

# 演習問題 1

次の最適化の問題をとけ.

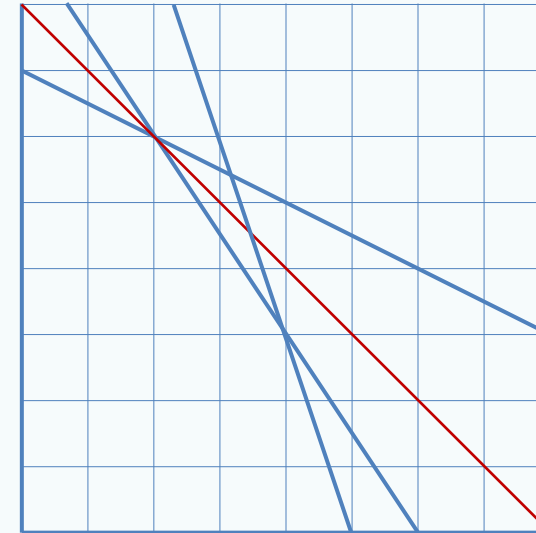
$$\max x + y$$

s.t.

$$x + 2y \leq 14$$

$$3x + 2y \leq 18$$

$$3x + y \leq 15$$



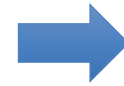
$$\begin{array}{c}
 x \quad y \quad \alpha \quad \beta \quad \gamma \\
 \left[ \begin{array}{cccccc}
 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 14 \\
 3 & 2 & 0 & 1 & 0 & 18 \\
 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 15 \\
 -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \right]
 \end{array}$$



$$\left[ \begin{array}{cccccc}
 1/2 & 1 & 1/2 & 0 & 0 & 7 \\
 3/2 & 1 & 0 & 1/2 & 0 & 9 \\
 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 15 \\
 -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \right]$$



$$\left[ \begin{array}{cccccc}
 1/2 & 1 & 1/2 & 0 & 0 & 7 \\
 1 & 0 & -1/2 & 1/2 & 0 & 2 \\
 5/2 & 0 & -1/2 & 0 & 1 & 8 \\
 -1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 7
 \end{array} \right]$$



$$\left[ \begin{array}{cccccc}
 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 14 \\
 1 & 0 & -1/2 & 1/2 & 0 & 2 \\
 1 & 0 & -1/5 & 0 & 2/5 & 16/5 \\
 -1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 7
 \end{array} \right]$$



$$\left[ \begin{array}{cccccc}
 0 & 2 & 3/2 & -1/2 & 0 & 12 \\
 1 & 0 & -1/2 & 1/2 & 0 & 2 \\
 0 & 0 & 3/10 & -1/2 & 2/5 & 6/5 \\
 0 & 0 & 1/4 & 1/4 & 0 & 8
 \end{array} \right]$$



$$\left[ \begin{array}{cccccc}
 0 & 1 & 3/4 & -1/4 & 0 & 6 \\
 1 & 0 & -1/2 & 1/2 & 0 & 2 \\
 0 & 0 & 3/10 & -1/2 & 2/5 & 6/5 \\
 0 & 0 & 1/4 & 1/4 & 0 & 8
 \end{array} \right]$$

答)  $x = 2, y = 6$  のとき最大値は8

# 演習問題 2

次の最適化の問題について設問に答えよ.

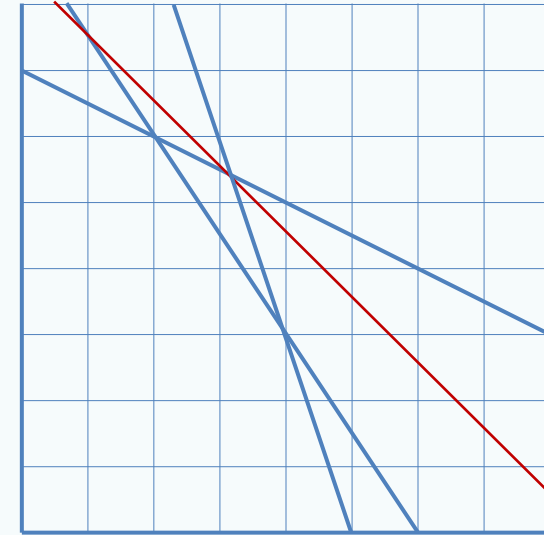
$$\min x + y$$

s.t.

$$x + 2y \geq 14$$

$$3x + 2y \geq 18$$

$$3x + y \geq 15$$



1. 変数  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を使って, 双対問題を導け.
2. 1. で導いた問題をシンプレックス法を用いて解け.

1. 双対問題は以下の通り.

$$\max 14a + 18b + 15c$$

s.t.

$$a + 3b + 3c \leq 1$$

$$2a + 2b + c \leq 1$$

2. 1. で導いた問題をシンプレックス法を用いて解く.

	$a$	$b$	$c$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
	$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -18 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Rightarrow$	$\begin{bmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ -8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/3 \\ -1/3 \\ 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1/2 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/6 \\ 6 \end{bmatrix}$
$\Rightarrow$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ -3/4 \\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3/4 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1/4 \\ 6 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3/4 & -1/2 & 3/4 & 1/4 \\ -8 & 0 & 3 & 6 & 0 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5/4 & 1/2 & -1/4 & 1/4 \\ 1 & 0 & -3/4 & -1/2 & 3/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 4/5 & 1 & 2/5 & -1/5 & 1/5 \\ 4/3 & 0 & -1 & -2/3 & 1 & 1/3 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 6 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 4/5 & 1 & 2/5 & -1/5 & 1/5 \\ 1 & 3/5 & 0 & -1/5 & 3/5 & 2/5 \\ 0 & 12/5 & 0 & 16/5 & 27/5 & 43/5 \end{bmatrix}$$

答)  $a = \frac{2}{5}$ ,  $b = 0$ ,  $c = \frac{1}{5}$  のとき最大値は  $\frac{43}{5}$