Section 2: 選挙のサイクルと最強の選択肢[1]

2020 年度 公共選択論

みんな勝手に走りだして，勝手に止まったので，かけっこがいつ終わったのかわかりませんでした．

でも，30 分かそこら走って，かなり乾いてくると，ドードー鳥がいきなり叫びました．「かけっこおわり！」

するとみんなドードー鳥のまわりに群がって，息を切らしながら聞きました．

「でも，だれが勝ったの？」

ルイス・キャロル『不思議の国のアリス』（筆者訳）

[1] この講義ノートおよびオンデマンド講義の著作権は浅古泰史に属します．SNS も含め，無断の配布・転載・改変を禁じます．

本講義の前半は主に選挙について議論していく．選挙は民主主義において，社会の主要な意思決定手法になっている．しかし，社会には多数の個人が存在し，各個人は政策に対し異なる好みをもっている．このような異なった好みを有する個人の意見を集約し，国・社会として，いずれかの政策を決定しなくてはならない．果たして，個人の意見を集約し，社会として最適な意思決定はできるのだろうか．

2.1 選好関係

社会の意思決定の分析を行う前に，まずは個人の意思決定に関して理解をしておく必要がある．ミクロ経済学で学ぶ個人の意思決定に関する分析を概観しよう．

ある個人が有限個の選択肢をもっているとしよう．その選択肢の間で個人が有する好みは**選好関係**（preference relation）として表現される．個人の好みは，主に以下の 2 種類の選好関係で描くことができる．

1．強い選好関係（strict preference relation）：$a \succ_i b$

個人 i は a を b より強く選好する．つまり，個人 i にとって a の方が b より好ましい．

2．無差別関係（indifference relation）：$a \sim_i b$

個人 i にとって a と b は無差別である．つまり，個人 i にとって 2 つの選択肢は同等に好ましい．

複数の選択肢の中から意思決定を行うためには，個人にとって好ましい選択肢の順序を決めることが重要である．選択肢を好ましい順に並べたものを，**選好順序**（preference order）と呼ぶ．1 つの選択肢のみを選ぶ場合は，最も好ましい選択肢がわからなければならない．また複数の選択肢を選択しなければならない場合は，2 番目に好ましい選択肢や，3 番目に好ましい選択肢までわからなければならない．個人の意思決定を分析するためには，個人にとって最も好ましい選択肢から，最も好ましくない選択肢まで並べることができる必要がある．このような選好順序が存在するために，個人の選好関係は以下の 2 つの条件を満たしていなければならない．

1．完備性（completeness）

個人が，他の選択肢と比較する意思がない，あるいは比較することができない選択肢は存在しない．厳密には，任意の２つの選択肢 a と b の間で， $a \succ_i b$*，* $b \succ_i a$*，あるいは* $a \sim_i b$ *のいずれかの関係が成立している．*

完備性が満たされず選好関係を決められない選択肢が存在する場合，その選択肢の好ましさの順序を決めることはできない．よって，選好順序をもとめることができなくなる．例えば，人生の厳しい選択の場合，完備性は満たされない可能性がある．テレビドラマなどで男性が恋人に「私と仕事どっちが大切なの！」と詰め寄られるシーンがあるという（私は見たことはないが)．即答できる場合はあるだろうが，ドラマでは通常男性は答えに詰まるようだ．仕事と恋愛は同じ天秤に乗せにくく，また乗せたくもない人が多いだろう．この時，選択肢を比較する意思がないため，完備性は満たされない．

注意：「完備性が満たされない」ことは「無差別関係である」ことを意味しない．無差別関係では「両選択肢が同等に好ましい」と決めることができている．一方で完備性が満たされない場合は，両選択肢が同等に好ましいか否かですら決められないことを意味する．

2．推移性（transitivity）

選好関係が循環することはない．厳密には，任意の３つの選択肢 a，b，c の間で， $a \succ_i b$ *かつ* $b \succ_i c$ *であれば* $a \succ_i c$ *となる．同様に，* $a \sim_i b$ *かつ* $b \sim_i c$ *であれば* $a \sim_i c$ *となり，* $a \succ_i b$ *かつ* $b \sim_i c$ *（あるいは* $a \sim_i b$ *かつ* $b \succ_i c$ *）であれば* $a \succ_i c$ *となる．*

