

学籍番号:

氏名:

得点:

【第 1 回 : pre-test】(担当 : 瀧澤 武信) 4 月 11 日 (月)

問題

(1) 次の関数の極限は存在するか. 存在する場合はその値を求めよ. また, グラフの概形を描け.

1. $f(x) = \frac{x}{|x|}$ のとき $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

2. $f(x) = \frac{x^2}{|x|}$ のとき $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(2) 次の関数について, 下の各問に答えよ.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 & (x < 1) \\ 2x^2 - 3x + 1 & (x > 1) \\ 0 & (x = 1) \end{cases}$$

問

1. $x < 1$ のとき, $f'(x), f''(x), f'''(x), f^{(4)}(x)$ を求めよ.

2. $x > 1$ のとき, $f'(x), f''(x), f'''(x), f^{(4)}(x)$ を求めよ.

3. 関数 f は $x = 1$ で連続か.

4. $f'(1)$ は存在するか. 存在する場合はその値を求めよ. また, 関数 f' は $x = 1$ で連続か.

5. $f''(1), f'''(1), f^{(4)}(1)$ は存在するか. 存在する場合はそれぞれ値を求めよ. また, 関数 $f'', f''', f^{(4)}$ は $x = 1$ で連続か.

6. $y = f(x)$ の増減凹凸表を書き, 極値を求めよ.

7. $y = f(x)$ のグラフの概形を描け.

(3) 次の関数の極限を求めよ.

$f(x) = \frac{x^4}{e^x + e^{-x} - x^2 - 2}$ のとき $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(4) Maclaurin 展開せよ (2 次の項まで示せ).

$f(x) = e^{\sqrt{1-x}}$

(5) 次の関数の偏導関数を求めよ.

$$f\left(\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2}}$$

(6) 指示された点における接平面の方程式を求めよ.

$$f\left(\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right) = \sqrt{3 + 2x^2 - 2y^4}, \text{ 点 } \left(\begin{matrix} 2 \\ 1 \\ f\left(\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}\right) \end{matrix}\right)$$

(7) 次の関数の極値を求めよ.

$$f\left(\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right) = x^3 + y^2 - xy - y + 1$$

(8) Lagrange の未定乗数法を用いて条件付極値を求めよ. 十分条件も吟味せよ.

$$g\left(\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right) = x + 2y - 1 = 0 \text{ のもとで}$$

$$f\left(\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}\right) = 1 - x^2 + y^2 \text{ の極値を求めよ.}$$