

解析学入門 演習問題

次の関数を微分せよ

$$(1) \quad f(x) = x^2 (1 - x)$$

$$(2) \quad f(x) = 1 - x^2$$

$$(3) \quad f(x) = (1 - x)^2$$

$$(4) \quad f(x) = x^2 \log x \quad (x > 0)$$

$$(5) \quad f(x) = \log(x^2) \quad (x > 0)$$

$$(6) \quad f(x) = (\log x)^2 \quad (x > 0)$$

$$(7) \quad f(x) = x^2 e^x$$

$$(8) \quad f(x) = e^{x^2}$$

$$(9) \quad f(x) = (e^x)^2$$

$$(10) \quad f(x) = e^{(\log x)^2 + 1} \quad (x > 0)$$

裏に続く

金利の計算

$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ のとき, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ が存在することを仮定し,
その値を e で表す. このとき,

問 I: 次の値を求めよ.

(1)
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

(2)
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} c \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{ax}$$

(3)
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} c \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$$

問 II: 次のそれぞれに答えよ.

(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} c \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{bx} = c(1 + \alpha)$ のとき, a の値を求めよ.

(注) この a の値は期間 b 後に, (単利計算で) 金利 α となるように c 円お金を借りたときの,
(理論的な複利計算の基の) 金利である.

(5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 10000 \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = 10000(1 + 0.1)$ のとき, a の値を求めよ.

(6) (5) の a の値を用いて, $y = \lim_{x \rightarrow +\infty} 10000 \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{\frac{182.5}{365}x}$ の値を求めよ.

(注) この y の値は, 365 日後に (理論複利で) 10% の金利を払う約束で 10,000 円借りたものを,
182.5 日後に返すときの理論上の元利合計の金額である.

また, それは $10000(1 + 0.1)^{\frac{1}{2}}$ と同じ値である.