

ZADANIA - GEOMETRIA ANALITYCZNA

Zadanie 1. Obliczyć długość podanych wektorów

- a) $\vec{a} = [3, -4, 12]$,
- b) \overrightarrow{PQ} , gdzie $P(1, 2, 3)$, $Q(4, 6, 15)$,
- c) $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$, gdzie $\vec{a} = [1, 0, 2]$, $\vec{b} = [0, 2, -3]$, $\vec{c} = [1, -1, 2]$,

Zadanie 2. Obliczyć iloczyn skalarny podanych par wektorów

- a) $\vec{a} = [1, -2, 5]$, $\vec{b} = [3, -1, 0]$,
- b) $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{k}$, $\vec{v} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 7\vec{k}$.

Zadanie 3. Obliczyć iloczyn wektorowy podanych par wektorów

- a) $\vec{a} = [-3, 2, 0]$, $\vec{b} = [1, 5, -2]$,
- b) $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{v} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$.

Zadanie 4. Obliczyć pola podanych powierzchni:

- a) równoległoboku rozpiętego na wektorach $\vec{a} = [1, 2, 3]$, $\vec{b} = [0, -2, 5]$,
- b) trójkąta o wierzchołkach $A(1, -1, 3)$, $B(0, 2, -3)$, $C(2, 2, 1)$.

Zadanie 5. Dany są wierzchołki trójkąta $A(-3, 1, -1)$, $B(6, -2, -5)$, $C(1, -2, -1)$. Obliczyć długość wysokości opuszczonej z wierzchołka B na bok AB.

Zadanie 6. Obliczyć iloczyn mieszany podanych trójek wektorów

- a) $\vec{a} = [-3, 2, 1]$, $\vec{b} = [0, 1, -5]$, $\vec{c} = [2, 3, -4]$,
- b) $\vec{p} + \vec{q}$, $2\vec{p} - \vec{q}$, \vec{r} , jeśli iloczyn mieszany $(\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}) = 3$.

Zadanie 7. Obliczyć objętość podanych wielościanów:

- a) równoległościanu rozpiętego na wektorach $\vec{a} = [0, 0, 1]$, $\vec{b} = [-1, 2, 3]$, $\vec{c} = [2, 5, -1]$,
- b) czworościanu o wierzchołkach $A(1, 1, 1)$, $B(1, 2, 3)$, $C(2, 3, -1)$, $D(-1, 3, 5)$.

Zadanie 8. Dany jest czworościan o wierzchołkach: $O(0, 0, 0)$, $A(5, 2, 0)$, $B(2, 5, 0)$, $C(1, 2, 4)$. Obliczyć jego objętość oraz wysokość poprowadzoną z wierzchołka O.

Zadanie 9. Napisać równanie płaszczyzny (w przykładzie b), c), d) równanie parametryczne, ogólne i odcinkowe), która przechodzi przez

- a) punkt $A(3, -1, 2)$ i jest prostopadła do wektora $\vec{v} = [3, -1, 2]$,
- b) punkt $B(1, 5, 1)$ i jest równoległa do wektorów $\vec{u} = [2, 1, 6]$ i $\vec{v} = [-3, 5, 6]$,
- c) punkty $M(3, 1, 2)$, $N(0, -1, 1)$, $P(1, 0, 2)$,
- d) punkty $A(-1, 2, 4)$, $B(2, 1, 3)$ i jest równoległa do wektora $\vec{a} = [3, 1, 5]$,
- e) punkt $A(0, 2, 1)$ i jest równoległa do płaszczyzny o równaniu $\pi : 2x + y - z - 2 = 0$.

Zadanie 10. Znaleźć równanie płaszczyzny zawierającej punkt $A(-5, 1, 6)$ i odcinającej równe odcinki na dodatnich półosiach układu współrzędnych.

Zadanie 11. Napisać równanie prostej przechodzącej przez punkty $A(1, 2, -3)$, $B(2, 1, 1)$.

Zadanie 12. Wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez punkt $A(2, 1, -2)$ i równoległej do prostej $l : \begin{cases} x = 1 - t, \\ y = 2t, \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Zadanie 13. Napisać równanie prostej przechodzącej przez punkt $P(2, 3, 1)$ oraz

a) prostopadłej do płaszczyzny $\pi : 5x - 3y + 2z + 1 = 0$,

b) przechodzącej przez punkt przecięcia prostej $l : \begin{cases} x = 1 + t, \\ y = -2t, \\ z = 1 + 3t. \end{cases}$ z płaszczyzną $\pi : 4x - y + 3z + 1 = 0$,

c). równoległej do płaszczyzn o równaniach $\pi_1 : 6x - y + z = 0$ i $\pi_2 : x + 3y - 2z + 1 = 0$.

d). prostopadłej do prostych $l : \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z}{-5}$, $k : \begin{cases} x = 9 - 5t, \\ y = 1 - t, \\ z = 4 + 10t. \end{cases}$

Zadanie 14. Napisać równanie płaszczyzny równoległej do płaszczyzny $\pi : 4x - 12y + 6z + 5 = 0$ i oddalonej od niej o 3.

Zadanie 15. Znaleźć równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $A(-1, 3, 5)$ i prostopadłej do prostej $l : \begin{cases} 2x - 4y + 2z + 8 = 0, \\ x + y - z + 4 = 0. \end{cases}$

Zadanie 16. Napisać równanie ogólne płaszczyzny zawierającej proste $l_1 : x = y = -z$, $l_2 : \begin{cases} x = -3 + 2t, \\ y = 3 - 4t \\ z = -1 + 2t. \end{cases}$

Zadanie 17. Napisać równanie parametryczne i kierunkowe prostej: $l : \begin{cases} x + y + z + 1 = 0, \\ 2x + y - 4z + 2 = 0. \end{cases}$

Zadanie 18. Znaleźć rzut punktu $A(2, 3, -6)$ na płaszczyznę $\pi : x + 2y + z + 4 = 0$.

Zadanie 19. Znaleźć odległość punktu $A(3, -3, 2)$ od płaszczyzny $\pi : x + 2y - 2z + 3 = 0$.

Zadanie 20. Znaleźć odległość między płaszczyznami $\pi_1 : x + 2y - z - 1 = 0$, i $\pi_2 : x_2y - z + 3 = 0$.

Zadanie 21. Znaleźć odległość punktu $A(3, 0, 4)$ od prostej $l : \begin{cases} x = 2 + 3t, \\ y = -1 - t \\ z = 3 + 2t, \end{cases} t \in \mathbb{R}$.

Zadanie 22. Znaleźć odległość między prostymi: skośnymi : $l_1 : \frac{x-9}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{1}$, $l_2 : \frac{x}{2} = \frac{y+2}{9} = \frac{z-2}{2}$,