

Section 4: 選挙競争モデルの拡張¹

2020 年度 公共選択論

民の声は天の声というが、天の声にも変な声もたまにはあるな、と、こう思いますね。

福田赳夫、第 67 代総理大臣退陣の際に



¹ この講義ノートおよびオンデマンド講義の著作権は浅古泰史に属します。SNS も含め、無断の配布・転載・改変を禁じます。

ホテリング＝ダウنز・モデルは以下の 7 つの仮定を採用していた。

仮定 1：政策空間は一次元である。

仮定 2：投票者は単峰型選好を有し、自身にとってより好ましい政策を選択した政党に必ず投票する。

仮定 3：政党は 2 つのみ存在する。

仮定 4：政党は勝利確率の最大化が目的である。

仮定 5：不確実性は存在せず、中位政策の位置は既知である。

仮定 6：政党は必ず公約を実行する。

仮定 7：両党は必ず選挙に出馬する。

その意味において、ホテリング＝ダウنز・モデルは極めて限定された状況を分析しているといつてよい。今回は、これらの仮定を変更していくことにより得られる帰結を議論する。

4.1 多次元の政策空間

ホテリング＝ダウنز・モデルでは、議論される政策課題はただ 1 つと考えていたが（仮定 1）、現実の選挙では複数の政策課題が議論されている。よって、複数の政策課題を考えるために、政策空間を一次元ではなく多次元にしたモデルの方が好ましいように思える。しかし、その場合、特殊なケースを除いて均衡が存在しなくなる²。教育政策と選挙制度改革など、互いに影響しない政策課題であれば、別個に決定すればよい。しかし、以下の例のように互いに影響し合うような複数の政策課題が存在する場合、このような手法は使えない。

投票者が 3 つのグループ 1, 2, 3 に分かれているとする。投票者全体の 1/3 の投票者が、それぞれのグループに所属する。このとき選挙に勝利するためには政党は少なくとも 2 つのグループから支持されなければならない。100 万円を各グループに配分する政策を考

² 特殊なケースとは、例えば、複数の政策課題が存在したとしても、各政策課題に中位政策が存在している場合である。このとき、それぞれの政策課題に関して順番に投票していくという制度設計をした場合、各政策課題で中位政策が選択されるという均衡が存在する。このような均衡は制度誘発均衡（structure-induced equilibrium）として知られている（Shepsle [1979], Shepsle and Weingast [1981]）。

える。グループ 3 への配分は、グループ 1 と 2 への配分を差し引いた残りとなるため、「グループ 1 への配分額」と「グループ 2 への配分額」の 2 つの決定すべき政策課題が存在している。これは、地域間・世代間・所得層間などの所得再配分問題や、社会保障、公共事業、安全保障といった異なる政策課題への予算配分問題とも解釈できる。また当然、総額は 100 万円ではなくてもよい。各グループへの配分割合を決定していると解釈されたい。

政党 A はグループ 1 と 2 に 50 万円ずつ配分する政策を提案しているとする。このとき、政党 B はグループ 1 に 55 万円、グループ 3 に 45 万円を配分する政策を発表すればグループ 1 と 3 の支持を受け当選できる。しかし、この政党 B の政策に対し、政党 A がグループ 2 に 40 万円、グループ 3 に 60 万円を配分すれば政党 A は政党 B に勝つことができる。この政党 A の政策に勝てる政策も容易に見つかるだろう。ここでは対立政党が配分を与えているグループの中の 1 つのグループから配分をすべて奪い、残りの 2 つのグループに再配分するような政策を提示すれば、対立政党に勝つことができる。よって、どのような政策を対立政党が選択したとしても、その政策に勝てる政策を見つけることができる。

一次元の政策空間という仮定は、ブラックの中位投票者定理でも採用されていた。よって、一次元ではなく多次元の政策空間である場合、コンドルセ勝者の存在が保証されなくなる。そのため、政党にとっても「選挙に勝てる政策」が存在せず、均衡が存在しない。均衡が存在しないということは、結果の予測が不可能であることを意味する。本例は一般的な予算配分の政策決定である。このような一般的な政策においても、均衡が存在しない可能性が生じてしまう³。

