

## Definitionen

**1. Term:** Ein Term setzt sich zusammen aus:

- Konstanten:  $e, \pi$ , usw.
- Variablen:  $x, y$ , usw.
- Operatoren:  $+, -, \cdot, \sqrt{\phantom{x}}$ , usw.
- Funktionen:  $f(x), \sin(x)$ , usw.

**Gleichung:** Eine Gleichung  $t_1 = t_2$  setzt zwei Terme in Beziehung.

**Grad (von Fkt.):** Ein reellwertiges Polynom ist ein Ausdruck der Form ( $x \in \mathbb{R}$ ):

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_n x^n + a_1 x^1 + a_0$$

Falls  $a_n \neq 0$ , dann ist  $n$  der Grad des Polynoms.

**Logarithmus:**  $\log_a(c) = x$  für  $a^x = c$

## Brüche

**Addition bei gleichem Nenner:**  $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$

**Multiplikation:**  $\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}$

**Kürzen eines gleichen Faktors:**  $\frac{a \cdot c}{d \cdot c} = \frac{a}{d} \cdot \frac{c}{c} = \frac{a}{d} \cdot 1 = \frac{a}{d}$

**Erweitern um c:**  $\frac{a}{d} = \frac{a}{d} \cdot 1 = \frac{a}{d} \cdot \frac{c}{c} = \frac{a \cdot c}{d \cdot c}$

**Addieren mit verschiedenen Nennern (durch erweitern):**

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \left(\frac{a}{c} \cdot \frac{d}{d}\right) + \left(\frac{b}{d} \cdot \frac{c}{c}\right) = \frac{ad+bc}{cd}$$

## Summen-/Produktnotation

**Summennotation:**

$$\sum_{i=1}^n a_i := a_1 + a_2 + \dots + a_n \text{ ist äquivalent zu } \sum_{1 \leq i \leq n} a_i$$

**Produktnotation:**

$$\prod_{i=1}^n a_i := a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$$

## 1 Exponential-Gesetze

Sei  $m, n \in \mathbb{N}$

- $b^{-n} = \frac{1}{b^n}$
- $b^m \cdot b^n = b^{m+n}$
- $\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$
- $(b^m)^n = b^{m \cdot n}$
- $b^m \cdot c^m = (b \cdot c)^m$
- $\frac{b^m}{c^m} = \left(\frac{b}{c}\right)^m$
- $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$
- $x^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{x^m}}$

## Binomische Formeln

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2$

## Logarithmen

**Umkehrung:**  $\log_b(b^q) = q \Leftrightarrow b^{\log_b(q)} = q$

**Mul/Additivität:**  $\log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$

oder:  $\log_b(a^q) = q \log_b(a)$

**Basiswechsel:**  $\log_b(a) = \frac{\log_d(a)}{\log_d(b)}$

## Trigonometrische Funktionen

**Tangensfunktion:**  $\tan(x) := \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

**Co-Tangensfunktion:**  $\cot(x) := \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

## Zusammenfassung

Ein Term ist ein Ausdruck, der für einen Zahlenwert steht. Ein Beispiel für einen Term ist z.B:

$$\sin(x)^2 + \cos(x^2)$$

Wobei  $x^2 - 3 = 0$  kein Term ist, sondern eine Gleichung.

Für die Summen-/Produktnotation gibt man unten die untere Grenze und oben die obere Grenze die Summierung/Produktbildung an. Bsp:

$$\sum_{i=1}^5 a_i := 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$\prod_{0 \leq i \leq 5, i \text{ ist ungerade}} (i+1) := (1+1) \cdot (3+1) \cdot (5+1)$$

Hyperbeln können nach ähnlichem Schema umgeformt werden. Dabei wird ein Term  $\frac{1}{x}$  zu  $x^{-1}$ . Wenn der Nenner einen Exponenten besitzt kann dieser auch wieder umgeformt werden, damit die Rechengesetze gelten.  $\frac{1}{x^m} = x^{-m}$

Wurzelfunktionen können umgeformt werden. Wenn man z.B einen Term  $\sqrt[2]{x}$  hat, kann dieser zu  $x^{\frac{1}{2}}$  umgeformt werden. Dadurch gelten auch für Wurzeln, die Exponentialgesetze.

Logarithmen können genutzt werden, wenn bei einer Exponentialfkt. der Exponent unbekannt, aber das Ergebnis bekannt ist. Dabei gibt es den Spezialfall des natürlichen Logarithmus. Dieser ist definiert als:

$$\ln(x) := \log_e(x)$$