

補論：ゲーム理論の概説

A.1 ゲーム理論とは何か

本付録では、講義を理解するために最低限必要なゲーム理論の基礎に関して議論する。しかし、ここで議論される内容は包括的なものではなく、わかりやすさを優先したため厳密性を欠くものとなっている。よって、本付録をもってゲーム理論の基礎に関して理解したと考えることはできない。本格的に学ぶためには、ゲーム理論の教科書を参照していただきたい。

ゲーム理論とは、複数の意思決定者間の**戦略的依存関係**（strategically interdependence）を数理モデル化し分析する手法である。戦略的依存関係とは、最終的に起こる結果が、自身の選択だけではなく、他者の選択にも影響を受ける関係を指す。チェスやオセロなどのゲームでは、自身の決定だけではなく、相手の決定も勝敗に影響を与えるため、戦略的依存関係が存在している。そのため、このような数理分析をゲーム理論と呼んでいる¹。ゲーム理論では、この戦略的依存関係を描くゲームの種類が複数あり、その各ゲームにおいて、起こりうる結果を予測する方法として**均衡**（equilibrium）概念が存在する。ここでは、最も基本的な均衡概念である**ナッシュ均衡**（Nash equilibrium）と**サブゲーム完全均衡**（subgame-perfect equilibrium）のみを紹介する。以降では、ゲーム理論における用法にならい、意思決定者を**プレーヤー**（player）、各プレーヤーが有する選択枝を**戦略**（strategy）と呼ぶ²。

¹ 一方で、経済学で考えられることが多い完全競争市場では、消費者も生産者も自身の消費量や生産量を決定するが、その決定が市場価格には影響を与えないと考えている。つまり、市場で決定された価格をもとに、消費者や生産者は自身の利得や利潤を最大化するような消費量や生産量を決定する。この場合、自身の行動が他者の利得や利潤に影響を与えることがないため、戦略的依存関係は存在しない。

² 厳密には、プレーヤーの有する選択枝を**純粋戦略**（pure strategy）と呼ぶ。プレーヤーは純粋戦略を単に選ぶことも当然できるが、確率分布に従って純粋戦略を選択するという方法も選択できる。このときにプレーヤーが選ぶ確率分布を**混合戦略**（mixed strategy）と呼ぶ。例えば、じゃんけんの時に「絶対にグーしか出さない」という選択はせずに、確率的にグーとチョキとパーから選ぶような戦略が混合戦略となる。ただし、本講義では混合戦略は議論しない。

A.2 ナッシュ均衡

ゲーム理論で多く用いられる均衡概念の 1 つがナッシュ均衡である。ナッシュ均衡は主に、すべてのプレイヤーが同時に意思決定を行うゲームに用いられる均衡概念となる³。ナッシュ均衡について理解するためには、最適応答 (best response) を用いるとわかりやすい。

定義 A.1 最適応答

他のすべてのプレイヤーの選択した戦略を所与としたとき、最大の利得をプレイヤーにもたらす戦略を、他のプレイヤーの戦略に対する最適応答という。

つまり最適応答とは、他のプレイヤーの選択に対し、自身にとって最も好ましい選択肢のことである。「最も好ましい」とは、利得を最大化していることを意味している。例えば、2 人でジャンケンをしているとする。勝ちたいのであるならば (つまり勝つことによる利得が最も高いのならば)、相手の戦略がグーのとき、最適応答はパーになる。すべてのプレイヤーが最適応答を選択する状態をナッシュ均衡という⁴。

定義 A.2 ナッシュ均衡

すべてのプレイヤーが互いに最適応答となる戦略集合はナッシュ均衡である。

戦略集合 (strategy set) とは、すべてのプレイヤーが選択した戦略を集めた集合のことを指す。ナッシュ均衡とは、すべてのプレイヤーが互いに最も好ましい戦略である最適応答を選択しているときの戦略集合のことである。私とあなたの 2 人でゲームをしましょう。ナッシュ均衡では、私の選択はあなたの選択に対して最適応答となっており、あなたの選択も私の選択に対する最適応答となっている。このとき、私だけが戦略を変えても、私の利得は下がるか、あるいは変化しない。同時に、あなただけが戦略を変えても、あなたは利得を改善することはできない。よって、(相手の戦略が所与である場合) 私もあなたも戦略を変更するインセンティブは有さない。プレイヤー全員が最適応答を選択しているため、ナッシュ均衡では誰も戦略を変更するインセンティブを