4.2 多党間競争

ホテリング＝ダウンス・モデルでは二大政党間の競争を考えていたが（仮定 3）、3 党以上の競争も重要である。実際、二大政党制が成立している国はアメリカを含めごくわずかである。

しかし多党間競争のもとでは、極めて多くの均衡が生じることが知られている。図 1 に

³ この均衡の存在問題は、政党が投票者の選好に関する不確実性を有すると仮定することにより解決することが知られている。つまり、ホテリング＝ダウンス・モデルの仮定 5 も緩めることになる。そこでは、両党が同じ政策を選び同じ勝利確率に服するという、ホテリング＝ダウンスの中位投票者定理に準ずる結果が得られる。

あるように政策空間は 0 と 1 の間に限られるとし、そこに投票者の最も好ましい政策が一様分布していると考え、⁴。勝利確率の最大化のみを目的とする 3 政党 A, B, C が競争しており、政党 A が図 1 に示されたような $1/3$ という政策を選び、政党 B と政党 C が政策 $2/3$ を選ぶとする。このとき、政党 A は中位政策の左側に最も好ましい選択肢が位置する投票者からの支持を得て、全体の $1/2$ の票を獲得する。一方で、残りの $1/2$ の投票者は、同じ政策 $2/3$ を提示する政党 B と政党 C の間で無差別になる。よって、票は等分に分けられるため、B と C は $1/4$ ずつの得票率を得る。その結果、政党 A が勝利する。

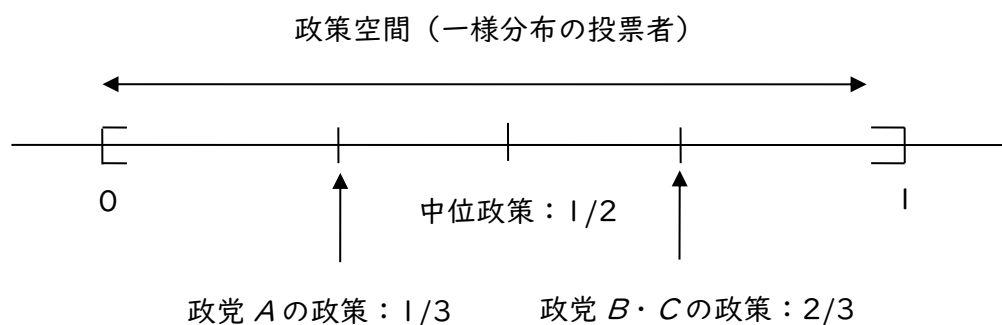


図 1 多党間競争

勝利する政党 A にとっては、最も好ましい選挙結果であるため政策を変更するインセンティブを有さない。一方、政党 B と政党 C にとっても、政策 $2/3$ 以外の政策を選んだとしても勝つ望みがない。例えば、政党 B が政策 $2/3$ の右側にある政策を選んでも、政党 A の勝利に変わりはない。政党 B が政策 $1/3$ の左側にある政策を選んだ場合、今度は政党 C の勝利となる。最後に政党 B が政策 $1/3$ と政策 $2/3$ の間の政策を選んだとしよう。このとき、政党 B は政策 $1/3$ と政策 $2/3$ の間に最も好ましい政策が位置する投票者からの票を他党と分け合うことになる。一様分布を考えているため、政党 B は政策 $1/3$ と政策 $2/3$ の間に位置する投票者の半分、つまり $1/6$ の得票率を得るが、選挙に勝つことができない。3 政党間の選挙戦において勝利するためには、 $1/3$ 以上の得票率が必要だからである。よって、政党 B は政策を変更するインセンティブを有さない。同様の理由から、政党 C も政策を変