「推移性が満たされない」とは，例えば $a \succ_i b$ かつ $b \succ_i c$ であるにもかかわらず，$c \succ_i a$ となることを意味する．この場合，$a \succ_i b \succ_i c \succ_i a \succ_i b \succ_i c \succ_i a \cdots$ と，選好関係に循環が生じてしまい，最も好ましい選択肢は何か，２番目は何か，などがわからなくなる．よって，選好順序をもとめることはできない．例えば，以下のような例を考えてみよう．

男性が昼食を食べにレストランに入った．メニューには「焼魚定食」,「男の山盛りラーメン」,「ヘルシーサラダ」の三種類がある．ダイエット中の男性は，焼魚定食の方がラーメンより良いと思った．一方で，空腹であるために，ラーメンの方がサラダより良い．しかし，健康診断で肥満体質と言われた彼は白米の食べ過ぎも控えている．そのため，サラダの方が定食より良いと感じた．サラダよりラーメンがよく，ラーメンより定食がよく，定食よりサ

ラダがよい….彼は頭を抱えながら，ずっとメニューを見つめていた….

このような優柔不断な男性の選好関係は，定食 $\succ_{\mathrm{i}}$ ラーメン $\succ_{\mathrm{i}}$ サラダ $\succ_{\mathrm{i}}$ 定食という循環が生じているため推移性を満たさない．

以上の完備性と推移性の 2 つの条件さえ満たせば，最も好ましい選択肢から，最も好ましくない選択肢まで，選好順序を決めることができる．以下では，完備性と推移性を満たす選考関係を有する個人が構成する社会を考えたうえで，その社会の意思決定を分析していこう．

2.2 選挙のサイクル

社会の最小単位とも言えるものの 1 つが家族である．ここで，ある家族を考えよう．家族を構成しているのは，父親（f），母親（m），子供（c）の 3 人とする．3 人は夏休みに行く旅行先を決めようとしている．候補に挙がっているのは「ハワイ」，「ロンドン」，および「沖縄」である．3 人の選好順序は例 1(a)の列に示されている通りとする．3 人の選好関係は，完備性と推移性を満たしている．

例 1

	(a)	(b)
父親	沖縄 $\succ_f$ ロンドン $\succ_f$ ハワイ	沖縄 $\succ_f$ ロンドン $\succ_f$ ハワイ
母親	ロンドン $\succ_m$ ハワイ $\succ_m$ 沖縄	ロンドン $\succ_m$ ハワイ $\succ_m$ 沖縄
子供	ハワイ $\succ_c$ ロンドン $\succ_c$ 沖縄	ハワイ $\succ_c$ 沖縄 $\succ_c$ ロンドン

それぞれ最も行きたい場所が異なる．そこで，スポーツ好きの家族は意思集約方法として，リーグ戦で行われることが多い総当たり戦を用いることにした． つまり，選択肢の中から 2 つの選択肢を取り出し選挙を行い，その結果を各組に対する社会の選好関係とする方法である．社会の選好関係を決めるためには，当然すべての組み合わせに対し選挙を行わなければならない．

まず，ロンドンとハワイを考えてみよう．父親と母親はロンドンの方を好み，息子はハワイを好んでいる．よって，2 票を獲得したロンドンの勝利となる（ロンドン $\succ$ ハワイ）．ハ

ワイと沖縄の間で選挙を行えば，母親と息子に支持されるハワイが 2 票を獲得し勝利する（ハワイ ≻ 沖縄）．そして，ロンドンと沖縄の間で選挙を行えば，ロンドンが同じく母親と息子に支持されて勝利する（ロンドン ≻ 沖縄）．よって，総当たり戦を用いた場合，この家族の選好順序は「ロンドン ≻ ハワイ ≻ 沖縄」となる．

