

1 展開形ゲーム②

2019年11月11日

ゲーム理論入門 第6回講義

荒木一法

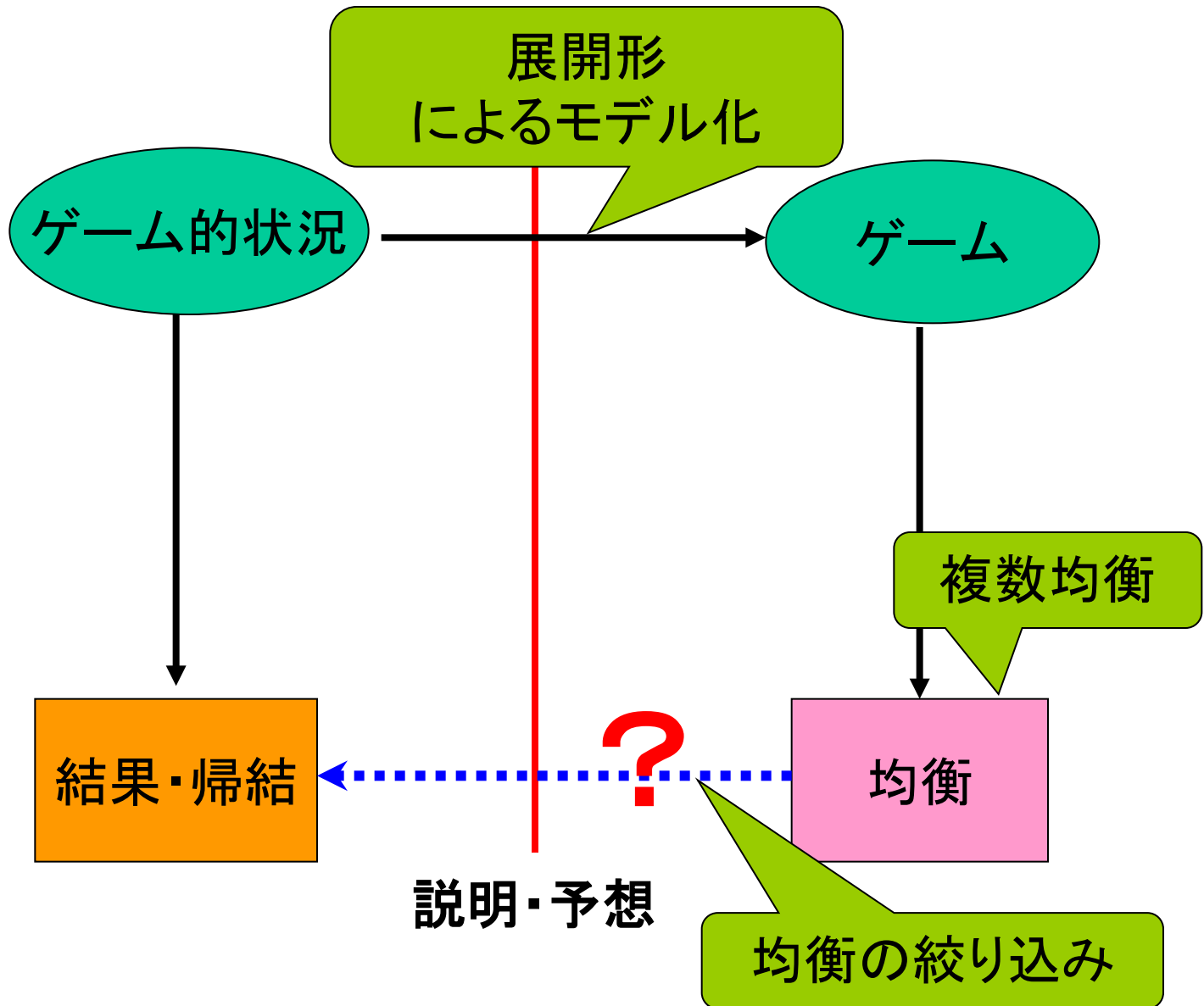
展開形ゲームの内容

行動が時間をおいて決定される場合にどのように戦略的意思決定が行われるか。

- 展開形によるゲームの表現
- ナッシュ均衡の探索 ⇒ 複数のナッシュ均衡
- ナッシュ均衡の絞込み
 - 「部分ゲーム完全均衡」の導入
- 部分ゲーム完全均衡の妥当性に対する疑念
 - チェーン・ストアパラドックス ⇒ 現実合わない

