

Universidad Politécnica de Cartagena



Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación

PRÁCTICAS DE MODELADO Y SIMULACIÓN

Práctica 4: Análisis estadístico de resultados

Profesores:

Javier Vales Alonso

Juan José Alcaraz Espín

1. INTRODUCCIÓN

En esta práctica se implementará en matlab un **sistema de análisis estadístico** de los resultados obtenidos con el simulador. Este sistema se integrará en el esqueleto de simulación y se encargará de finalizar las simulaciones cuando hayan alcanzado el nivel de calidad adecuado.

2. OBJETIVOS

Relativos a simulación:

- Implementar un sistema global de análisis estadístico de los resultados. Este sistema filtrará las muestras durante el régimen transitorio, efectuará un filtrado por bloques de las mismas para evitar correlaciones a corto plazo en las muestras y determinará el intervalo de confianza para el resultado.
- Crear un sistema que permita finalizar las simulaciones cuando éstas alcancen un nivel de calidad adecuado

Relativos al sistema bajo estudio:

- Observar las dependencias entre los parámetros de configuración del simulador y los resultados de naturaleza estadística alcanzados.

3. DESARROLLO DE LA PRÁCTICA

La práctica se divide en cuatro partes:

1. Primero se implementará una función de matlab que permita obtener la calidad asociada al intervalo de confianza generado para las muestras obtenidas.
2. Tras esto deberá implementar un sistema de bloques para evitar la correlación a corto plazo de las muestras
3. A continuación deberá filtrar las muestras transitorias en el simulador a la hora de evitar sesgos en los resultados
4. Finalmente, integrará el proceso de obtención de calidad en las condiciones de parada del simulador y lo probará en distintas configuraciones prácticas, con el fin de obtener resultados sobre el comportamiento del sistemas

La metodología de análisis que implementaremos es independiente del sistema simulado. A modo de ejemplo, trabajaremos en esta práctica con la estructura de simulación para colas G/G/k creada en la práctica 2.

Los procedimientos aquí empleados se describen en detalle en el Tema 4 de la asignatura, es importante su estudio antes de proceder a la realización de la práctica.

3.1. Implementación de la función *calidad*

Nuestro primer objetivo es analizar la “calidad” de las muestras obtenidas. Para ello, estudiamos en teoría que es posible asociar al conjunto de muestras obtenido en el proceso de simulación un intervalo de confianza, con una probabilidad determinada.

Fijado el tamaño (relativo al promedio muestras) del intervalo de confianza calcularemos la probabilidad de que el valor medio del proceso bajo estudio esté en dicho intervalo de confianza, y usaremos dicha probabilidad como parámetro de calidad.

Según puede consultar en los apuntes de teoría usaremos la siguiente notación:

- Media muestral (estimador de la media)

$$\mu = E\{X\} \rightarrow \bar{X}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i)$$

- Cuasi-Varianza muestral (estimador de la varianza):

$$\sigma^2 = E\{(X - \mu)^2\} \rightarrow \bar{S}^2(n) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}(n))^2$$

- CALIDAD $(1-\alpha)$ Probabilidad de que media μ se encuentre dentro del intervalo centrado en la estimación $\bar{X}(n)$
- TOLERANCIA ABSOLUTA (t) Longitud del semi-intervalo centrado en el estimador muestral $\bar{X}(n)$ donde se debe encontrar μ con probabilidad $(1-\alpha)$
- TOLERANCIA RELATIVA La tolerancia también se suele expresar relativa a la media $(t\%)$, siendo después la tolerancia absoluta $t=t\% \bar{X}(n)$

Entonces, se puede calcular el intervalo de confianza [intizqda, intderecha] y la calidad con el siguiente procedimiento dado en teoría:

1. Calcular $\bar{X}(n)$ y $S(n)$
2. Calcular $t=t\% \bar{X}(n)$
3. Obtener z_α

$$z_\alpha = \frac{t}{\sqrt{S^2(n)/n}}$$

4. Calcular calidad $(1-\alpha)$

$$p\{\bar{X}(n) - t \leq \mu \leq \bar{X}(n) + t\} = 1 - \alpha$$

Fíjese que para el cálculo de los estimadores muestrales $\bar{X}(n)$ y $S(n)$ no es necesario recordar todas las muestras, sino que puede hacerse conociendo tres datos:

- Nummuestras (n)
- Summuestras:

$$\sum_{i=1}^n (X_i)$$

- Summuestras²

$$\sum_{i=1}^n (X_i)^2$$

EJERCICIO: Expresa en función de estas tres variables la media muestral y la varianza muestral (debe entregarse)

Por último, en matlab podemos conocer fácilmente el valor de α asociado al valor de z_α (es decir, la probabilidad de que en una VA $Z \sim N(0,1)$ sea $p\{Z < -z_\alpha \text{ ó } Z > z_\alpha\}$).

