Definicja

Matematyczna reprezentacja dyskretnych systemów rozproszonych.

Definiowana jest przez czwórkę C=(P,T,I,O)

▪ P = {P1,P2,…,Pn} - zbór miejsc

▪ T = {t1,t2,…,tn} - zbiór tranzycji

▪ I : T->P* - funkcja wejściowa

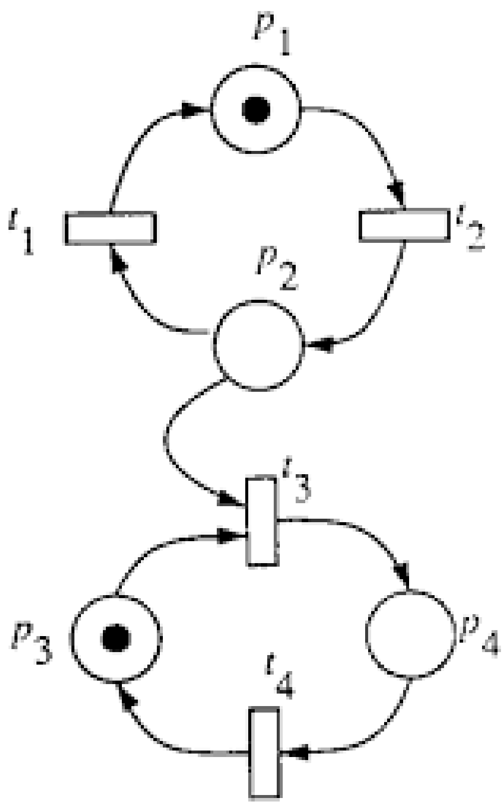
▪ O : T->P* - funkcja wyjściowa.

Sieć Petriego to graficzna reprezentacja analizowanego systemu – jest to graf ważony skierowany, prostokąty to tranzycje – zdarzenia, a okręgi to warunki.

Spełnienie warunków powala na uruchomienie tranzycji.

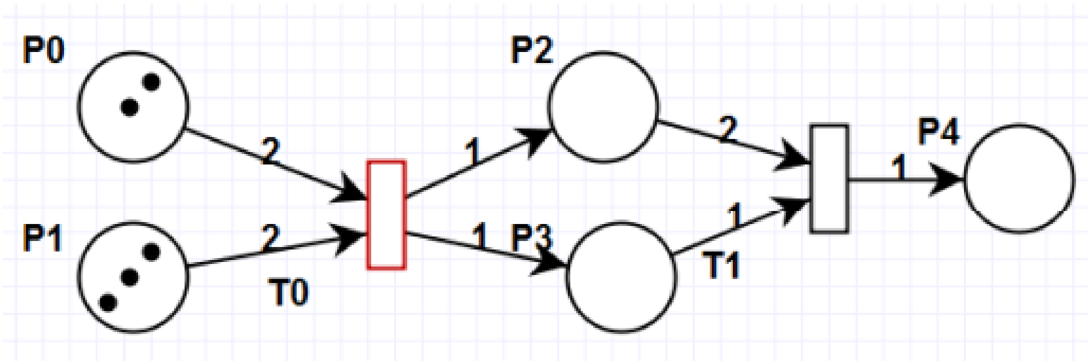
Konstrukcja Sieci Petriego

- Miejsce reprezentowane przez okrąg, przemieszczają się do niego znaczniki. Każde miejsce ma określoną pojemność znaczników
- Przejście reprezentowane przez prostokąt. Przejście może być odpalone jeśli, połączone miejsca mają wymaganą ilość żetonów – zdefiniowane jest to przez wagę krawędzi
- Żeton przemieszcza się pomiędzy miejscami przez przejścia

