統計学I

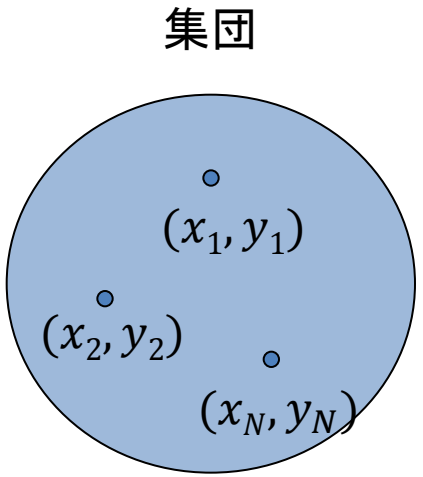
早稲田大学政治経済学術院
西郷 浩

本日の目標

- 2次元データの分析
  - 散布図と相関
  - 相関を測る尺度
  - 分割表
  - PC実習

関係の分析(1)

- 2次元データ
  - $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_N, y_N)$
- どのように分析すべき？
  - x のみ（y のみ）→ 可能
  - (x, y)を同時に扱う
    - 関係の分析



関係の分析(2)

- 2次元分布の表示
  - 散布図:
    - データをxy 平面上に表示
  - 分割表:
    - 多次元度数分布表

表1:2次元データの要約方法

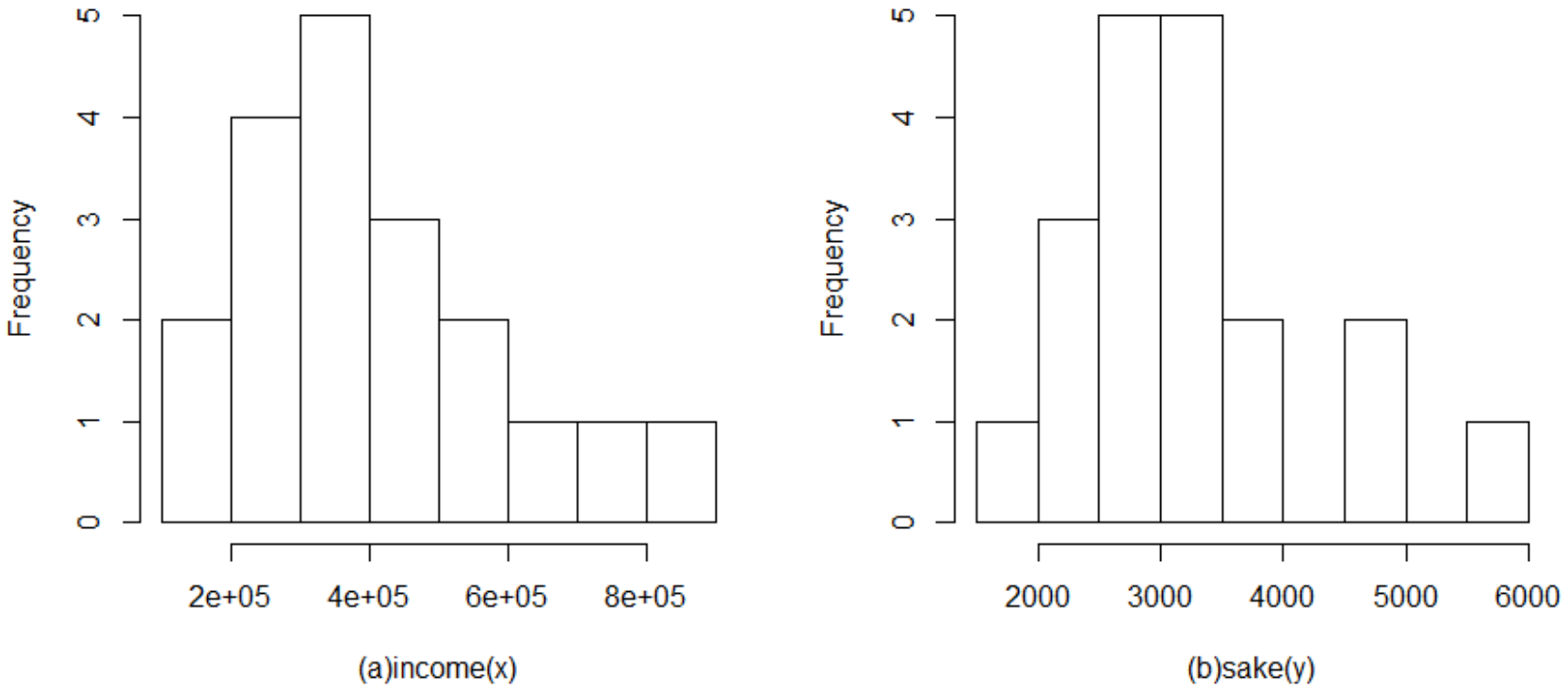
x \ y	数量	属性
数量	散布図 分割表	分割表
属性	分割表	分割表

2次元データの例(1)

- 総務省統計局
  「平成26年全国消費実態調査」
  - 表1 年間収入階級別1世帯当たり1か月の収入と支出（2人以上世帯のうち勤労者世帯）
    - 可処分所得(x), 酒類(y)、たばこ(z)
- 1次元データとしての分析
  - ヒストグラム

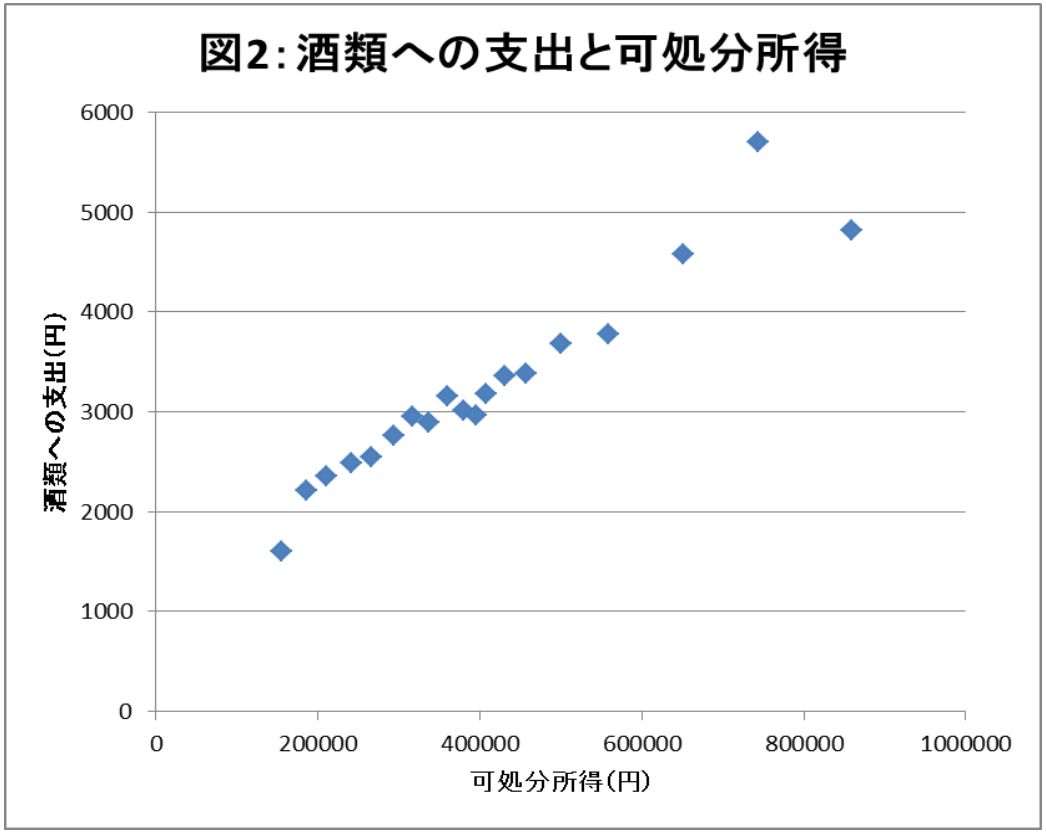
2次元データの例(2)

