

# IN2010 uke 6

Jakob Hansen

7. oktober 2020

# Ting vi kan snakke om i dag

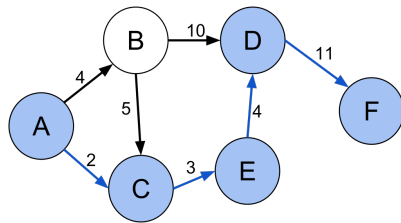
- ▶ Repetisjon
- ▶ Korteste sti
  - ▶ Dijkstra
  - ▶ Bellman-Ford
- ▶ Minimale spenntrær
  - ▶ Prims
  - ▶ Kruskals
  - ▶ Boruvka

# Kort recap om grafer

- ▶ Grafer er bare noder og kanter! ( $\{V\}$ ,  $\{E\}$ )
- ▶ Rettet, urettet
- ▶ Vektet, uvektet
- ▶ Komponenter, sammenhengende

# Shortest path

- Veldig kjent problem innen grafteori.
- Finne stien mellom 2 noder med minimal vekt.



# Dijkstra

- ▶ Kanskje den mest kjente grafalgoritmen
- ▶ Grådig algoritme -> Fungerer ikke alltid, men rask!
- ▶ Bruker en prioritetskø til å avgjøre korteste sti fra en node til alle andre noder.

# Pseudokode og kompleksitet

---

## Algorithm 1: Dijkstras algoritme

---

```
1 Procedure Dijkstra( $G, s$ )
2   initialize  $Q$  as empty heap
3   for each vertex  $u$  in  $G$  do
4      $D[u] = \infty$ 
5      $Q.add(u, D[u])$ 
6    $D[s] = 0$ 
7   while  $Q$  not empty do
8      $v = Q.removeMin()$ 
9     for edge  $(v, t)$  in  $G$  do
10      if  $D[v] + w((v, t)) < D[t]$  then
11         $D[t] = D[v] + w(v, t)$ 
12        change value of  $t$  in  $Q$  to  $D[t]$ 
13  return  $D$ 
```

---

# Bellman-Ford

- ▶ Enklere algoritme, som fungerer på negative vekter!
- ▶ Treigere :(

---

## Algorithm 2: Bellman-Ford algoritme

---

```
1  Procedure BellmanFord( $G, s$ )
2      for each vertex  $u$  in  $G$  do
3           $D[u] = \infty$ 
4       $D[s] = 0$ 
5      for  $i$  from 1 to  $|V| - 1$  do
6          for edge  $(u, v)$  in  $G$  do
7              if  $D[u] + w((u, v)) < D[v]$  then
8                   $D[v] = D[u] + w(u, v)$ 
9      for edge  $(u, v)$  in  $G$  do
10         if  $D[u] + w((u, v)) < D[v]$  then
11             return " $G$  has a negative cycle"
12     return  $D$ 
```

---

# Minimale spenntreer

- ▶ Spenntre  $\rightarrow$  Minst antall kanter som fortsatt er en sammenhengende graf
- ▶ Minimalt spenntre  $\rightarrow$  Spenntreet med minst sum av vektete kanter
- ▶ Vi skal se på 3 algoritmer, alle kjører i  $O(|E| \cdot \log(|V|))$



# Prims

- ▶ Likner ganske på Dijkstra!
- ▶ Ta den minste kanten som forbinder en ny node til spenntreet, til vi er ferdig

# Kruskals

- ▶ Bygger mange spennskoger" og setter de sammen, helt til det bare er et spennetre
- ▶ Legger til den minste kanten hver gang

# Boruvka

- ▶ Likner på Kruskals, bedre egnet for parallellisering
- ▶ Kombinerer komponenter helt til det bare er 1.
- ▶ Hver komponent velger den minste utgående kanten i hver iterasjon.