不完備情報ゲーム

2019年12月16日

ゲーム理論入門　第10回講義

荒木一法

情報の完備、不完備

- 完備情報(complete information)ゲーム
  - ゲームの構造がプレーヤー全員の共有知識(common knowledge)
- 不完備情報(incomplete information)ゲーム
  - ゲームの構造がプレーヤー全員の共有知識ではない

問題意識の確認

- 不完備情報ゲームをどう表現するか？

  ⇒　不完備情報ゲームを完備情報ゲームと同様に表現する方法がある。

- 不完備情報ゲームの均衡概念は？

  ⇒　ベイジアン均衡＆完全ベイジアン均衡

共有知識(Common Knowledge)

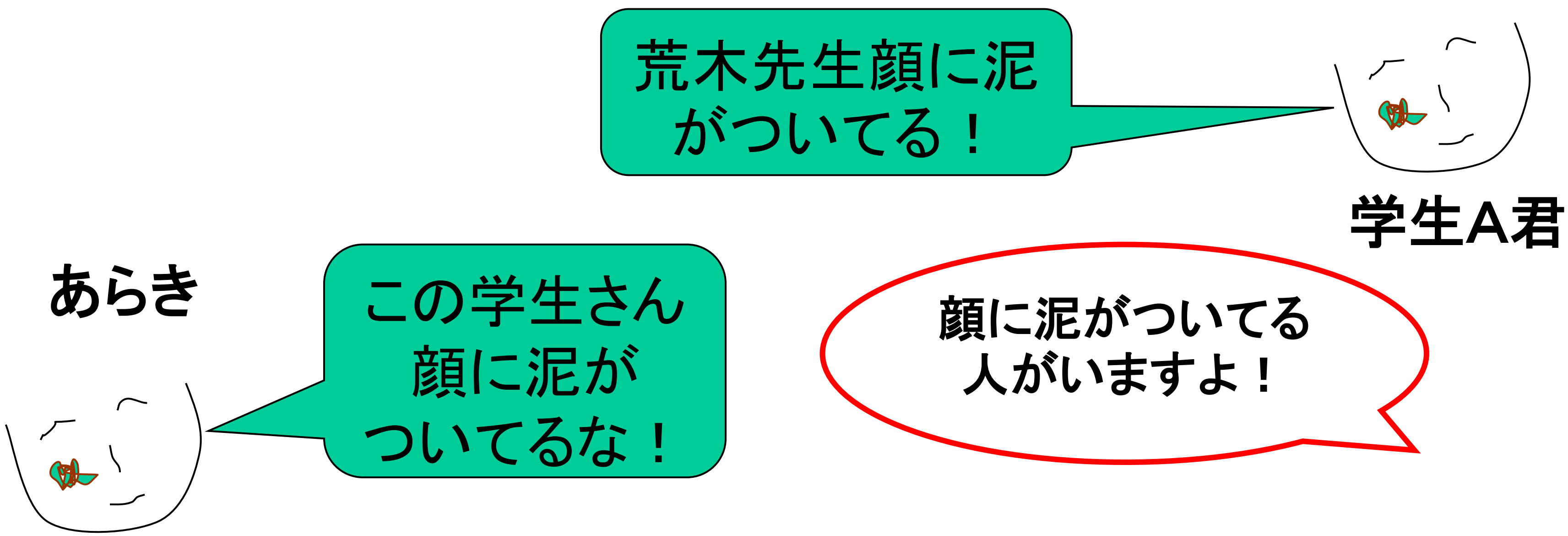
（おおまかにいえば）AもBが状況についての認識を共有しているだけでなく、認識を共有していることをともに知っている、認識を共有していることをともに知っていることを知っている．．．．

注意点

- 単に、各プレーヤーがある事実を知っているということとは異なる！
- そもそも「知っている」ということをどのようにモデル化するのか。

共有知識

このとき「顔に泥がついている人がいる」という情報は、荒木も学生もすでにもってたが、第3者の指摘によって、「泥がついている人がいる」という事実は共有知識になった！



顔に泥がついたひとが３人だったら？

ネイサンの逆売り

- 「ウォーターローの戦い」の結果を独自の情報網からいち早く入手したネイサン・ロスチャイルドが、イギリス国債のトレードから巨万の富を得たという「伝説」。
- Niall Fergusonによる説明
- ロスチャイルド・アーカイブの記載

https://www.rothschildarchive.org/contact/faqs/nathan_mayer_rothschild_and_waterloo

