Občutljivost optimalne rešitve celoštevilskega linearnega programa

Laura Štangelj   Jakov Kavčič

2017

Opis problema in način reševanja

$$\min \left\{ f^T x; Ax \leq b, 1000 \geq x \geq 1, x \in \mathbb{Z}^n \right\}$$

- Fiksiramo matriko A
- Opazujemo občutljivost optimalne rešitve, glede na spremembe koeficientov f in b.
- Odločila sva se opazovati štiri razsežne programe.

Način reševanja

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}, f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix}$$

- Spreminjamo le en koeficient vektorja
- Opazovala sva če se spremeni optimalna rešitev ali vrednost
- Primerjala sva rezultate z originalno optimalno rešitvijo

Način reševanja

- Izbrala sva Matlab
- Za reševanje posameznega CLP sva uporabila funkcijo *intlinprog*
- Funkcija je programe reševala z dual simplex metodo

```
Y=[];
h=1;
for i=1:4
    j=1;
    o=b(i);
    for n=1:s
        db=-10+20*rand();
        b(i)=b(i)+db;
        [x,fval]=intlinprog(f,intcon,A,b,Ae,be,[sp],
        B(i,j)=fval;
        B(i,j+1)=db;
        Y(:,h)=x;
        h=h+1;
      j=j+2;
      b(i)=o;
    end
end
```

Spremenljivke

- f - namenski vektor, ki opisuje namensko funkcijo
- b - omejitveni vektor
- A - na začetku definirana matrika
- df oz. db - motnji koeficientov
- x - optimalno rešitev
- *fval* - optimalna vrednost
- *intcon* - vektor, ki določa celoštevilnost rešitve
- s - število iteracij
- *sm* oz. *zm* - spodnja in zgornja meja
- X oz. Y - matriki v katerih so shranjene optimalne rešitve
- F oz. B - matriki v katerih so shranjene optimalne vrednosti in motnje

Analiza občutljivosti CLP velikosti 4x4

Poiskala sva dva zanimiva programa na katerih smo izvajali poskuse in tudi analizirala rezultate:

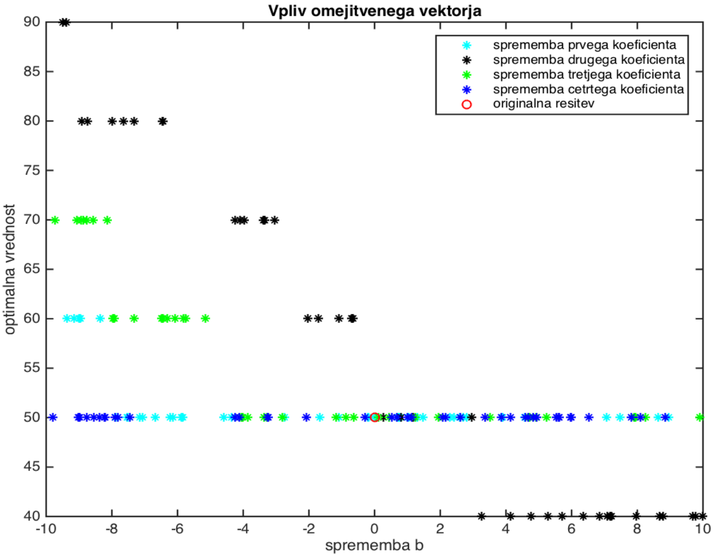
- CLP-1 - vpliva omejitvenega vektorja
- CLP-2 - vpliv namenske funkcije

CLP-1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 9 & -3 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & 5 & 7 \\ 2 & -4 & -5 & 1 \end{bmatrix}, \; f = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix}, \; b = \begin{bmatrix} 12 \\ 12 \\ 12 \\ 12 \end{bmatrix}.$$

- Naredila sva 40 iteracij
- Določila sva interval na katerem naključno izbiramo $df \in (-10, 10)$ oz. $db \in (-10, 10)$

CLP-1



Vpliv omejitvenega vektorja
sprememba prvega koeficienta
sprememba drugega koeficienta
sprememba tretjega koeficienta
sprememba cetrtega koeficienta
originalna resitev
optimalna vrednost
sprememba b
90
85
80
75
70
65
60
55
50
45
40
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10

