**Sub Spaces**

정의

: Vector Space X의 Sub Space Y는 2가지 조건을 만족해야 한다.

1. for any (closed under +)
2. for any  for any scalar c (closed under )

특징

1. Y가 X의 Sub Space일 때, 
2. v, w를 가진 Sub Space는 all linear combinations cv+dw를 포함해야만 한다.
3. X의 가장 작은 Sub Space는 {0}이다. Empty set이 아니다.
4. 가장 큰 Sub Space는 X 그 자체이다.

Sub Space가 아님을 증명하는 방법.

: Count Example을 보여주면 된다.

1. Sub Space의 조건 2가지중 하나라도 만족하지 않는 것을 보여주면 됨

Sub Space in 

: Diagonal matrix, Lower triangular matrix, Upper triangular matrix (D, L, U) 해당

**Column Space of A**

정의

: A의 Colum Space (notation: C(A))

: C(A)={all linear combinations of the columns of A}

**Span of Vectors**

정의

: V를 vector space, S를 set of vectors in V라고 할 때,



: SS는 set of all linear combinations of vectors in S

: SS는 subspace of V spanned by S (span of S)

특징

: Ax = b의 경우, S는 column vectors of A, SS는 C(A) : span of column vectors of A

**Null Space of A in Ax = 0**

Solving where  is  matrix

: If A is invertible, then x = 0 은 unique solution.

: If A is not invertible, then 많은 nonzero solution이 존재

정의

: A의 Null Space (notation N(A))

1. N(A), set of all solutions to 
2. N(A), vector space
3. N(A), Sub Space of  (cf. C(A) : subspace of )

**Free/Pivot Variable**

정의

: Free variable : column without pivot

: Pivot variable : column with pivot

**Reduced Row Echelon Form**

구하는 방법

1. Produce zeros below the pivots, by eliminating downward.
2. Produce zeros above the pivots, by eliminating upward.
3. Produce one in the pivots, by dividing the whole row by its pivot.

**SOLVING Ax = 0 by Elimination**

구하는 방법

: where A : mxn matrix (rectangular)

1. Forward elimination from A to a U or R = rref(A)
2. Back substitution in Ux = 0 or Rx = 0 to find x

: m < n 이고 column이 no pivot을 가지고있지 않을 때는 다음 컬럼으로 간다.

특징

: N(A) = N(U) = N(R) = N(rref(A))

: If N(A) = Z = { 0 }, Columns of A are independent, All columns have pivots, No columns are free