第８章　不確実な相手とのゲーム

1. 情報不完備ゲーム
2. プレイヤーの信念とベイズの定理
3. 完全ベイジアン均衡（点）
4. 逆選択とシグナリング
5. モラル・ハザード
6. オークションの収入同値定理

1. 情報不完備ゲーム

どちらのゲームなのか、女性は知っている。男性は、「女性がどちらであるか知っている」ことを知ってはいるが、実際にどちらであるかは知らない。女性は男性が…

男女の争い

男＼女	野球	バレエ
野球	1 2	0 0
バレエ	0 0	2 1

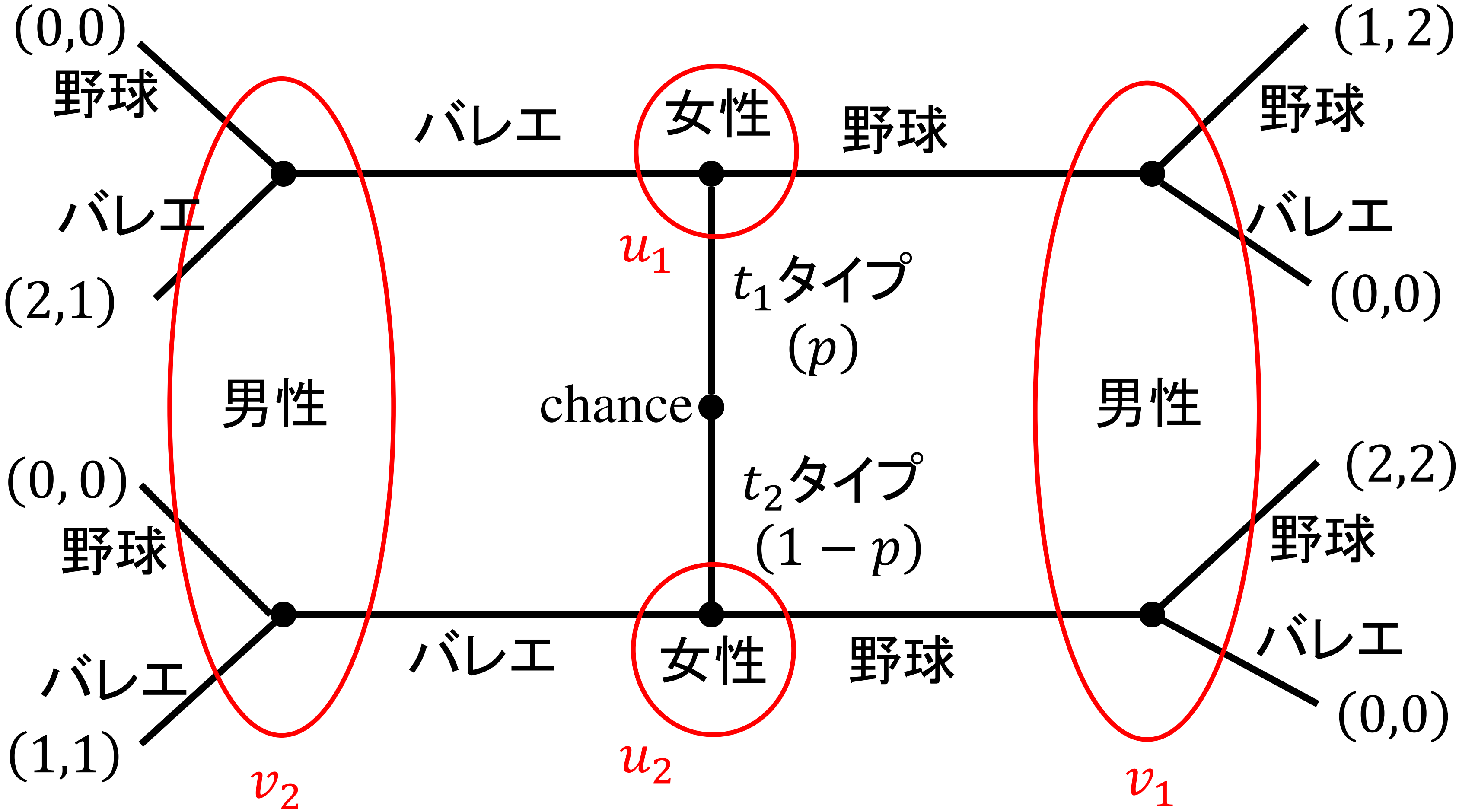
男女の争い：野球好きの女性

男＼女	野球	バレエ
野球	2 2	0 0
バレエ	0 0	1 1

「タイプ」という概念

- 女性はバレエ好きのタイプ1(t_1)と野球好きのタイプ2(t_2)が存在、一方、男性は野球好きのみ（タイプは一つ）存在する。男性は、女性のタイプに関して主観的な確率評価をもっており、t_1が確率p、t_2が確率$\overset{1-p}{\cancel{p-1}}$で存在すると評価している。このゲームの開始時点でのタイプに関する確率評価を事前予想(prior)と呼ぶ。
- 男女の争いの「レディ・ファースト」版は次のゲームの木で表すことができる。この木にあるchance（natureとされることも多い）という人為的なプレーヤーを導入することによって、不完備情報ゲームを「完備化」（完備情報ゲームとして扱うことが）できる。

ベイジアン･ゲーム



(0,0)
野球
バレエ
(2,1)
男性
v_2
(0, 0)
野球
バレエ
(1,1)
バレエ
女性
野球
u_1
t_1タイプ
(p)
chance
t_2タイプ
$(1-p)$
バレエ
女性
野球
u_2
男性
v_1
(1, 2)
野球
バレエ
(0,0)
(2,2)
野球
バレエ
(0,0)

ベイジアン均衡

全てのプレーヤーの全てのタイプが、他のプレーヤーの戦略に対する最適反応(自分の期待利得を最大化する)戦略をとっているとき、その戦略の組をベイジアン均衡と呼ぶ。一言でいえば、ベイジアン均衡は、ベイジアンゲームのナッシュ均衡。

