

# 4.1 Stakke og køer - lister noter CLRS 10

---

- Datastrukturer
- Stakke og køer
- Hægtede lister

Disse noter er stærkt inspireret af noter af Philip Bille og Inge Li Gørtz til kurset Algoritmer og Datastrukturer, på DTU,  
<http://www2.compute.dtu.dk/courses/02105+02326/2015/#generelinfo>

# Introduktion til datastrukturer

---

- Datastrukturer
- Stakke og køer
- Hægtede lister

# Datastrukturer

---

- **Datastruktur.** Metode til at organisere data så det kan søges i/tilgås/manipuleres effektivt.
- **Mål.** Hurtig og kompakt
- **Terminologi.** **Dynamisk** vs. **statisk** datastruktur.

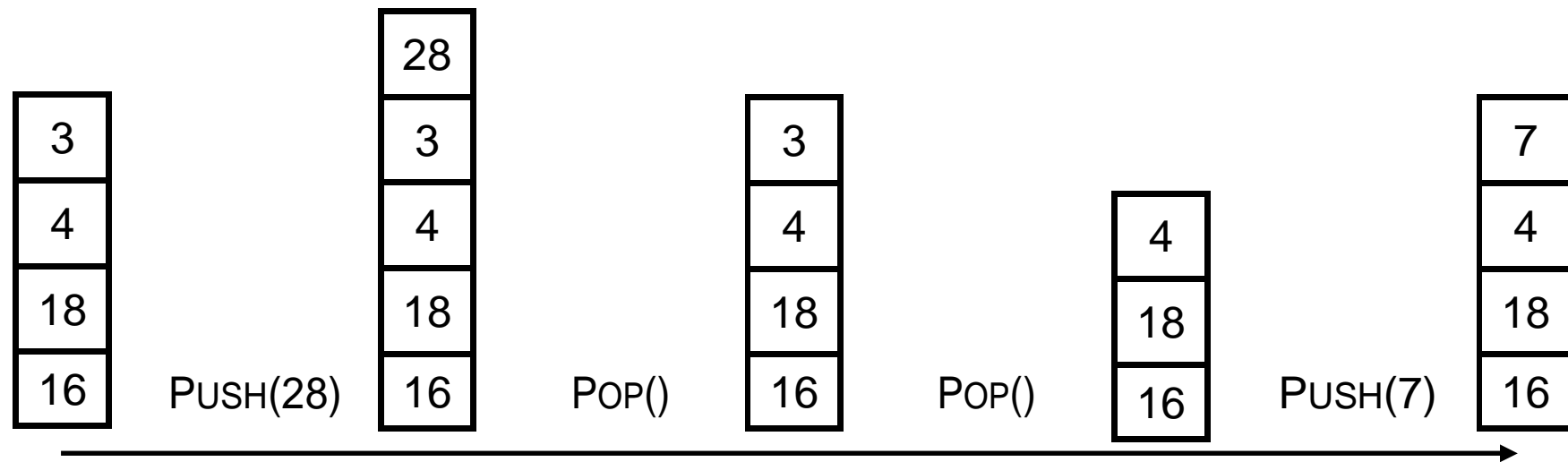
# Introduktion til datastrukturer

---

- Datastrukturer
- Stakke og køer
- Hægtede lister