　このような総当たり戦は，**コンドルセ方式**（Condorcet Rule）と呼ばれることが多い[2]．厳密には，以下の方法となる．

任意の 2 つの選択肢 a と b に対し，a を b より好む個人が，b を a より好む個人より多ければ社会の選好関係を$a \succ b$とする．同数であれば，$a \sim b$とする．

　この家族の例では，ロンドンが他のどの選択肢にも勝利している．このような選択肢を**コンドルセ勝者**（Condorcet Winner）と呼ぶ．コンドルセ勝者の定義は以下の通りである．

定義（コンドルセ勝者） *必ずどの選択肢にも勝てる，もしくは引き分けることができる選択肢をコンドルセ勝者と呼ぶ．*

　このようなコンドルセ勝者が存在する場合，常に過半数以上に支持されるコンドルセ勝者を社会にとって一番好ましい選択肢と考えることもできる．しかし，コンドルセ勝者が常に存在するとは限らない．例えば，どうしても沖縄に行きたい父親が子供に沖縄の素晴らしさを説いたとする．その結果，子供の選好順序が「ハワイ $\succ_c$ 沖縄 $\succ_c$ ロンドン」と変わったとしよう．父親と母親の選好順序は変わっていない場合，3 人の選好順序は例 1(b)の通りとなる．

　例 1(b)に対してコンドルセ方式を用いると，ロンドンはハワイに勝ち，ハワイは沖縄に勝ち，沖縄はロンドンに勝つ．よって，ここにコンドルセ勝者は存在せず，社会の選好関係に循環が生じてしまっている．つまり，コンドルセ方式を用いてもとめられた社会の選好関係は，推移性を満たしていないのである．この例では，各個人の選好関係は完備性と推移性を満たしているにもかかわらず，社会の選好関係は推移性を満たしていない．このような現

[2] この用語は，フランスの哲学者，数学者，政治学者であったマリー・ジャン・アントワーヌ・ニコラ・ド・カリタ・コンドルセに由来する．1785 年の著作において，彼は，すべての候補者に 1 対 1 の総当り戦をさせ，他の候補者すべてを打ち破った候補者を真の勝者とする投票方式を提案した．

象を，**選挙のサイクル**（electoral cycle）という．このようなサイクルが生じる限り，社会にとって最も好ましい選択肢を見つけることができない．

2.3 ブラックの中位投票者定理

前節において，コンドルセ方式では選挙のサイクルが生じる可能性があることを議論した．しかし，2 つの条件さえ満たせば選挙のサイクルが生じないことが知られている．選挙のサイクルが存在しない場合に限定すれば，政党間の選挙競争などの分析を簡単に行うことができる．この点はダンカン・ブラック（Black [1948, 1958]）によって最初に示されたことから，**ブラックの中位投票者定理**と呼ばれる．