２ プレイヤーの信念とベイズの定理

- 女性の（行動）戦略は、女性が意思決定を行う二つの情報集合u_1, u_2でそれぞれ野球を選択する確率の組$b_1 = (b_{11}, b_{12})$で表される。たとえば$b_1 = (0,1)$は、バレエ好きの女性は「バレエ」を野球好きの女性は「野球」を選択するという戦略。
- 男性の（行動）戦略は、男性がが意思決定を行う二つの情報集合v_1, v_2でそれぞれ野球を選択する確率の組$b_2 = (b_{21}, b_{22})$で表される。たとえば$b_2 = (1,0)$は、女性がバレエを選んだとき「バレエ」を野球を選んだとき「野球」を選択するという戦略。

事後予想と信念のアップデート

- 今考察しているゲームでは、男性は女性の「タイプ」は観察できないが、「行動」は観察できるので、行動を観察した結果、事前予想から事後予想にアップデートできる。
- 例えば、男性が女性がバレエを選んだ時には女性がバレエ好き、野球を選んだときは野球好きであると事後予想をもつことは、女性の行動戦略$b_1 = (0,1)$と整合的である。

行動戦略と整合的な信念

プレイヤーの行動戦略の組に対して、それらの戦略と整合的な信念は次の二つの性質を持つ。

性質１：情報集合が戦略によって到達可能なときは（均衡パス上では）、予想は“ベイズの定理”によってアップデートされる。

性質２：情報集合が戦略によって到達可能でないときは、どんな予想も整合的。

ベイズの定理

- 内容についてはは教科書の説明をよみ納得できなければ質問してください。
- この動画の説明を聞いて、自分はベイジアンアップデートができているかどうか、考えてみてください。

３　完全ベイジアン均衡

完全ベイジアン均衡は、ベイジアンゲームの部分ゲーム完全均衡に相当する均衡概念。完全ベイジアン均衡では、すべてのプレイヤーの行動戦略と信念の組について、次の二つの条件が成立する。

