Mathematica Lab vaje

Lab 1

Fourierova transformacija

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{i\omega t}\, dt$$ **Fourierova transformacija**

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, e^{-i\omega t}\, d\omega$$ inverzna formula

$$F_s(\omega) = \int_{0}^{\infty} f(t) \sin(\omega t)\, dt$$ sinusna Fourierova transformacija

$$F_c(\omega) = \int_{0}^{\infty} f(t) \cos(\omega t)\, dt$$ kosinusna Fourierova transformacija

```
Piecewise[{{E^(-t/7) Sin[10 t], t >= 0}, {0, t < 0}}]
```

```
Integrate[f[t] * E^(I w t), {t, -Infinity, Infinity}]
```

```
 FourierTransform[f[t], t, w, FourierParameters -> {1, 1}]
```

```
FourierCosTransform[f, t, w, FourierParameters -> {1, 1}]
```

```
InverseFourierTransform[F, w, 0.5, FourierParameters -> {1, 1}]
```

```
f[t_ ] := UnitStep[t - 3] - UnitStep[t - 5]
```

```
(*ukaz convolve deluje za fourieriovi konvoluciji pri Laplacu pa ne \
bo delala*)
Convolve[f[u], g[u], u, 4.5]
```

```
LogLogPlot[Abs[F], {w, 0.1 , 100}]
```

Lab 2

Laplaceova transformacija

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)\, e^{-st}\, dt,\ s > 0$$

Po definiciji:

```
f = t^2
Integrate[f E^(-s t), {t, 0, \[Infinity]}, Assumptions -> s > 0]
```

```
LaplaceTransform[f, t, s]
```

```
InverseLaplaceTransform[%, s, t]
```

velja Velja $\Gamma(x)(x+1) = x\Gamma(x)$
I

```
Gamma[n + 1]
```

```
FullSimplify[Gamma[n + 1],
 Assumptions -> n \[Element] Integers && n > 0]
```

Transformacija periodične funkcije s periodo T, $f(t+T) = f(t)$:

$$F(s) = \frac{1}{1-e^{-sT}} \int_0^T e^{-st} f(t)\, dt$$

```
(1/(1 - Exp[-s*T]))*Integrate[Exp[-s*t]*f[t], {t, 0, T}]  // Simplify
```

```
Residue[F E^(s t), {s, -I}] +
  Residue[F E^(s t), {s, I}] // ComplexExpand
```

```
(*Convolve pri Laplaceovi transformaciji ni uporaben*)
Integrate[Sin[u] Sin[t - u], {u, 0, t}]
```

Transformiranka periodične funkcije $f(t)$ s periodo T, torej $f(t+T) = f(t)$, je:

$$F(s) = \frac{1}{1-e^{-sT}} \int_0^T e^{-st} f(t)\, dt$$

Ne rabimo integrirat od 0 do neskončno ampak
če je ta funkcija periodična lahko samo do periode T

```
(* a) 1. način: Definicija ene periode. Laplaceova transformacija z \
uporabo posebne formule za periodične funkcije. *)
Clear[f, t];
f = Piecewise[{{t, 0 <= t <= 1}, {2 - t, 1 < t < 2}}];
Plot[f, {t, 0, 2}]
T = 2;
F = 1/(1 - E^(-s T)) Integrate[f E^(-s t), {t, 0, T}]
FullSimplify[F]
```

Reševanje diferencialnih enačb z Laplaceovo transformacijo. gre v treh korakih

1. Originalno enačbo transformiramo
2. Rešimo transformirano enačbo
3. poiščemo inverzno transformacijo rešitve.

Diferencialne enačbe:

```
(*Prvi korak*)
LaplaceTransform[y'''[t] - 2 y''[t] + y'[t] == 4, t, s] /.
     LaplaceTransform[y[t], t, s] -> Y[s] /. y[0] -> -2 /.
   y'[0] -> 2 /. y''[0] -> 1 // Simplify
(*Drugi korak*)
Y[s] /. Flatten[Solve[%, Y[s]]]
(*Tretji korak*)
InverseLaplaceTransform[%, s, t]
```

Sistem diferencialnih enačb:

```
LaplaceTransform[{x'[t] == y[t] - z[t], y'[t] == x[t] + z[t],
   z'[t] == y[t] - x[t]}, t, s] /. {x[0] -> 1, y[0] -> 0, z[0] -> -1}
Solve[%, {LaplaceTransform[x[t], t, s], LaplaceTransform[y[t], t, s],
  LaplaceTransform[z[t], t, s]}]
InverseLaplaceTransform[%, s, t] // Flatten
```

Poišči funkcijo x(t) , ki reši integralsko enačbo:

```
LaplaceTransform[
 x[t] == 1 + 1/2 Integrate[Sin[2 (t - u)] x[u], {u, 0, t}], t, s]
Solve[%, LaplaceTransform[x[t], t, s] ]
InverseLaplaceTransform[%, s, t] // Flatten
```

Lab 3

Legendrovi polinomi $P_n(x)$

Legendrova diferencialna enačba :
$(x^2 - 1)\, y'' + 2\, xy' - n(n+1)\, y = 0$

Ortogonalni polinom:

```
p = x^3 + a x^2 + b x + c;
Solve[Table[Integrate[x p x^n, {x, 1, 3}] == 0 , {n, 0, 2}], {a, b,
   c}] // Flatten
p /. % /. x -> 3 // N
```

```
Sum[Integrate[f LegendreP[n, x], {x, -1, 1}]/
   Integrate[LegendreP[n, x]^2, {x, -1, 1}], {n, 0, M}] // N
```

Gama in Beta funcije

```
Gamma[x]
Beta[x, y]
```