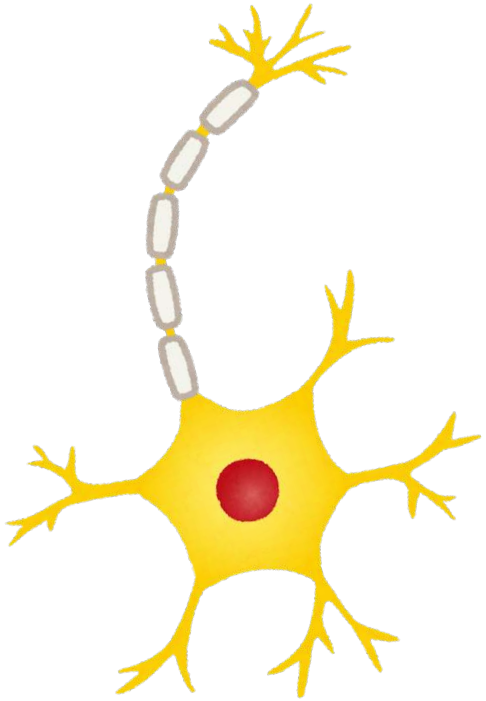
パーセプトロン

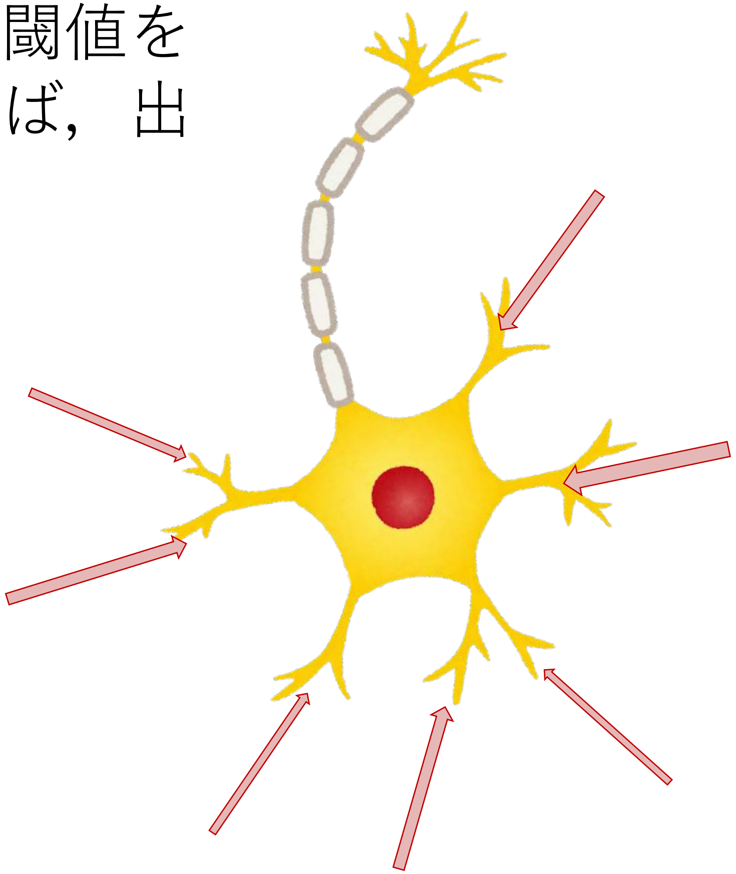
ニューロン（神経細胞）のモデリング



ニューロン

ニューロン（神経細胞）のモデリング

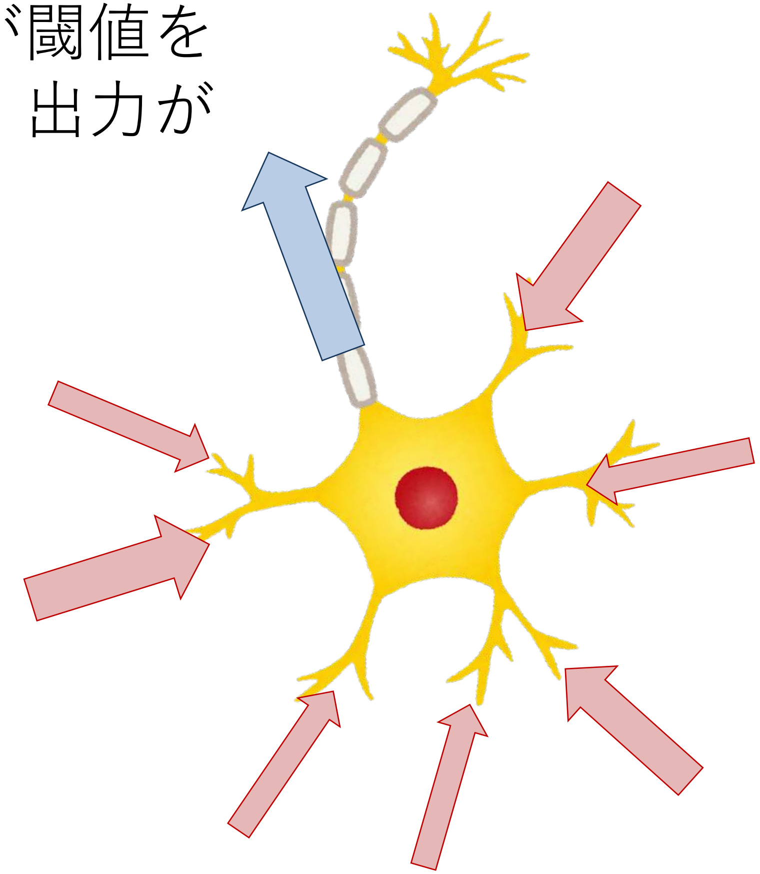
入力の和が閾値を超えなければ，出力はない。



ニューロン

ニューロン（神経細胞）のモデリング

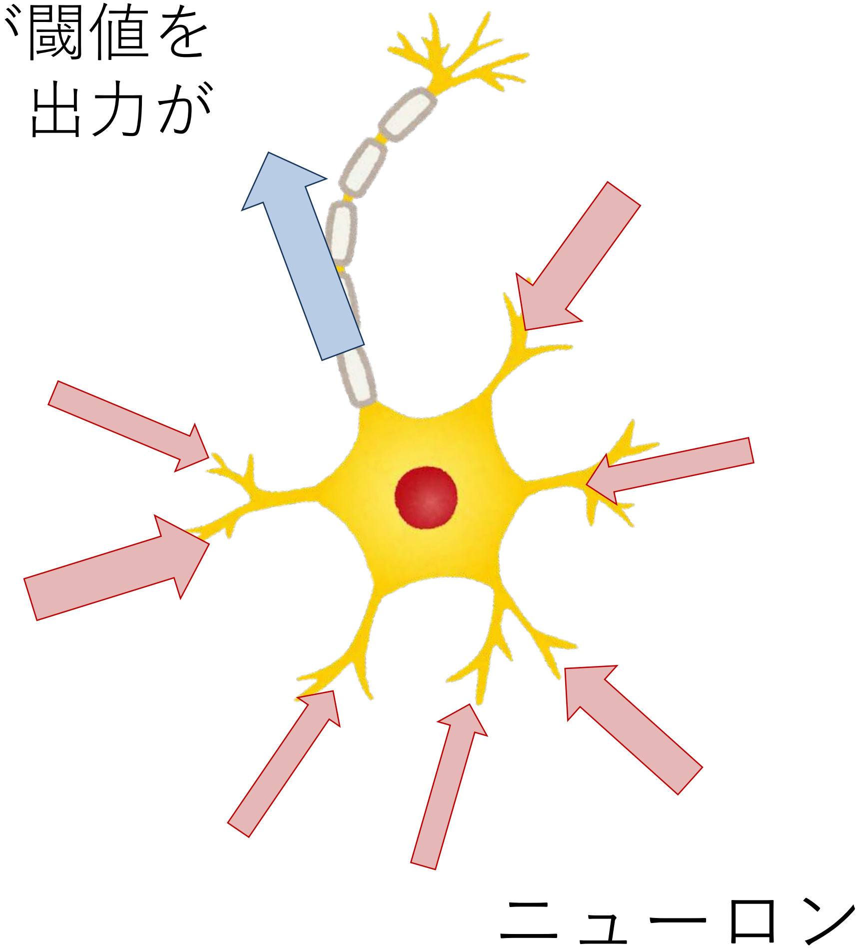
入力の和が閾値を超えると，出力がある。



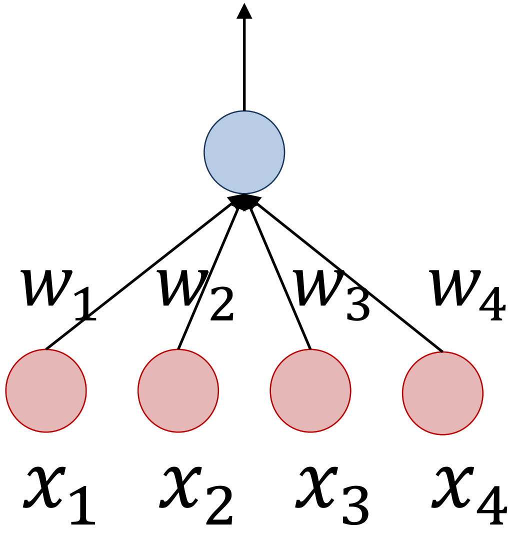
ニューロン

パーセプトロン

入力の和が閾値を超えると，出力がある。



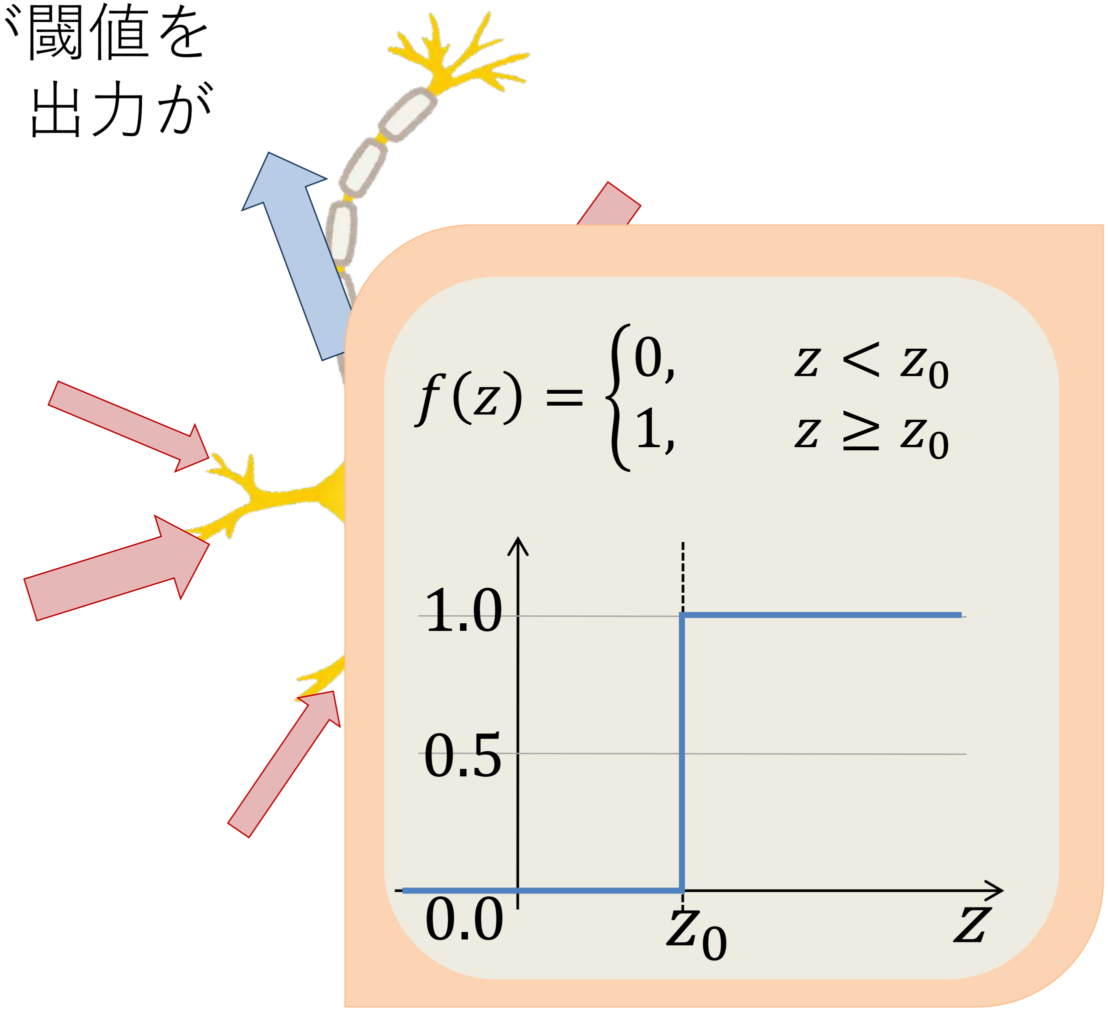
$$y = f\left(\sum_i w_i x_i\right)$$



パーセプトロンはニューロンに似せた，計算モデル