³ このような同時決定のゲームを標準型ゲーム (normal form game) と呼ぶ。

⁴ ナッシュ均衡の厳密な定義では最適応答を用いないで定義する。

有さないのである。つまり、「誰も戦略を変更しない状態」が結果として生じると予測する均衡概念がナッシュ均衡である。一方で、もし 1 人でも最適応答を選んでいなければ、そのプレイヤーは戦略を最適応答に変えるインセンティブを有するため、予測される結果とはならない。

ここでは、プレイヤー同士が協調することは考えない。つまり、同時に戦略を変えれば利得を改善することができるとしても、協調して同時に変えることはできないと考えている。

A.2.1 安全保障のジレンマ

ナッシュ均衡の理解のために、**安全保障のジレンマ** (security dilemma) とよばれる例を考えてみよう⁵。2 つの国家 A と B がプレイヤーであるとする。各国家は「核兵器を保有する (保有)」と「保有しない (非保有)」という 2 つの選択肢を有すると考えよう。各国家にとって最も好ましい状況は、自国のみが核兵器を保有する状態である。この場合、核兵器を用いて国家間交渉を有利に展開できる。この時の利得を 4 としておこう。次に好ましい状況は、両国とも核兵器を保有しない状態である。この時、2 国間の力関係は同等であり、核兵器を開発・維持する費用も負担する必要はない。この時の利得を 3 とする。3 番目に好ましい状況は、両国とも核兵器を保有する状態である。この時、2 国間の力関係は同等であるが、核兵器を開発・維持する費用を負担しなくてはならない。この時の利得を 2 とする。最悪の状況は、相手国のみが核兵器を有し、国家間交渉で不利になる状態である。この時の利得を 1 とする。この利得の値には意味はなく、4 つの状態に対する選好順序に利得の大小が一致していればよい。つまり、両国家は核兵器の保有に関して、

自国のみ保有 $>_i$ 両国とも非保有 $>_i$ 両国とも保有 $>_i$ 相手国のみ保有
という選好関係を有しており、この選好関係においてより好ましい状態ほど高い利得を有していればよい。ここでは単純に最も好ましい選択肢から、4, 3, 2, 1 と順に利得を与えたにすぎない。このゲームは図 A-1 のような**利得表** (payoff matrix) を用いると理解しやすい。列には国家 A の戦略、行には国家 B の戦略をあてがい、表の中に各

⁵ 本例は、ゲーム理論において最も有名な例といってよい囚人のジレンマ (prisoner's dilemma) を、政治的文脈に合わせて解釈を変更したものである。

結果から得られる国家の利得を示してある。最初の数字は国家 A が得る利得であり、2 番目の数字は国家 B が得る利得である。例えば、国家 A のみが「保有」を選択した場合、国家 A は 4 の、国家 B は 1 の利得を得る。よって、右上のマスには 4, 1 と示してある。

		国家 B	
		保有	非保有
国家 A	保有	2, 2	4, 1
	非保有	1, 4	3, 3

図 A-1：安全保障のジレンマ

まずは国家 A の最適応答に関して考えてみよう。国家 B が「保有」を選択したとする。このとき、国家 A も「保有」を選択すれば利得は 2 となり、「非保有」を選択すれば利得は 1 となる。「保有」の方が利得は高いため、国家 B が「保有」を選択した際の国家 A の最適応答は「保有」となる。次に、国家 B が「非保有」を選択したとする。このとき、国家 A が「保有」を選択すれば利得は 4 となり、「非保有」を選択すれば利得は 3 となる。よって、国家 B が「非保有」を選択しても、国家 A の最適応答は「保有」となる。同様の理由から、国家 A の選択にかかわらず、国家 B の最適応答も常に「保有」となる。

よって、両国ともに最適応答を選択している状態は、両国ともに「保有」を選択しているときのみとなるため、ナッシュ均衡においては両国とも核兵器を保有する。

両国ともに核兵器を保有しない状態に移れば、両国の利得は 2 から 3 に改善される。二国が協調さえすれば利得を改善できる状態が他に存在するにもかかわらず、ナッシュ均衡では達成できない。両国とも保有しない状態では、どちらの国家も強大な力を得るために核兵器を保有するインセンティブを有するためである。よって、ナッシュ均衡は非効率的結果であり、社会的に望ましい結果とはいえない⁶。社会的に望ましい結果が達成できないという点で、安全保障におけるジレンマが存在するのである。ゲーム理論は合理的選択の結果が社会的に望ましい状態になると主張するものでは断じてない。むしろ、このように社会的に望ましくない状態が合理的選択の結果として生じてしまう可