現実

仮想



展開形の基本的アイデア

- 展開形も戦略形とおなじくゲームの記述法。
同じゲームを展開形で表現することも、戦略形で表現することもできる。⇒分析の対象と目的に応じて適切な方を選択。
- 展開形は、当該ゲームについての起こりうるすべての「ゲーム展開」とその「結果」を書き尽くすことでゲームを表現する。

第6章 ダイナミックなゲーム

1. ゲームの木
2. 先読み推論
3. ゲームの情報構造
4. 展開形ゲームの戦略の概念
5. 部分ゲーム完全均衡点

展開形によるゲームの記述

展開形は次の要素でゲームを記述

- プレイヤー集合
- ゲームの始まり(始点)
- 各プレイヤーが
 - どの**タイミング(時点)**で
 - その時点までの**ゲームの展開に関する情報**をどの程度もって
 - どのような**選択枝**から選択するか
- 起こりうるすべてゲームの展開に対し終点を定義し、各プレイヤーに利得を割り振る。

本日の内容

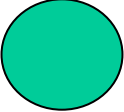
ゲームの木

ゲームの木(game tree/ tree form)による記述

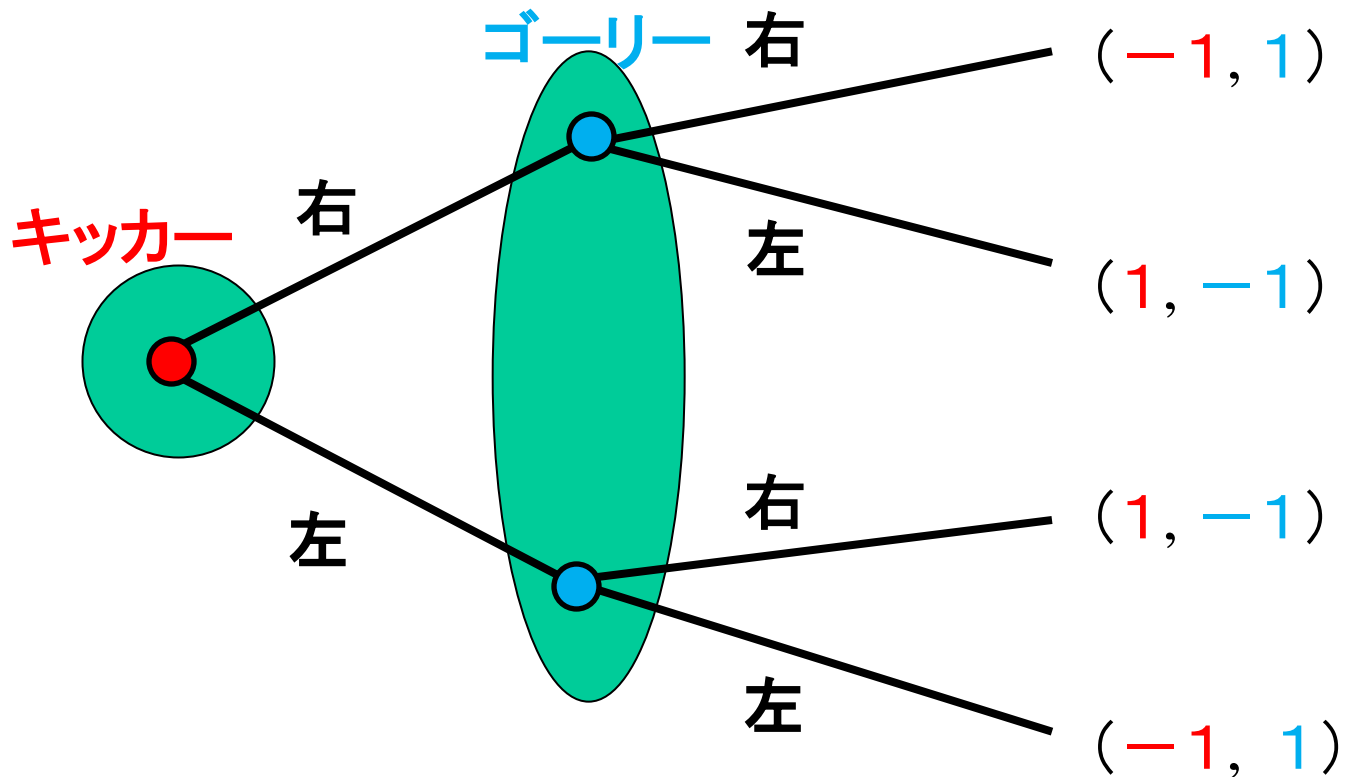
- 枝 = 選択肢
- 枝分れ点(分岐点) = 行動決定が行われる場所
 - 誰が意思決定するかを記入
- 木の根 = ゲームの開始点(最初の意思決定)
- 枝の先端 = ゲームの終了点
 - 終了点にはゲームの結果、各プレイヤーが受け取る利得を記入
- 枝分れ点のグループ = 情報集合！