⁴ 一様分布に不慣れな履修者は、Moodle 上の「一様分布に関する補論」を参照のこと。

更しようとしなない。従って、この状態が均衡として成立する。多党間競争では、同様の均衡が無数に存在する。均衡が無数に存在する場合、意味のある予測を行うことが難しい。以下の命題は、上記の設定下において成立しうるナッシュ均衡を示している。

命題：3 政党間競争の均衡

政策 $1/6$ と政策 $1/2$ の間に位置する政策 x_1 ($1/6 < x_1 < 1/2$) と、政策 $1/2$ と政策 $5/6$ の間に位置する政策 x_2 ($1/2 < x_2 < 5/6$) を考えよ。ただし、 x_1 と x_2 は中位政策 $1/2$ から等距離に位置しているとする ($1/2 - x_1 = x_2 - 1/2$)。この時、 x_1 と x_2 のうち片方の政策を 1 つの政党が、もう一方の政策を 2 つの政党が選択するという戦略集合はナッシュ均衡である。

図 1 の例では、 $x_1 = 1/3$ 、 $x_2 = 2/3$ であった。証明は、図 1 の例で用いた方法と基本的に同一であるため省く。この命題より、このモデルにおいて実行されると予測できる政策は「中位政策 $1/2$ 以外の政策 $1/6$ と政策 $5/6$ の間の政策の中の 1 つ」である。かなり極端な政策は実行されないことはわかるが、幅が広すぎるため意味のある予測とはいえない。一方で、この命題のもとでは 1 つの政策を 1 党のみで選択した政党が勝利するという選挙結果は共通している。しかし、投票者の最も好ましい政策の分布が一様分布ではない場合、異なる選挙結果になる可能性がある（練習問題参照）。よって、選挙結果に関しても意味のある予測はできない。

4.3 政策選好を有する政党

ホテリング＝ダウンス・モデルでは、政党は勝利確率のみを最大化すると仮定していた（仮定 4）。しかし、政党や候補者は、選挙に勝つこと自体を目的とせず、自身の最も好ましい政策に近い政策を実現するための手段として選挙に勝とうとすると考えることも可能である。このようなモデルは、最初に示した Wittman (1973) にちなんで、ウィットマン・モデルと呼ばれる。そこでは、政策選好を有した政党間の競争を考慮しても、両党は依然として中位政策に収斂することが示されている。

