1.3

i) $r \neq 0,\ s \neq 0:\quad \dfrac{3r^2 s}{\frac{9r}{s^2}} = \dfrac{3r^2 s^3}{9r} = \dfrac{rs^3}{3}$

ii) $x, y, z \neq 0:\quad \dfrac{\frac{xy^2}{x^2 z}}{\frac{y^3}{x}} = \dfrac{x^2 y^2}{x^2 y z^2} = \dfrac{y}{z^2}$

iii) für: $c \neq 0,\ 3a \neq 4b$: $\dfrac{12c(9a^2 - 16b^2)}{6c^2(9a^2 - 24ab + 16b^2)} = \dfrac{2(3a+4b)}{c(3a-4b)}$

iv) $\dfrac{2y}{3z+6} - \dfrac{1-y}{z+2} + \dfrac{3x-2xy}{3xz+6x} = \dfrac{2xy-(1-y)3x+3x-2xy}{3x(z+2)} = \dfrac{3xy}{3x(z+2)} = \dfrac{y}{z+2}$

für $x \neq 0,\ z \neq -2$.

1.4 a) $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad+bc}{bd} \overset{!}{=} \dfrac{a+c}{b+d}$ ~~gilt für b = d = 2, a = -c~~ gilt (*) nicht.

b) $\dfrac{\frac{a}{b}}{c} = \dfrac{a}{\frac{b}{c}}$ gilt für $a = b = c = 1$.

c) $\dfrac{2}{1-a} = \dfrac{1}{c-a}$ gilt für $a = 3,\ c = 2$

(*) Begr für a): gleiche Zähler: $ad + bc = a + c \overset{a \neq 0}{\iff} d = 1 + \dfrac{c(1-b)}{a}$

gleiche Nenner: $b + d = b \cdot d$ für d einsetzen

$$\cancel{b} + 1 + \frac{c(1-b)}{a} = \cancel{b} + \frac{cb(1-b)}{a} \quad | \cdot a$$

$$a = -c(1-b) + cb(1-b)$$

$$\iff a = c(1-b)(b-1)$$

somit $a = 0$ für $b = \pm 1$ oder $a < 0$.

1.5 a) i) $= 154$

ii) $= \begin{cases} 0 & \text{für } n \text{ gerade} \\ -1 & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$

iii) $= 19400$

b) i) $\sum_{k=1}^{n} (a_k + c) = \left(\sum_{k=1}^{n} a_k\right) + n \cdot c$

ii) korrekt, wegen Kommutativität

c) i) $\prod_{i=1}^{10} 5^i = 5 \cdot 5^2 \cdot \ldots \cdot 5^{10} = 5^{(1+\ldots+10)} = 5^{\frac{10 \cdot 11}{2}} = 5^{55}$

ii) $\prod_{j=1}^{n} 5^j \prod_{k=1}^{n-1} 10^{-k} = \dfrac{5}{10} \cdot \dfrac{5^2}{10^2} \cdot \ldots \cdot \dfrac{5^{n-1}}{10^{n-1}} \cdot 5^n = \dfrac{5^n}{2 \cdot 2^2 \cdot \ldots \cdot 2^{n-1}} =$

$= \dfrac{5^n}{2^{1+2+\ldots+(n-1)}} = \dfrac{5^n}{2^{\frac{n(n-1)}{2}}} = \left(\dfrac{5}{2^{\frac{n-1}{2}}}\right)^n$