Simplemente cree tantas colas vacías como necesite, y trabaje con la adecuada cuando llame a las funciones popFIFO y pushFIFO, éstas funcionarán exactamente igual.
2. Los trabajos **nuevos** entrarán solamente en la cola 1. Los eventos de entrada a otras colas se producirán asociados a salidas en colas diferentes. Nótese que lo más sencillo es que **cuando se produzca una salida programe para el actual t_simulación la entrada en la cola correspondiente**, así no necesitará cambiar su código.
3. Por otra parte, necesitamos saber en que cola entra o de que cola sale una tarea, para poder trabajar. Este "problema" lo podemos solucionar rápidamente si añadimos en nuestra cola de eventos un nuevo campo de información auxiliar (al igual que hicimos en la práctica 3). Este campo se usará tanto en los eventos ENTRA y SALE y nos indicará la cola en la que está una tarea.
4. Cuando una tarea sale de una cola i-ésima, debemos calcular a que nueva cola va (o si sale del sistema). La información necesaria la encontraremos en la matriz A, fila "i". Debemos generar una muestra de la VA discreta cuya función de masa aparece representada en dicha fila. Por ejemplo, si la fila de A es [1/4, 1/4, 1/2, 0] deberemos seleccionar como siguiente cola la "1" con probabilidad 1/4, la "2" también con probabilidad 1/4, la "3" con probabilidad 1/2, y sabemos que no abandona el sistema porque la probabilidad de la última columna es 0. En el tema 3 se explica como generar muestras de una VA de este tipo.

El resto de la estructura de simulación es similar, y el sistema de análisis estadístico permanece inalterado.

Adicionalmente, debe permitir que la estructura de la cola a simular pueda definirse fácilmente como parámetros, para ello, debe definir en su código matlab:

- N (número de colas)
- A (matriz N+1 x N+1) con la estructura probabilística de conexiones
- tipoS[N], tipoX[N] dos vectores de tamaño N con un entero representando el tipo de VA del tiempo de procesamiento y del tiempo entre llegadas, respectivamente. Tienen el mismo significado que en la práctica 3.
- param1S[N], param2S[N], param1X[N], param2X[N], ídem para los parámetros de esas variables aleatorias

Obligatoriamente el simulador debe calcular **Ttot.** El cálculo de **Ntot y R es opcional.**

(EL CÓDIGO DEL NUEVO ESQUELETOSIM DEBE ENTREGARLO EN LA MEMORIA)

3.2. Configuraciones a analizar

Se solicita que analice (proporcione **Ttot, Ntot** y si realiza la parte opcional **R**) las dos configuraciones siguientes:

1. La dada por los siguientes datos:

$$A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.1 & 0.3 & 0.2 \\ 0 & 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.1 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

tipoS = [1 1 2 3]
tipoX = 1
param1X = 50
param2X = 80
param1S = [3 5 1 5]
param2S = [5 10 0 0]
k=[2 2 1 4]

2. Suponga una red dispuesta en anillo de N=5 nodos. Los trabajos entran en el elemento 1, y un elemento "i" pasa un trabajo siempre al "i+1". Cuando un trabajo da la vuelta al anillo lo abandona con probabilidad p y da otra vuelta con probabilidad 1-p. Sabiendo que los trabajos llegan a un ritmo Poissoniano de tasa λ=2 tareas/u.t., que el tiempo de procesamiento es exponencial de tasa μ=5 tareas/u.t. y que todos los nodos del anillo poseen 5 procesadores, se pide obtener el tiempo medio de transito en el anillo (desde que la tarea entra hasta que sale) y el número medio de trabajos dentro del anillo. Calcúlese para un valor de rangos de p de p=0:0.1:0.5. Proporciónese asimismo la matriz A del sistema.