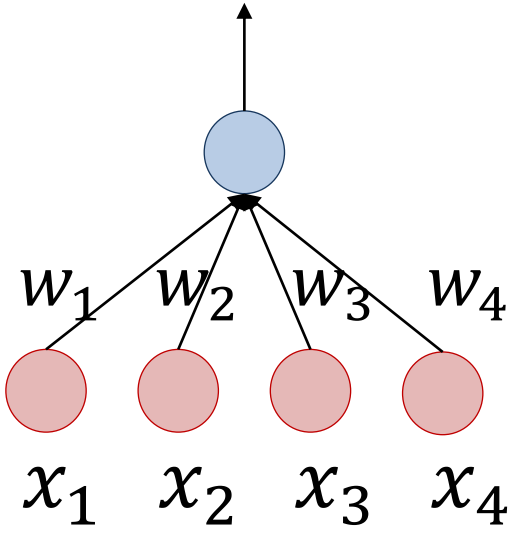
パーセプトロン

入力の和が閾値を超えると，出力がある。



$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$

$$y = f\left(\sum_i w_i x_i\right)$$

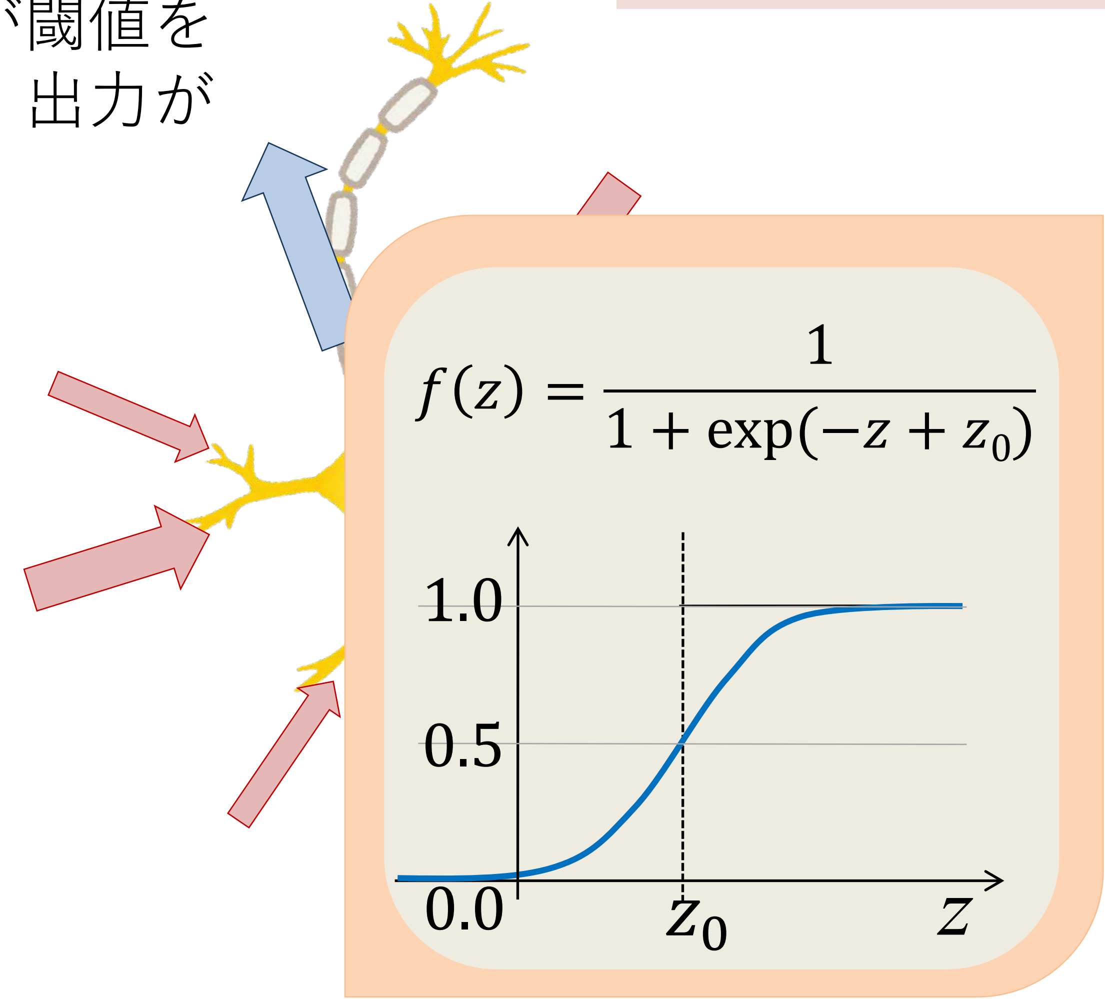


パーセプトロンはニューロンに似せた，計算モデル

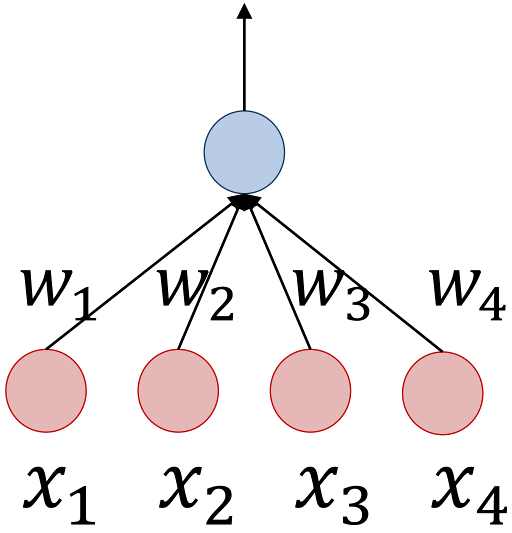
パーセプトロン

Note: オリジナルのパーセプトロンでは，$f(.)$ はステップ関数で定義されいる。よって，厳密にはそのときに限りパーセプトロンと呼ぶべきかもしれない。しかし，本授業では，$f(.)$ がどういう関数であれ，識別器が $f(\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{x})$ の形であれば，パーセプトロンと呼ぶことにする。

