

# **Der Morse-Komplex und die Morse-Homologie**

Eine Bachelorarbeit

Betreuerin Prof. Ursula Ludwig

**Jakob Dimigen**

## Abstract

Abstract Text

### §1 Zellulärer Kettenkomplex

**Def. 1.1** (CW-Komplex).

**Def. 1.2** (Zellulärer Kettenkomplex, Zelluläre Homologie).

### §2 Morse-Funktionen

**Def. 2.1** (kritischer Punkt).

**Def. 2.2** (Index, nicht degeneriertheit).

**Lemma 2.3** (Unabhängigkeit von Karte).

**Theorem 2.4** (Morse Lemma).

**Theorem 2.5** (Existenz von Morse-Funktionen). *Sei  $M \subseteq \mathbb{R}^n$  eine Untermannigfaltigkeit. Dann ist für fast alle  $p \in \mathbb{R}^n$  die Funktion*

$$\begin{aligned} f : M &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \|x - p\|^2 \end{aligned}$$

*eine Morse-Funktion.*

### §3 Der Morse Komplex

**Def. 3.1** (Pseudo-Gradient).

**Def. 3.2** (Aufsteigende und Absteigende Mannigfaltigkeit).

**Def. 3.3** (Morse-Komplex und Morse-Homologie).

**Lemma 3.4** (Unabhängigkeit von  $g$  und  $f$ ). *Die Morse Homologie einer Mannigfaltigkeit  $M$  hängt nicht von dem gewählten Pseudo-Gradienten  $g$  und der Morse-Funktion  $f$  ab.*

**Theorem 3.5.** *Die Morse-Homologie einer Mannigfaltigkeit entspricht der Zellulären Homologie.*