図1：x のヒストグラムと y のヒストグラム



資料：総務省統計局「平成26年全国消費実態調査」

散布図(1)



資料：総務省統計局「平成26年全国消費実態調査」

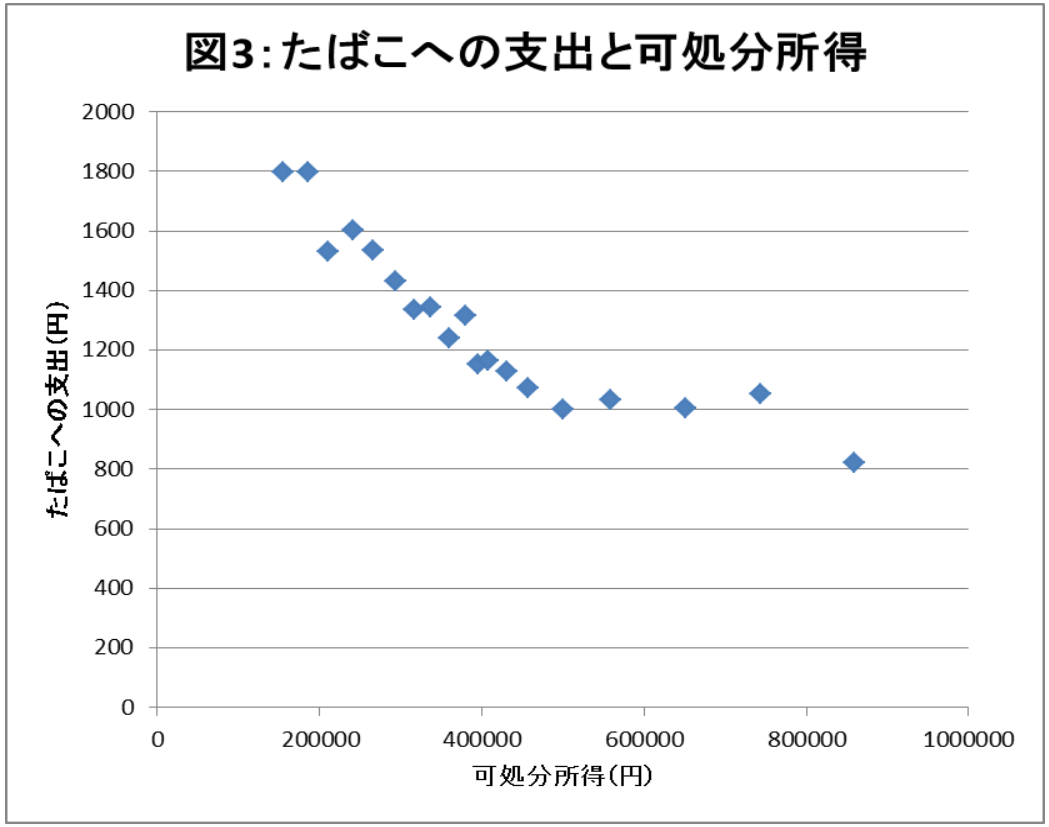
散布図(2)

- 散布図から読み取れること
  - 右上がりの傾向
    - x↑（↓）⇔ y↑（↓）
  - 直線関係の強弱
    - ほぼ直線。
    - しかし、厳密に直線ではない。

相関(1)

