

進化ゲーム

2020年1月27日

「ゲーム理論入門」第14回講義

荒木一法

新しいアプローチの背景

- 「複数均衡の絞り込み」問題に関して、「部分ゲーム完全均衡」は、均衡外経路に関しても合理性を求めている。すなわち、ナッシュ均衡が求めるよりも強い合理性をプレイヤーが持つと想定することで、均衡を絞り込もうとする試みである。他にも、合理性を強めて均衡の数を減らす試みが繰り返された。その結果、多くの均衡概念の乱立してしまい、かならずしも理論の説明力向上につながらなかった。また、人間の選択行動に強い合理性を課すこと自体が問題視されるようになった。
- このような経緯から、**合理性を強めるのではなく、弱めることで均衡を絞り込もうとする動きが始まった。**

進化ゲーム理論

～その誕生と経済学への導入～

- 一方、1960年代から70年代にかけて経済学からゲーム理論を「輸入」した理論生物学の分野では、ゲーム理論を利用した画期的な研究がおこなわれ、その説明力に大きな注目が集まった。生物学では、「戦略的思考の結果としての合理性」を全く期待できない動物行動に理論が応用されていたため、合理性を弱めるモデルを模索していた経済学におけるゲーム理論研究に対し大きなヒントとなった。こうして、進化ゲーム理論が経済学に「逆輸入」されて、1980年代以降徐々に影響力を高めてきている。

経済学における進化ゲーム理論

- 経済学における進化ゲーム理論の応用研究は、次の二つのタイプに大別できる。
 - 生物学と同様に、人間の生物としての進化過程とモデル化し、人間行動への遺伝的影響を分析する研究
 - 「進化」をメタファーとして、人間の学習過程をモデル化し、人間行動を学習過程の結果として説明しようとする研究
- * 二つのタイプの研究は相補的關係！
(Nature or Nurture ではなく **Nature and Nurture**)

今日の講義の概要

- 進化的ゲーム理論の基本的なアイデアを説明し、伝統的なゲーム理論との違いを明らかにする。その過程で、生物学における応用研究で定式化された**進化安定戦略** (Evolutionary Stable Strategy)、レプレーケーター・ダイナミクス (Replicator Dynamics) が経済学においてどのように用いられてるかを説明する。

講義の流れ

(教科書とは異なる)