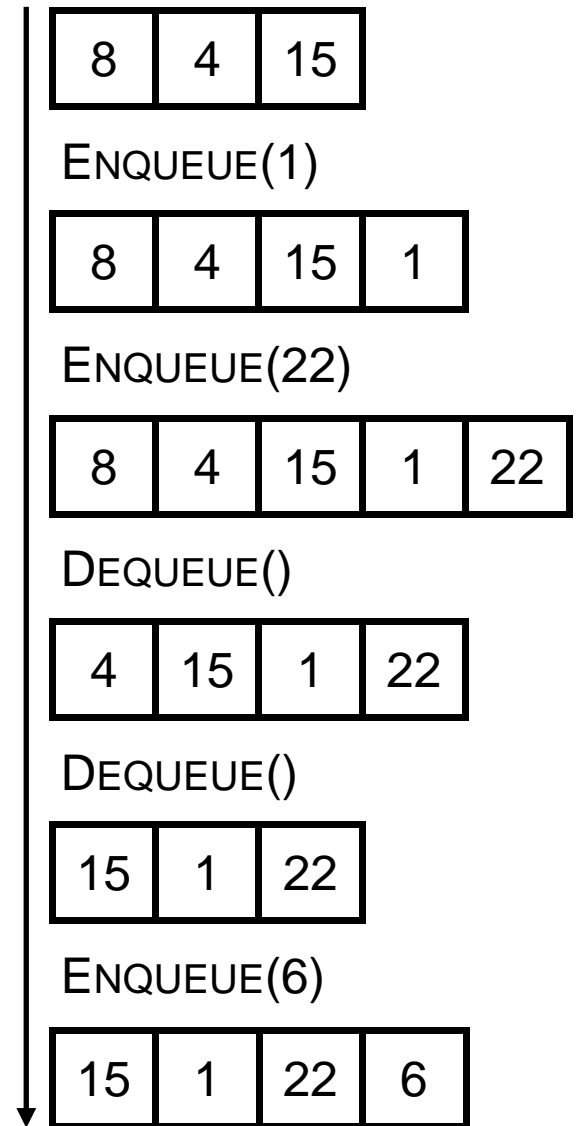
# Stak

- **Stak.** Vedligehold en dynamisk sekvens (stakken) S af elementer under følgende operationer.
  - PUSH(x): tilføj et nyt element x til S.
  - POP(): fjern og returner det **seneste** tilføjede element i S.
  - ISEMPTY(): returner sand hvis S ikke indeholder nogle elementer.



# Kø

- **Kø**. Vedligehold en dynamisk sekvens (køen) K af elementer under følgende operationer.
  - ENQUEUE(x): tilføj et nyt element x til K
  - DEQUEUE(): fjern og returner det **tidligst** tilføjede element i K.
  - ISEMPTY(): returner sand hvis K ikke indeholder nogle elementer.



# Anvendelser

---

- Stakke.

- Virtuelle maskiner
- Parsing
- Funktionskald
- Backtracking

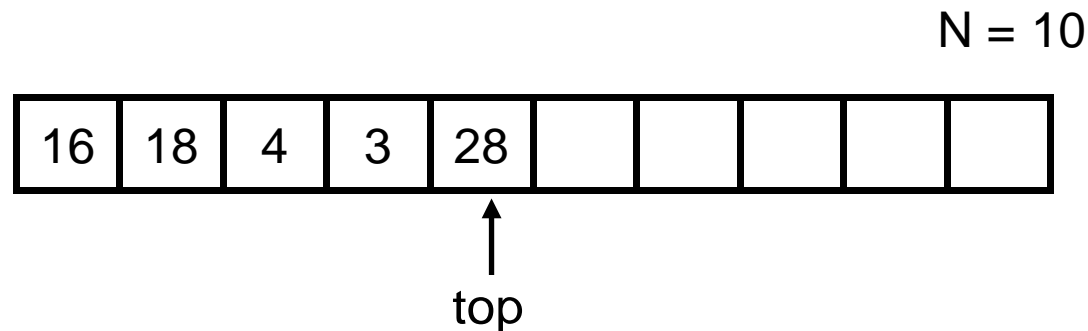
- Køer.