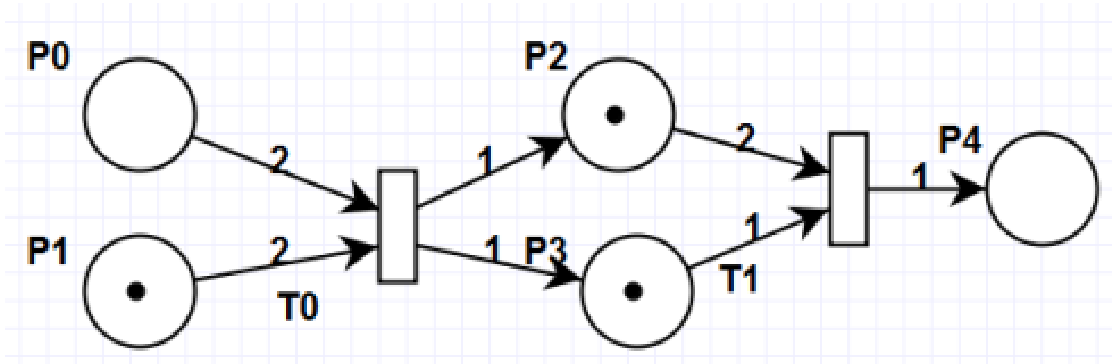


Uruchomienie przejścia

- Przejście ma dwa stany. Jest aktywny lub nieaktywne. Tylko aktywne może zostać uruchomione.
- Aby przejście było aktywne, wszystkie miejsca do niego wchodzące muszą mieć ilość żetonów równą, bądź większą niż waga połączenia.



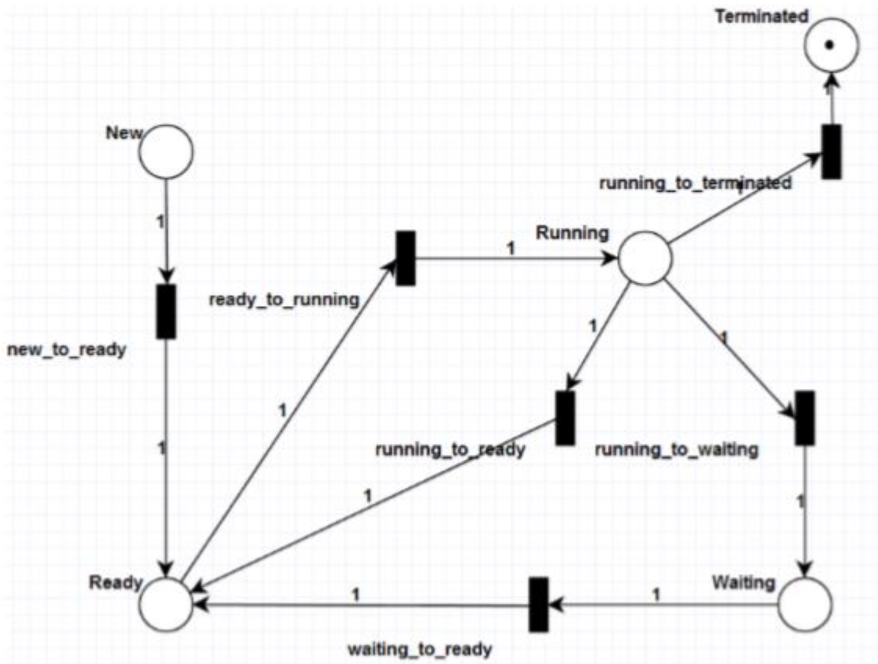
Rysunek 1 Stan początkowy - czerwony przejście jest aktywne



Rysunek 2 Stan kolejny - warunek liczba żetonów w miejscu większa lub równa wadze krawędzi jest niespełniony

