

Sterowanie procesami - projekt II

zadanie 6

Jakub Ciemięga

10.06.2020

Obiekt regulacji jest opisany transmitancją:

$$G(s) = \frac{K_0 e^{-T_0 s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

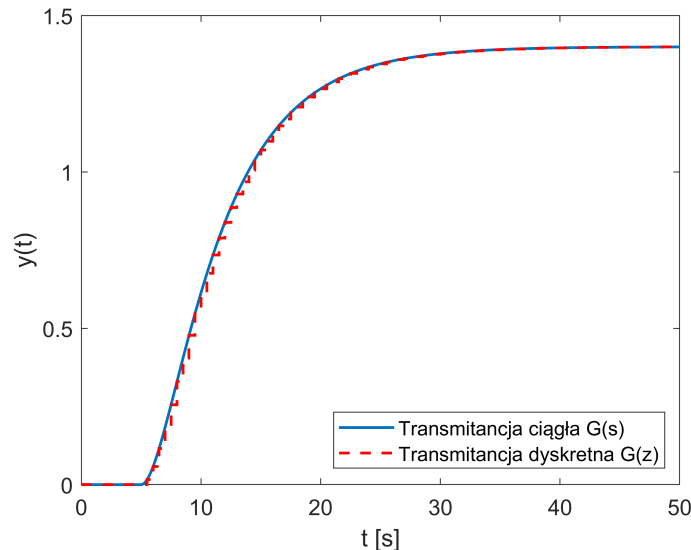
gdzie: $K_0 = 1.4$, $T_0 = 5$, $T_1 = 1.71$, $T_2 = 5.53$.

Zad 1. Wyznaczyć transmitancję dyskretną $G(z)$. Należy przy tym zastosować ekstrapolator zerowego rzędu i przyjąć okres próbkowania $T_p = 0,5s$. Porównać odpowiedź skokową i współczynnik wzmocnienia statycznego transmitancji ciągłej i dyskretniej.

Za pomocą MATLABa otrzymano następującą transmitancję dyskretną:

$$G(z) = \frac{0.01632z + 0.01436}{z^2 - 1.66z + 0.6819} z^{-10}$$

Na rysunku 1 pokazano porównanie odpowiedzi skokowej dla transmitancji ciągłej i dyskretniej.



Rysunek 1: Odpowiedź skokowa transmitancji ciągłej i dyskretniej.

Można zauważyć, że odpowiedź skokowa w obu przypadkach jest optycznie taka sama. Prawdopodobnie więc wzmocnienie statyczne K_{stat} również będzie takie samo. K_{stat} można policzyć ze wzorów:

Dla $G(s)$:

$$K_{stat} = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{1.4}{1} = 1.4$$

Dla $G(z)$:

$$K_{stat} = \lim_{z \rightarrow 1} G(z) = \frac{0.01632 + 0.01436}{1 - 1.66 + 0.6819} = 1.4009 \approx 1.4$$

Zgodnie z przewidywaniami, wzmocnienie statyczne obu transmitancji jest takie samo (z dokładnością do zaokrągleń).

Zad 2. Na podstawie transmitancji dyskretnej wyznaczyć równanie różnicowe służące do obliczenia wielkości $y(k)$ na podstawie sygnałów wejściowych i wyjściowych z chwil poprzednich.

$$y(k) = \sum_{i=1}^n b_i y(k-i) + \sum_{i=1}^m c_i u(k-i)$$

Przyjmując, że

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0.01632z + 0.01436}{z^2 - 1.66z + 0.6819} z^{-10}$$