⁶ 言い換えれば、この例におけるナッシュ均衡はパレート最適ではない。

能性を示している。

しかし、制度や政策を変えることによって、より望ましい結果に導くことができる可能性がある。例えば国際機関が核兵器を保有する国に経済制裁を発動したらどうだろう。この経済制裁により、核兵器を保有した国は C の費用を払うと考える。経済制裁が発動される場合の利得表は、図 A-2 に変わる。

		国家 B	
		保有	非保有
国家 A	保有	$2-C, 2-C$	$4-C, 1$
	非保有	$1, 4-C$	$3, 3$

図 A-2：安全保障のジレンマと経済制裁

もし C の値が 1 より大きければ、相手の戦略にかかわらず最適応答は「非保有」となり、両国とも核兵器を保有しないことがナッシュ均衡となりうる⁷。このように、制度や政策によって、プレイヤーの利得などに変化を生じさせ、プレイヤーの行動を変えることができる。その結果、均衡をより望ましい結果に導くことができるかもしれない。序章でも議論したように、ゲーム理論を用いることにより、望ましい結果に導くためのゲームのルールを検討できる。政治的文脈において、この「ゲームのルール」とは一種の政治制度と解釈できる。

A.2.2 新党設立

安全保障のジレンマでは、ナッシュ均衡は 1 つのみであった。しかし、ゲームによっては複数の均衡が存在する場合がある。その例として、政党 A と政党 B の 2 党が合併し、新党を設立することを考えているとしよう⁸。両党とも合併は望んでいる。しかし、同時に自身の党の党首を、新党の党首に就任させたいと考えているとする。両党は新党の党首を「政党 A の党首」か「政党 B の党首」の 2 つの選択肢から選ぶとする。

⁷ もちろん「有効な経済制裁を発動させることができるか」という問題は存在する。この例では、経済制裁を通して 1 を超える C を科せられない場合、ナッシュ均衡を変えることはできない。

⁸ 本例は、囚人のジレンマに次いで有名な例といってよい両性の争い (The battle of sexes) というゲームを、政治的文脈に合わせて解釈を変更したものである。

両党とも異なる選択をすれば、交渉は決裂し新党は設立されない。決裂した場合の両党の利得は、ともに 0 とする。一方で、同じ選択をすれば、新党はその党首のもと結成される。しかし、自身の党から党首を出すことができれば利得は 2 となるが、相手の政党から党首が出た場合には 1 となると考える。つまり、両党は、

自党から党首 $>_i$ 他党から党首 $>_i$ 交渉決裂

という選好関係を有していることになる。このゲームの利得表は図 A-3 の通りになる。

		政党 B	
		政党 A の党首	政党 B の党首
政党 A	政党 A の党首	2, 1	0, 0
	政党 B の党首	0, 0	1, 2

図 A-3：新党結成ゲーム

まずは政党 A の最適応答に関して考えてみよう。政党 B が「政党 A の党首」を選択したとする。このとき、政党 A も「政党 A の党首」を選択すれば利得は 2 となり、「政党 B の党首」を選択すれば利得は 0 となる。よって、政党 A の最適応答は「政党 A の党首」となる。一方で、政党 B が「政党 B の党首」を選択した場合、1 の利得を得られる「政党 B の党首」が最適応答となる。ほぼ同様の理由から、政党 B も政党 A と同じ選択をすることが最適応答となる。その結果、このゲームには「両党とも政党 A の党首を選択する」という均衡と、「両党とも政党 B の党首を選択する」という均衡の 2 つのナッシュ均衡が存在している⁹。

A.3 サブゲーム完全均衡

すべてのプレイヤーが同時に意思決定を行うとは限らない。例えば、最初にプレイヤー 1 が意思決定を行い、その決定を見たうえでプレイヤー 2 が意思決定を行うなど、プレイヤーが順に意思決定を行う場合も多い¹⁰。このような逐次決定のゲームで用いられることが多い均衡概念がサブゲーム完全均衡である。「サブゲーム」とは、1 番目以降の 2 番目や 3 番目などに意思決定を行うプレイヤーからはじまる部分的ゲームのこと

⁹ 厳密には、もう 1 つ混合戦略を用いたナッシュ均衡も存在している。

¹⁰ 逐次決定のゲームを展開型ゲーム (extensive form game) と呼ぶ。

を指す。サブゲーム完全均衡は、そのサブゲームのすべてでナッシュ均衡が成立するような戦略集合のことである。しかし、サブゲーム完全均衡は、**逆向き推論法** (backward induction) を用いることによって簡単にもとめることができる。最後に意思決定を行うプレイヤーの意思決定の分析からはじめ、最初に意思決定を行うプレイヤーまで遡って分析していくため、このような名前となっている。

