

Übungszettel 6 — bis 27.09.2017

Beispiel 6.1 (Ungleichungen)

Berechne alle reellen Lösungen der folgenden Ungleichungen:

i) $2(x+2)(x-1) \geq x^2 + 3$

ii) $\frac{|2x+3|}{4} - |x^2-4| < |x-1|$

iii) $\frac{2x^2-2x-12}{x^2-9} > \frac{2x+6}{x^2+6x+9} - \frac{3x}{x-3}$

Beispiel 6.2 (Relationen)

Finde Relationen über \mathbb{N} mit folgenden Eigenschaften:

i) reflexiv, symmetrisch, nicht transitiv

ii) reflexiv, symmetrisch, transitiv

iii) reflexiv, nicht symmetrisch, transitiv

iv) nicht reflexiv, symmetrisch, transitiv

v) nicht reflexiv, nicht symmetrisch, nicht transitiv

Beispiel 6.3 (Funktionen I)

Seien f, g, h Funktionen.

$$f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -x + 2 \end{cases} \quad g : \begin{cases} \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto -(x-2)^2 - 1 \end{cases} \quad h : \begin{cases} \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{1}{x-2} \end{cases}$$

Skizziere die Graphen $G(f)$, $G(g)$, $G(h)$ und untersuche sie auf Beschränktheit und Monotonie.

Wie du mittlerweile gemerkt hast, ist das Plotten von Funktionsgraphen sehr informativ. Es ist im Studium sehr hilfreich, Funktionsgraphen skizziert zu haben, um Aussagen über Eigenschaften zu treffen. Daher empfehle ich dir, einen guten digitalen Plotter zu finden (anfangs tun es online Plotter, mit der Zeit solltest du dich mit Programmen wie Matlab, GeoGebra, Mathematica, Sage, ... anfreunden).

Beispiel 6.4 (Funktionen II)

Untersuche die Funktionen aus Bsp 6.3 auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität. (*Keine Angst, diese sind um vieles einfacher als das Beispiel aus der VO.*)

Wie kannst du die Definitions- und Wertemengen einschränken, sodass f, g, h bijektiv werden (kein Beweis notwendig).

Beispiel 6.5 (Funktionen III)

Das Maximum einer Menge M ist als der größte Wert, der in der Menge enthalten ist, definiert.

$$m = \max(M) :\Leftrightarrow (\forall x \in M) : x \leq m$$

Die „Gauß’sche Treppenfunktion“ ist folgendermaßen definiert:

$$\lfloor \cdot \rfloor : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z} \\ x \mapsto \lfloor x \rfloor \end{cases}$$
$$\lfloor x \rfloor := \max\{k \in \mathbb{Z} | k \leq x\}$$

Skizziere den Graphen der Funktion.

Zusatz: Untersuche die Funktion auf Beschränktheit, Monotonie, Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.