El método es:

```
normcdf(z)    % Devuelve la probabilidad acumulada hasta el punto z
```

Por tanto:

```
1 - normcdf(z)    % Probabilidad en la cola a la derecha de z
```

Como estamos buscando la probabilidad de que quede más a la derecha de z_α o a la izquierda de $-z_\alpha$ y la normal es simétrica será:

```
alfa = (1 - normcdf(z))*2
```

Finalmente,

```
unomenosalfa = 1 - (1 - normcdf(z))*2
```

EJERCICIO: Debe crear una función *calidad* que dado un conjunto de muestras permita calcular la calidad asociada a una tolerancia relativa dada

```
function [unomenosalfa, intizqda, intderecha] =
    calidad(tolrelativa, num, sum, sumcuadrado)
% Calcula el intervalo de confianza asociado a las muestras y
% Devuelve la probabilidad asociada al intervalo de confianza

end
```

(LOS CODIGOS DEBE ENTREGARLOS EN LA MEMORIA)

Verificación:

- Ejecute su simulador G/G/k para una configuración cualquiera, seleccione una tolerancia relativa del 5% y compruebe que el intervalo de confianza **generado para T** contiene al promedio que está calculando “manualmente”. Para ello sólo es necesario que llame a la función *calidad* al final de su simulación.
- Ahora incremente el número de pasos, ¿qué sucede a la calidad? ¿y al intervalo de confianza? ¿es coherente?
- Fijando el número de pasos, disminuya la tolerancia relativa (ej. 3%, 2%, ...) ¿qué sucede ahora a la calidad? ¿y al intervalo de confianza? ¿es coherente?
- A la luz de los resultados, ¿cómo debemos escoger la calidad, la tolerancia y el número de pasos para que sean significativos?
- **(RESULTADO A ENTREGAR EN LA MEMORIA)**

3.2. Implementación del muestreador por bloques

Como estudiamos en teoría habitualmente el proceso simulado experimenta auto-correlación a corto plazo y es necesario “corregir” las muestras. Para ello desarrollaremos el método estudiado de análisis por bloques. Este es muy sencillo y consiste en sustituir cada Δ muestras por una sola que sea el promedio de esas Δ .

Es decir, consideraremos como muestras de nuestra simulación (en vez de las x_i anteriores)

$$x^i = \frac{1}{\Delta} \sum_{j=i\Delta+1}^{(i+1)\Delta} (x_j)$$

El resto del proceso permanece inalterado y puede ejecutar la misma función de calidad que anteriormente.

Verificación:

- Ejecute su simulador G/G/k para una configuración cualquiera, seleccione una tolerancia relativa del 5%, $\Delta=100$ y obtenga el intervalo de confianza y la calidad obtenidos para T.
- Justifique los resultados
- Ahora aumente el número de pasos de simulación y vuelva a ejecutarla. Repita este proceso hasta que el intervalo de confianza tenga la misma calidad que sin el método de bloques (note que seleccionando $\Delta=1$, puede desactivar el método a fin de hacer pruebas). ¿Cuántos pasos ha necesitado?
- **(RESULTADO A ENTREGAR EN LA MEMORIA)**

3.3. Filtrado de muestras transitorias

Las muestras iniciales de un simulador deben ser descartadas para evitar sesgos en el resultado. La idea es trivial debe descartar las primeras H muestras (hemos escogido H en vez de K como en los apuntes de teoría para evitar confusiones con el número de recursos “k”).

NOTA: Si tenemos activado el proceso de bloques el valor H se refiere también a muestras reales, no a las obtenidas con el promedio de los bloques.

Verificación:

- Ejecute su simulador G/G/k para una configuración con 20000 pasos, seleccione una tolerancia relativa del 5%, $\Delta=1$, y obtenga el intervalo de confianza y la calidad obtenidos para T para H=0, H=1000, H=10000.

3.4. Parada del simulador atendiendo a criterios de calidad

Por último, vamos a emplear el método de obtención de calidad para fijar las condiciones de parada del simulador, no en un número fijo de pasos, sino cuando se alcanza una calidad mínima. Para ello, defina en su esqueleto de simulación los parámetros:

```
calidad = 0.99;    % Suele estar entre el 90% y el 99%
tolrelativa = 0.05; % Suele estar entre el 1% y el 10%
```

Sustituya el bucle for de simulación por la siguiente estructura

```
pasos = 0;
while true
    pasos = pasos+1;

    % EL INTERIOR DEL BUCLE NO CAMBIA

    [unomenosalfa, tizq, tdrcha] = calidad(...);
    if (unomenosalfa >= calidad) break; % FIN SIMULACION

    % SI MEDIMOS VARIOS PROCESOS DEBEMOS OBTENER LA CALIDAD DE CADA UNO Y EL
    % IF DEBE COMPROBAR SI LA CALIDAD ES MAYOR A LA DESEADA PARA CADA PROCESO
end
```

Verificación:

- Ejecute su simulador G/G/k para una configuración cualquiera, seleccione una tolerancia relativa del 5%, calidad del 99%, $\Delta=100$, H=10000 y obtenga el intervalo de confianza y la calidad obtenidos para T. Compruebe la coherencia de los resultados
- Cuántos pasos de simulación ha necesitado.
- **(RESULTADO A ENTREGAR EN LA MEMORIA)**