3. ゲームの情報構造

「知っている」ということ(情報)を、ゲームの展開状況を「どれほど細かく区別できているか」で表現

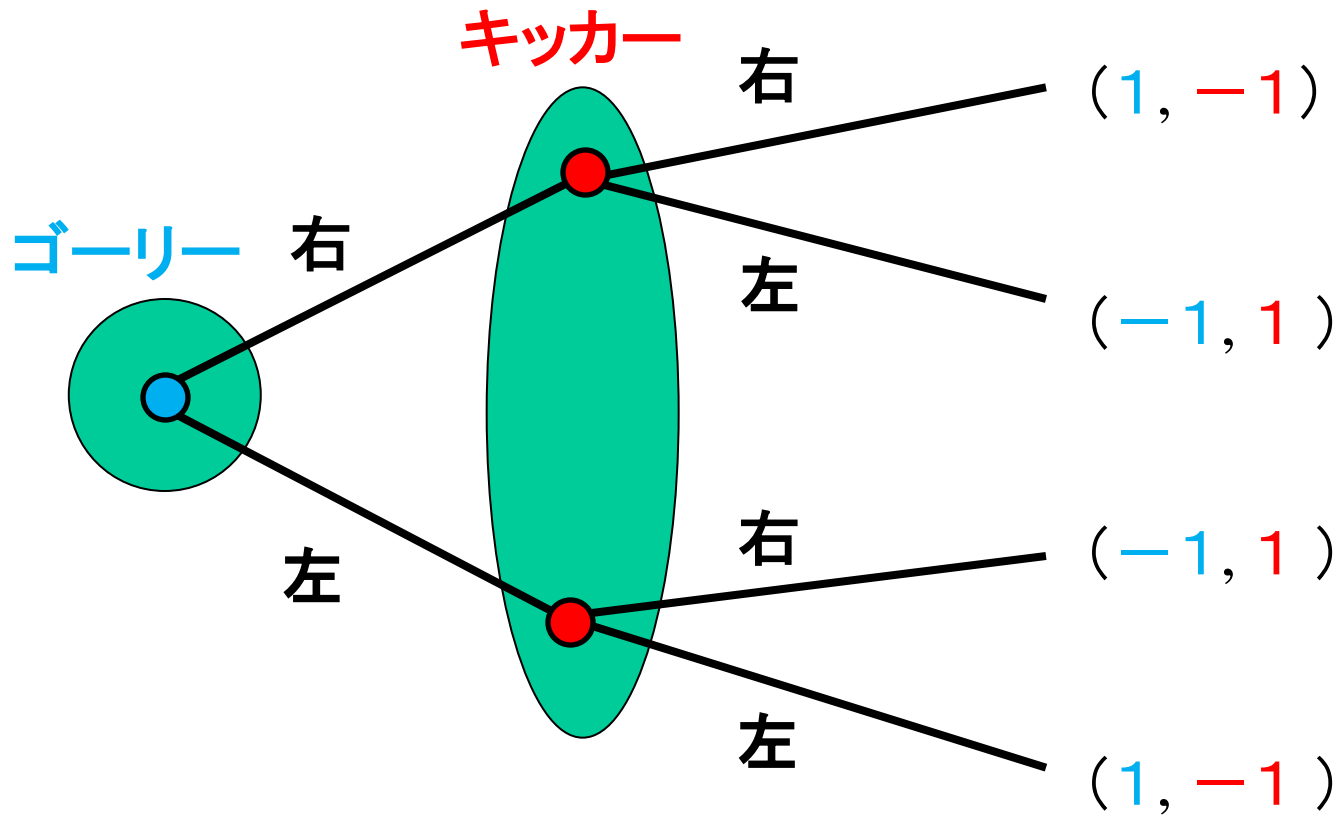
- ここでは情報集合を  で表現
- 同じ情報集合に入っている(分岐)点[手番]は意思決定者が区別できない。
- 違う情報集合に入っている(分岐)点[手番]は区別される。
- プレイヤーの情報集合は互いに交わらない。
- 同じ情報集合のなかのすべての分岐点は同じ数の枝を持つ。