入力の和が閾値を超えると，出力がある。



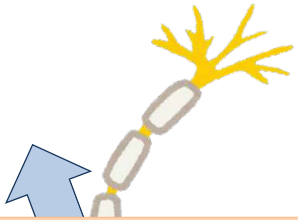
$$y = f\left(\sum_i w_i x_i\right)$$

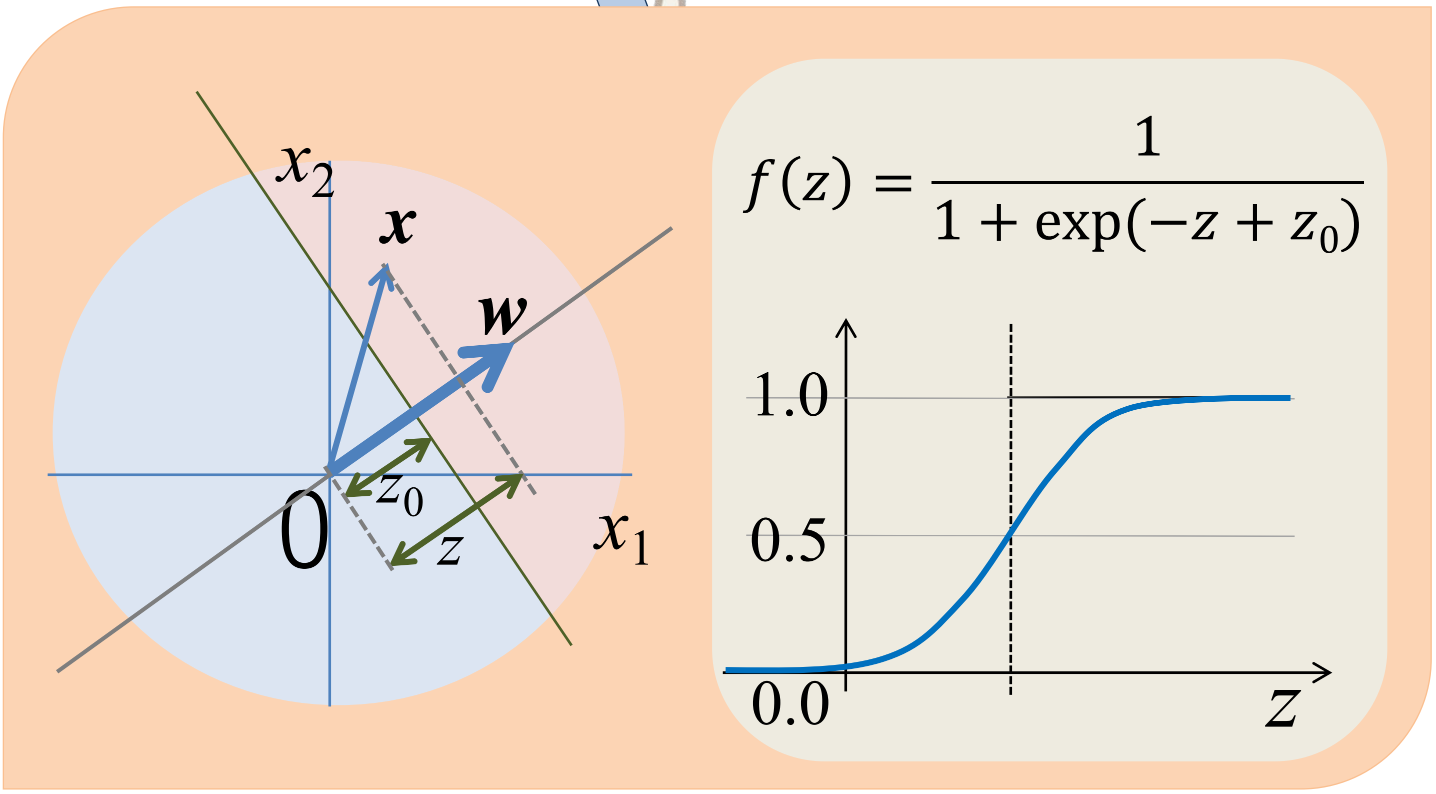


パーセプトロンはニューロンに似せた，計算モデル

パーセプトロン

入力の和が閾値を超えると，出力がある。



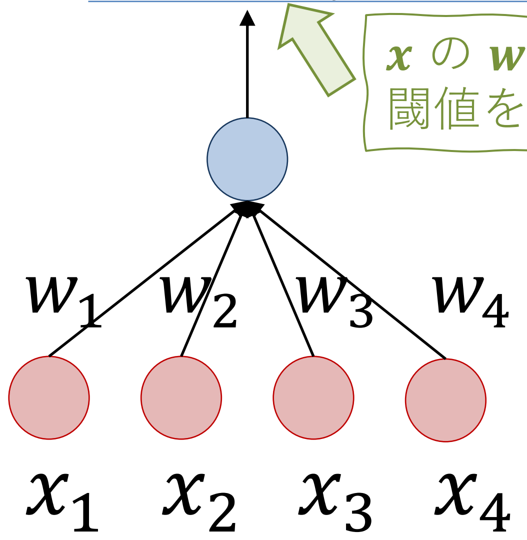


$$f(z) = \frac{1}{1 + \exp(-z + z_0)}$$

$\boldsymbol{x}$ の $\boldsymbol{w}$ への射影

$$y = f\left(\sum_i w_i x_i\right)$$

$\boldsymbol{x}$ の $\boldsymbol{w}$ への射影が閾値を超えるか否か



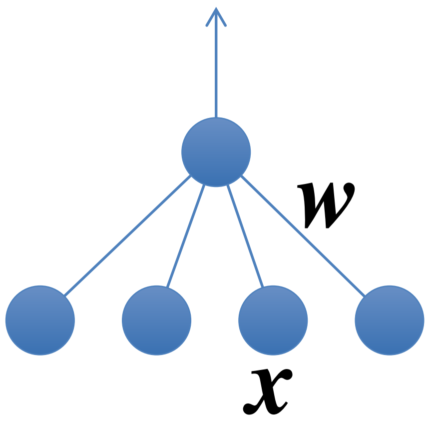
パーセプトロンはニューロンに似せた，計算モデル

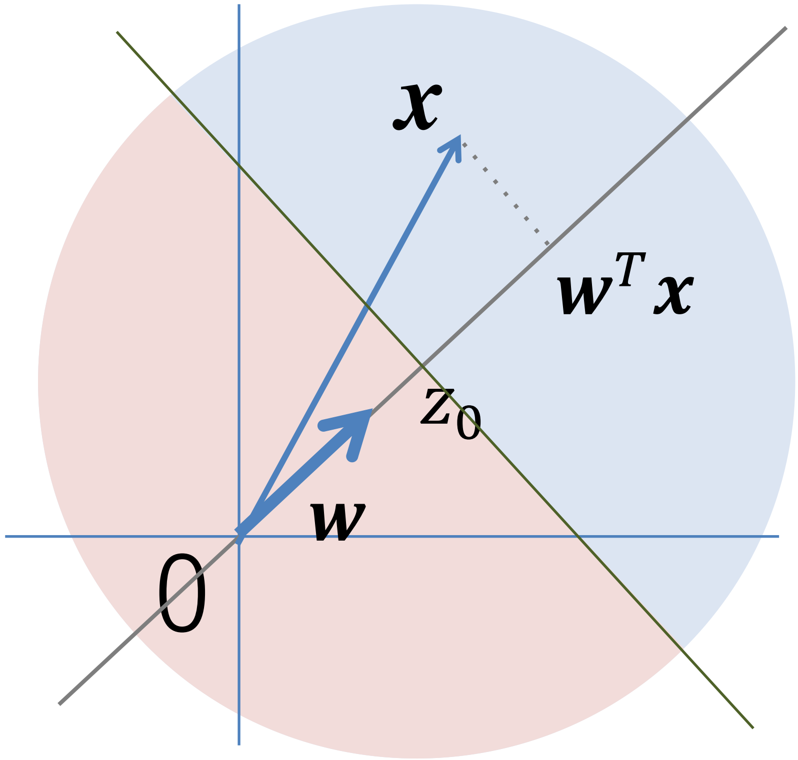
パーセプトロンの学習 (パラメタの調整)