CLP-1

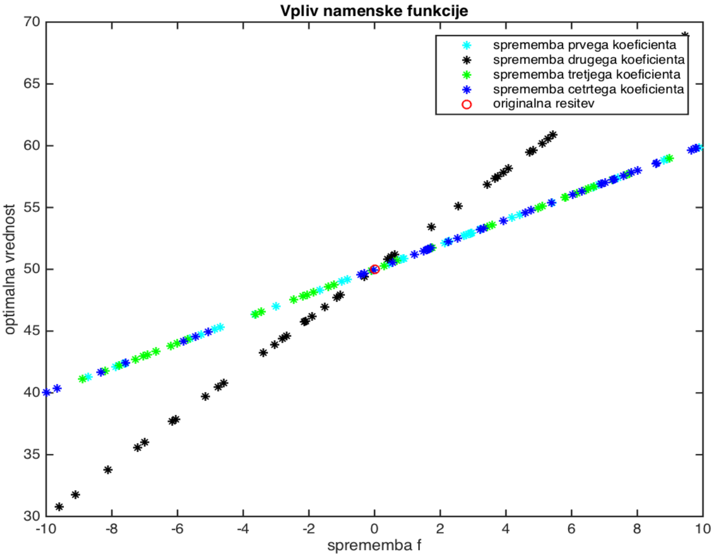

Spremembe drugega koeficienta omejitvenega vektorja
optimalne vrednosti
krivulja
Resitev se spreminja.
optimalna vrednost
sprememba koeficienta
90
85
80
75
70
65
60
55
50
45
40
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10

CLP-2

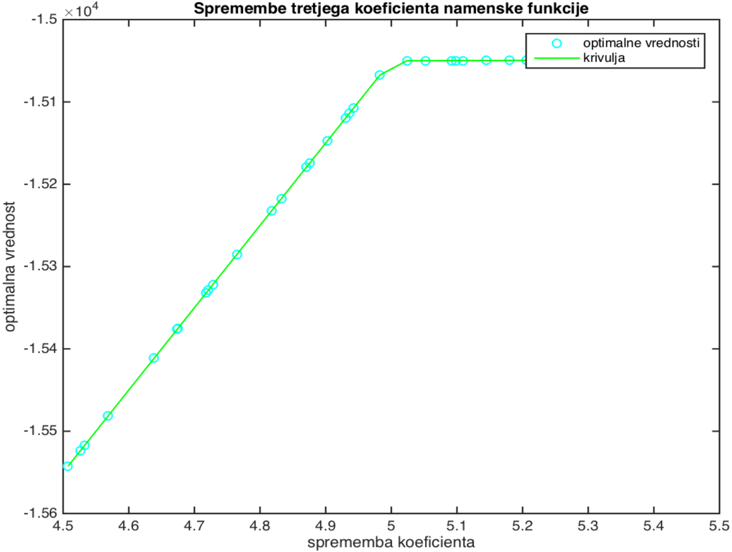
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -3 & -3 \\ 2 & 4 & 1 & -1 \\ -4 & -7 & -4 & -5 \\ 7 & -3 & -4 & -5 \end{bmatrix}, \; f = \begin{bmatrix} -10 \\ -10 \\ -10 \\ -10 \end{bmatrix}, \; b = \begin{bmatrix} 12 \\ 12 \\ -12 \\ 12 \end{bmatrix}.$$

- Naredila sva 40 iteracij
- Določila sva interval na katerem naključno izbiramo $df \in (-10, 10)$ oz. $db \in (-10, 10)$
- Podrobneje sva pogledala, kaj se dogaja z optimalno vrednostjo ko spreminjamo tretji koeficient namenske funkcije za $df \in (4.5, 5.5)$