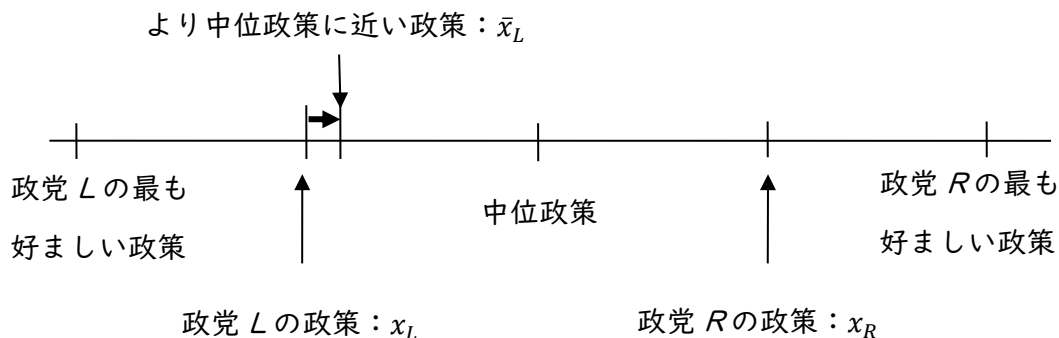


図 2 政策選好を有する政党

左派政党 L と右派政党 R の二大政党間の競争を考える。政党も単峰型選好を有しており、最も好ましい政策を有すると考える。右派政党は中位政策よりも右側に、左派政党は中位政策より左側に最も好ましい政策を有しているとしよう。左右対称である必要はない。このとき、政党はできるだけ自身の最も好む政策に近い政策が実現されることを望んでいる。ここで、両党の選択した政策が図 2 のように中位政策を挟んで左右対称に、しかし中位政策とは異なった位置 x_L , x_R にあったとする。両者の勝利確率は $1/2$ である。よって、確率 $1/2$ で左派政党 L が勝利し x_L が実行され、残りの確率 $1/2$ で右派政党 R が勝利し x_R が実行される。このとき、左派政党 L は、選択している政策を少し中位政策に近づけ、 \bar{x}_L とすることで勝利確率を 1 に改善できる。左派政党 L にとっては x_L の方が \bar{x}_L より好ましいのだが、その差は微小なものである。一方で、 \bar{x}_L を選択することにより、中位政策を挟んで逆側に存在している相手の政策 x_R は実行されず、確実に自身の最も好ましい政策に近い政策 \bar{x}_L を実行できる。従って、両者が異なった政策を選んでいる限り、各政党は他党より中位政策に近い政策を選択する。最終的に、両者は中位政策まで収斂するため、ホテリング＝ダウنزの中位投票者定理と同様の帰結が得られる。

政党が政策選好を有していたとしても、自身の最も好ましい政策に近い政策を実現させるためには選挙に勝利しなくてはならない。そのため、政党は勝利確率を高めるインセンティブを強く有することになり、中位政策まで収斂することになる。

4.4 中位政策に関する不確実性

ホテリング＝ダウنز・モデルでは、両党は中位政策の位置を知っていると仮定していた（仮定 5）。しかし、現実には、両党が投票者の政策選好を正確に把握しているとは考えら

れない。政党が中位政策の位置に関して不確実性を有すると考えた場合、両党間での政策上の差異を描くことができる。ただし、このような不確実性の導入は難易度が高いことから、ここでは簡単に直感的説明のみを示していく。

4.4.1 勝利することを目的とする政党

政党の目的が単に勝利のみにある場合、中位政策の位置に関する不確実性が存在したとしても、両党にとっては同一政策の選択が均衡となる。このことを示すために、中位政策の位置がある区間に連続で確率分布していると考ええる。つまり政党にとって、この区間の中のどこに実際の中位政策が位置するのかわからないとする。ただし、中位政策がどこに位置しているかに関する確率分布は知っているとしよう。例えば、「0 と 1 の間で一様分布している」などを知っているということである。

政党が、中位政策の位置など、投票者の政策選好に関する不確実性を有していると仮定するモデルを、**確率的投票モデル** (probabilistic voting model) と呼ぶ。政党は、投票者の投票行動を正確に予測することはできず、確率のみ知ることができるためである。

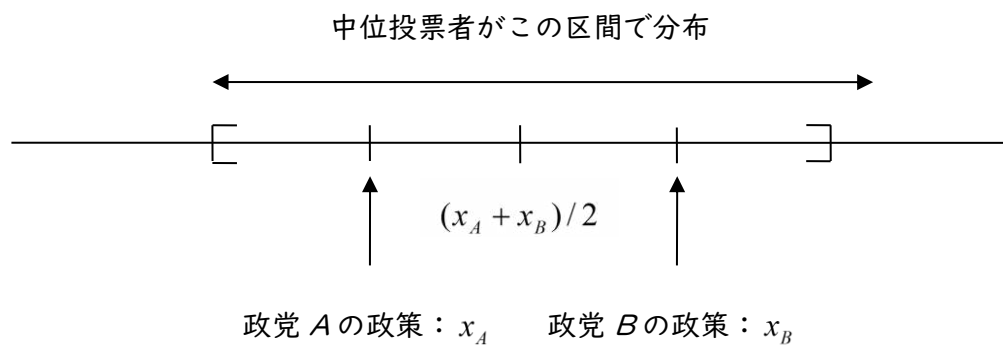


図 3 確率的投票モデルと勝利確率の最大化

図 3 にあるように両党の政策に差があると考えよう。このとき、両党の選択した政策の中間点 $(x_A + x_B)/2$ が境界点となり、実現した中位政策がこの値より政党 A の政策に近ければ政党 A が勝利し、遠ければ政党 B が勝利することになる。もし政党 A がより政党 B の政策に近づいたとすると、境界点は右に移動し、政党 A の期待勝利確率が改善する。従って、政党 A は政党 B に近づこうとする。このように、両者が互いに異なる政策を選ぶこ