1. 進化ゲーム理論の前提
2. 進化ゲーム理論とは
3. 進化安定戦略
4. 進化ゲームの動学的モデル
～レプリケーター・ダイナミクスとその応用～

1. 進化ゲーム理論の前提

次の点で、これまで解説してきた理論の前提と大きくことなるので注意！

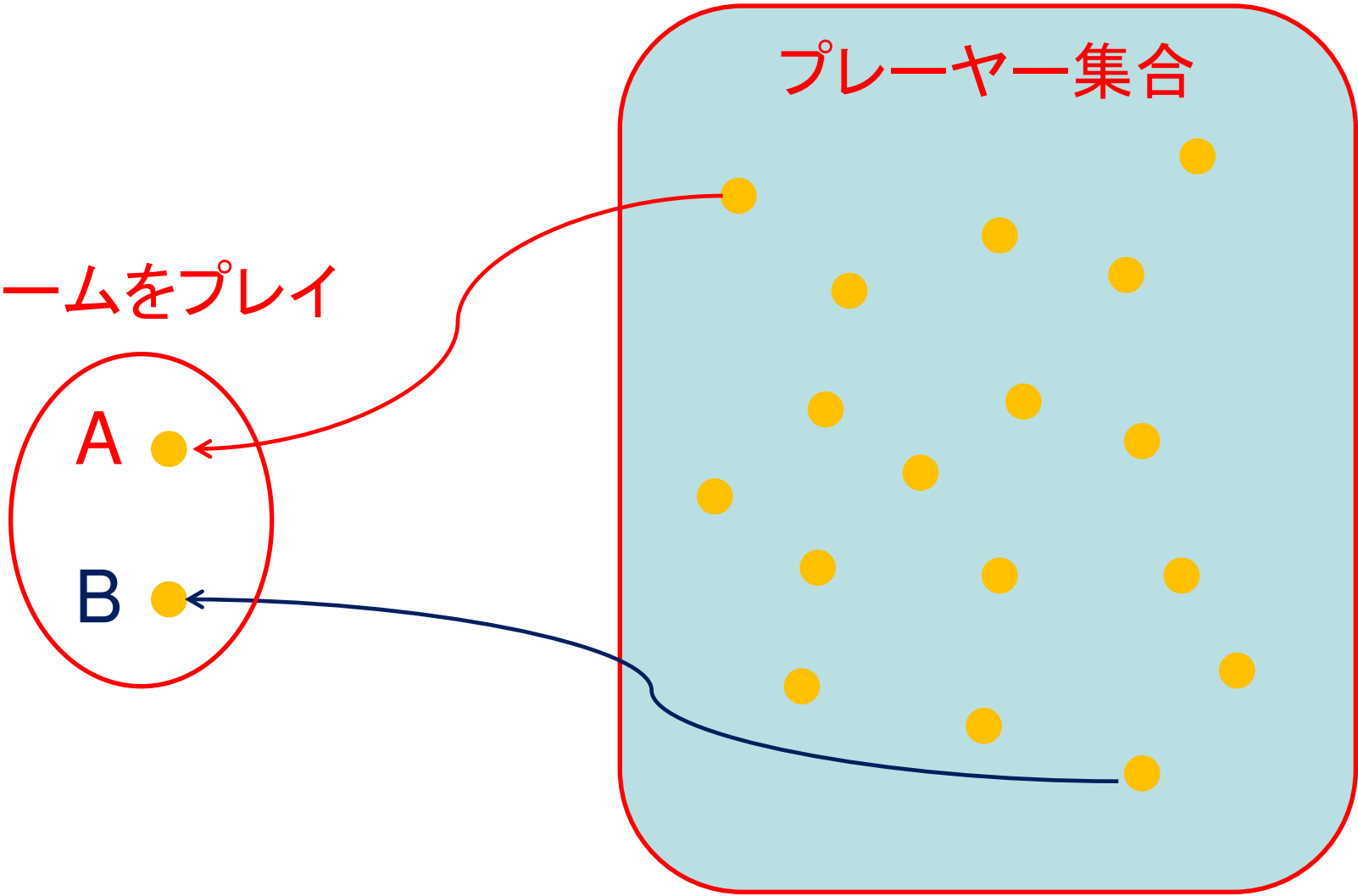
- プレーヤーは戦略的な思考の結果、行動を選択するのではなく、あらかじめ(遺伝的なし、文化的に)決められた行動をとる。
- ゲームは、大きな集団からランダムに選ばれた二人のプレーヤーによってプレイされる。
- 集団からのランダムなプレーヤー選択、選択されたプレーヤーによるゲームが繰り返される。

プレイヤー集合

ゲームをプレイ

A

B



2 進化ゲーム理論とは

- プレーヤーはそれぞれの行動様式が遺伝的に決定されていると仮定。
 - Hawkタイプ: アグレッシブな行動をとる
 - Doveタイプ: アグレッシブな行動をとらない
- 利得は適応度(fitness)をあらわす。
- 集団からランダムに選ばれたプレーヤーA,Bはいずれも自分がAなのか、Bなのか、を認識できない。(認識できる場合、自分の役割に応じて行動を変える可能性があるので分析が複雑になる。)

タカ・ハトゲーム(A)

A \ B	Hawk	Dove
Hawk	2 2 ナッシュ均衡 4	1
Dove	4 1	2 2

進化動学と均衡

- タカ・ハトゲーム(A)が繰り返され、相対的に適応度の高いタイプの比率が上昇し、低いタイプの比率が下落すると、最終的にどのような比率になるかを分析。
- プレーヤー集合の中でもタイプ比がどのような値でもhawkの利得(適応度)が高いため、常にhawkの比率が上昇(doveの比率が下落)する。結果としてhawkの比率が1になる。

⇒ナッシュ均衡

タカ・ハトゲーム(A)の進化動学



3. 進化安定戦略

タカ・ハトゲームにおいて、hawk比率が1である状態は、少数のミュータント(突然変異体 この場合はdove)がグループ内にあらわれても、多数派であるhawkに適応度でおとるため、ミュータントの比率は減少し最終的には元の状態(hawk比率1)に戻る。このようにミュータントの侵入に対して頑健な戦略を**進化的安定戦略**(ESS)と呼ぶ。