PKゲームの展開形



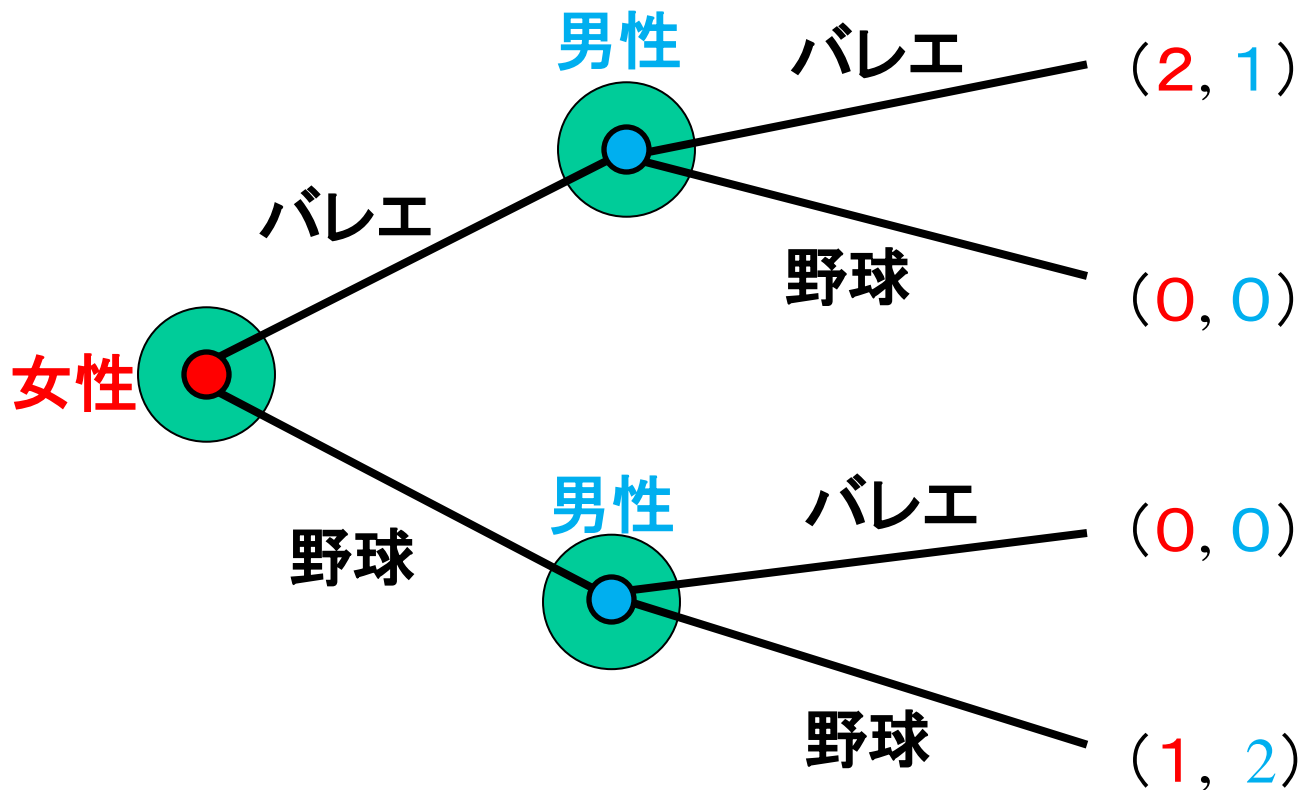
ゴールキーパーはキッカーがどちらに蹴るかわからない！

このように書いても同じ



キッカーはゴールキーパーがどちらを予想するかわからない！

レディファーストの情報構造



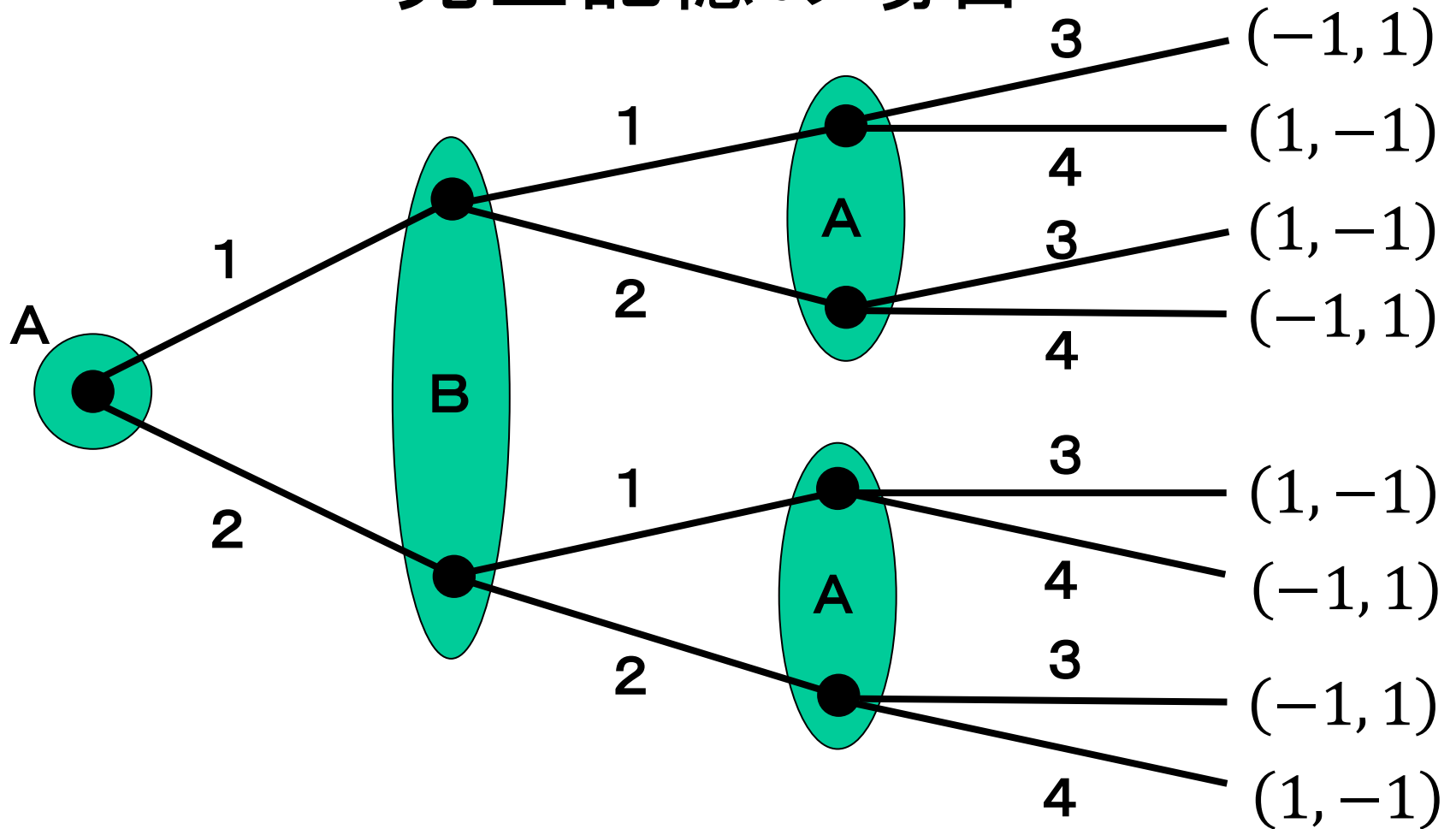
