Definitionen

1. Aussage: Eine **Aussage** ist ein Satz, der entweder wahr (w) oder falsch (f) ist, also nie beides zugleich.

2. Konjunktion: Seien A und B Aussagen. Dann ist auch "A **und** B" eine Aussage, die sogenannte **(logische) Konjunktion**. Kurz: (A $\wedge$ B).
(A $\wedge$ B) ist genau dann wahr, wenn sowohl A als auch B wahr ist.

3. Disjunktion: Seien A und B Aussagen. Dann ist auch "A **oder** B" eine Aussage, die sogenannte **(logische) Disjunktion**. Kurz: (A $\vee$ B).
(A $\vee$ B) ist genau dann wahr, wenn A oder B wahr ist — oder beide.

4. Negation: Sei A eine Aussage. Dann ist auch "nicht A" eine Aussage, die **(logische) Negation**. Kurz: ($\neg$A).
Die Aussage ($\neg$A) ist genau dann wahr, wenn A falsch ist.

5. Implikation: Seien A und B aussagen. Dann ist auch "wenn A, dann B" eine Aussage, die **(logische) Implikation**. Kurz: (A $\Rightarrow$ B). Die Aussage (A $\Rightarrow$ B) ist genau dann falsch, wenn A wahr und B falsch ist.

6. Bi-Implikation: Seien A und B Aussagen. Dann ist auch "A **genau dann, wenn** B" eine Aussage, die **Bi-Implikation**. Kurz: (A $\iff$ B). Die Aussage (A $\iff$ B) ist genau dann wahr, wenn A und B beide den gleichen Wahrheitswert haben.

7. Formel: Eien aussagenlogische Verknüpfungvon Aussagenvariablen (durch endlich viele Junktoren) heißt **(aussagenlogische) Formel**. Aussagenvariablen werden auch als **atomare Formeln** bezeichnet.

8. Auswertung $A_B(x)$: Sei B : Var $\to$ *{w,f}* eine Belegung. Die Auswertung $A_B(F)$ ergibt sich **rekursiv**; das Rekursionsende sind die Variablen:

9. Tautologie: Eine **Tautologie** ist eine Formel, die stets wahr is, in deren Wahrheitswerteverlauf also ausschließlich den Wahrheitswert w vorkommt.

10. Kontradiktion: Eine **Kontradiktion** ist eine Formel, die stets falsch ist, in deren Wahrheitswerteverlauf also ausschließlich der Wahrheitswert f vorkommt.

11. Erfüllbarkeit: Eine Formel F heißt **erfüllbar**, wenn es mindestens eine Belegung der Aussagenvariablen gibt, die F wahr macht.

12. Äquivalenz: Zwei Formeln F und G heißen **(logisch) äquivalent** genau dann, wenn die Formel (F $\iff$ G) eine Tautologie ist. Dies wird durch **F $\equiv$ G** dargestellt.

13. Folgerungsbeziehung: Die Formel ***F* imliziert die Formel *G*** genau dann, wenn (F $\Rightarrow$ G) eine Tautologie ist.
Dies wird durch F $\models$ G dargestellt. ("Aus F folgt G.")

14. Aussageform: Eine **Aussageform** über den Universen
$U_1, \ldots, U_n$ ist ein Satz mit den freien Variablen $x_1, \ldots, x_n$.

15. Quantoren: Sei *p(x)* eine Aussageform über dem Universum U. $\exists$ x : *p(x)* ist wahr genau dann, wenn ein u in U existiert, so dass *p(u)* wahr ist.
$\forall$: *p(x)* ist wahr genau dann, wenn *p(u)* für jedes u aus U wahr ist.

16. gebundene Variablen: Eine Variable x wird in einer Formel $F = \forall x : G$ durch den Allquantor **gebunden**.
Analog wird x in $F = \exists x : G$ durch den Existenzquantor **gebunden**.

17. Normalisierte Darstellung: Eine Formel ist in normalisierter Variablenschreibweise, wenn gilt:

- Keine Variable kommt sowohl frei als auch gebunden vor.
- Keine Variable ist mehrfach gebunden.

Wahrheitstabellen

A	**B**	**(A $\wedge$ B)**
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	f

A	**B**	**(A $\vee$ B)**
w	w	w
w	f	w
f	w	w
f	f	f

A	**$\neg$A**
w	f
f	w

A	**B**	**(A $\Rightarrow$ B)**
w	w	w
w	f	f
f	w	w
f	f	w

A	**B**	**(A $\iff$ B)**
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	w

Umformungsregeln

Kommutativgesetz:
$$(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$$
$$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$$

Assoziativgesetz:
$$(p \wedge (q \wedge r)) \equiv ((p \wedge q) \wedge r)$$
$$(p \vee (q \vee r)) \equiv ((p \vee q) \vee r)$$

Distributivgesetz:
$$(p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$$
$$(p \vee (q \wedge r)) \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$$

Idempotenzgesetz:
$$(p \wedge p) \equiv p$$
$$(p \vee p) \equiv p$$

Doppelnegation: $\neg(\neg p) \equiv p$

de Morgan Gesetz:
$$\neg(p \wedge q) \equiv ((\neg p) \vee (\neg q))$$
$$\neg(p \vee q) \equiv ((\neg p) \wedge (\neg q))$$

Tautologieregeln:
$$(p \wedge q) \equiv p$$
$$(p \vee q) \equiv q$$
$$(q = Tautologie)$$

Kontradiktionsregeln:
$$(p \wedge q) \equiv q$$
$$(p \vee q) \equiv p$$
$$(q = Kontradiktion)$$

Umformungsregeln für Quantoren:

Negationsregeln:
$$\neg\forall x : p(x) \equiv \exists x : (\neg p(x))$$
$$\neg\exists x : p(x) \equiv \forall x : (\neg p(x))$$

Ausklammerregeln:
$$(\forall x : p(x) \wedge \forall y : q(y)) \equiv \forall z : (p(z) \wedge q(z))$$
$$(\exists x : p(x) \vee \exists y : q(y)) \equiv \exists z : (p(z) \vee q(z))$$

Vertauschungsregeln:
$$\forall x \forall y : p(x,y) \equiv \forall y \forall x : p(x,y)$$
$$\exists x \exists y : p(x,y) \equiv \exists y \exists x : p(x,y)$$