パーセプトロンは線形識別器

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



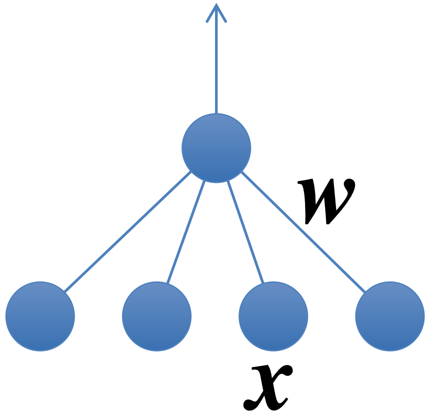


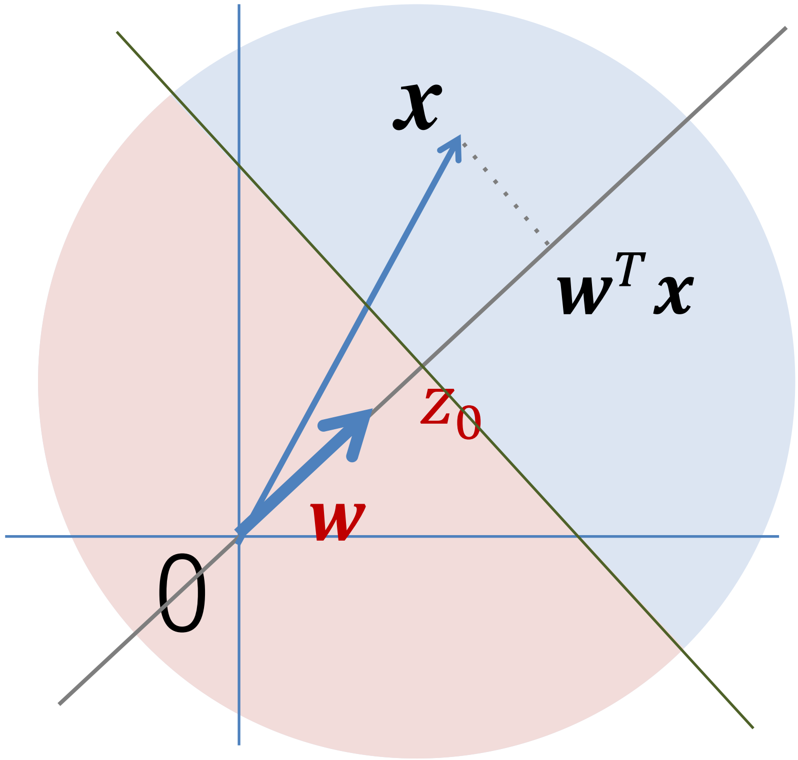
パーセプトロンの学習 (パラメタの調整)

モデルパラメタはオンラインで調整される

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



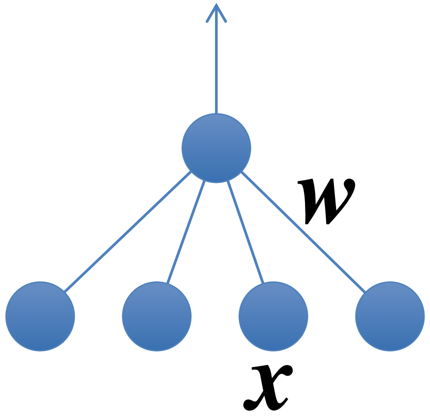


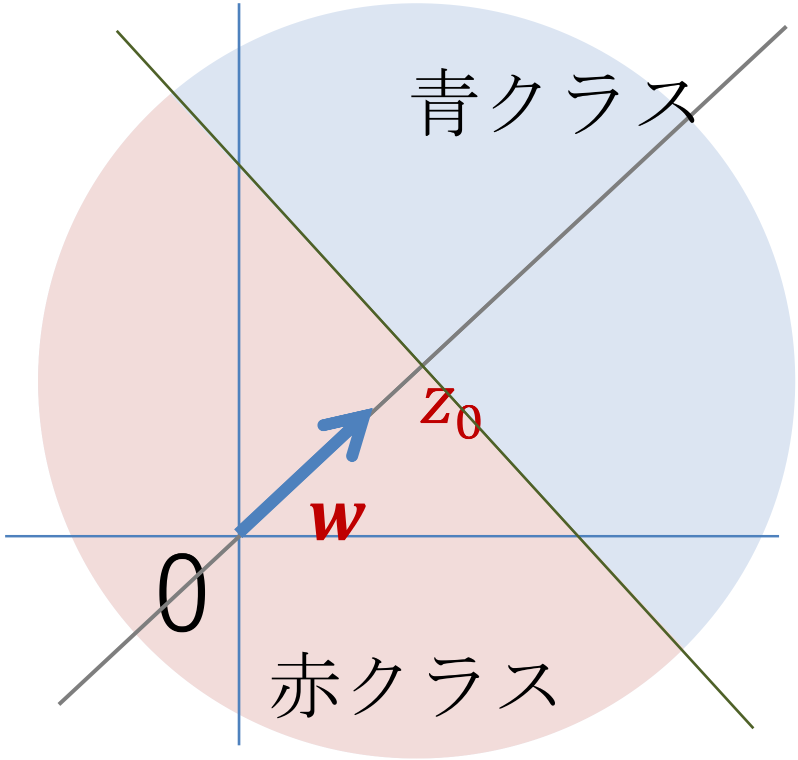
パーセプトロンの学習 (パラメタの調整)

モデルパラメタはオンラインで調整される

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



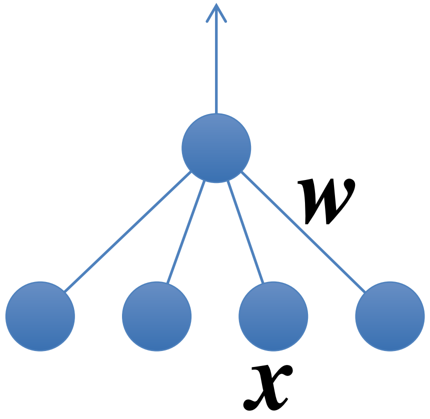


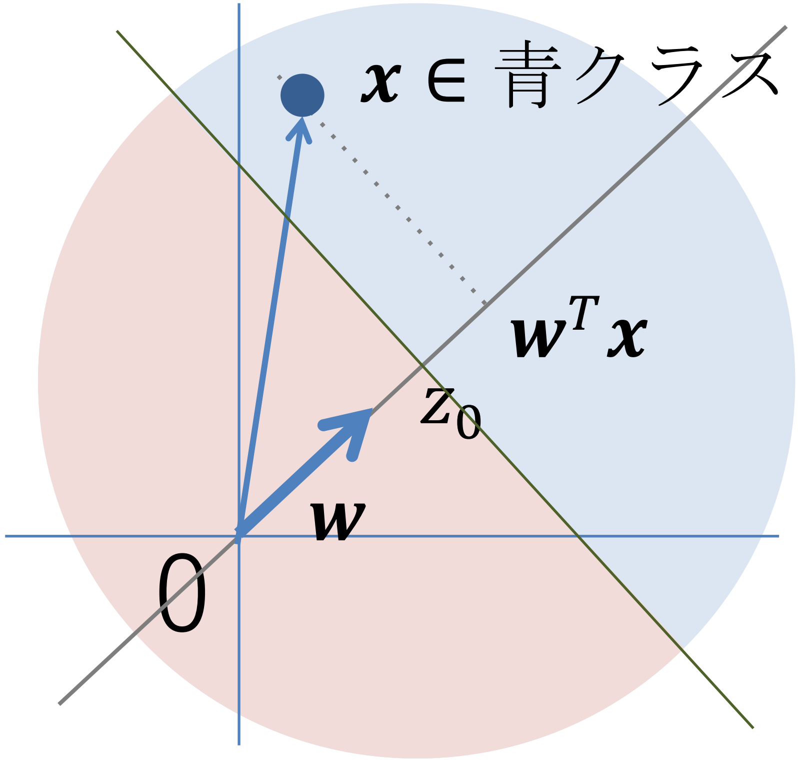
パーセプトロンの学習 (パラメタの調整)

モデルパラメタはオンラインで調整される

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



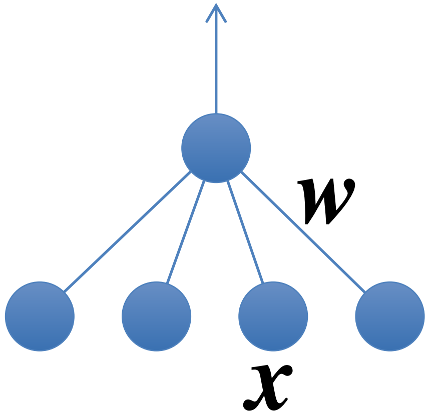


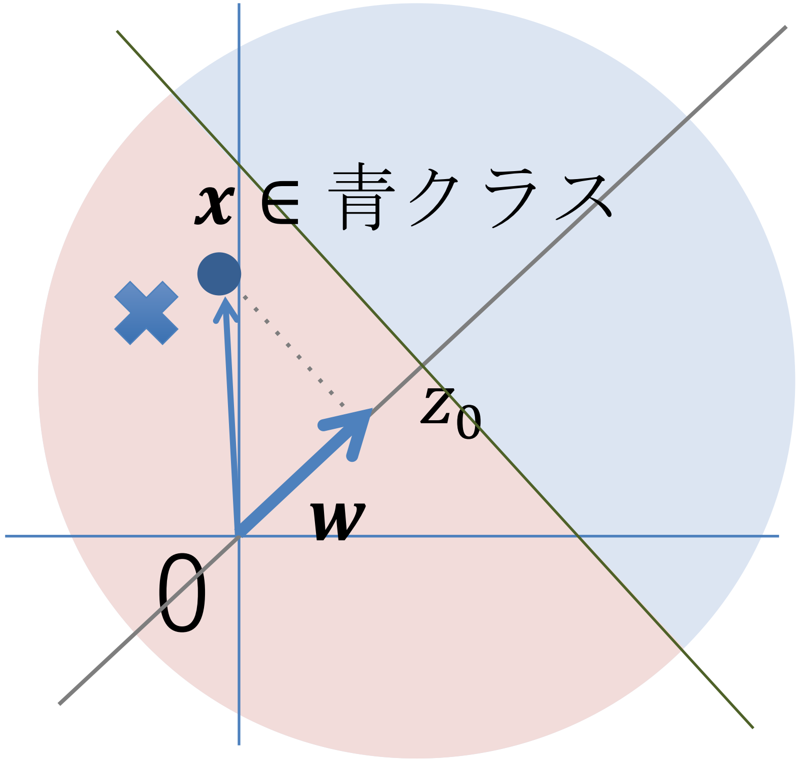
パーセプトロンの学習 (パラメタの調整)