完全情報ゲームと不完全情報ゲーム

- レディファースト・ゲームのように、すべての情報集合が唯一つの分岐点をもつ(全てのプレイヤーがゲームの展開を完全に把握して選択する！)ゲームを**完全情報 (Perfect Information)**ゲームと呼ぶ。
- 一方、PKゲームのように少なくとも一つの情報集合が複数の分岐点を含むゲームを**不完全情報 (Imperfect information)**ゲームと呼ぶ。

完全記憶ゲーム

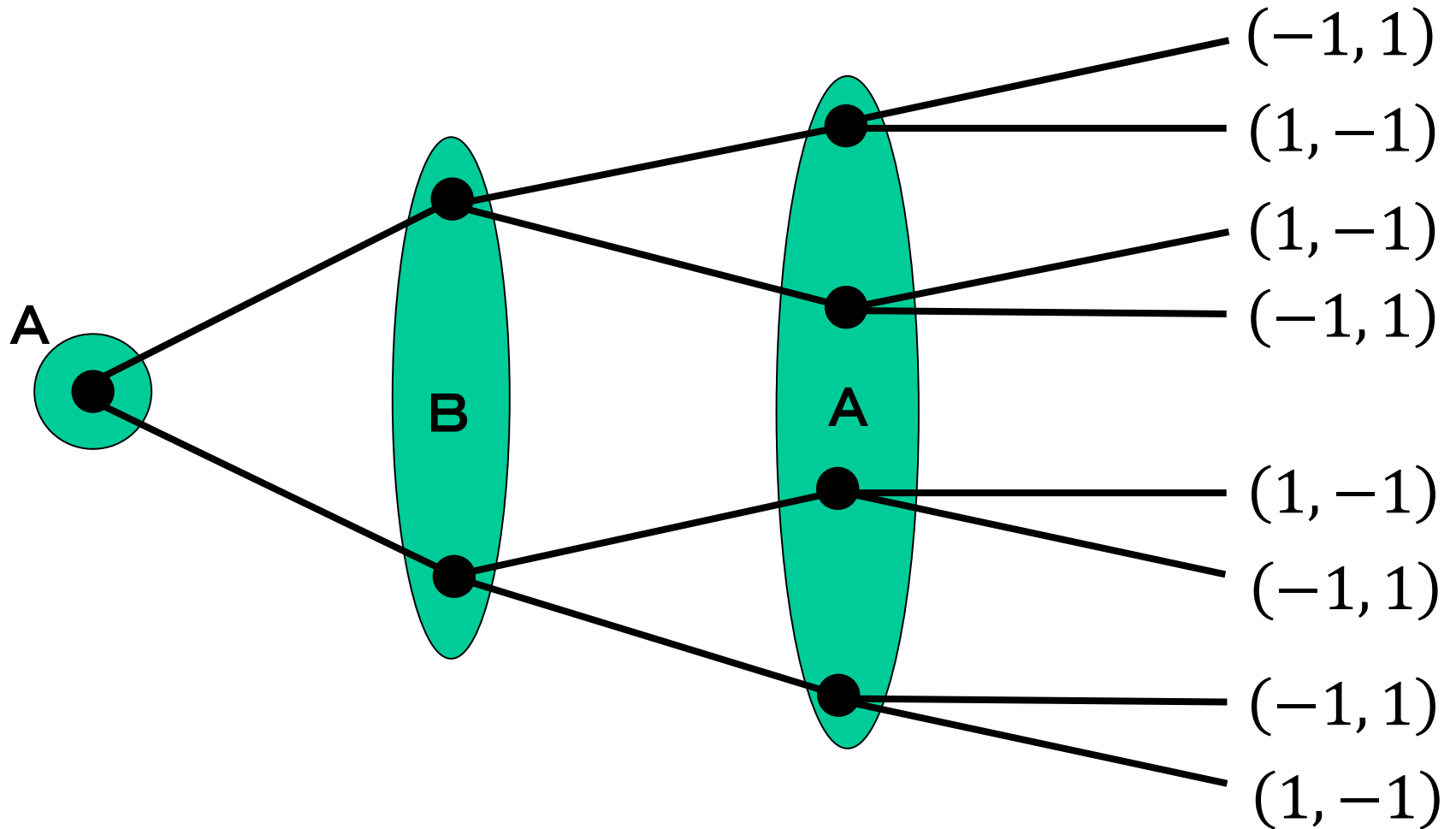
- すべてのプレイヤーが自分の過去の行動を完全（正確）に記憶している状態で意思決定を行うゲーム**完全記憶**(Perfect recall)ゲームと呼ぶ。
- ゲーム理論の分析では、多くの場合「完全記憶」を仮定する。（この講義で扱うゲームは全て完全記憶ゲーム）

