

2021 年度理工学術院 試験問題				1 月 24 日（月）			試験時間：90分	実施
学科目名（クラス）	担当者	対象学科・学年		解答用紙	持込	右の欄に指示がない場合は、持込を全て不許可とします。		
プログラム設計とアルゴリズム	福永	電生	2					
学籍番号			氏名			採点欄		

下記の問題すべてに答えよ。計算や下書きなどは計算用紙で行い、解答用紙には記載しないこと。解答用紙には解答のみを読みやすく記載せよ。解答用紙は裏面を利用して構わない。説明を解答として要求する場合は、課題文にその旨の記載がある。単に「～～を図示せよ」「～～の計算量を記せ」となっている場合には、答えだけを記載すればよく、説明を記載する必要はない。また必要であれば、N 個の要素をソートするアルゴリズムの計算量が $O(N \log N)$ であることは、説明なく利用してよい。

問題 1：
N 個の整数 a_i ($i = 0, 1, \dots, N-1$)、N 個の整数 b_i ($i = 0, 1, \dots, N-1$)、および整数 K が与えられている。この時、与えられた 2 個の整数列から、1 つずつ整数を選んでその和を計算するものとする。その和の値のうち、K 以上の範囲での最小値を $O(N \log N)$ の計算量で求めるアルゴリズムを設計し、そのアルゴリズムの概略を日本語で説明せよ。また、解答したアルゴリズムの計算量が $O(N \log N)$ となる理由の概要を日本語で説明せよ。

問題 2：
N 個の整数 s_i ($i = 0, 1, \dots, N-1$) 及び N 個の整数 t_i ($i = 0, 1, \dots, N-1$) が与えられている。ここで、 s_i 及び t_i はそれぞれ、仕事 i の開始時刻と終了時刻を意味するものとする。ある時刻において同時に行える仕事は高々 1 つであり、各仕事は途中から参加したり途中でやめたりすることは出来ないものとする。ただし、仕事 a の終了時刻と仕事 b の開始時刻が同一であった場合には、a と b の仕事は両方行う事が出来るものとする。この時、行う事が出来る仕事の最大数を求めるアルゴリズムを設計し、そのアルゴリズムの概略を日本語で説明せよ。また、解答したアルゴリズムの計算量を記し、その計算量となる理由の概要を日本語で説明せよ。

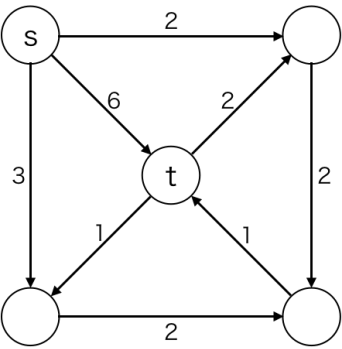
問題 3:
サイズが 5 のハッシュテーブルに、{apple, banana, orange, peach} という 4 つのデータをこの順に挿入することを考える。ハッシュ関数 $h(x)$ には「x の文字数を 5 で割った余り」を用いる。また、ハッシュ値の衝突対策としてはオープンアドレス法(クローズドハッシュ法)を用い、再ハッシュの方法には線形探索法「 $(h(x)+i)\%5$ (i は再ハッシュの回数)」を用いるものとする。
(1) 4 つのデータを全て挿入した時点におけるハッシュテーブルの状態を図示せよ。
(2) (1)で示したハッシュテーブルから、orange を削除した後のハッシュテーブルの状態を図示せよ。

問題 4:
(1) 二分探索木とはどのようなデータ構造であるか、例を図示しながら簡潔に説明せよ。構造のみが説明されていればよく、検索・挿入・削除などの操作について説明する必要はない。
(2) 二分探索木において、子が二つある要素を削除する場合、どのような処理が行われるか。例を図示しながら簡潔に説明せよ。
(3) 二分探索木に格納されているデータの個数が N である時、要素を削除する操作の最悪計算量を記せ。

問題 5:
(1) 整数の集合{202, 151, 457, 931, 594, 504, 353, 493}が与えられた時、これを基数ソートによりソートする過程を図示せよ。アルゴリズムの簡潔な説明も加えること。
(2) 要素数を N、桁数を L、各桁で取りうる値の種類数を A とする((1)の例で言えば、 $N = 8, L = 3, A = 10$ となる)。この時の基数ソートの計算量を記せ。

問題 6:

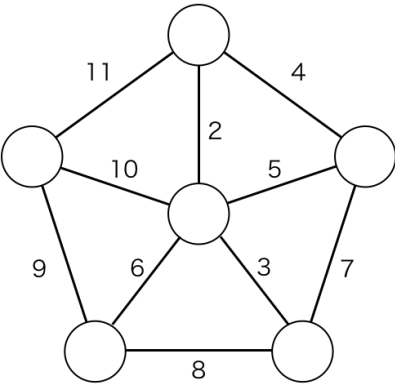
(1) 下記の有向グラフにおいて、頂点 s から頂点 t への最短路長を求めよ。ただし、アルゴリズムとしてはダイクストラ法を利用し、途中経過を適宜図示しつつアルゴリズムの簡潔な説明を加えること。



- (2) ダイクストラ法の計算量は、その実装によって $O(|E| \log |V|)$ または $O(|V|^2)$ となる。前者が後者より有用である場合とは、入力がどのようなグラフである場合と考えられるか、その理由も含めて簡潔に答えよ。
- (3) ダイクストラ法の計算量を $O(|E| \log |V|)$ とする実装方法の概要を日本語で説明せよ。
- (4) ダイクストラ法を用いて最短路を求めることができない有向グラフとは、どのようなグラフであるか答えよ。

問題 7:

- (1) 最小全域木とは何か、簡潔に説明せよ。
- (2) 下記の無向グラフの最小全域木をクラスカル法によって求めた結果を図示せよ。途中経過も適宜図示しつつ、アルゴリズムの簡潔な説明を加えること。



問題 8:

- (1) 「局所最適解」と「大域最適解」の言葉の意味を、2つの言葉の関係性がわかるように簡潔に説明せよ。
- (2) 「クラス P」と「クラス NP」の言葉の意味を、2つの言葉の関係性がわかるように簡潔に説明せよ。

問題 9:

二項ヒープについて、以下の問いに答えよ。

- (1) 整数の集合{1, 3, 4, 7, 10}を二項ヒープに格納した場合、どのような構造となるか。結果を図示せよ。
- (2) 整数の集合{2, 5, 11, 13, 14, 18}を二項ヒープに格納した場合、どのような構造となるか。結果を図示せよ。
- (3) (1)で作成した二項ヒープと(2)で作成した二項ヒープの併合処理を行った場合、どのような構造の二項ヒープが得られるか。結果を図示せよ。
- (4) 要素数 N の集合を格納した二項ヒープと、要素数 M の集合を格納した二項ヒープの併合処理を行う。この処理の計算量を記せ。

以上