2.3.1 コンドルセ勝者が常に存在する条件

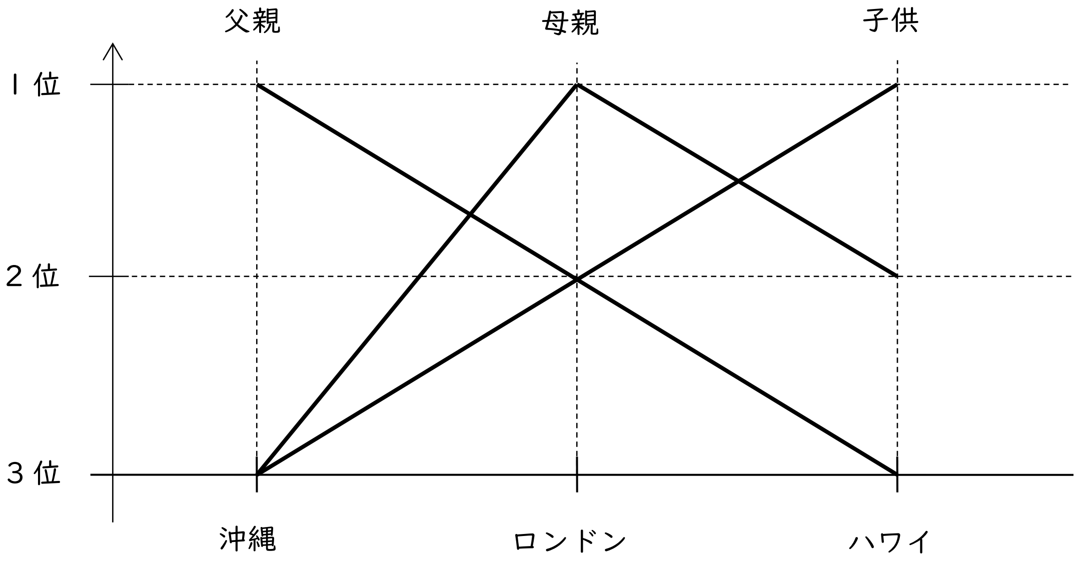
ブラックによって示された 2 つの条件は以下の通りである．

1．一次元の政策空間（one-dimensional policy space）

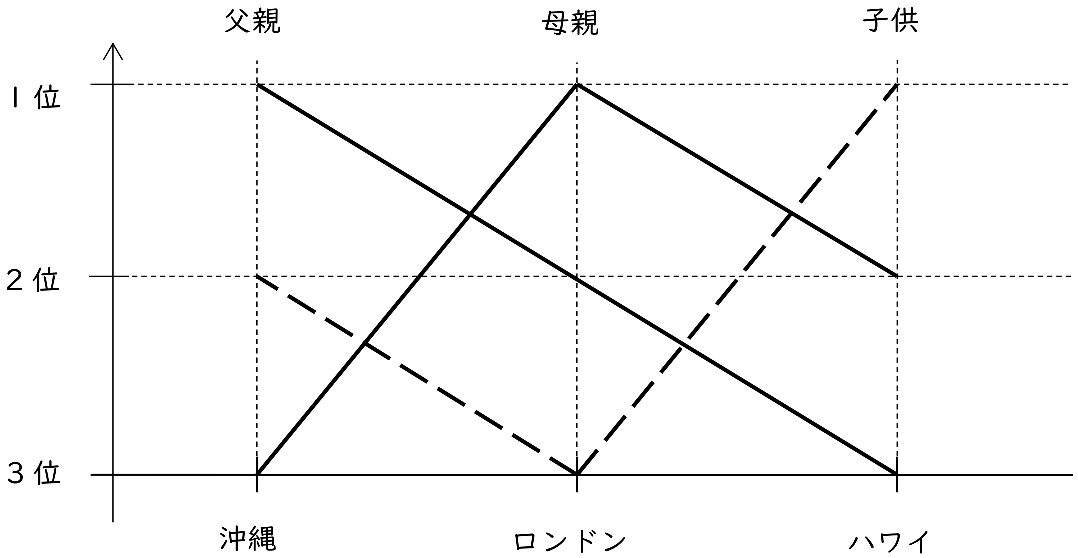
本条件は，選択肢が存在する空間を一次元，つまり一直線で表せることを意味する．端的にいえば，すべての選択肢を一直線上に並べることができるということである．選択肢を政策と考えた場合，選択肢が分布している区間を政策空間と呼ぶ．

決めなければならない政策課題が 1 つであり，かつ数値で表現できる場合，政策空間は一次元となる．消費税率のみを議論している場合，税率は数値であるため一直線上に並べることができる．また，社会保障政策など特定の政策に投入する予算額も数値であるため一直線上に並べることができる．

また，政策課題が 1 つであるならば，数値ではない選択肢も一直線上に並べることができる．例えば，2.2 節で考えた夏休みの旅行先の例を思い出してほしい．家族を構成している，父親，母親，子供の 3 人が，夏休みに行く旅行先を「ハワイ」，「ロンドン」，および「沖縄」の中から選ぼうとしている．各個人の選好順序は例 2-1 に示されている．このとき図 1 のように，沖縄を左端に，ロンドンを中央に，そしてハワイを右端におけば一直線上に並べることができる．このことから，例えば選挙において政策課題が多岐にわたっていたとしても，「自民党」，「民進党」，「共産党」などの政党を一直線上に並べることはできる．よって，政党さえ考えれば一次元の政策空間に描くことができる．