トランプ・ゲーム 完全記憶の場合



トランプ・ゲーム

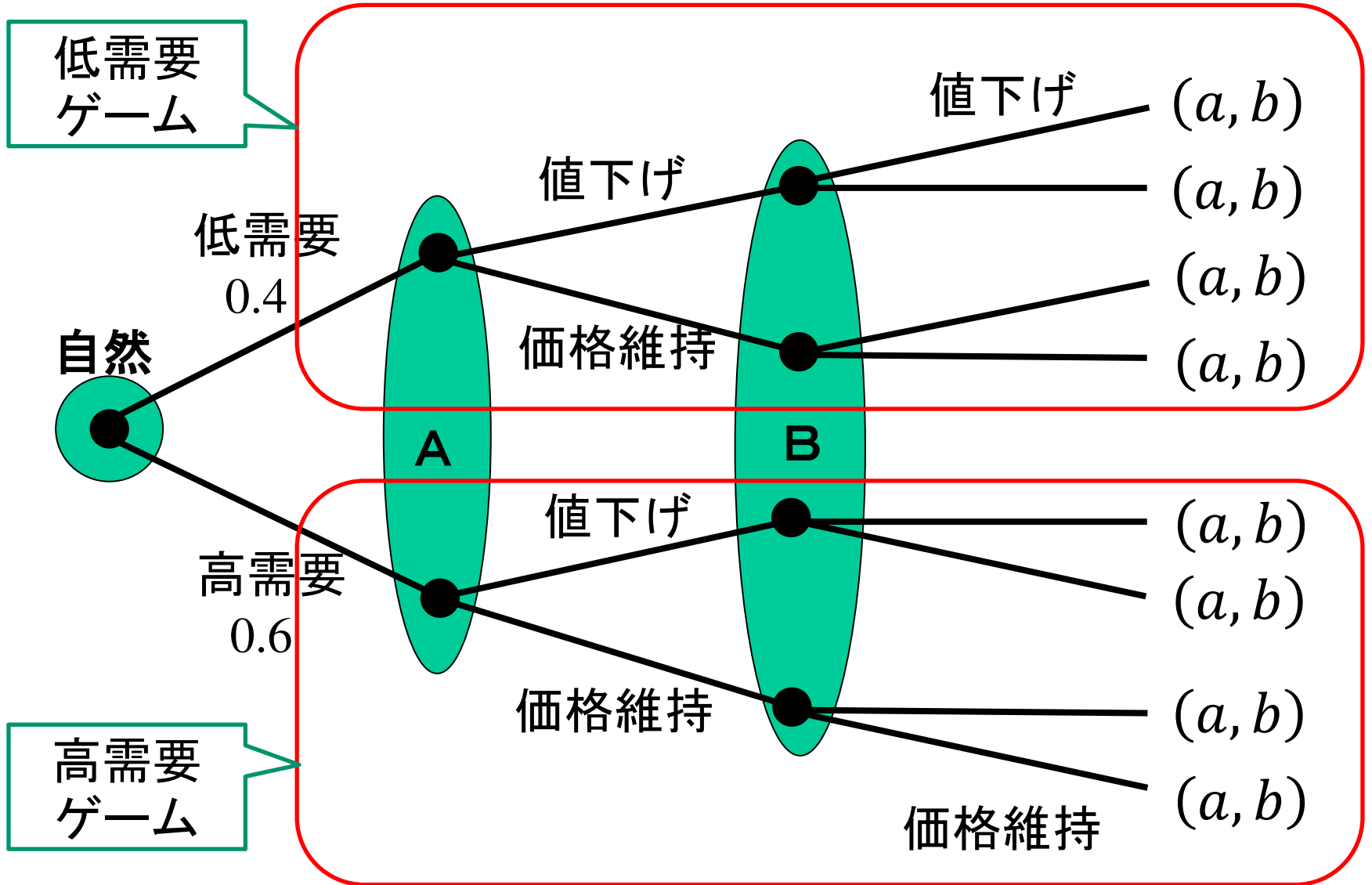
完全記憶ではない場合



偶然手番と不完備情報ゲーム

- これまで扱ってきたゲームは、すべてのプレイヤーがプレイするゲームの構造を完全に把握していることを前提としていた。このようなゲームは**完備情報 (Complete information)**ゲームと呼ばれる。
- これに対し、プレイヤーが二つのゲーム（例えば低需要と高需要ゲーム）のどちらをプレイしているかをわからない状況は**不完備情報 (Incomplete Information)**ゲームと呼ばれる。
- 不完備情報ゲームは“**自然 (nature)**”と呼ばれる架空のプレイヤーがランダムにゲームを選ぶ“**偶然手番 (Chance move)**”を導入することで“完備化”できる。

不完備情報ゲームの例



4. 展開形ゲームの戦略の概念

戦略の定義：各プレイヤーが選択をおこなうすべての情報集合に対して、そこで選択する行動を対応させる関数。直観的には、おこりうる全ての選択機会に対して、予めそうなった場合の選択を指定している行動選択リストが1つの戦略となる。