- Skedulering af processer
- Buffering
- Breddeførst søgning

# Implementation af stak med tabel

---

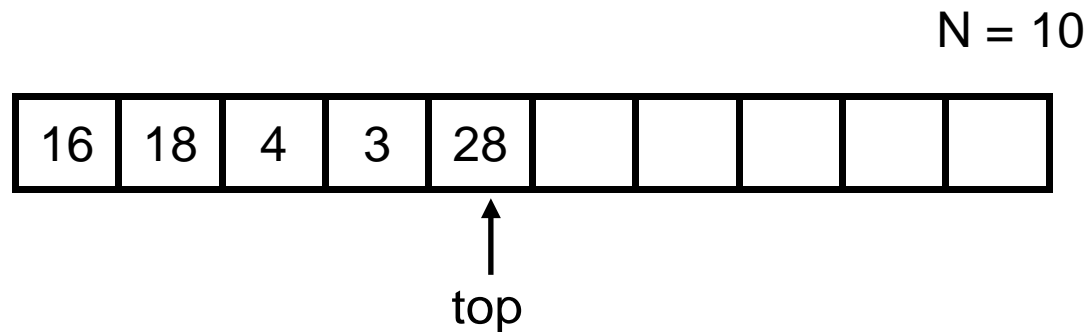
- **Stak.** Stak med **kapacitet**  $N$  vha. tabel.
- **Datastruktur.**
  - Tabel  $S[1..N]$
  - Index  $top$  i  $S$ .
- **Operationer.**
  - $PUSH(x)$ : Tilføj  $x$  på  $S[top+1]$ , sæt  $top = top + 1$
  - $POP()$ : returner  $S[top]$ , sæt  $top = top - 1$
  - $ISEMPTY()$ : returner sand hvis og kun hvis  $top = 0$ .
  - Tjek for overløb og underløb i  $PUSH$  og  $POP$ .





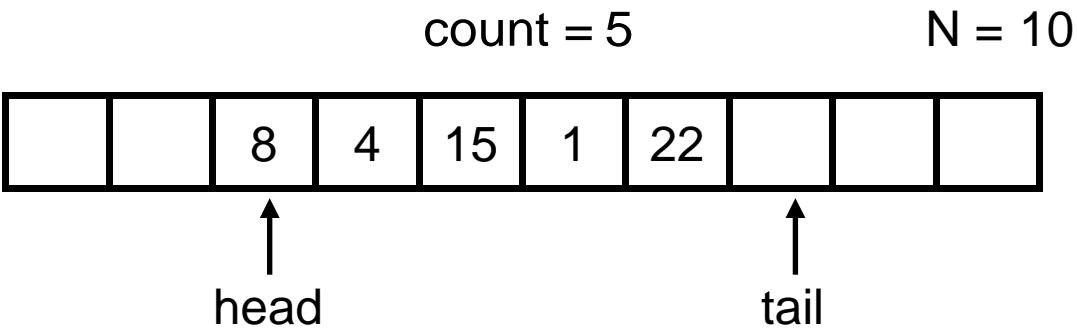
# Implementation af stak med tabel

---



- Tid.
  - PUSH i  $\Theta(1)$  tid.
  - POP i  $\Theta(1)$  tid.
  - ISEEMPTY i  $\Theta(1)$  tid.
- Plads.
  - $\Theta(N)$  plads.
- Mangler.
  - Vi skal kende kapacitet  $N$  fra start.
  - Vi spilder plads når antal elementer er  $\ll N$ .



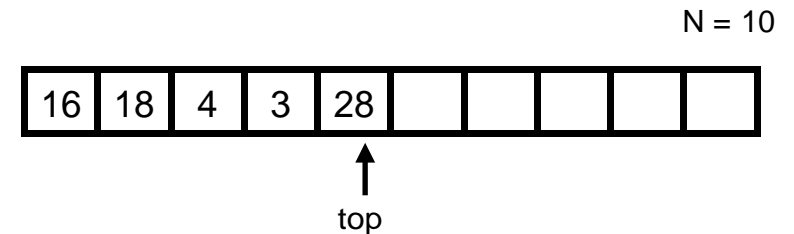


- Tid.
  - ENQUEUE i  $\Theta(1)$  tid.
  - DEQUEUE i  $\Theta(1)$  tid.
  - ISEEMPTY i  $\Theta(1)$  tid.
- Plads.
  - $\Theta(N)$  plads.
- Mangler.
  - Vi skal kende kapacitet  $N$  fra start.
  - Vi spilder plads når antal elementer er  $\ll N$ .