モデルパラメタはオンラインで調整される

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$





パーセプトロンの学習 (パラメタの

修正の方向と量：
$\boldsymbol{x}$ は識別誤りを起こしたサンプル
(t-f) は修正の方向
η は正の小さな定数

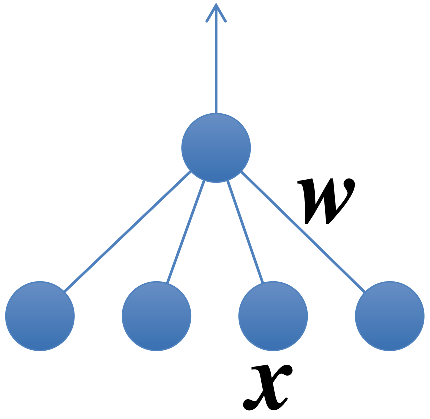
モデルパラメタはオンラインで調整される

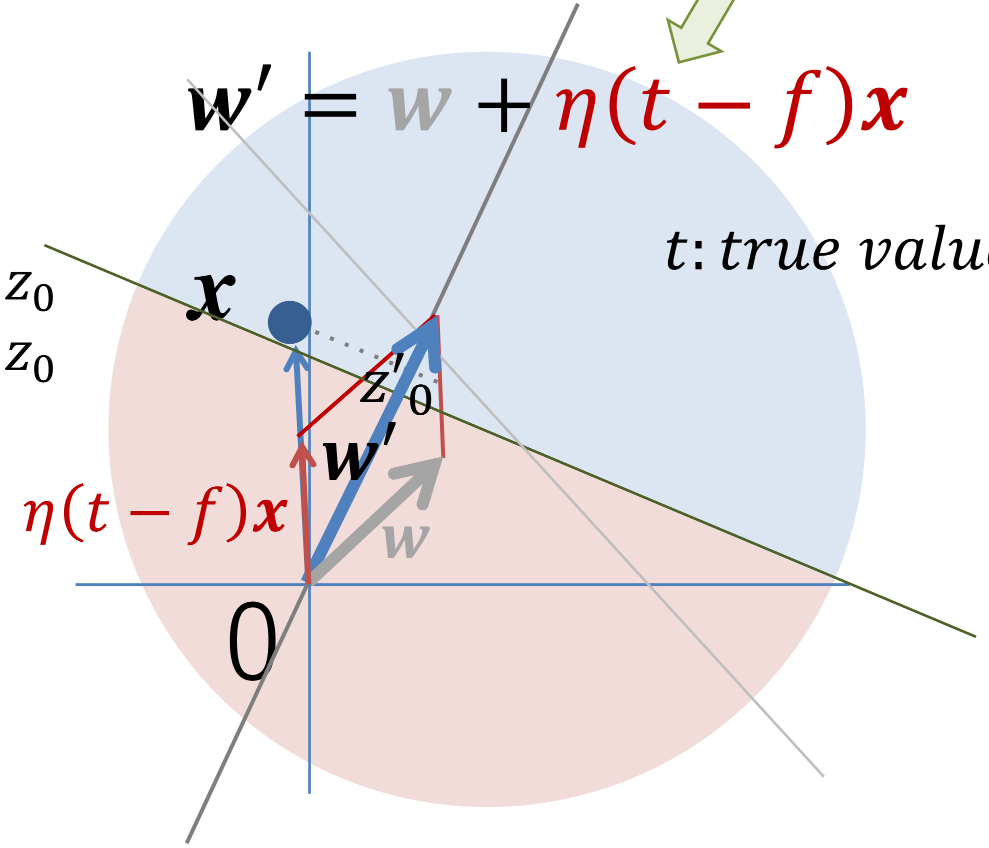
$$\boldsymbol{w}' = \boldsymbol{w} + \eta(t - f)\boldsymbol{x}$$

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$

$t: true\ value$



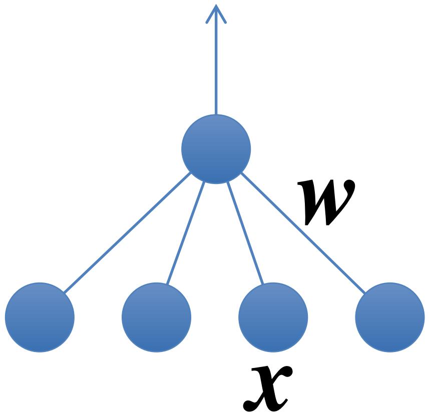


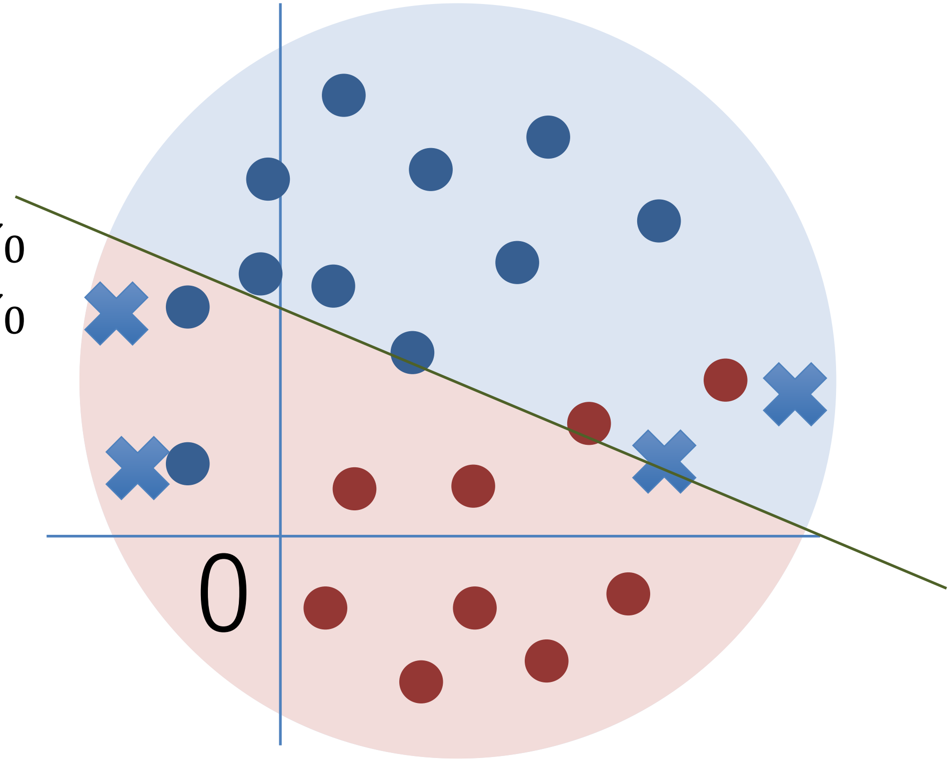
パーセプトロンの学習 (パラメタの調整)