レディファーストの場合、男性は二つの情報集合（女性が“野球”を選択した場合と“バレー”を選択した場合）のそれぞれに対して行動を指定したリストが“戦略”となる。したがって、とりうる戦略は次の4つ。

(野球、野球) (野球、バレー) (バレー、野球) (バレー、バレー)

レディファースト・ゲームの戦略形

女性の戦略集合は{バレー、野球}

男性の戦略集合は {(バレー-バレー)、(バレー-野球)、
(野球-バレー)、(野球-野球)}

女性 \ 男性	バレー -バレー	バレー - 野球	野球 - バレー	野球 - 野球
	バレー	野球	バレー	野球
バレー	2, 1	2, 1	0, 0	0, 0
野球	0, 0	1, 2	0, 0	1, 2

行動戦略と混合戦略

レディファーストの場合、行動戦略と混合戦略の違いは次のように説明できる。

- 行動戦略は、男性が意思決定を行う二つの情報集合についてそれぞれ確率分布を割り当てる戦略（それぞれでサイコロをふるイメージ）
- 男性は4つの純粋戦略をもつ。これら4つの戦略に対して一つの確率分布（例えばそれぞれの $1/4$ の確率でプレイ）を対応させた戦略が混合戦略。（ゲームをプレイする前に1回だけサイコロをふるイメージ）

レディファーストの行動戦略