# Stakke og køer (opsamling)

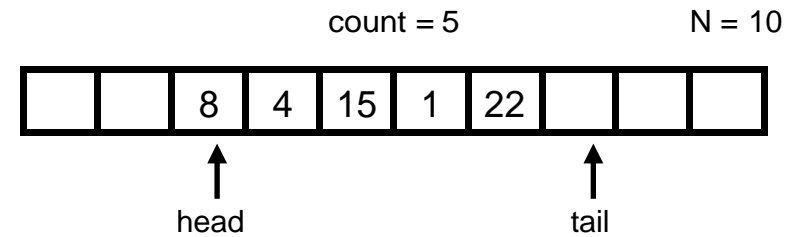
- Stak.

- Tid. PUSH, POP, ISEEMPTY i  $\Theta(1)$  tid.
- Plads.  $\Theta(N)$



- Kø.

- Tid. ENQUEUE, Dequeue, ISEEMPTY i  $\Theta(1)$  tid.
- Plads.  $\Theta(N)$



- Udfordring. Kan vi komme ned på lineær plads med samme tid? (uden at kende N på forhånd)

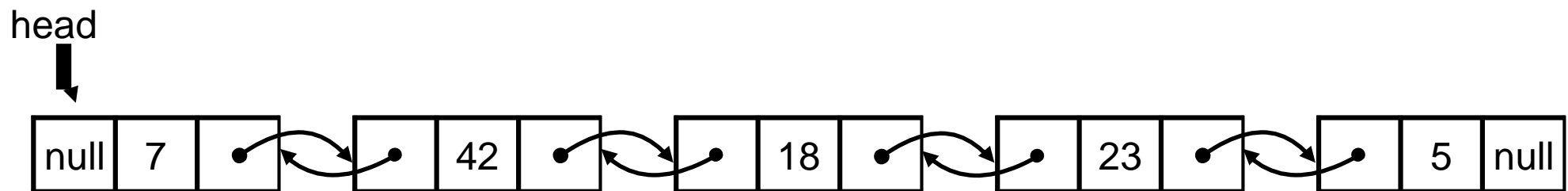
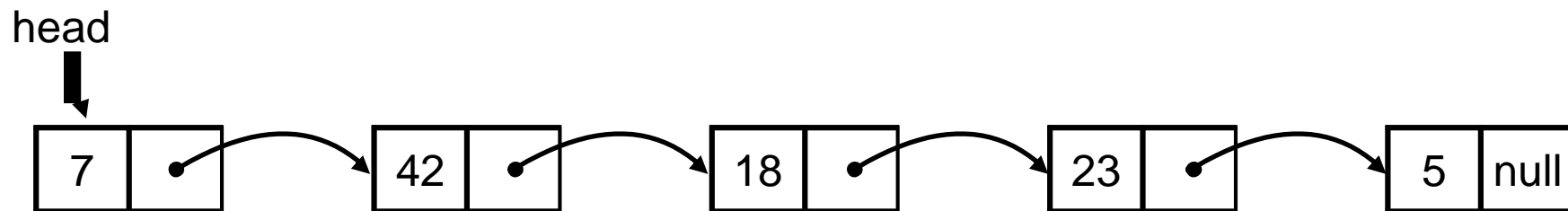
# Introduktion til datastrukturer