進化安定戦略の条件

Hawkの比率1である状態が進化的に安定であることは次の条件の成立で確認される。

Hawk比率1の状態に、ミュータント(dove)が十分に小さい比率 $\varepsilon > 0$ の割合で侵入した結果、hawk比率が $1 - \varepsilon$ に変化した状態において

hawkの平均利得 $>$ doveの平均利得

$$2(1 - \varepsilon) + 4\varepsilon > (1 - \varepsilon) + 2\varepsilon$$

この不等式はすべての $1 > \varepsilon > 0$ で成立する。

進化安定性の直観的理解



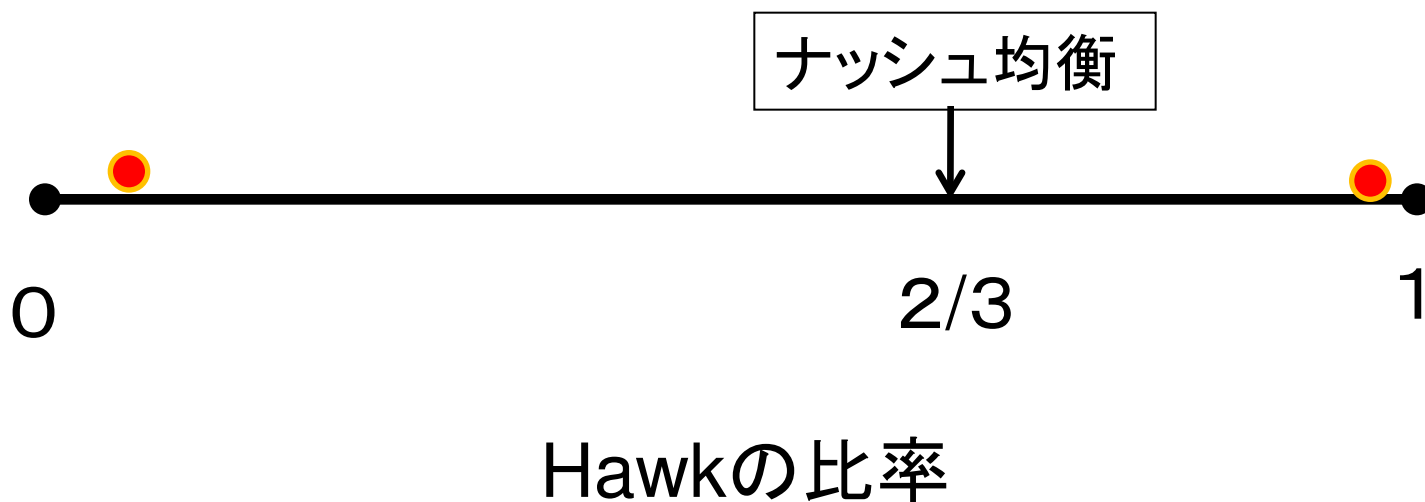
混合戦略型の進化安定戦略 タカ・ハトゲーム(B)

<div><div>A</div><div>B</div></div>		Hawk	Dove
		Hawk	Dove
Hawk	0	0	1
Dove	1	4	2

タカ・ハトゲーム(B)のナッシュ均衡

- 三つのナッシュ均衡が存在
 - ①AがHawk BがDove ②AがDove BがHawk
 - ③A,BともにHawkを $2/3$ 、Doveを $1/3$ の確率で選ぶ
- 混合戦略のみが進化的に安定(HawkとDoveが共存する状態が進化安定均衡となる！)
- 複数のナッシュ均衡が存在し、そのうちの1個のみがESSである場合、その均衡が実現する蓋然性が高い。ただし、ESSは常に存在するとは限らないし、複数存在することもある。

タカ・ハトゲーム(B)の進化動学



4. 進化ゲームの動学的モデル

タカ・ハトゲーム(A)(B)において、hawkとdoveの比率(あるいはhawkの構成比)が時間の経過とともに変化する過程を明示的に(数式で)モデル化したのが動学的モデル

- 利得を適応度(fitness)としてモデル化する生物学においては、動学的モデルとしてレプリケーター・ダイナミクスを用いる。
- レプリケーター・ダイナミクスは、経済学に応用できるか？
応用できるとすれば、どのような文脈において可能なのか？

レプリケーター・ダイナミクス

- 各タイプの構成比がレプリケーター・ダイナミクス (R.D.) に従って変化すると、各タイプの増減率は、その時点での構成比のもとでの全タイプの加重平均適応度と各タイプの適応度の差に比例する。
 - 平均適応度より高い(低い)適応度をもつタイプは増加(減少)する。各タイプの増減率は平均利得との差に比例するので、例えば、二つのタイプ(AとB)の利得と平均利得の差が2倍(Aの利得と平均の差がBの利得と平均の差の2倍)であれば(AはBの)2倍のスピードで増減する。

学習モデルとしてのR.D.