- 相関
  - ふたつの変数 x, y の直線関係の強さ
    - 強い正の相関：右上がりの直線関係
    - 弱い正の相関：右上がりの傾向
    - 無相関：はっきりした傾向なし
    - 弱い負の相関：右下がりの傾向
    - 強い負の相関：右下がりの直線関係

相関(2)



資料：総務省統計局「平成26年全国消費実態調査」

相関を測定するための尺度(1)

- 散布図による相関の把握
  - 有効 but 主観的
- 数値化の必要性
  - 共分散：s_{xy}
  - 相関係数：r_{xy}

相関を測定するための尺度(2)

共分散

$$s_{xy} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

共分散の符号と相関の符号

$s_{xy} > 0 \Leftrightarrow$ 相関が正 $\Leftrightarrow$ 散布図が右上がり

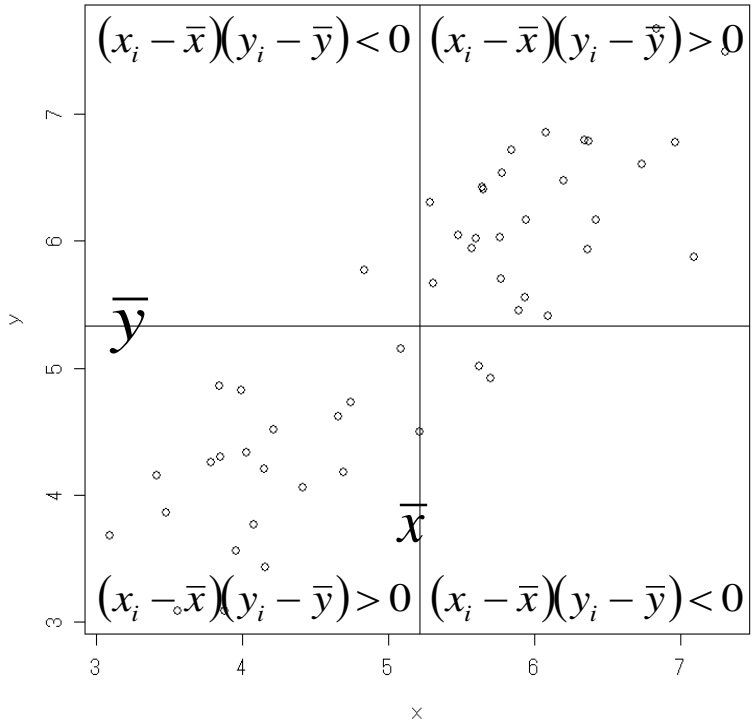
$s_{xy} \approx 0 \Leftrightarrow$ 相関ない $\Leftrightarrow$ 明確な傾向なし

$s_{xy} < 0 \Leftrightarrow$ 相関が負 $\Leftrightarrow$ 散布図が右下がり

相関を測定するための尺度(3)

- 平均からの偏差の積の符号
  - 散布図右上がり
    - プラスが多い
  - $s_{xy} > 0$ となる。
    - 右下がりのときはマイナスが多くなる。

図4：共分散の符号



相関を測定するための尺度(4)

- 可処分所得 x と酒類への支出 y との共分散
  - s_{xy} = 165,912,356
    - プラスになるので、散布図に見られる右上がりの傾向と合致している。
    - But 関係の強弱をあらわしているだろうか？
      - たとえば、測定単位を千円単位に変更したら？
        - » 測定単位を変更しても、「x と y との関係自体に変わりはない」と考えるのが自然である。
- 共分散を「標準化」する必要性
  - 変数の測定単位と無関係な無名数が好ましい。

相関を測定するための尺度(5)

相関係数

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x\, s_y} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2}}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2}}$$

相関を測定するための尺度(6)