(a)　例 1(a)



(b)　例 1(b)

図 1　夏休みの旅行先

さらに，政策課題が 2 つ以上であっても，選択肢を一直線上に並べることも不可能ではない．例えば，消費税と財政再建という 2 つの政策課題が存在すると考えよう．本格的財政再建のためには消費税増税が必要であり，消費税増税を行わなければ財政再建はできないと考える．このとき，左に行くほど消費税率は低いが財政再建は不十分になるように，ま

た右に行くほど消費税率は高くなるが財政再建も積極的に行われるように選択肢を一次元の政策空間に並べることができる．しかし，消費税率を高めずに財政再建を実行する「増税なき財政再建」という選択肢が存在する場合，一直線上に並べることは不可能になる．また，様々な政策課題をまとめて，左に行くほど左派（リベラル），右に行くほど右派（保守的），など左右対立を描くこともできる．

2．投票者の単峰型選好（single-peaked preference）

単峰型選好とは，各個人が最も好ましい選択肢を有し，一直線上でその最も好ましい選択肢に近い選択肢ほど，より好ましい選択肢となることを意味する．厳密には，個人 i の最も好ましい選択肢をx_iとし，$x'' < x' < x_i$，あるいは$x_i > x' > x''$であるとき，$x' \succ_i x''$となれば単峰性は満たされる．選択肢x'は，x''よりも，最も好ましい選択肢であるx_iに近い．単峰型選好となるためには， iにとってx'はx''より好ましい選択肢でなければならない．

図１は例１に示された夏休みの旅行先に関する選好順序を示したものである.縦軸には，上から選好順序１位，２位，３位の順に並べており，父親，母親，子供の選好順序を示している．効用関数の一種と解釈してもかまわない．図１(a)は例１(a)を図示したものだ．

母親の選好関係は「ロンドン $\succ_m$ ハワイ $\succ_m$ 沖縄」であるため，図の通り山形（単峰型）になっており単峰性は満たしている．父親の選好関係は「沖縄 $\succ_f$ ロンドン $\succ_f$ ハワイ」であるので，これも沖縄を頂点に，そこから離れるほど順位は下がるため単峰性を満たしている．子供の選好関係「ハワイ $\succ_c$ ロンドン $\succ_c$ 沖縄」も，ハワイを頂点に単峰性を満たしている．よって，例１(a)では，すべての個人が単峰型選好を有するため，本条件を満たしている例となる．

一方で，図１(b)は例１(b)を示したものである．例１(b)では父親と母親は単峰型選好を有しているものの，点線で示した子供の選好関係（ハワイ $\succ_c$ 沖縄 $\succ_c$ ロンドン）は谷型になっている．子供にとっては，沖縄よりロンドンの方が，最も好ましい選択肢であるハワイに近いにもかかわらず，沖縄の方がロンドンより好ましい．よって，子供は単峰型選好を有しておらず，本条件を満たしていない[3]．

[3] 厳密には３つの選択肢を一直線上に並べる方法は全部で６通り考えられる．この６通りのうち１つでも，すべての個人が単峰型選好を有している例が存在すれば本条件は満たされている．一方で，例１(b)では，どんな並べ方をしたとしても誰かの選好が単峰型ではなくなる．

2.3.2 定理：最強の選択肢

上記の 2 つの条件下では，一直線上に各投票者の最も好ましい政策を並べることができる．よって，ある位置を挟んでそれ以上とそれ以下に最も好ましい政策を有する投票者の数がちょうど同数になるような位置（中位数・中央値）となる政策が存在する．このような点を**中位政策**（median policy）と呼ぶ．また，この政策が最も好ましい政策である投票者達を**中位投票者**（median voter）と呼ぶ[4]．図 1 では，ロンドンをはさんで左側に２人（父親と母親），右側に２人（母親と子供）の最も好ましい政策が位置付けられる．よって，ロンドンが中位政策であり，母親が中位投票者となる．