とは均衡になりえず、均衡では同一政策を選択するというホテリング＝ダウنزの中位投票者定理に準ずる結果が成立する。

4.4.2 政策選好を有する政党

そこでさらに、政党が政策選好を有する場合を考えよう。つまり、仮定 5 だけではなく、仮定 4 も変更する。このとき、両党は同一の政策を選ばない。不確実性が存在しない場合、均衡において両者は中位政策を選んでいく。それは、相手よりほんの少しだけ中位政策に近づくことで、勝利確率を不連続的に 1 まで高められるからである。しかし、中位政策の位置が不確実な場合には、期待勝利確率は不連続関数ではなく連続関数となる。つまり、相手よりほんの少し中位政策に近づいても、勝利確率の上昇幅は微小にとどまる。逆に、中位政策に近づくことで、選択した政策が自身の好ましい政策から乖離するという不効用を受ける。つまり政党は、勝利確率の上昇と、選択した政策と望ましい政策との乖離幅の増大というトレードオフに直面する。そのため、中位政策までは収斂せずに、均衡において両者は中位政策を挟んで左右対称な異なる政策を選択することになる。

このように、政党が政策選好をもち、かつ中位政策の位置に関する不確実性が存在するとき、ホテリング＝ダウنزの中位投票者定理が成立しなくなり、両党の政策間に距離が生じることになる。



ここで議論した仮定以外の仮定を緩めていったとき、
結果はどう変わるんだろう？

練習問題

問題 4-1：多党間競争と中位投票者定理

3 政党が中位政策を選択するようなナッシュ均衡は、投票者の最も好ましい政策が一様分布以外の分布をしていた場合には存在する可能性がある。4.2 節の 3 政党間の競争モデル

を考えよう。ただし、 $2/3$ の投票者が政策 $1/2$ を最も好み、 $1/6$ の投票者が政策 $1/4$ を最も好み、そして残りの $1/6$ の投票者が政策 $3/4$ を最も好むとしよう。他の政策を最も好む投票者は存在しない。よって、中位政策は政策 $1/2$ である。このとき、3 政党すべてが中位政策 $1/2$ を選ぶことがナッシュ均衡であることを証明せよ。

問題 4-2：多党間競争と得票率最大化

4.2 節の 3 政党間の競争モデルで、政党 A が $1/3$ という政策を選び、政党 B と政党 C が政策 $2/3$ を選んでいる状態を考えよう。ここで、なぜ政党は勝利することだけを考えるのかという疑問が生じる。政党は勝利確率だけではなく、得票率も考慮しているだろう。得票率が高ければその後の政治的影響力は強くなるからだ。ここで、各政党は勝利確率の最大化ではなく、得票率の最大化を行うと考えよう。このとき、「政党 A が $1/3$ という政策を選び、政党 B と政党 C が政策 $2/3$ を選ぶ」ことがナッシュ均衡ではないことを証明せよ⁵。

参考文献

- Cox, Gary (1987) “Electoral Equilibrium under Alternative Voting Institutions,” *American Journal of Political Science* 31, pp. 82-108.
- Shepsle, Kenneth (1979) “Institutional Arrangements and Equilibrium in Multi-dimensional Voting Models”, *American Journal of Political Science* 23, pp. 27–59.
- Shepsle, Kenneth, and Barry R. Weingast (1981) “Structure-induced Equilibrium and Legislative Choice”, *Public Choice* 37, pp. 503–519.
- Wittman, Donald (1973) “Parties as Utility Maximizers,” *American Political Science Review* 67, pp. 490-498.

⁵ この点は、Cox (1987)が示している。