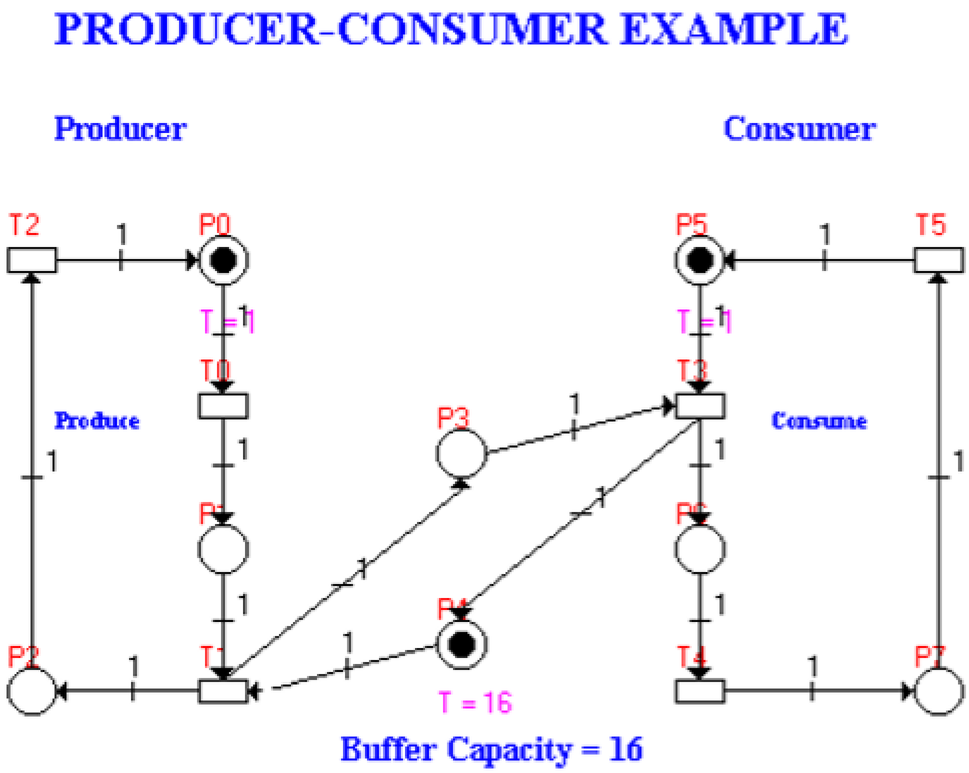
Przykładowe zastosowanie – cykl życia procesu

Za pomocą sieci Petriego modelujemy i analizujemy jakiś system. Przeprowadzamy jego symulacje, możemy krok po kroku prześledzić jego stany.



Rysunek 3 Przykładowy model systemu - cykl życia procesu systemu operacyjnego

Sieci Petriego bardzo często są używane do modelowania procesów współbieżnych. Dobrym przykładem są problemy producenta-konsumenta, ucztujących filozofów, procesów rywalizujących o zasoby zewnętrzne.



Rysunek 4 Problem konsument - producent

Inne dziedziny zastosowań:

- Automatyka
- Bioinformatyka
- Analiza danych
- Organizacja pracy
- Process mining