ブラックは，上記 2 つの条件下では必ずコンドルセ勝者が存在し，中位政策がコンドルセ勝者となることを示した．コンドルセ勝者は選択肢の中の 1 つであり，選挙に勝利した政党や候補者のことではないことに注意されたい．

定理（ブラックの中位投票者定理）*一次元の政策空間，および投票者の単峰型選好が満たされるとき，コンドルセ勝者が存在し，それは中位政策である．*

例えば図 1(a) （例 1(a)）を考えてみよう．ロンドンと沖縄の間では，ロンドンの右側に最も好ましい選択肢を有する母親と子供がロンドンを支持し，ロンドンが勝利する．ロンドンとハワイの間では，ロンドンの左側に最も好ましい選択肢を有する母親と父親がロンドンを支持し，ロンドンが勝利する．よって，中位政策であるロンドンがコンドルセ勝者となる．一方で，図 1(b)（例 1(b)）では，コンドルセ勝者が存在せず，選挙のサイクルが生じることを示した．本例は単峰型選好の条件を満たしていないため，コンドルセ勝者の存在が保障されず，選挙のサイクルが生じることになる．

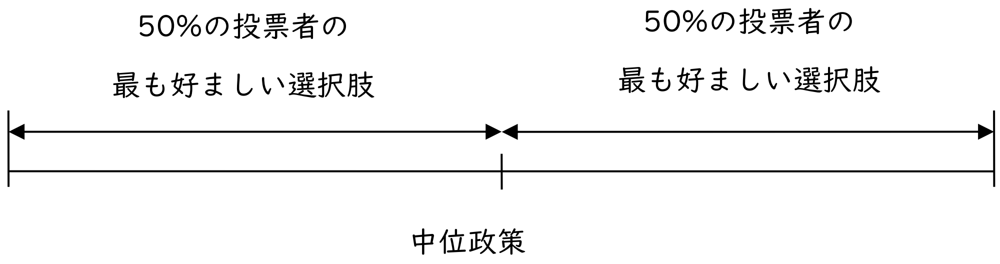
次に，より一般的な場合を考えて証明を示そう．「より一般的な場合」とは，無限の選択肢が存在する場合を指す．無限の例で成立する定理は，基本的に有限の例でも成立するため，有限の選択肢の例は特殊例として理解される．

選択肢が，ある一定区間の間に連続分布していると考えよう．例えば，0 と 1 の間に分布していると考える場合，0 と 1 の間のいかなる数値も選択することができる．よって，選択肢の数は無限となる．この政策空間上に単峰型選好を有する投票者の最も好ましい選択

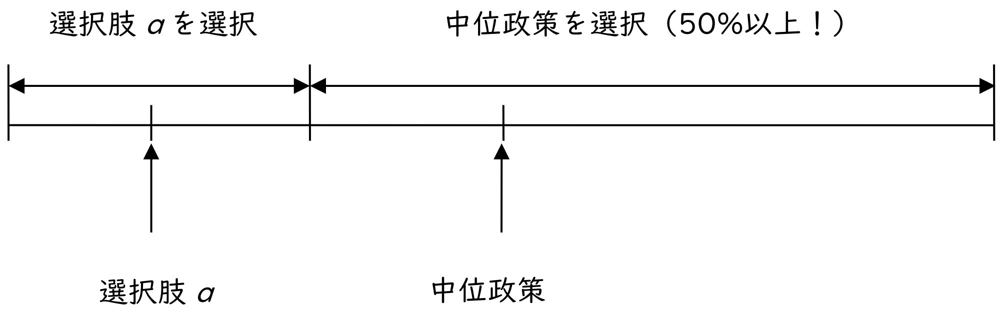
[4] 中位政策を最も好む投票者は 1 人ではなく，複数いる可能性を許容していることに注意せよ．