---

- Datastrukturer
- Stakke og køer
- Hægtede lister

# Hægtede lister

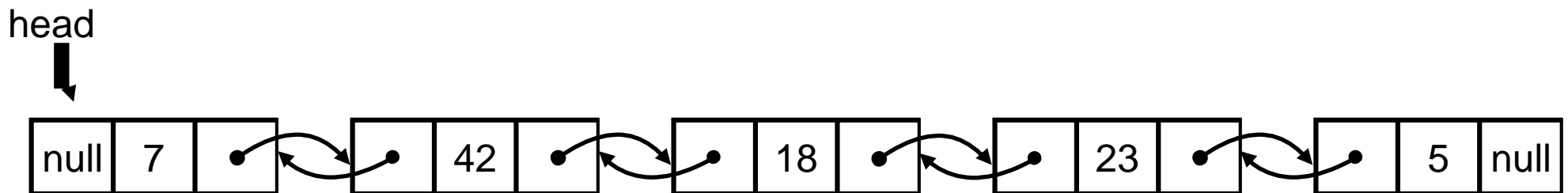
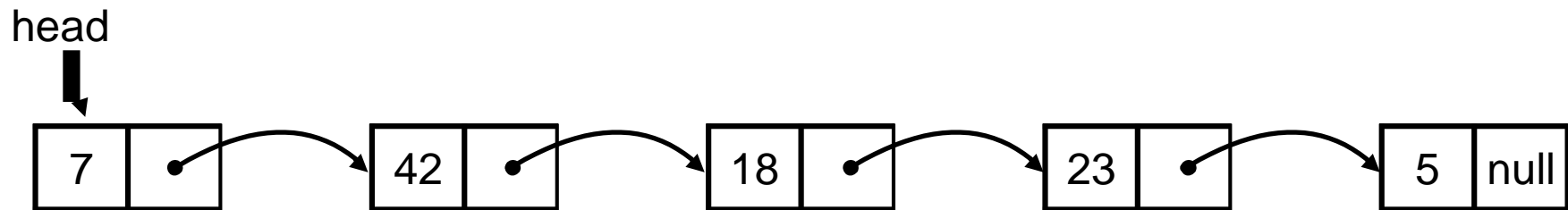
- Hægtede lister.
  - Datastruktur til at vedligeholde en **dynamisk** sekvens af elementer i lineær plads.
  - Rækkefølge af elementer bestemt af referencer/pegere kaldet **hægter**.
  - Effektiv at indsætte og fjerne elementer eller sammenhængende dele af elementer.
  - **Dobbelt-hægtede** vs **enkelt-hægtede**.



# Hægtede lister

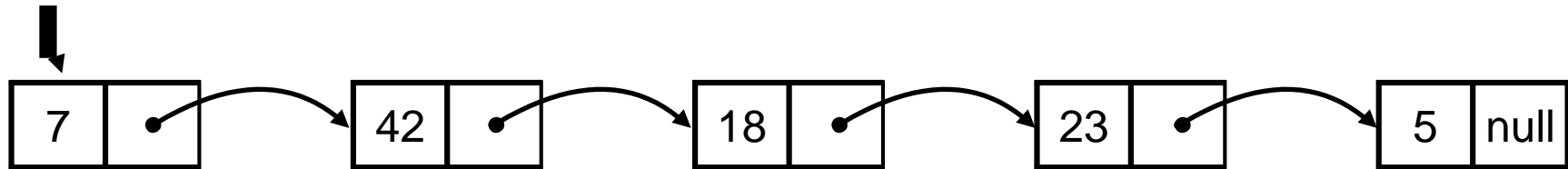
- Simple operationer.

- SEARCH(head, k): returner knude med værdi k i listen. Returner null hvis den ikke findes.
- INSERT(head, x): indsæt knude x i starten af listen. Returner ny head.
- INSERT(y, x): indsæt knude x efter knuden y (kræver at vi har y på forhånd).
- DELETE(head, x): fjern knude x i listen.

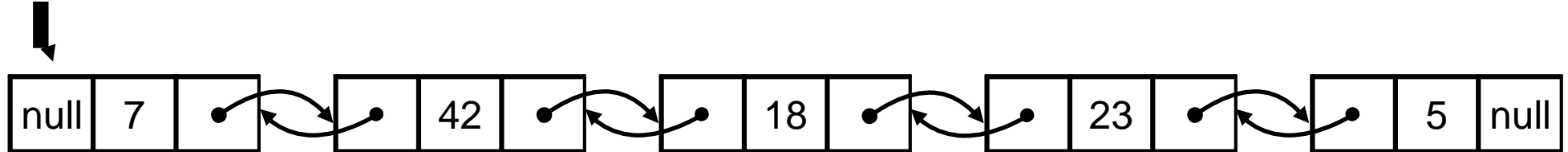


# Hægtede lister

head



head



- **Tid.** Hvor hurtigt kører operationerne?
  - SEARCH i  $\Theta(n)$  tid
  - INSERT og DELETE i  $\Theta(1)$  tid.
- **Plads.**
  - $\Theta(n)$