Typy stanów sieci Petriego

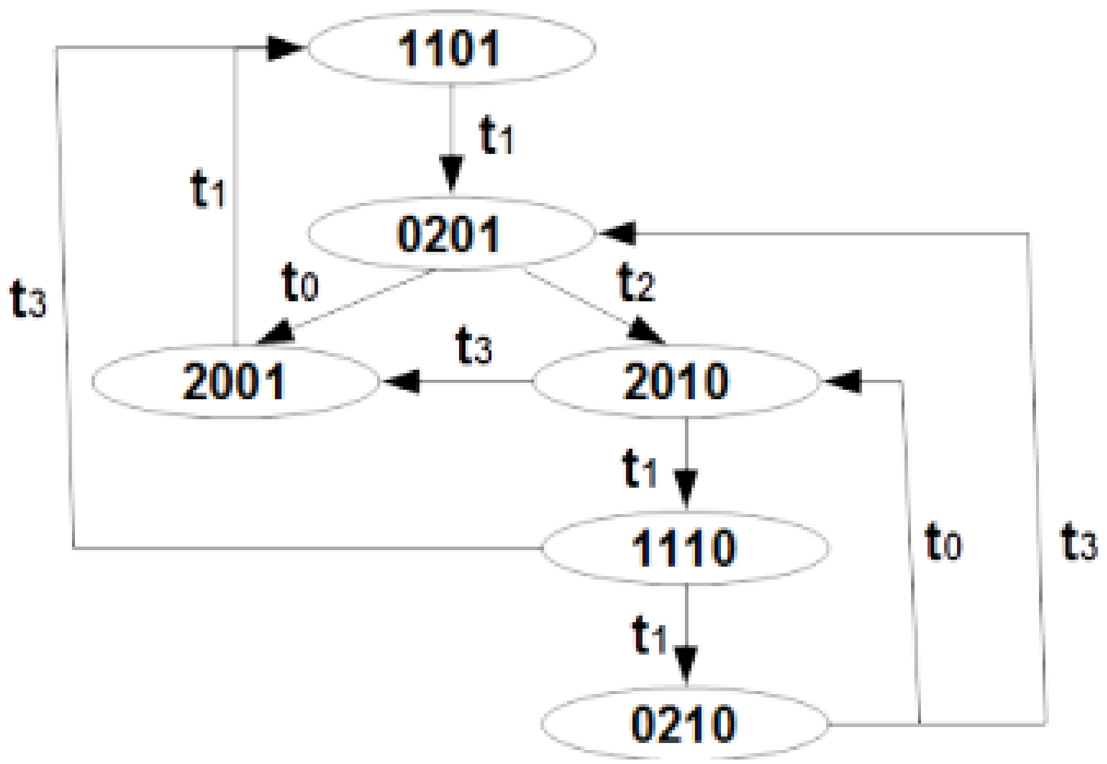
- **Stan początkowy –** początkowy stan rozproszenia żetonów
- **Stan osiągalny –** stan osiągalny ze stanu początkowego
- **Stan martwy –** stan, w którym nie ma aktywnych przejść
- **Stan końcowy –** stan w którym jest brak aktywnych przejść
- **Stan bezpieczny –** stan osiągalny ze wszystkich innych stanów

Własności behawioralne Sieci Petriego

- **Bezpieczeństwo** – w dowolnym znakowaniu osiągalnym miejsca sieci bezpieczniej, mogą zawierać co najwyżej jeden znacznik
- **Ograniczoność** – w dowolnym znakowaniu osiągalnym miejsca sieci ograniczonej mogą zawierać co najwyżej skończoną liczbę znaczników
- **Osiągalność** – czy oczekiwany stan końcowy jest osiągalny z danego stanu początkowego
- **Zachowawczość** – sieć jest zachowawcza, jeśli podczas wykonywania znaczniki mogą rozszczepiać się i łączyć ponownie, powracając do tej samej liczby
- **Żywotność** - przejście t jest uznawane za żywe kiedy dla każdego znakowania osiągalnego można wyznaczyć ciąg przejść zawierający t
- **Zakleszczenie** – brak możliwość odpalenia jakiejkolwiek tranzycji
- **Odwracalność** - system jest odwracalny, jeśli istnieje możliwość powrotu do staniu początkowego po wejściu w stan błędu