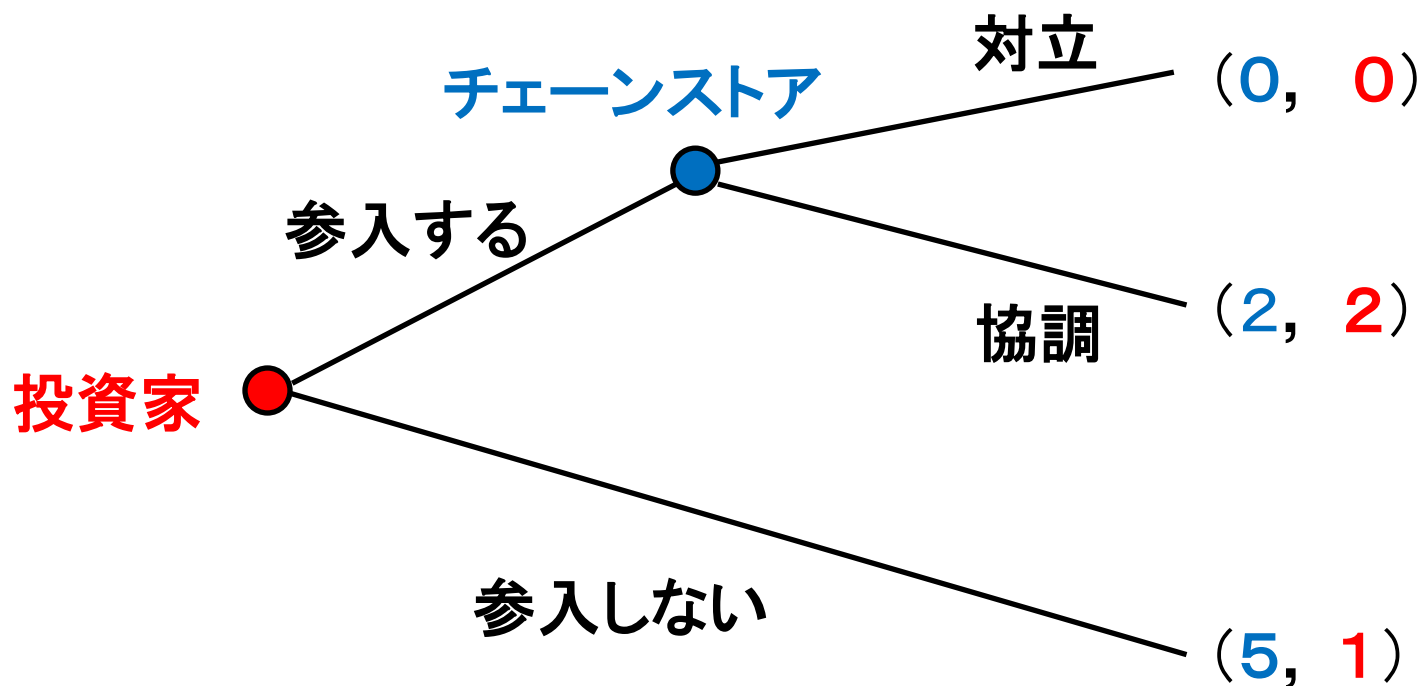
- 人間の学習過程もR.D.によって近似できる場合がある。例えば、各プレイヤーは通常は自分の戦略を決めているが、ときたま自分の周囲を見渡して、相対的に成功している(高い利得を得ている)戦略を模倣して戦略を変更するような「学習」をするとき、R.D.はそのような学習過程の良い近似となる。

R.D.の経済学への応用

(チェーンストア・パラドックスの場合)

- チェーンストア・ゲームにおける既存店の運営チェーン(I)と参入を検討しているチェーン(E)がそれぞれ次の二つのタイプから構成されていると仮定
 - ◆ I: 「阻止」(**F**)タイプと「共存」(**A**)タイプ (Fの比率を p)
 - ◆ E: 「参入する」(**G**)タイプと「参入しない」(**R**)タイプ (Gの比率を q)
- EおよびIの各タイプの構成比がR.D.に従うなら、当初の状態(初期条件)によって部分ゲーム完全均衡が実現することもあるれば、部分ゲーム完全ではないナッシュ均衡が実現することもある。