定義 A.3 逆向き推論法

最後に意思決定を行うプレイヤーの最適応答を、そのプレイヤーの選択が行われる前に起こりうるすべてのケースに対してもとめる。その最後のプレイヤーの最適応答を所与とし、最後から2番目に意思決定を行うプレイヤーの最適応答を同様にもとめる。これを、最初に意思決定を行うプレイヤーまで遡って行う。

この逆向き推論法でもとめられたすべてのプレイヤーの最適応答戦略の集合がサブゲーム完全均衡となる¹¹。

定義 A.4 サブゲーム完全均衡

逆向き推論法でもとめられる戦略集合はサブゲーム完全均衡である。

ここでは各プレイヤーが過去に行われた選択を知ったうえで、また、将来行われる選択を正しく推測したうえで、最も好ましい（つまり利得を最大化する）戦略を選んでいる。そのため、誰も戦略を変更するインセンティブを有さないことから、予測されるゲームの結果になると考えている。

サブゲーム完全均衡を理解するために、単純な両院制のゲームを考えてみよう。日本をはじめとした多くの国で、2つの議員が存在する両院制が採用されている。両院制を採用した場合、法案は両院の可決を得ない限り成立しない。日本において両院制に対する批判は根強く、衆議院で可決されたほぼすべての法案を参議院が可決していることから、参議院は不要であると指摘されることが多い。この点を検討するために、衆議院と参議院の間のゲームを考えよう。

¹¹ サブゲーム完全均衡の厳密な定義では逆向き推論法を用いないで定義する。

最初に、衆議院が現状の政策を変える（政策変更）か、維持する（現状維持）かの選択を行うとする。もし、現状の政策が維持された場合、衆議院の選択後は何も起こらず、両議会ともに 0 の利得を得るとする。もし衆議院が政策を変更した場合は、参議院が可決するか否決するかを決定する。参議院が可決すれば新しい法案が成立・実行され、衆議院は 1 の利得、参議院は -1 の利得を得る。つまり、衆議院は政策を変えたいが、参議院は変えたくないという利害対立を考える。そこで、参議院が否決すると、新しい法案は実行されず、現状の政策が維持される。しかし、審議には時間と労力をかけるため一定の費用を支払う。さらには、両議会の関係は悪化するかもしれない。よって両院で議論されたうえに廃案となった場合の両議会の利得は、 $-C < 0$ となるでしょう。この C は、法案を審議するために費やした、あるいは両議会関係が悪化したことに伴う費用の大きさを意味する。このゲームを図で示したものが図 A-4 である。最後に示してある 2 つの数字は、最初の数字が衆議院、2 番目の数字が参議院の利得となっている。このような逐次決定のゲームを描いた図をゲームの木（game tree）と呼ぶ。

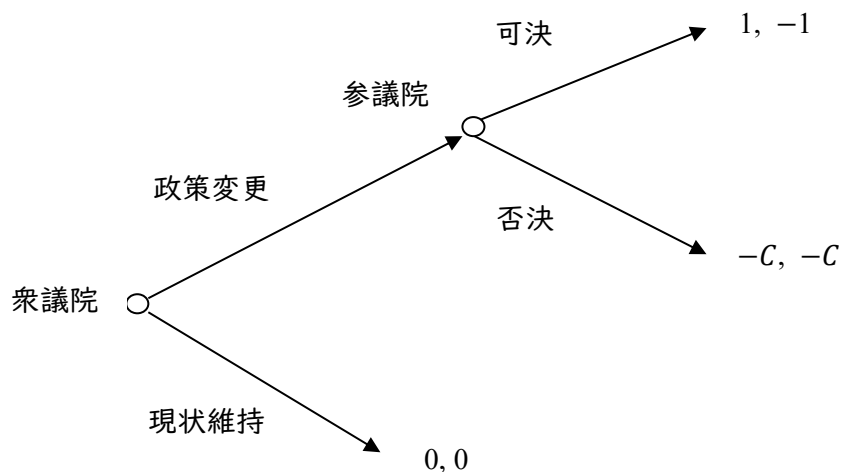


図 A-4：両院制ゲーム

このゲームでは衆議院の意思決定からはじまる全体のゲーム以外に、参議院の意思決定のみを示したサブゲームが存在する。逆向き推論法からサブゲーム完全均衡をもとめるためには、参議院の意思決定から考える必要がある。ここでは、参議院は $-C < -1$ で