条件１:プレイヤーの信念は他のプレイヤーの行動戦略と整合的である。

条件２:プレイヤーの行動戦略は自らの信念のもとで他のプレイヤーの行動戦略に対して最適反応戦略となっている。

分離均衡

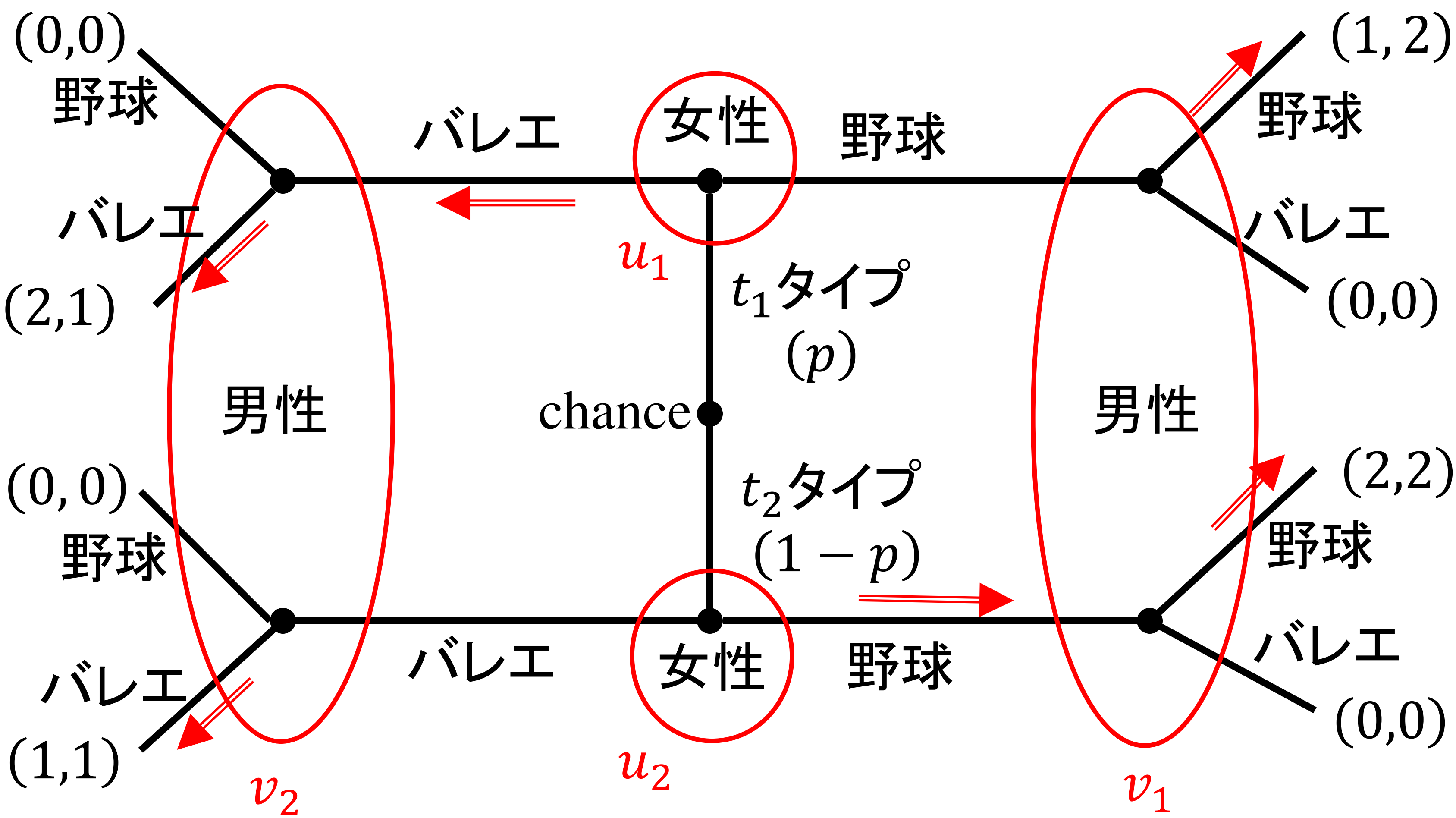
分離均衡(separating equilibrium)では、均衡において異なるタイプが異なる行動を選択する結果、タイプが顕示(reveal)される。

考察している「男女の争い」では、

- 女性の戦略： $b_1 = (0,1)$
- 男性の戦略： $b_2 = (1,0)$
- 男性の信念： 情報集合v_1では女性は確率1で野球好き、v_2では女性は確率でバレエ好き

は完全ベイジアン均衡が分離均衡となっている。

完全ベイジアン均衡


(0,0)
野球
バレエ
(2,1)
男性
(0, 0)
野球
バレエ
(1,1)
v_2
バレエ
女性
野球
u_1
t_1タイプ
(p)
chance
t_2タイプ
$(1-p)$
バレエ
女性
野球
u_2
(1, 2)
野球
バレエ
(0,0)
男性
(2,2)
野球
バレエ
(0,0)
v_1

一括均衡

一括均衡(pooling equilibrium)では、均衡において、異なるタイプが同じ行動を選択した結果、行動を観察してもタイプが判別できず、信念のアップデートができない。ベイジアン均衡としては次のような一括均衡が存在する。（完全ベイジアンではない！）

- 女性の戦略　$b_1 = (1,1)$
- 男性の戦略　$b_2 = (1,1)$
- 男性の信念　女性が野球を選択するとき、事前予想と同じ（信念はアップデートされない）、バレエを選択した場合は任意の信念

完全ではない！ベイジアン均衡