モデルパラメタはオンラインで調整される

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



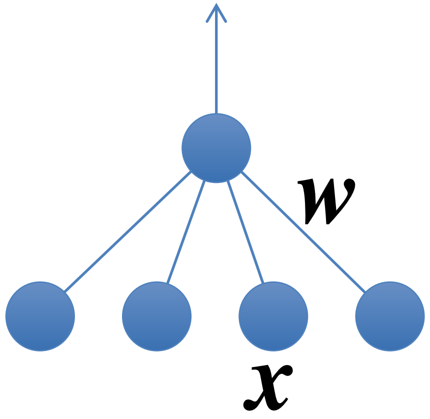


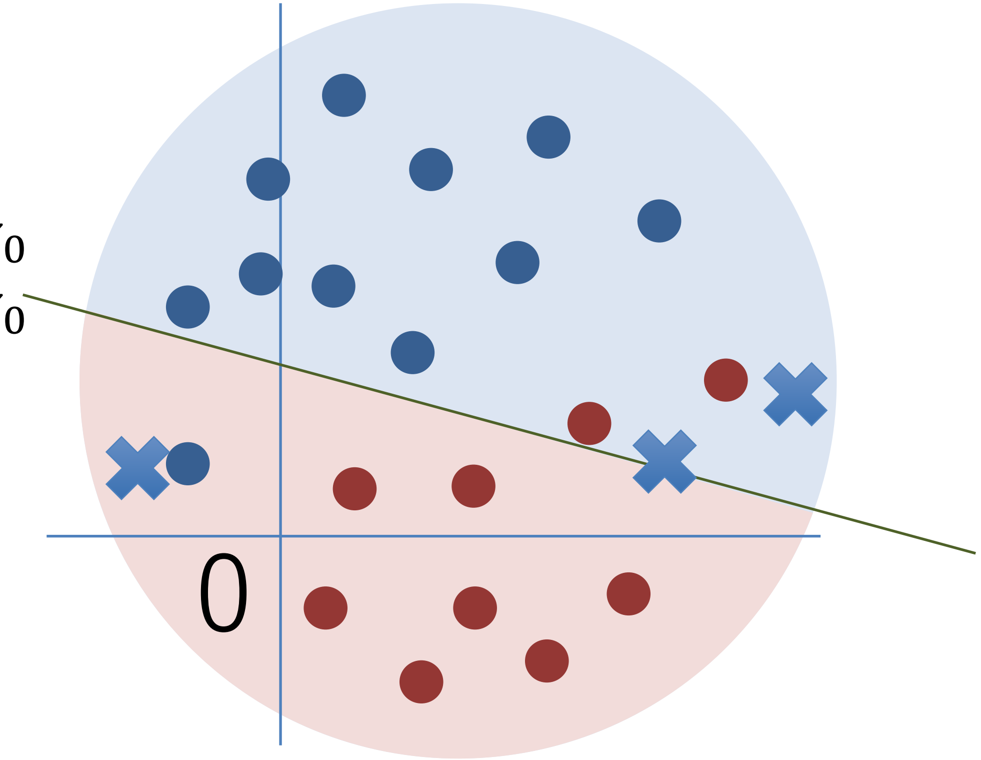
パーセプトロンの学習 (パラメタの調整)

モデルパラメタはオンラインで調整される

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



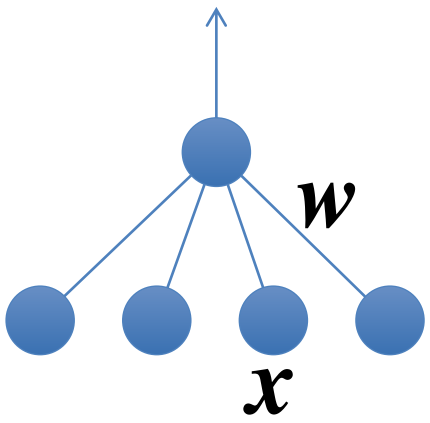


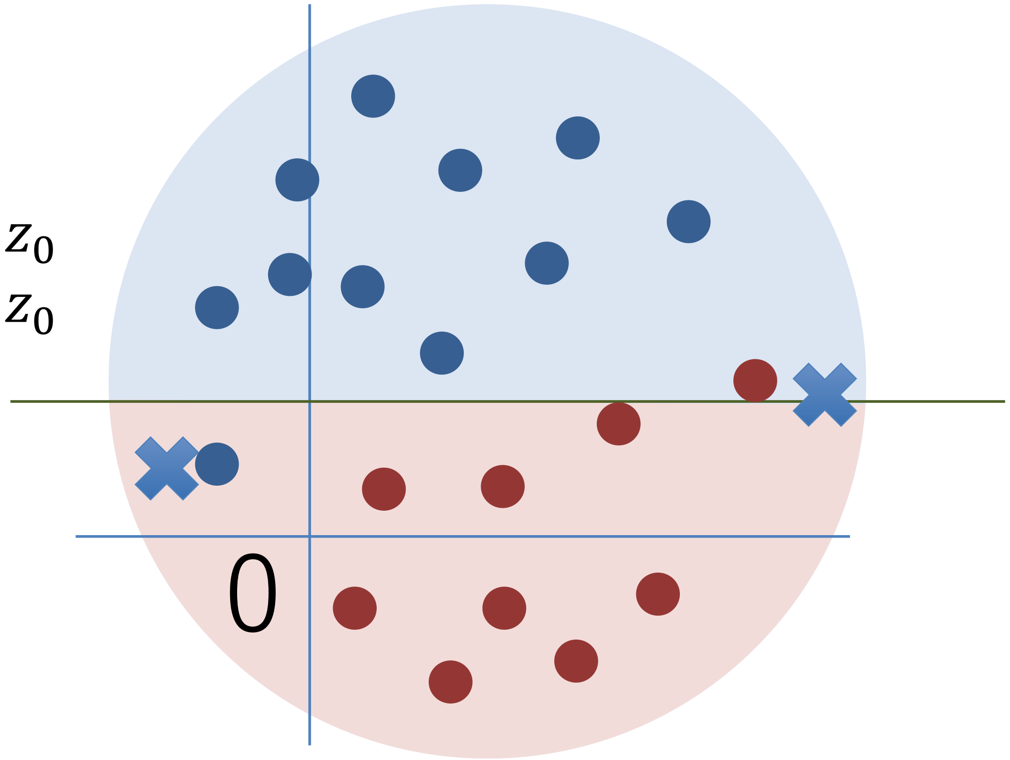
パーセプトロンの学習 (パラメタの調整)

モデルパラメタはオンラインで調整される

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



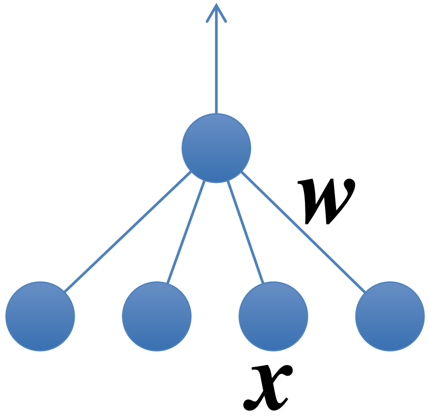


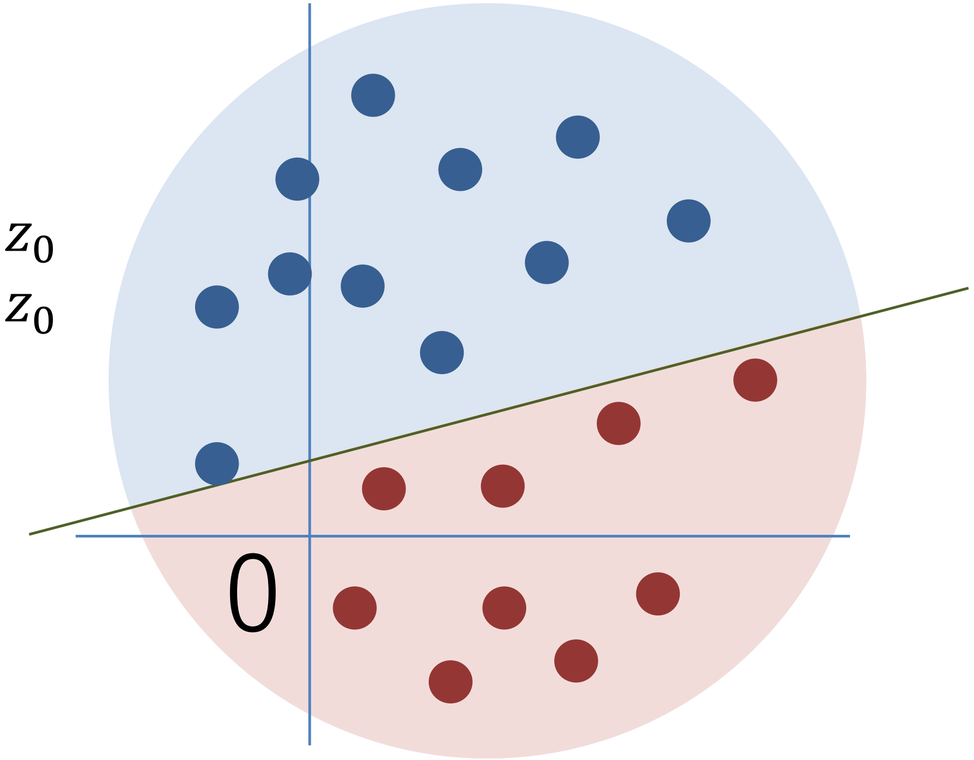
パーセプトロンの学習 (パラメタの調整)