CLP-2

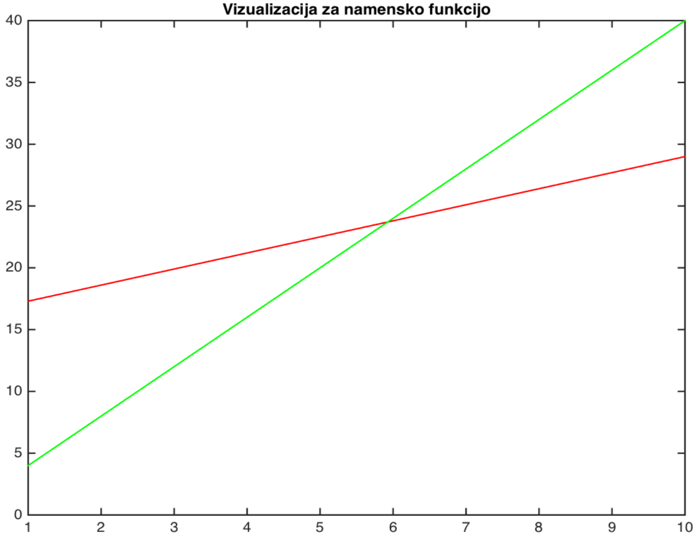

Vpliv namenske funkcije
optimalna vrednost
sprememba f
spremememba prvega koeficienta
sprememba drugega koeficienta
sprememba tretjega koeficienta
sprememba cetrtega koeficienta
originalna resitev
70
65
60
55
50
45
40
35
30
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10

CLP-2



Spremembe tretjega koeficienta namenske funkcije
×10^4
-1.5
-1.51
-1.52
-1.53
-1.54
-1.55
-1.56
optimalna vrednost
4.5
4.6
4.7
4.8
4.9
5
5.1
5.2
5.3
5.4
5.5
sprememba koeficienta
optimalne vrednosti
krivulja

CLP-2

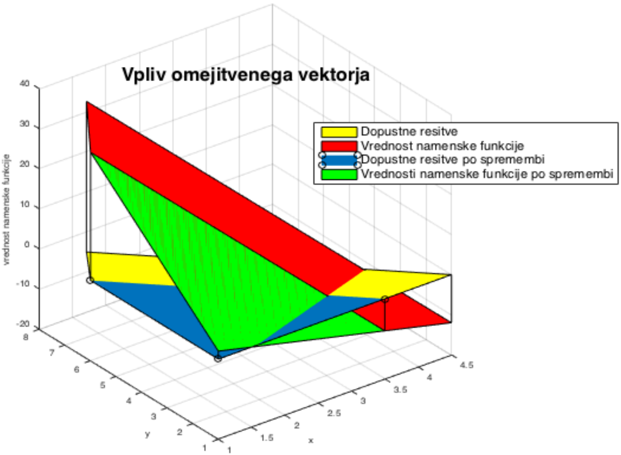

Vizualizacija za namensko funkcijo
40
35
30
25
20
15
10
5
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Vizualizacija občutljivosti celoštevilskega linearnega programa

Za boljšo vizualizacijo učinkov namenskega in omejitvenega vektorja, sva analizirala celoštevilski linearni program velikosti $2x2$

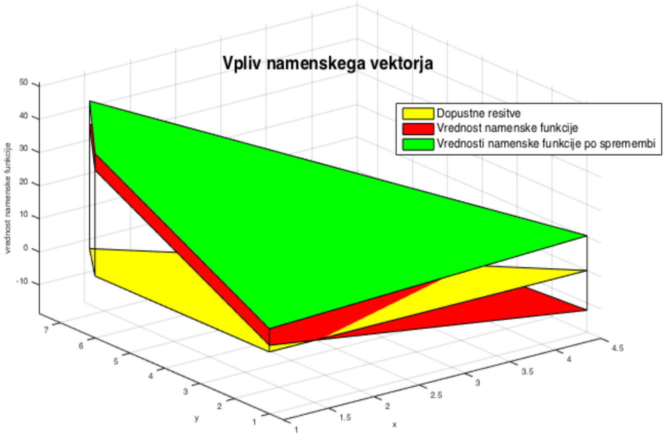
$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix},\ f = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix},\ b = \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \end{bmatrix}.$$

Vpliv omejitvenega vektorja



$$f = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} \rightarrow f = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, f^T * x = -10 \rightarrow f^T * x = -6$$

Vpliv namenskega vektorja



$$f = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} \to f = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} \to x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, f^T * x = -10 \to f^T * x = 7$$