- 相関係数の性質

$--1 \leq r_{xy} \leq 1$

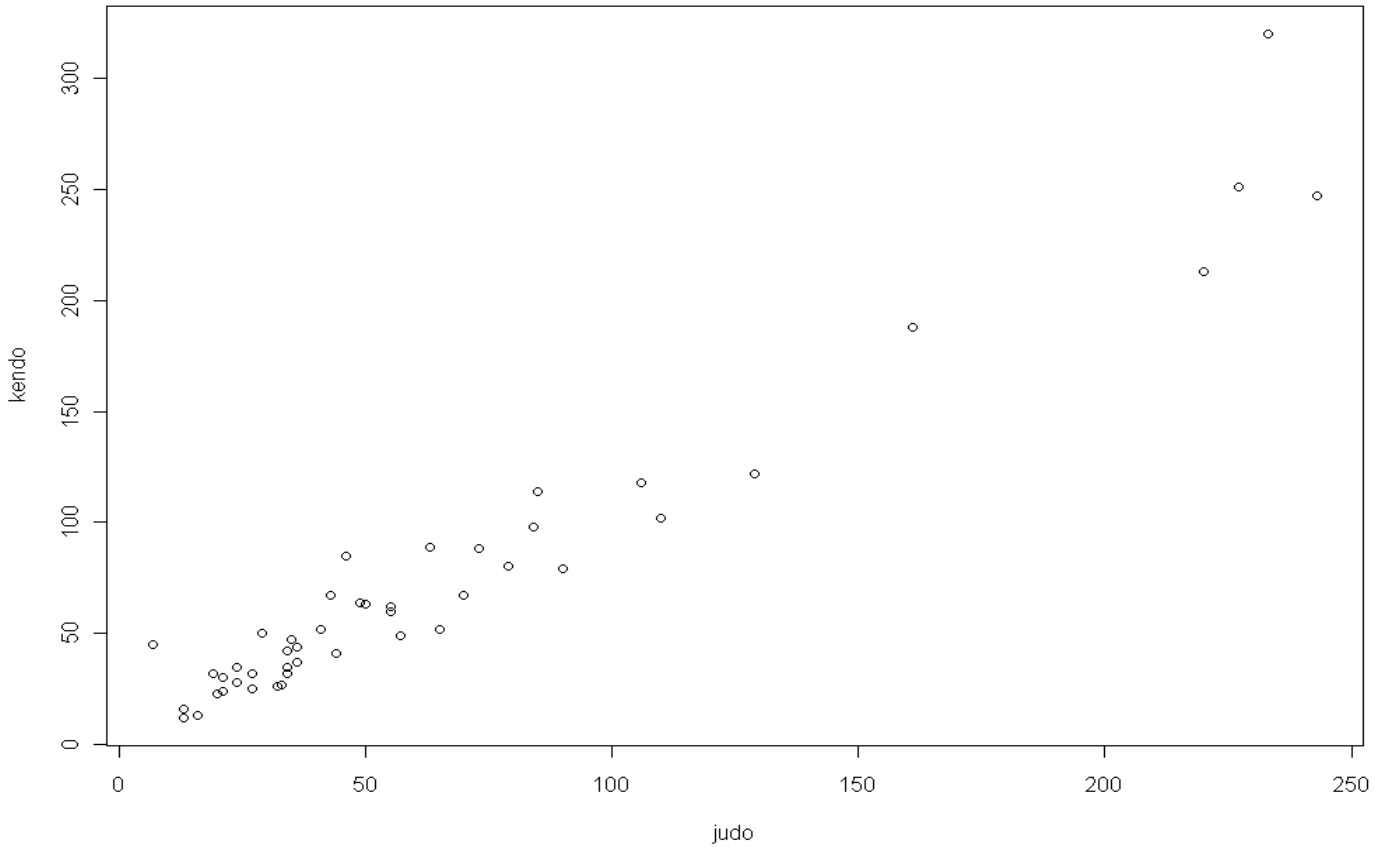
  - 強い正の相関⇔ $r_{xy} \approx 1$
  - 正の相関⇔ $0 < r_{xy} < 1$
  - 無相関⇔ $r_{xy} \approx 0$
  - 負の相関⇔ $-1 < r_{xy} < 0$
  - 強い負の相関⇔ $r_{xy} \approx -1$

