１　戦略形ゲーム③

２０１９年１０月２１日

ゲーム理論入門　第４回講義

荒木一法

右に（少し）弱いゴーリー

ゴーリー / キッカー	右	左
右	－０．５, ０．５	１, －１
左	１, －１	－１, １

解答例

- キッカーが右を選択する確率をp、ゴーリーが右を選択する確率をqとおく。
- それぞれが左を選択する確率は、1-p,　1-qとなる。
- キッカーが、右、左を選択するときの期待利得はそれぞれ

$$-0.5 \times q + 1 \times (1 - q) \qquad 1 \times \ q - 1 \times (1 - q)$$

- <u>均衡では期待利得が等しくなるので</u>

$$-0.5q + (1 - q) = q - (1 - q)$$

$$q = \frac{4}{7}$$

解答例（続き）

- ゴーリーが、右、左を選択するときの期待利得はそれぞれ

$$0.5p-(1-p) \qquad -p+(1-p)$$

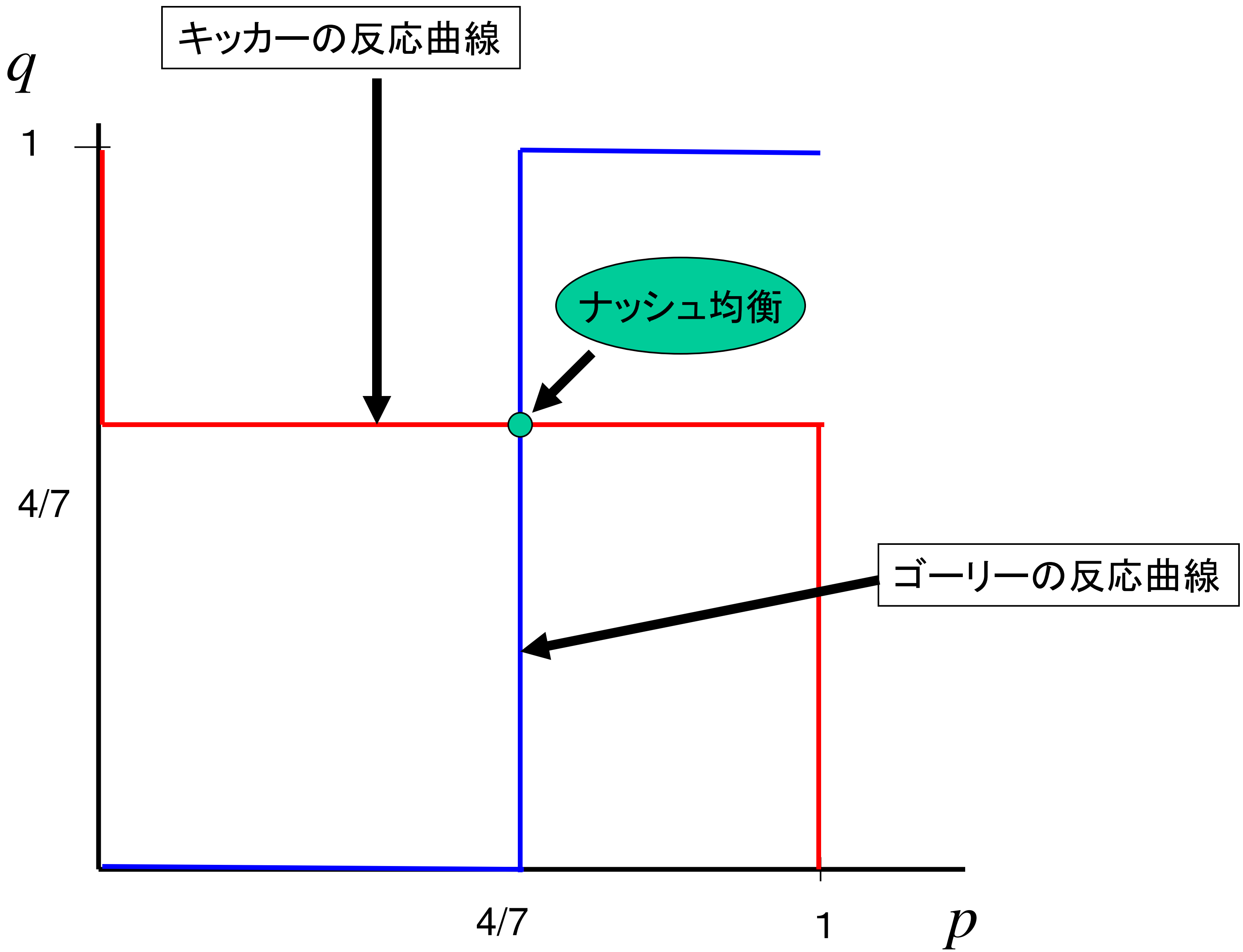
- 均衡では期待利得が等しくなるので

$$0.5p-(1-p)=-p+(1-p) \qquad p=\frac{4}{7}$$

- したがって混合戦略均衡は

$$p=\frac{4}{7} \qquad q=\frac{4}{7}$$

キッカー、ゴーリーともに確率${}^{4}/_{7}$で右を選択。


キッカーの反応曲線
q
1
ナッシュ均衡
4/7
ゴーリーの反応曲線
4/7
1
p

第5章　利害の対立と協力

1. 囚人のジレンマ
2. 個人合理性
3. 集団合理性
4. ナッシュ均衡とパレート最適性
5. 協調と協力

1. 囚人のジレンマ

囚人2 囚人1	黙秘	自白
黙秘	1年 1年	3か月 10年
自白	10年 3か月	8年 8年

合理性

囚人のジレンマの利得行列

囚人2 ＼ 囚人1	黙秘	自白
黙秘	5 5	6 －4
自白	－4 6	－3 －3

ナッシュ均衡