あれば可決し、 $-C > -1$ であれば否決することがわかる。単純化のために、 $-C \neq -1$ とする。

次に、衆議院の選択を分析する。まず $-C < -1$ の場合、参議院が可決するため、衆議院は政策変更を行えば1の利得を得、現状維持を選択すれば0の利得を得る。よって、政策変更を選択する。結果として、衆議院が政策変更を選択し、参議院が可決することがサブゲーム完全均衡となる。

一方で、 $-C > -1$ であれば参議院は否決するため、衆議院は利得 $-C$ となる政策変更は選択せず、利得0となる現状維持を選択する。よって、衆議院が現状維持を選択し、参議院が否決することがサブゲーム完全均衡となる¹²。つまり、参議院に否決されるような法案を、わざわざ時間をかけ、両議会の関係が悪化するリスクをとってまで審議しようとはしないのである。

上記のサブゲーム完全均衡では、衆議院が政策変更した後に、参議院が否決する事態は生じない。これが、参議院が衆議院で可決された法案のほぼすべてを可決していることの理由の1つといえる。つまり、衆議院は否決される可能性が高い法案を、費用をかけてまで参議院に送ることがないからである。よって、衆議院で可決されたほぼすべての法案を参議院が可決している事実は、参議院の存在が無意味であることの証明とはならない。

A.4情報の非対称性とゲーム理論

今まで解説してきたゲームでは、すべてのプレイヤーが、各戦略を選択した場合に生じる結果や、そこから得られる利得を知っていると仮定していた。しかし、社会には多くのリスクや不確実性が存在し、自身や他者が戦略を選択した後にどのような結果が生じるかという情報を正しく知っている場合は限られている。また、各プレイヤーが有している情報にも違いがあるだろう。例えば、政治家は投票者の政策選好を知らない一方で、各投票者は自身の政策選好は知っていると考えの方が自然である。また、政治家の能力に関して、政治家自身は知っているが、投票者は知らない場合も多いだろう。このように、各プレイヤーで知っている情報に違いがある状況を**情報の非対称性**

¹² 参議院が意思決定することは均衡上では起きないが、サブゲーム完全均衡を記述する際には、すべてのプレイヤーの意思決定を示さなければならない。これは均衡の定義上必要なのだが、「参議院が否決するから衆議院は現状維持を選ぶ」という理由を知るためにも重要である。

(asymmetric information) と呼ぶ。

ゲーム理論の最大の利点は、情報の非対称性を含めた分析を比較的簡単に行うことができる点にある。従来の経済学で市場の分析に用いられてきた分析手法（一般均衡分析）では情報の非対称性は取り入れにくい。一方で、1970年代後半から、情報の非対称性をゲーム理論に取り入れる分析手法が開発されてきた。情報の非対称性を取り入れることで、買い手と売り手の間で知っている情報が異なる状況など、分析の幅は飛躍的に広まった。そのため近年では、ゲーム理論はミクロ経済学での中心的分析手法となっている¹³。同時に、政治学、経営学、社会学など、幅広い社会科学への応用は、情報の非対称性を取り入れた1980年代以降に飛躍的に発展した。言うまでもなく、情報の非対称性を考慮した分析は、より現実的分析となるからだ。

情報の非対称性下でのゲーム理論で用いられる主要な均衡概念として、ベイジアン・ナッシュ均衡(Bayesian Nash equilibrium)と完全ベイジアン均衡(perfect Bayesian equilibrium)がある¹⁴。前者はA.2節で解説した同時決定のゲームに、後者はA.3節で解説した逐次決定のゲームに用いられる。これらの均衡概念も基本的にはナッシュ均衡やサブゲーム完全均衡と同じ考え方をしている。つまり、各プレイヤーは、最適応答のような、他のプレイヤーの戦略に対して最も高い利得を得ることができる戦略を選択する。ただし、不確実性やリスクが存在するため、プレイヤーは期待利得（利得の期待値）を最大化する。（期待利得に関して不慣れな者は、教科書のChapter 1を読むこと。）すべてのプレイヤーが互いに期待利得を最大化する最適な戦略を選択していれば、誰も戦略を変えるインセンティブを有さないため均衡となる。本講義では完全ベイジアン均衡を用いるが、受講生は完全ベイジアン均衡を知らないことを前提に講義内で解説を行う。

¹³ 一方で、一般均衡分析は動学的分析を取り入れマクロ経済学の分野で発展を続けている。

¹⁴ 完全ベイジアン均衡は弱い逐次均衡 (weak sequential equilibrium) と呼ばれることもある。