相関を測定するための尺度(7)

- 相関係数の値
  - 可処分所得と酒類（図2）: $r_{xy} = 0.96$
  - 可処分所得とたばこ（図3）: $r_{xz} = -0.84$
- 注意点
  - 直線関係の強弱を示すのみ。
  - 「強い相関関係→因果関係」とは限らず。
    - 因果関係を主張するためには、理論的な背景が必要になる。

相関を測定するための尺度(8)

図5：都道府県別剣道場数と柔道場数



資料：総務省統計研修所編(2011)『第61回日本統計年鑑』表23-15

分割表(1)

表2：可処分所得と酒類への支出の分割表

同時分布（結合分布）

表頭

可処分所得を所与としたときの酒類への支出の条件つき分布

表側

酒類への支出の周辺分布

		酒類への支出（百円）					合計
		15-24	25-34	35-44	45-54	55-64	
可処分所得万円	15-24	4	0	0	0	0	4
	25-34	0	4	0	0	0	4
	35-44	0	5	0	0	0	5
	45-54	0	1	1	0	0	2
	55-64	0	0	1	0	0	1
	65-74	0	0	0	1	1	2
	75-84	0	0	0	1	0	1
合計		4	10	2	2	1	19

資料：総務省統計局「平成26年全国消費実態調査」

分割表 (2)

- 2つの変数の関係
  - 同時分布（結合分布）
  - 条件つき分布
    - 所与（条件）とした変数の値を変化させると、2つの変数の関係がわかる。
- 相対度数による表示
  - 行和（列和）に対する相対度数。

分割表 (3)

表3：国籍（X）、目的（Y）別訪日外客数 2016年（千人）

(a)度数を表示した分割表

x \ y	観光	観光以外	合計
インドネシア	218	53	271
ベトナム	77	157	234
合計	295	210	505

(b)行和に対する相対度数

x \ y	観光	観光以外	合計
インドネシア	0.80	0.20	1.00
ベトナム	0.33	0.67	1.00
合計	0.58	0.42	1.00

資料：総務省統計局『第67回日本統計年鑑2018』表13-11

分割表 (4)

表3：国籍（X）、目的（Y）別訪日外客数 2016年（千人） 続き

(c)列和に対する相対度数

x \ y	観光	観光以外	合計
インドネシア	0.74	0.25	0.54
ベトナム	0.26	0.75	0.46
合計	1.00	1.00	1.00

(d)総和に対する相対度数

x \ y	観光	観光以外	合計
インドネシア	0.43	0.10	0.54
ベトナム	0.15	0.31	0.46
合計	0.58	0.42	1.00

資料：総務省統計局『第67回日本統計年鑑2018』表13-11

分割表 (5)

- 質的変数どうしの分割表
  - 変数の順序に大小・高低の意味がない場合、「相関」の定義を工夫する必要がある（一般の場合は複雑になる）。
- ２×２の分割表のための関連係数
  - 相関係数に対応するもの。
  - ただし、変数の順序に大小・高低の意味がないときには、符号は無意味。

分割表 (6)

表4：２×２の分割表

x \ y	G	H	行和
E	a	b	$a+b$
F	c	d	$c+d$
列和	$a+c$	$b+d$	n

関連係数 $$R=\frac{ad-bc}{\sqrt{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}}$$

分割表 (7)

表5：人工的な例（$R = 0$ となる）

x \ y	G	H	行和
E	4	6	10
F	8	12	20
列和	12	18	30

表6：人工的な例（$R = 1$となる）

x \ y	G	H	行和
E	10	0	10
F	0	20	20
列和	10	20	30

国籍・目的別データ　　$R = 0.48$

PC実習

- 散布図の作成
- 共分散・相関係数の計算
- 分割表の作成