肢が分布していると考える．

　このような設定下でも，図 2 (a)が示しているように，ある位置をはさんでそれ以上に 50%の投票者の最も好ましい政策が位置し，それ以下にも 50%の投票者の最も好ましい政策が位置するような中位政策が存在する．ここでは単純に中位政策が 1 つのみ存在するとしよう[5]．例えば，政策空間が 0 と 1 の間であり，そこに投票者の最も好ましい政策が（連続）一様分布している場合，中位政策は 1/2 となる[6]．



(a)　中位政策の位置



(b)　コンドルセ勝者

図２　ブラックの中位投票者定理

　上記設定下では中位政策がコンドルセ勝者となることを示そう．図 2 (b)にあるように，中位政策以外の選択肢 a は，中位政策に勝つことはできない．個人の選好は単峰性を満たすため，図 2 (b)では，選択肢 a より左側に最も好ましい選択肢を有する個人は，選択肢 a

[5] 厳密には，投票者の最も好ましい政策が政策空間上に確率分布し，その確率分布関数が連続でかつ強い増加関数であれば，中位政策が 1 つのみ存在する．

[6] 一様分布に関する知識に不安がある履修者は，Moodle 上にある「一様分布に関する補論」を読むこと．

が中位政策より自身の最も好ましい選択肢に近いため選択肢 a を選択する．同時に，中位政策より右側に最も好ましい選択肢を有する個人は中位政策を選択する．この時点で，中位政策は半数の個人の支持を得ている．さらに，選択肢 a と中位政策の間に最も好ましい選択肢を有する個人の一部は中位政策を支持するため，中位政策は過半数の支持を得て勝利する．選択肢 a が中位政策の右側に位置していても結果は変わらない．

　このように，中位政策は必ずどの選択肢にも勝てる（もしくは引き分ける）ことができるため，中位政策がコンドルセ勝者となる．また，中位政策以外の選択肢は，中位政策に常に敗北するため，コンドルセ勝者とはならない．端的にいえば，コンドルセ勝者としての中位政策が，最強の選択肢となるのである．

　しかし，２つの仮定のいずれかが満たされなければ，選挙のサイクルが起こる可能性が生じる．第 1 に，政策空間が一次元ではない場合，一直線上に選択肢を並べることはできないため中位数としての中位政策が定義できない．第２に図 1(b)のように単峰型選好を満たさない投票者（子供）が存在する場合を考えよう．ロンドンと沖縄の間において選挙を行った場合，子供の最も好ましい選択肢であるハワイはロンドンの右側に位置づけているが，子供はロンドンより沖縄を好んでしまっている．よって上記の証明が適応できない．つまり図２(b)において，単峰型選好を有さない投票者が存在する場合，中位政策の右側に最も好ましい政策が位置する投票者が，中位政策を政策 a より好むことが保障されなくなる．

「一次元の政策空間」と「単峰型の選好関係」の２つの条件は現実の選挙では満たされいるかな？実際に満たされるようにする工夫はされているのかな？

練習問題

問題：コンドルセ方式と選挙のサイクル

以下の例において，コンドルセ方式を用いて社会の選好関係を示せ．選挙のサイクルは生じているか？理由を説明せよ．ただし，票数が同数であった場合には社会の選好関係は無差別であるとする．

(a) 3人の個人1, 2, 3，および4つの選択肢a, b, c, dがあり，各個人が以下の選好関係を有する場合．

個人1：$a \succ_1 b \succ_1 c \succ_1 d$

個人2：$b \succ_2 c \succ_2 d \succ_2 a$

個人3：$c \succ_3 d \succ_3 a \succ_3 b$

(b) 2人の個人1, 2，および3つの選択肢a, b, cがあり，各個人が以下の選好関係を有する場合．

個人1：$a \succ_1 c \succ_1 b$

個人2：$c \succ_2 b \succ_2 a$

参考文献

Black, Duncan (1948) "On the Rationale of Group Decision Making," *Journal of Political Economy* 56, pp. 23-34.

Black, Duncan (1958) *The Theory of Committees and Elections*, Cambridge University Press.