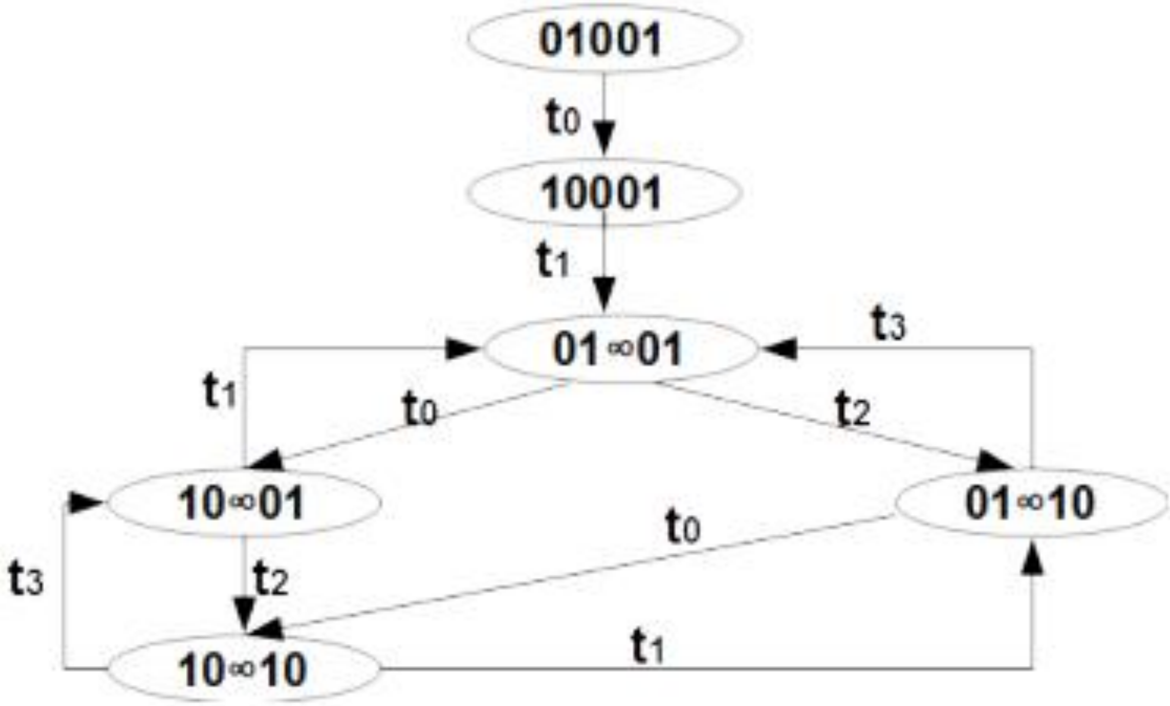
Metody analizy sieci Petriego

- **Graf osiągalności** - Grafy osiągalności są metodą prezentacji wszystkich znakowania osiągalnych sieci w postaci grafu skierowanego. Węzłami takiego grafu są znakowania sieci, natomiast łuki są reprezentacją przejść, które prowadzą do zmiany znakowania. Na podstawie grafów osiągalności można określić własności behawioralne sieci.



Rysunek 5 Graf osiągalności

- **Graf pokrycia -** Grafy osiągalności dla nieograniczonych sieci Petriego mogą mieć nieskończenie wiele węzłów. Graf pokrycia pozwala takie węzły zaprezentować jako jeden węzeł pokrywający w postaci 10∞01. Graf pokrycia jest zawsze skończony, a analiza grafów pokrycia przebiega analogicznie do analizy grafów osiągalności. Jeżeli istnieje znakowanie sieci zawierające znak nieskończoności to oznacza że sieć jest nieograniczona.



Rysunek 6 Graf pokrycia

- **Macierz incydencji -** określa powiązania krawędzi z wierzchołkami grafu. Macierz ta ma wymiar *n* wierszy na *m* kolumn, gdzie *n* oznacza liczbę wierzchołków, a *m* jest liczbą krawędzi w grafie. Każdy wiersz macierzy incydencji odwzorowuje wierzchołek grafu. Każda kolumna tej macierzy odwzorowuje krawędź. Numer wiersza macierzy odpowiada numerowi wierzchołka. Numer kolumny odpowiada numerowi krawędzi. Elementy macierzy incydencji mogą przyjąć jedną z 3 wartości, zgodnie z poniższą definicją:

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1;\ \textit{jeśli}\ v_i\ \textit{jest początkiem}\ e_j \\ -1;\ \textit{jeśli}\ v_i\ \textit{jest końcem}\ e_j \\ 0;\ \textit{jeśli}\ v_i\ \textit{nie należy do}\ e_j \end{cases}$$

v_i - *i*-ty wierzchołek grafu
e_j - *j*-ta krawędź grafu.

Literatura:

- http://sirius.cs.put.poznan.pl/~inf89721/MiAPB/MiAPB%2005%20-%20Analiza%20sieci%20Petriego.pdf - Tomasz Koszlajda Instytut Informatyki PP
- https://en.wikipedia.org/wiki/Petri_net
- https://eduinf.waw.pl/inf/utils/011_2011/0100.php
- Wykład Modelowanie i analiza systemów informatycznych, prof. dr hab. inż. Jan Magott