ゲームの木(展開形)による表現



チェーンストア・ゲームの戦略形

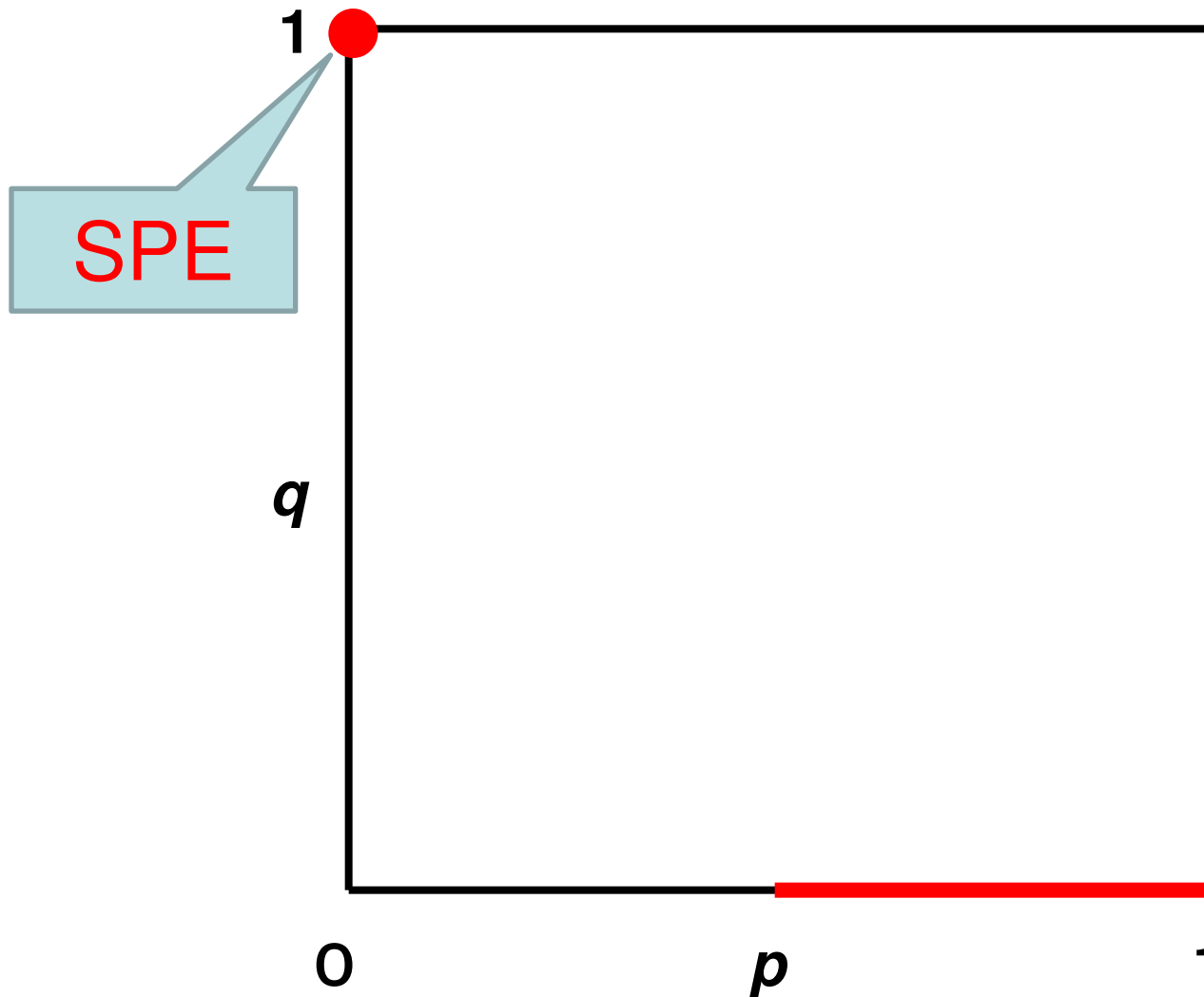
純粋戦略のナッシュ均衡

チェーン \ 投資家	参入 (q)	参入しない ($1-q$)
対立 (p)	0	0
協調 ($1-p$)	2	1

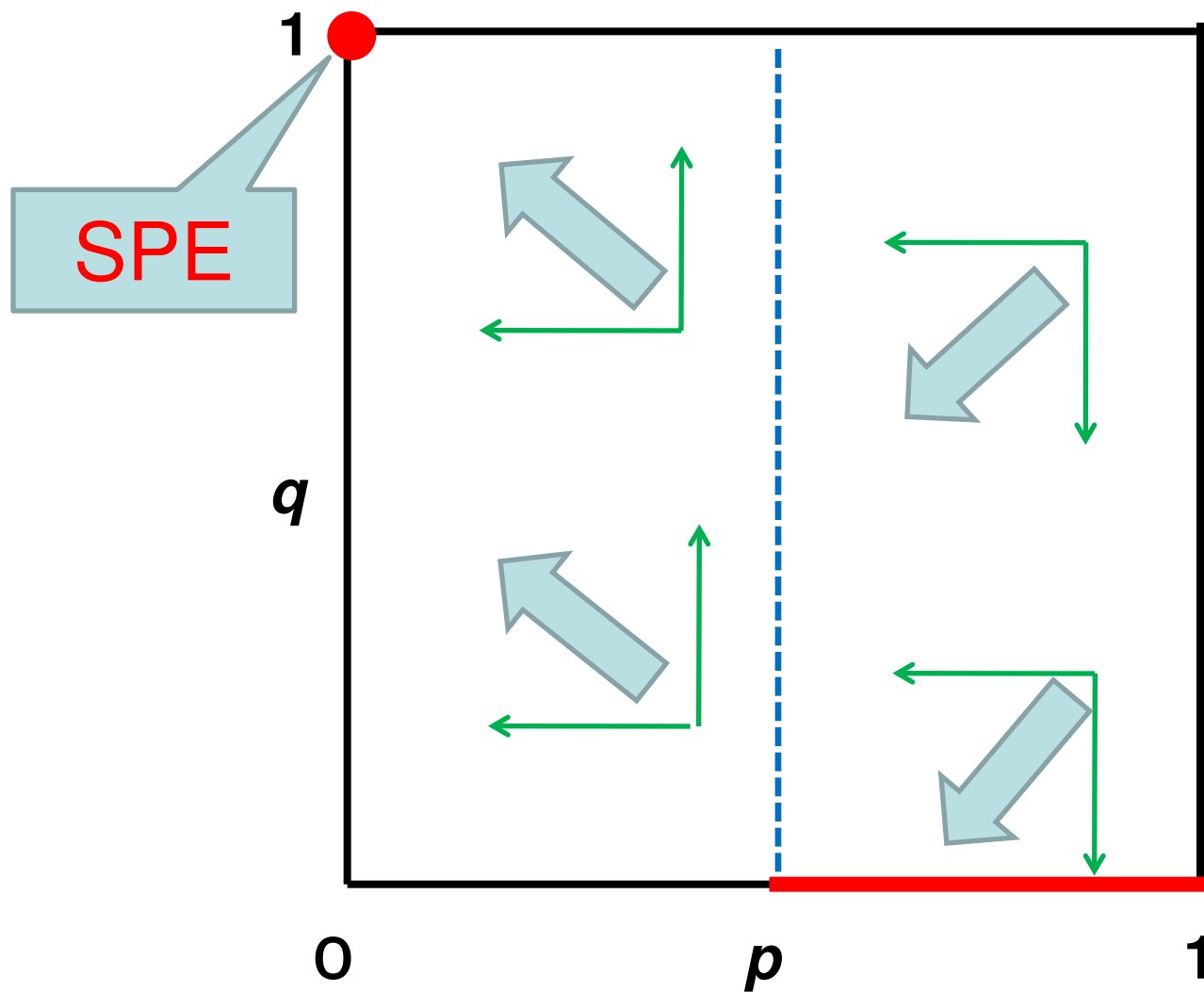
2つのタイプのナッシュ均衡

- チェーンストア・ゲームには二つのナッシュ均衡が存在
 - チェーンストアが「協力」を選び、投資家は「参入」を選ぶ均衡（＝部分ゲーム完全均衡）
 - チェーンストアが「対立」を $1/2$ 以上の確率 ($1/2 \leq p \leq 1$) で選び、投資家は「参入しない」
- これら二つの均衡は p - q 平面上で次のスライドのように表わされる。

2つのタイプのナッシュ均衡



レプリケーター・ダイナミクス



チェーンストア・パラドックス再考