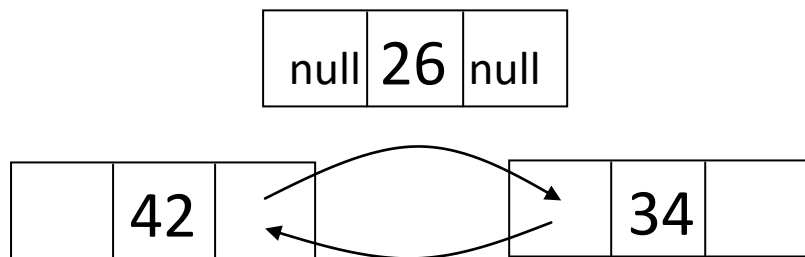


# Hægtede lister

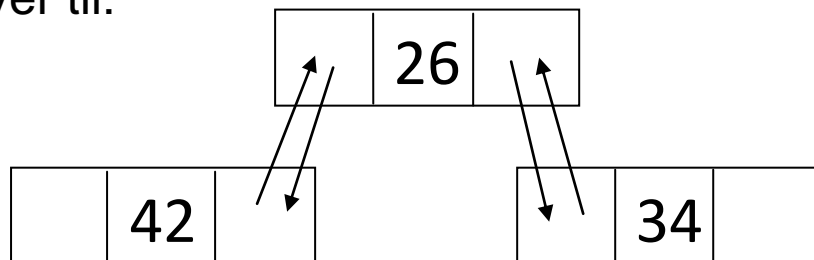
---

## Hvordan fungerer insert?

Simpelt: **Flyt pegerne** så den nye knude er mellem to eksisterende!



Bliver til:



**Delete:** Gør det modsatte.

# Hægtede lister

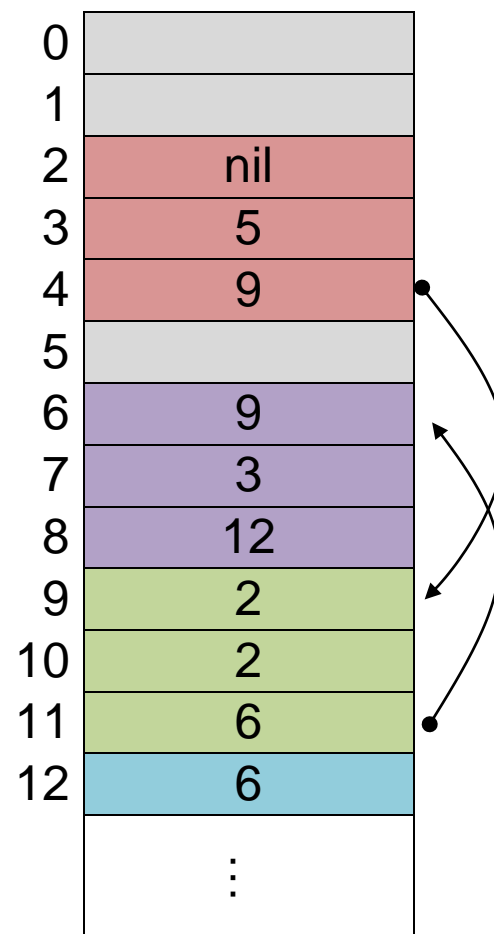
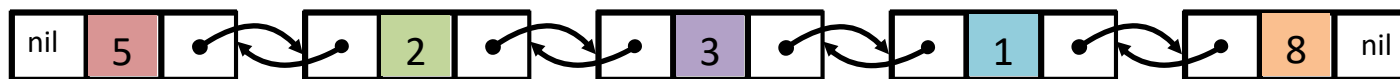
I RAM modellen?

- Hver knude identificeres med første plads i RAM'en.
- Hver knude fylder tre ord i RAM'en.