２．個人合理性

個人合理的な選択(individually rational choice)
＝自らの利得（の期待値）を最大化する選択

「囚人のジレンマ」の場合は、「自白」が支配戦略であるため、個人合理性を満たす選択は「自白」。

利得の大きさはそのプレーヤーにとっての望ましさの順序に一致するように決められることを考慮すれば、この個人合理性の定義は、循環的な定義となっている。

3. 集団合理性

集団合理的な選択(Collectively rational choice)

≠集団に属するメンバーの利得の合計が最大となる選択

理由：個人間の利得は比較できない（ように定義される）ため、通常は"合計"は意味を持たない。ただし、利潤のように金銭で利得を表す場合は合計も意味をもつ。

集団合理的な選択＝パレート最適性を満たす選択

パレート基準

- パレート優位：二つの状態AとBに関して、すべてのプレーヤーにとって状態AがBよりも高い効用（利得）をもたらすか、一部のプレーヤーについて高い効用を、他のプレーヤーについては等しい効用をもたらすとき状態Aは状態Bに対してパレート優位にあるという。
- パレート最適：ある状態に対してパレート優位な状態が他に存在しないとき、その状態はパレート最適性を有する。

囚人のジレンマにおけるパレート最適な状態は？

囚人のジレンマの特徴

① 何れのプレーヤーにとっても「自白」戦略は、「黙秘」戦略を支配する。

② （自白、自白）の戦略の組は、ナッシュ均衡である。

③ 一方、（黙秘、黙秘）の戦略の組は、（自白、自白）の戦略の組に対し、パレート優位にあるため、ナッシュ均衡はパレート最適ではない。

以上から、個人合理的な行動選択と集団合理的な行動選択は必ずしも一致しないことが確認された。

4．ナッシュ均衡とパレート最適性

- 「ピザ店の顧客獲得競争」
- 「協調ゲーム」
- 「男性と女性の争い」
- 「タカーハトゲーム」
- 「ペナルティキックゲーム」
- 「クールノー・モデル」
- 「公共財ゲーム」