モデルパラメタはオンラインで調整される

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$

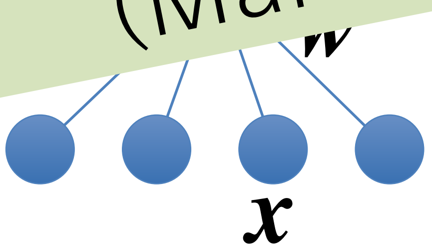


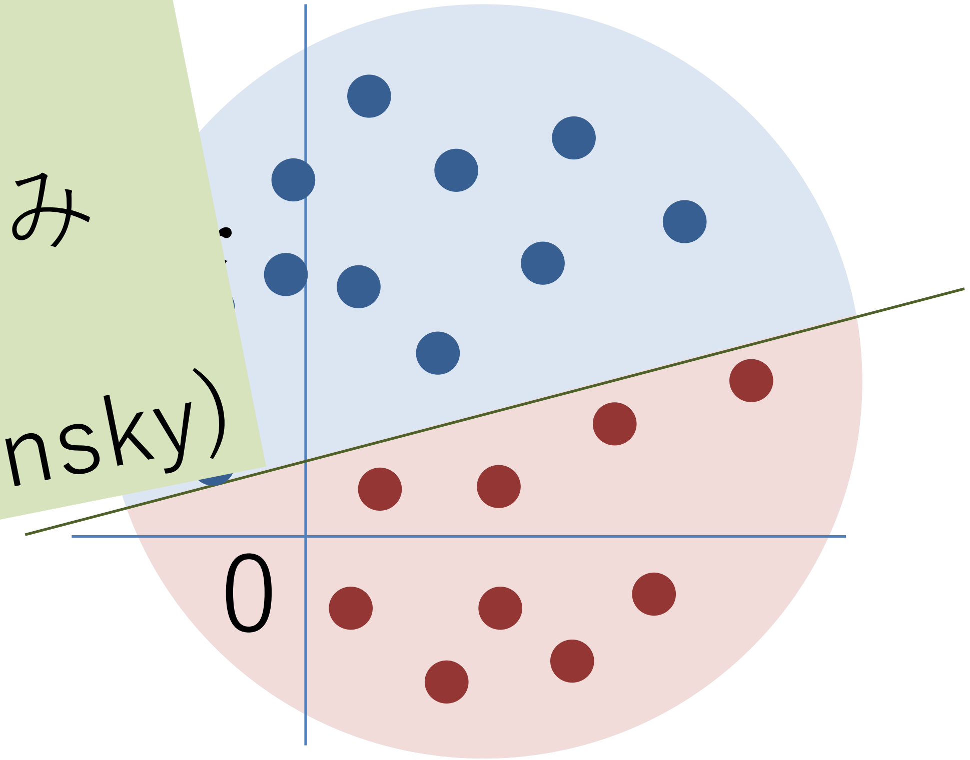


パーセプトロンの学習 (パラメタの調整)

モデルパラメタはオンラインで調整される

・・・　しかし,
パーセプトロンは,
線形分離可能なデータにのみ
適用可能のである
(Marvin Minsky)



