IGSFF LOGO TODO

Grünewaldstraße 12a - 38104 Braunschweig - T. 470 5850

Seminarfach:

Facharbeit des Schülers *Jakob Rzeppa*
mit dem Thema:

Numerisches finden von Nullstellen - Implementierung in Java

Inhaltsverzeichnis

Teil I

Einleitung

0.1 Problemstellung

1 Newton-Horner-Methode

1.1 Herleitung und Funktionsweise

1.1.1 Verfahren

1.1.2 Endbedingungen

1.1.3 Startpunkte

1.2 Beweis

1.3 Probleme

1.4 Implementierung

2 Durand-Kerner-Methode

Die Weierstraß-(Durand-Kerner)-Methode ist ein iteratives Verfahren, zur numerischen Bestimmung aller Nullstellen einer Polynomfunktion. Sie wurde zwischen 1859 und 1891 von Karl Weierstrass, als Teil seines Beweises zum Fundamentalsatz der Algebra, entwickelt. E. Durand und Immo Kerner überführten dieses Verfahren in einen Computeralgorythums.

2.1 Herleitung und Funktionsweise

Die Durand-Kerner-Methode kann Nullstellen von univariaten Polynomfunktionen der Form $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1x + a_0$ mit Grad $n > 2$ und Koeffizient $a_n = 1$ numerisch approximieren. Dabei werden sich die Eigenschaften einer Polynomfunktion zugunste gemacht.

2.1.1 Difinition

Sei $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1x + a_0$ ein univariates Polynom mit komplexen Koeffizienten und führenden Koeffizienten $a_n = 1$. Nach dem Fundermentalsatz der Algebra hat $f(x)$ genau n Nullstellen $\xi_n; \xi_{n-1}; ...; \xi_1 \in C$ hat und in Linearfaktoren zerlegt werden kann. Daraus folgt, dass $f(x) = (x - \xi_n)(x - \xi_{n-1})...(x - \xi_1)$

2.2 Beispiel

In dem nächsten Abschnitt wird die Durand-Kerner-Methode auf eine Polynomfunktion vierten Grades angewand.

Sei $f(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = (x - r)(x - s)(x - t)(x - u)$ und die Nullstellen $r; s; t; u \in C$ sind gesucht.
Jetzt kann in die zuvor gezeigte Formel, für die Durand-Kerner-Methode, eingesetzt werden:

$$r_{n+1} = r_n - \frac{f(r_n)}{(r_n - s_n)(r_n - t_n)(r_n - u_n)}$$

$$s_{n+1} = r_n - \frac{f(s_n)}{(s_n - r_n)(s_n - t_n)(s_n - u_n)}$$

$$t_{n+1} = r_n - \frac{f(t_n)}{(t_n - r_n)(t_n - s_n)(t_n - u_n)}$$

$$u_{n+1} = r_n - \frac{f(u_n)}{(u_n - r_n)(u_n - s_n)(u_n - t_n)}$$

Nun setzen wir für r_0

Iteration	r	s	t	u
1	0.82-0.5i	-2.12+0.29i	-2.58-2.38i	-0.12+2.59i
2				

2.2.1 Endbedingungen

2.2.2 Startpunkte

2.3 Beweis

2.4 Probleme

2.5 Implementierung

3 Vergleich und Anwendung

4 Fazit

5 Code