Se eksempel herunder: Første knude er placeret på plads 2 (til 4) i RAM'en.

Farverne til højre svarer til farverne i knuderne herunder.  
Knuderne der indeholder 1 og 8 kan ikke ses helt i uddraget.

Bemærk hvordan knuderne ikke ligger i rækkefølge i rammen (kun internt for en knude). Der kan også være ubrugt plads imellem knuderne.

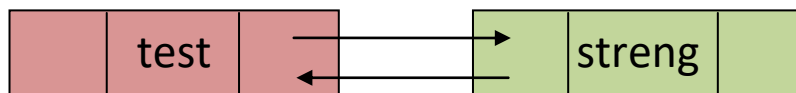


# Hægtede lister

Hvad hvis en knude indeholder mere end et tal?

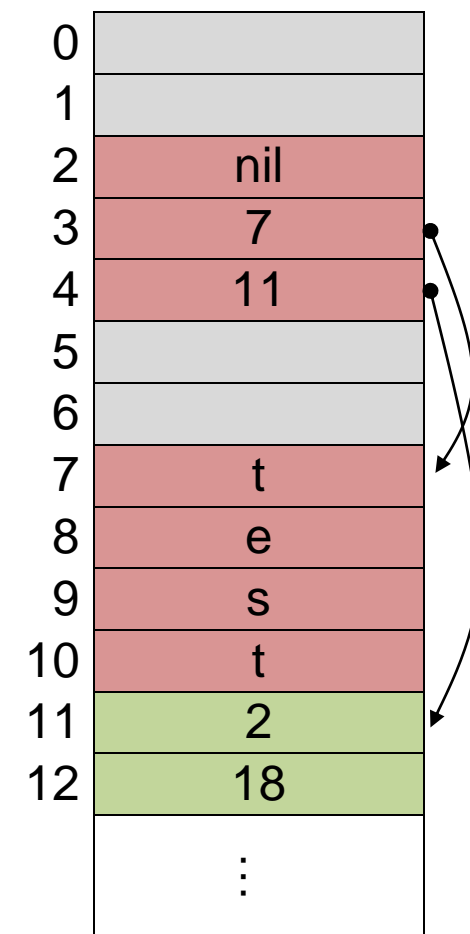
- Samme idé. Vi gemmer bare adressen til det knuden indeholder!

Se eksempel herunder:



Bemærk, at hvert bogstav fylder en hel plads i RAM'en.  
I et praksis ville der nok være en plads efter strengen "test" der indikerede at vi havde nået slutningen af strengen, men det abstraherer vi fra her.

Med disse få idéer kan vi bygge meget komplicerede data strukturer!



# Implementation af stak og kø med hængtede lister

---

- **Opgave.** Overvej hvordan man kan implementere stakke og køer med hængtede lister effektivt.
- **Stak.** Vedligehold en dynamisk sekvens (stakken) S af elementer under følgende operationer.
  - PUSH(x): tilføj et nyt element x til S.
  - POP(): fjern og returner det **seneste** tilføjede element i S.
  - ISEMPTY(): returner sand hvis S ikke indeholder nogle elementer.
- **Kø.** Vedligehold en dynamisk sekvens (køen) K af elementer under følgende operationer.
  - ENQUEUE(x): tilføj et nyt element x til K
  - DEQUEUE(): fjern og returner det **tidligst** tilføjede element i K.
  - ISEMPTY(): returner sand hvis K ikke indeholder nogle elementer.

# Stakke og køer

---

- Stak og kø implementeret med hægtet liste
- Stak.
  - Tid. PUSH, POP, ISEEMPTY i  $\Theta(1)$  tid.
  - Plads.  $\Theta(n)$
- Kø.
  - Tid. ENQUEUE, Dequeue, ISEEMPTY i  $\Theta(1)$  tid.
  - Plads.  $\Theta(n)$

# Hægtede lister

- **Hægtet liste.** Fleksibel datastruktur til at vedligeholde en sekvens af elementer i lineær plads.
- Andre hægtede datastrukturer. Cykliske lister, træer, grafer, ...