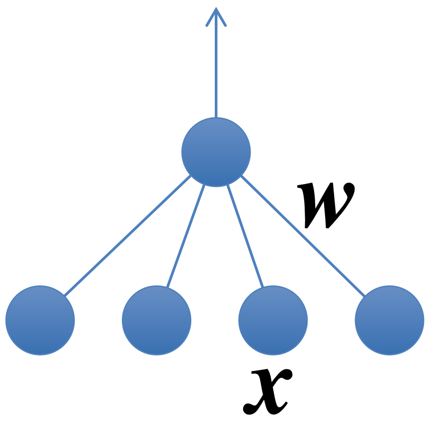


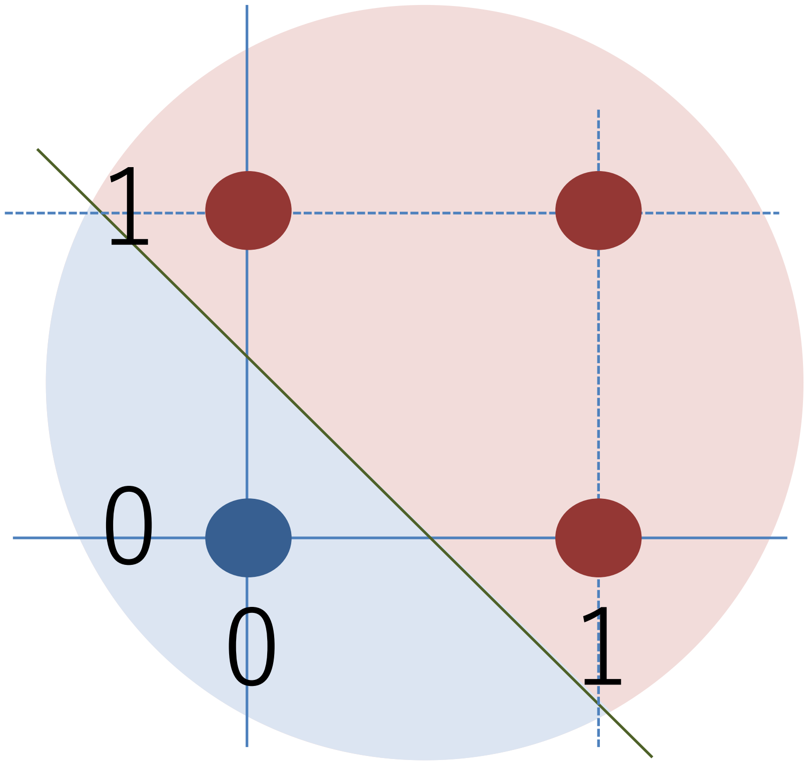
パーセプトロンの表現能力

パーセプトロンは OR を表現できる

$$y = f(\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



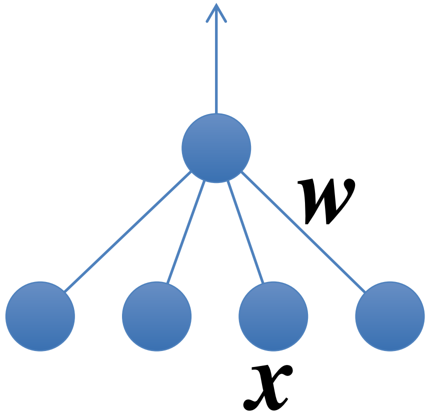


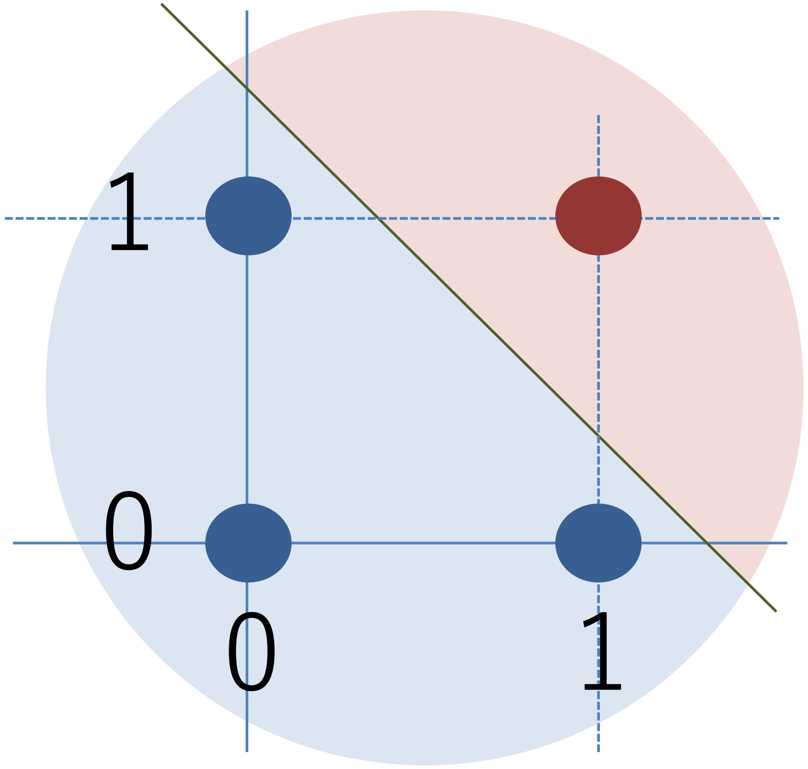
パーセプトロンの表現能力

パーセプトロンは AND を表現できる

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



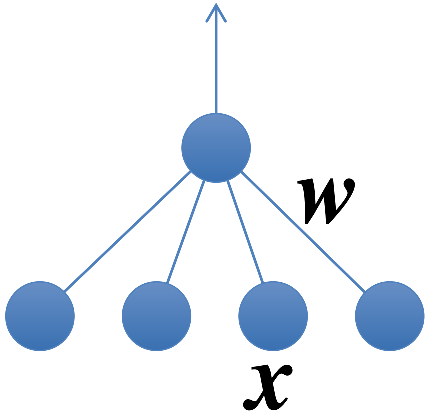


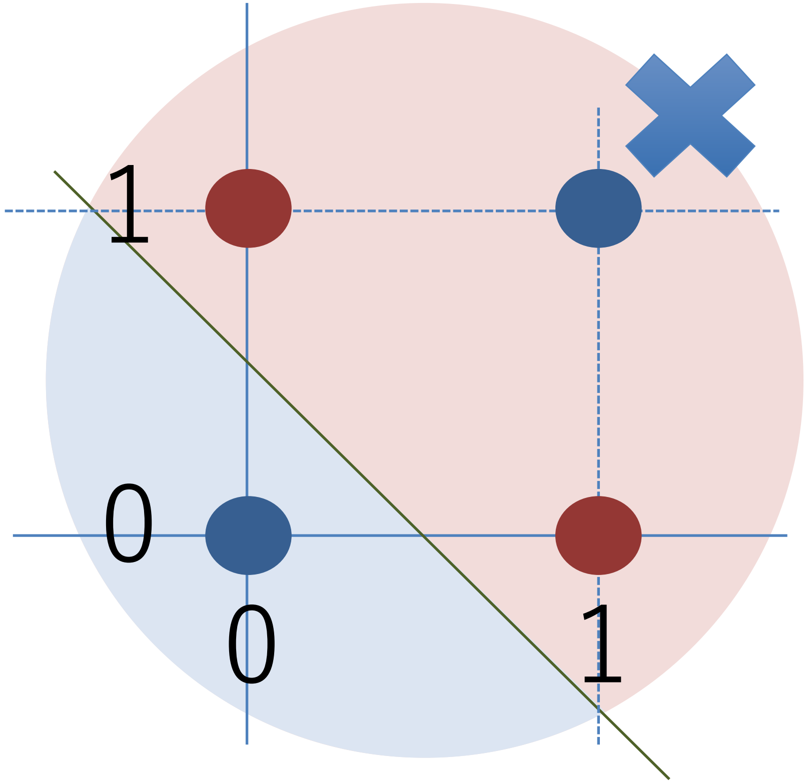
パーセプトロンの表現能力

パーセプトロンは X-OR を表現できない

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



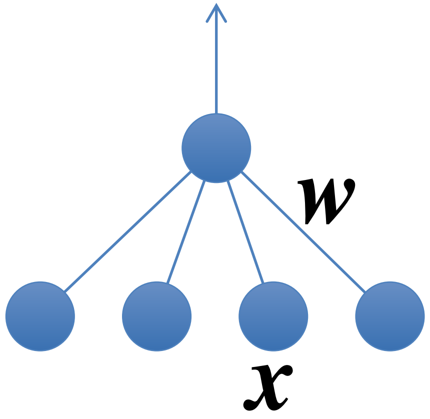


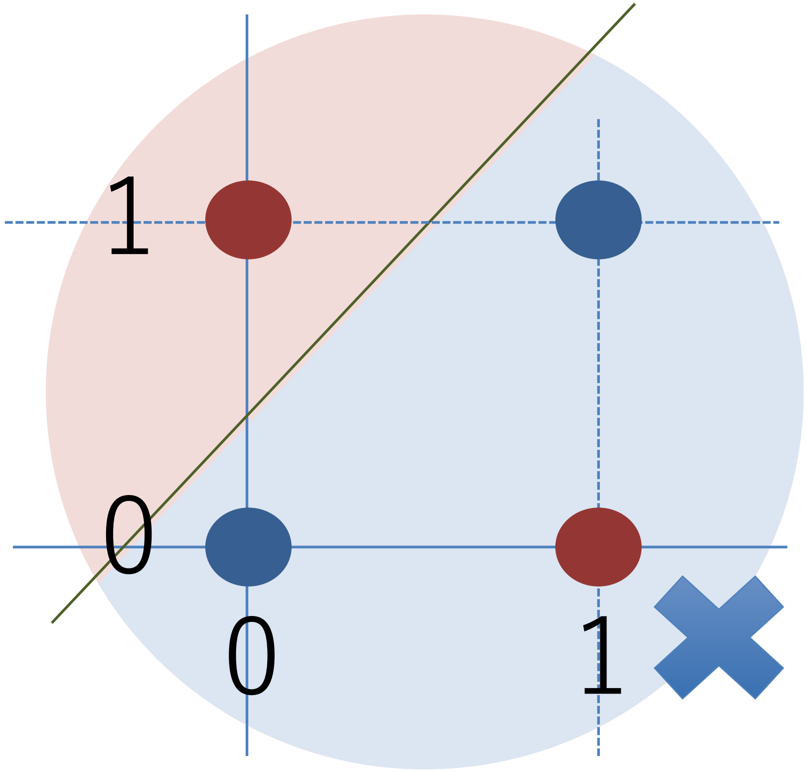
パーセプトロンの表現能力

パーセプトロンは X-OR を表現できない

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



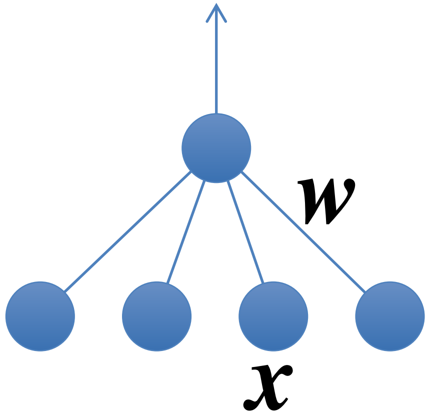


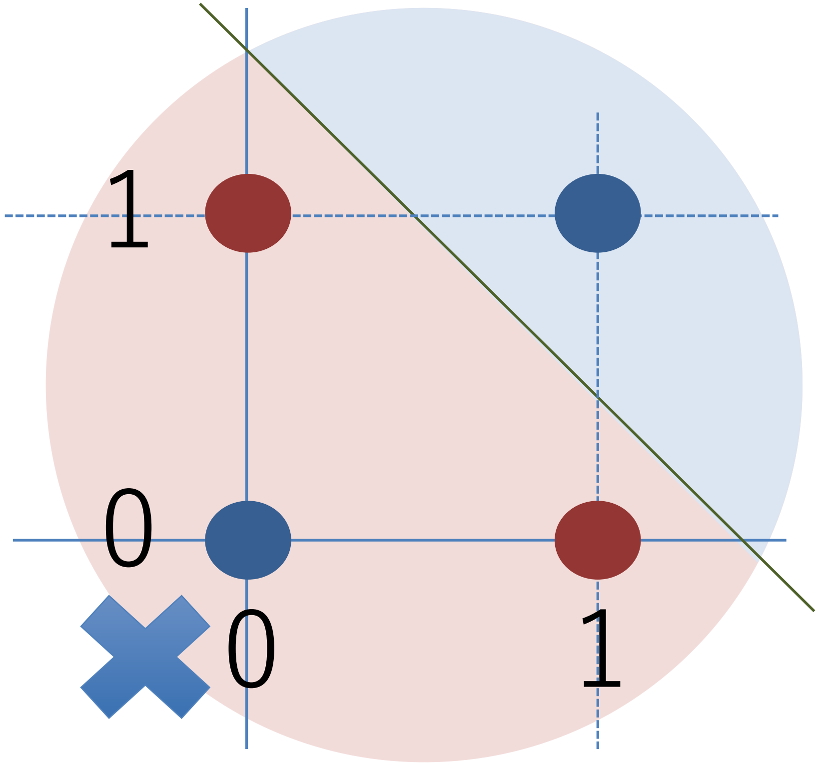
パーセプトロンの表現能力

パーセプトロンは X-OR を表現できない

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$



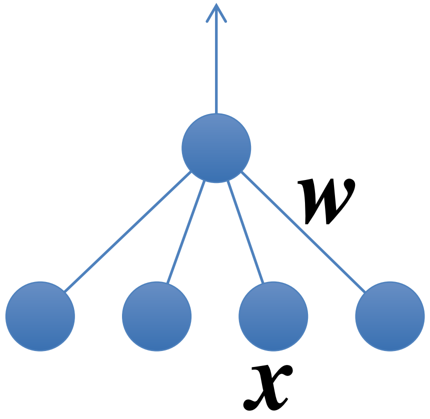


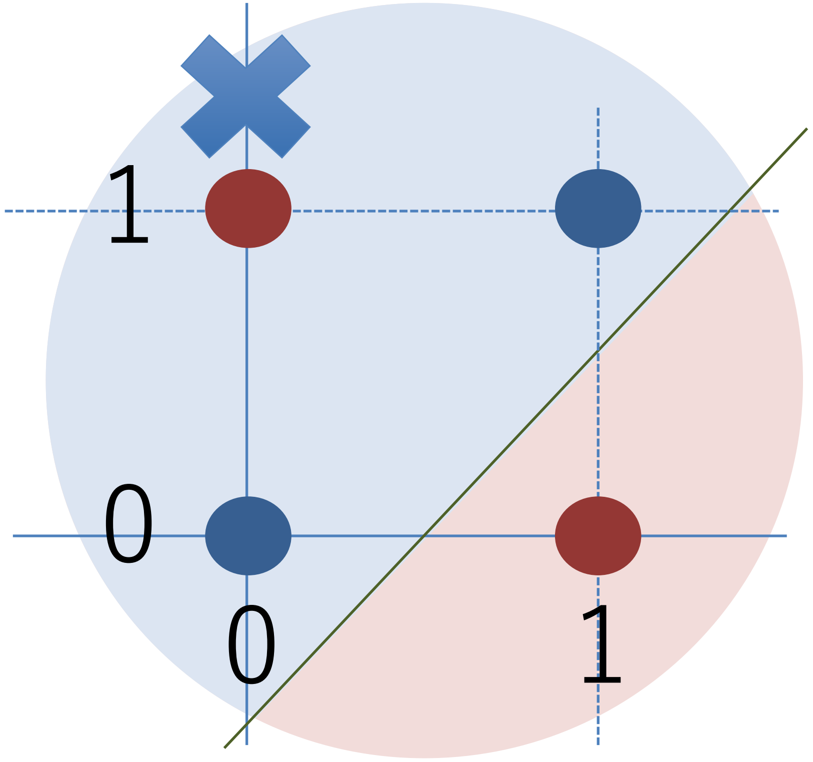
パーセプトロンの表現能力

パーセプトロンは X-OR を表現できない

$$y = f(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x})$$

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z < z_0 \\ 1, & z \geq z_0 \end{cases}$$





まとめ

- パーセプトロンは，線形識別器を構成する
- パーセプトロンは，学習データが線形分離可能なとき，分離境界を正確に求めて収束する