について、パレート最適な戦略の組を確認して、それぞれのナッシュ均衡を比べてみる。

ピザ店の顧客獲得競争
パレート最適な戦略の組は？

B A	価格維持	値下げ
価格維持	5 5	7 3
値下げ	3 7	5 5 ナッシュ均衡

協調ゲーム
パレート最適な戦略の組は？

自分 ＼ 相手	左側	右側
左側	2, 2 ナッシュ均衡	0, 0
右側	0, 0	2, 2 ナッシュ均衡

男性と女性の争い
パレート最適な戦略の組は？

女性 男性	野球	バレエ
野球	1 2 ナッシュ均衡	0 0
バレエ	0 0	2 1 ナッシュ均衡

タカ‐ハトゲームの
パレート最適な戦略の組は？

自分＼相手	ハト	タカ
ハト	2 ／ 2	1 ／ 3 ナッシュ均衡
タカ	3 ／ 1 ナッシュ均衡	0 ／ 0

ペナルティー・キック　ゲーム
のパレート最適な戦略の組は？

ゴーリー / キッカー	左	右
左	1 －1	－1 1
右	－1 1	1 －1

クールノー・モデルの パレート最適な戦略の組は？

ナッシュ均衡は $x_1{}^* = x_2{}^* = \frac{A-c}{3B}$ このとき価格は

$$p = A - \frac{2(A-c)}{3} = \frac{A+2c}{3}$$

ナッシュ均衡における利潤は $\pi_1{}^* = \pi_2{}^* = \frac{(A-c)^2}{9B}$

一方、二つの企業が利潤の合計を最大化するように、すなわち独占利潤を最大化する生産量の半分づつを生産・販売した場合の生産量、価格、利潤はそれぞれ

$$x_1{}^* = x_2{}^* = \frac{A-c}{4B} \quad p = \frac{A+c}{2} \qquad \pi_1{}^* = \pi_2{}^* = \frac{(A-c)^2}{8B}$$

公共財ゲームの
パレート最適な戦略の組は？

個の利得：$f_i(g_1, g_2, \dots, g_{100}) = 10 - g_i + a\sum_{i=1}^{100} g_i$

全住民の利得の合計は

$\sum_{i=1}^{100} f_i = 1000 + (100a - 1)\sum_{i=1}^{100} g_i$

$a > 0.01$が満たされるならば、全住民が最大限の寄付($g_i = 10$)をするとき、利得の合計は最大化され、個々の住民の利得は$1000a$となる。

一方、前回の講義で確認したように$a < 1$であるならば、ナッシュ均衡における寄付額は0となるので、ナッシュ均衡はパレート最適ではない。

５．協調と協力

「男性と女性の争い」では、二つの純粋戦略均衡

（野球、野球）⇒男性の利得が大きい均衡

（バレエ、バレエ）⇒女性の利得が大きい均衡

および混合戦略均衡

男性が野球を確率2/3、バレエを確率1/3で選択

女性は野球を確率1/3、バレエを確率2/3で選択

が存在する。この時、期待利得は男女ともに2/3

男女の争いの解決策として、混合戦略は有効ではない。

相関戦略均衡

- もし、男性と女性がある約束をすれば、その約束を守ることで、両者ともに得する均衡がある。
- 〔約束〕サイコロをふって偶数がでれば、ともに野球を、奇数がでればバレエを選ぶ。
- この約束は、相手が守る限り自分も守った方が得。期待利得は男女ともに$^{3}/_{2}$

Self enforcing
な約束

相関戦略均衡
(correlated equilibrium)

男性と女性の争い
混合戦略均衡

女性 男性	野球 (1/3)	バレエ (2/3)
野球 (2/3)	2 $\frac{2}{9}$ 1	0 $\frac{4}{9}$ 0
バレエ (1/3)	0 $\frac{1}{9}$ 0	1 $\frac{2}{9}$ 2

男性と女性の争い
相関戦略均衡

男性 \ 女性	野球	バレエ
野球	2, 1 ($\frac{1}{2}$)	0, 0 (0)
バレエ	0, 0 (0)	1, 2 ($\frac{1}{2}$)

ジレンマの解決

- 「囚人のジレンマ」のようにナッシュ均衡がパレート最適とはなっていない“ジレンマ”は、様々な文脈で発生する。特に環境問題など社会レベルで発生する場合、社会的ジレンマと呼ばれ、個人合理性と集団合理性の乖離状況にいかに対処するかが議論されてきた。

国家による解決と市場による解決

例えば、温暖化抑制のため温暖化ガス排出をコントロールするための

- 国家による解決（の例）は
  - 直接規制（排出量を直接的にコントロール）
- 市場による解決の例は
  - 排出権取引市場の開設

当事者間の合意による解決

例えば、公共財ゲームにおいては当事者である全住民が「全員が10単位を寄付する」という合意をし、それが実行されれば、パレート最適な結果を実現できる。

しかし、個々の住民には、寄付をせず“ただのり”するインセンティブがあるため、そのような合意は必ずしも守られない。合意が間もまれるためには、そのように仕向ける仕掛け（メカニズム）が必要！