

- 900** Von 82 mg radioaktivem Jod  $^{131}\text{I}$  sind nach 12 Tagen noch 29 mg vorhanden.  
**GK** a) Stelle das Zerfallsgesetz auf, ermittle Zerfallskonstante  $\lambda$  und Halbwertszeit  $\tau$ .  
 b) Wie lange dauert es, bis 95 % des Jod  $^{131}\text{I}$  zerfallen sind?

**Ausführung:**

a) Im Zerfallsgesetz  $y(t) = y_0 e^{-\lambda \cdot t}$  ist  $y_0 = 82$ . Die Zerfallskonstante  $\lambda$  erhältst du durch Einsetzen von  $t = 12$  und  $y(t) = 29$  und Auflösen der Exponentialgleichung.

$$29 = 82 e^{-12\lambda} \Leftrightarrow \frac{29}{82} = e^{-12\lambda} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{29}{82}\right) = -12\lambda \Leftrightarrow \lambda = -\frac{1}{12} \ln\left(\frac{29}{82}\right) \approx 0,08662$$

Das Zerfallsgesetz lautet  $y(t) = 82 e^{-0,08662t}$ , dabei ist  $y$  in mg und  $t$  in Tagen angegeben.

Die Halbwertszeit  $\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx 8,0$  beträgt ungefähr 8 Tage.

- b) 95 % Zerfall bedeutet: nur 5 % der Anfangsmenge sind noch da, also  $y(t) = 0,05 y_0$ .  
 Auch hier ist eine Exponentialgleichung zu lösen, in der sich  $y_0$  gleich zu Anfang herauskürzt:  
 $0,05 = e^{-0,08662t} \Leftrightarrow t \approx 34,6$  Tage

### Aufgaben

- 901** Radium  $^{226}\text{Ra}$  hat eine Halbwertszeit von 1 600 Jahren.  
**GK**

- a) Bestimme das Zerfallsgesetz für eine Anfangsmenge von 20 g Radium.  
 b) Nach welcher Zeit sind 15 % des Radiums zerfallen?

- a) Bestimme das Zerfallsgesetz für eine Anfangsmenge von 80 g  $^{99}\text{Mo}$ .

- b) Wie viel Prozent der ursprünglichen Menge sind nach einer Woche noch vorhanden?

- c) Wann sind 80 % der ursprünglichen Menge zerfallen?

- d) Berechne den Prozentsatz, der pro Tag zerfällt!

- 902** In der Medizin wird das Radionuklid Molybdän  $^{99}\text{Mo}$  (Halbwertszeit 66 Stunden) verwendet.  
**GK**

## Aufgabe 902: Mo-Zerfall

### Gegeben

Halbwertszeit:  $T = 66 \text{ h}$

- a) Anfangsmasse;  $m_0 = 80 \text{ g}$

### Gesucht

- a) Zerfallsgesetz für dieses Material  
 b) Restmasse nach 1 Woche  
 c) Zeit bis zum Zerfall von 80 %  
 d) Prozentsatz des Zerfalls pro Tag

### Lösung

#### a) Zerfallsgesetz für $^{99}\text{Mo}$

$m = m_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$  ist das Zerfallsgesetz allgemein. Um es für den gegebenen Fall aufzustellen, muß  $\tau$  aus der Halbwertszeit berechnet werden:

$$\begin{aligned}\frac{m_0}{2} &= m_0 \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right) \\ \ln \frac{1}{2} &= -\frac{T}{\tau} \\ -\ln 2 &= -\frac{T}{\tau} \\ \tau &= \frac{T}{\ln 2} = \frac{66 \text{ h}}{\ln 2} = 95,2178726986716 \text{ h}\end{aligned}$$

Man setze den errechneten Wert in das Zerfallsgesetz ein, um es für das Isotop zu spezialisieren.

### b) Restmasse nach einer Woche

$$m = m_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = 80 \text{ g} \exp\left(-\frac{7 \cdot 24}{95,2178726986716}\right) = 13,704 \text{ g}$$

### c) 80%iger Zerfall

Das Zerfallsgesetz wird nach  $t$  umgestellt:

$$\begin{aligned}m &= m_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \\ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) &= \frac{m}{m_0} \\ -\frac{t}{\tau} &= \ln \frac{m}{m_0} \\ t &= -\tau \ln \frac{m}{m_0} = 95,2178726986716 \text{ h} \cdot \ln \frac{m_0}{0,8 m_0} = 21,247 \text{ h}\end{aligned}$$

### d) Prozentsatz des täglichen Zerfalls

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_0 - m_0 \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \\ \frac{\Delta m}{m_0} &= 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) = 1 - \exp\left(-\frac{24 \text{ h}}{95,2178726986716 \text{ h}}\right) = 0,2228 = 22,28 \%\end{aligned}$$

Weil die Berechnung nicht von der Anfangsmasse abhängt, gilt sie für jeden Tag (geometrische Folge der Massen von Tag zu Tag).