

Übungszettel 2 — bis 21.09.2017

Um dich auf die mathematische Schreibweise einzustellen, werden die Übungsaufgaben auch so formuliert sein, wie du sie in deinem Studium gestellt bekommen könntest. Lass dich nicht davon abschrecken wenn du dir am Anfang schwer tust, sie zu verstehen!

Beispiel 1.1 (Beweis durch Widerspruch)

Weweise durch Widerspruch, dass jede durch 4 teilbare natürliche Zahl durch 2 teilbar ist.

Beispiel 1.2 (Termrechnen I)

Fasse die folgenden Ausdrücke soweit wie möglich zusammen und gib, wenn nötig, Einschränkungen an die Variablen. (Dies sind jene Beispiele, die in der LV aus Zeitgründen nicht behandelt wurden.)

$$\text{i) } \frac{a^2 + 7ab + 4b^2}{3a + 6b} - \frac{ab}{a + 2b}$$

$$\text{ii) } \frac{2x - 7y}{5y^2 + 6z} : \frac{6x - 21y}{25y^2z + 30z^2}$$

$$\text{iii) } \frac{\frac{a}{a+1} - \frac{b}{b+1}}{\frac{a-b}{a+b}}$$

$$\text{iv) } (4(x^2y^2))^3 - ((2xy)^3 - x^2)^2$$

$$\text{v) } \frac{a^2 - 4b^2}{\sqrt[3]{a^9} - b \cdot \sqrt{16a^2b^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^3}}$$

Beispiel 1.3 (Termrechnen II)

Fasse die folgenden Ausdrücke soweit wie möglich zusammen und gib, wenn nötig, Einschränkungen an die Variablen.

$$\text{i) } \frac{3r^2s}{9r} \cdot \frac{1}{s^2}$$

$$\text{ii) } \frac{\frac{xy^2}{x^2z}}{\frac{yz}{x}}$$

$$\text{iii) } \frac{108a^2c - 192b^2c}{54a^2c^2 - 144abc^2 + 96b^2c^2}$$

$$\text{iv) } \frac{2y}{3z+6} - \frac{1-y}{z+2} + \frac{3x-2xy}{3xz+6x}$$

Beispiel 1.4

Gibt es positive Zahlen a, b, c, d , sodass gilt

$$\text{a) } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{\frac{b}{c}}$$

$$\text{c) } \frac{2}{1-a} = \frac{1}{c-a}$$

Beispiel 1.5

a) Berechne:

i) $\sum_{i=2}^5 (3i^2 - 2)$

ii) $\sum_{j=1}^n (-1)^j$
Hier ist eine Unterscheidung von n hilfreich!

iii) $\sum_{k=1}^{100} (k^2 - 4 - (k - 2)^2)$
*Hier hilft die **gaußsche Summenformel**. Diese findest du auf Wikipedia.*

b) Gelten die folgenden Rechenregeln? Wenn nein, dann stelle richtig!

i) $\sum_{k=1}^n (a_k + c) = \left(\sum_{k=1}^n a_k \right) + c$

ii) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \left(\sum_{k=1}^n a_k \right) + \left(\sum_{k=1}^n b_k \right)$

c) Vereinfache:

i) $\prod_{i=1}^{10} 5^i$

ii) $\prod_{j=1}^n 5^j \prod_{k=1}^{n-1} 10^{-k}$