Otrzymujemy:

$$(z^2 - 1.66z + 0.6819)Y(z) = (0.01632z^{-9} + 0.01436z^{-10})U(z)$$

Czyli w dziedzinie dyskretnej:

$$y(k+2) - 1.66y(k+1) + 0.6819y(k) = 0.01632u(k-9) + 0.01436u(k-10)$$

Po podstawieniu $k := k-2$ otrzymujemy równanie różnicowe służące do obliczania wielkości $y(k)$ na podstawie sygnałów wejściowych i wyjściowych z chwil poprzednich:

$$y(k) = 1.66y(k-1) - 0.6819y(k-2) + 0.01632u(k-11) + 0.01436u(k-12)$$

Zad 3. Dla danego obiektu dobrać ciągły regulator PID metodą Zieglera–Nicholsa ($K_r = 0.6K_k$, $T_i = 0.5T_k$, $T_d = 0.12T_k$, gdzie K_k - wzmacnienie krytyczne T_k - okres oscylacji). Wyznaczyć parametry r_0, r_1, r_2 dyskretnego regulatora PID.

Przy pomocy MATLABa badano wyjście obiektu dla coraz większych wartości K i w ten sposób wyznaczono wzmacnienie krytyczne $K_k = 1.645$ oraz okres oscylacji $T_k = 19.7$ (rysunek 2). Na tej podstawie obliczono parametry ciągłego regulatora PID:

$$K_r = 0.9870$$

$$T_i = 9.85$$

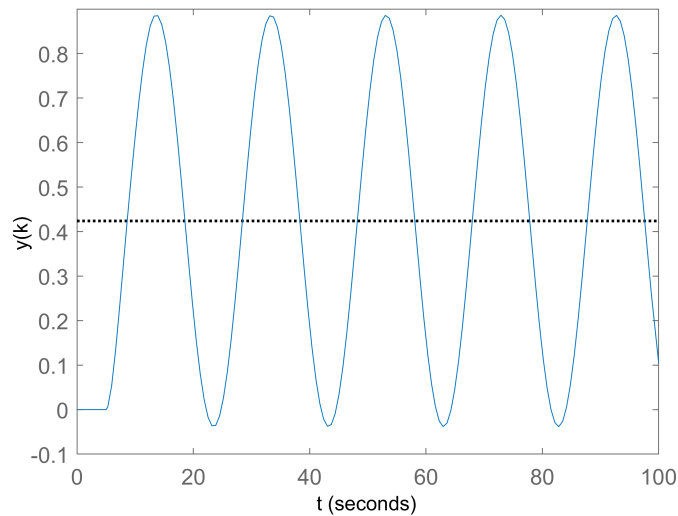
$$T_d = 2.364$$

Następnie obliczono parametry dyskretnego regulatora PID:

$$r_0 = 5.6786$$

$$r_1 = -10.295$$

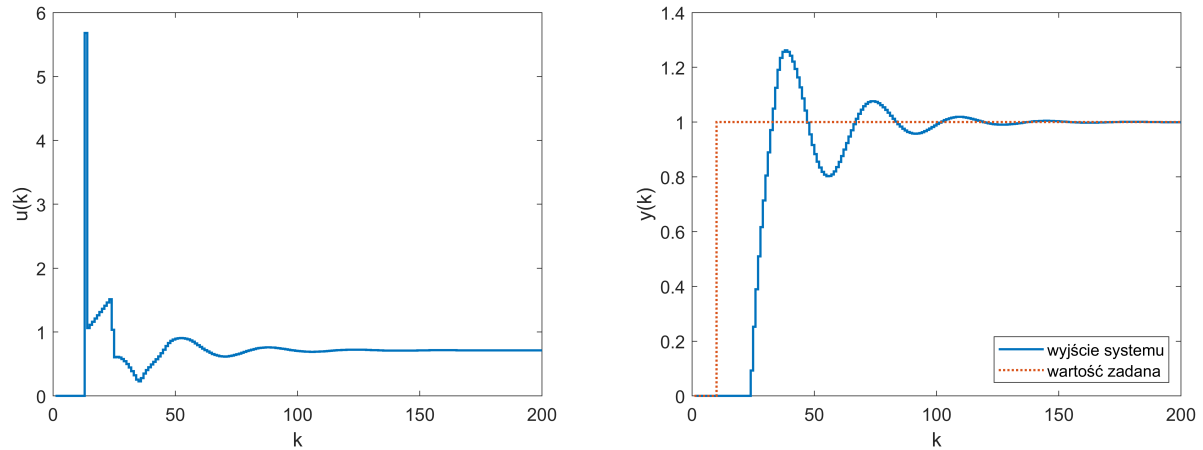
$$r_2 = 4.6665$$



Rysunek 2: Odpowiedź obiektu dla wzmacnienia krytycznego.

Zad 4. Napisać program do symulacji cyfrowego algorytmu PID oraz algorytmu DMC w wersji analitycznej, bez ograniczeń. Należy przyjąć stałą trajektorię zadaną dla całego horyzontu predykcji. Model z punktu drugiego proszę wykorzystać do wyznaczenia odpowiedzi skokowej i symulacji obiektu.

Wyniki działania implementacji algorytmu PID w MATLABie przedstawiono na rysunku 3. Można zauważyć, że regulator działa, ponieważ wyjście układu ustala się na poziomie wartości zadanej w dopuszczalnie krótkim czasie. Przykłady praktycznego zastosowania implementacji algorytmu DMC zostaną pokazane w kolejnym zadaniu.

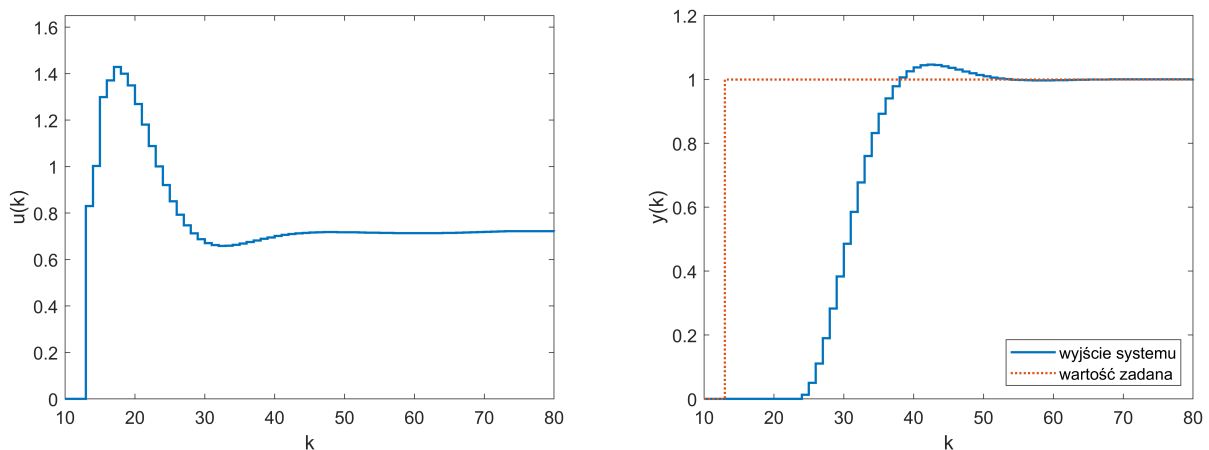


Rysunek 3: Sygnał sterujący u oraz wyjście układu y dla obiektu z regulatorem PID w wersji dyskretniej.

Zad 5. Dobrać parametry algorytmu DMC testując działanie układu regulacji dla skokowych zmian wartości zadanej, postępując w następujący sposób:

a) Na podstawie odpowiedzi skokowej określić horyzont dynamiki D . Następnie, należy założyć początkową wartość współczynnika λ , np. $\lambda = 1$ oraz długości horyzontów predykcji i sterowania takie same, jak horyzont dynamiki ($N_u = N = D$). Jeżeli regulator pracuje nieprawidłowo, proszę wydłużyć horyzont dynamiki.

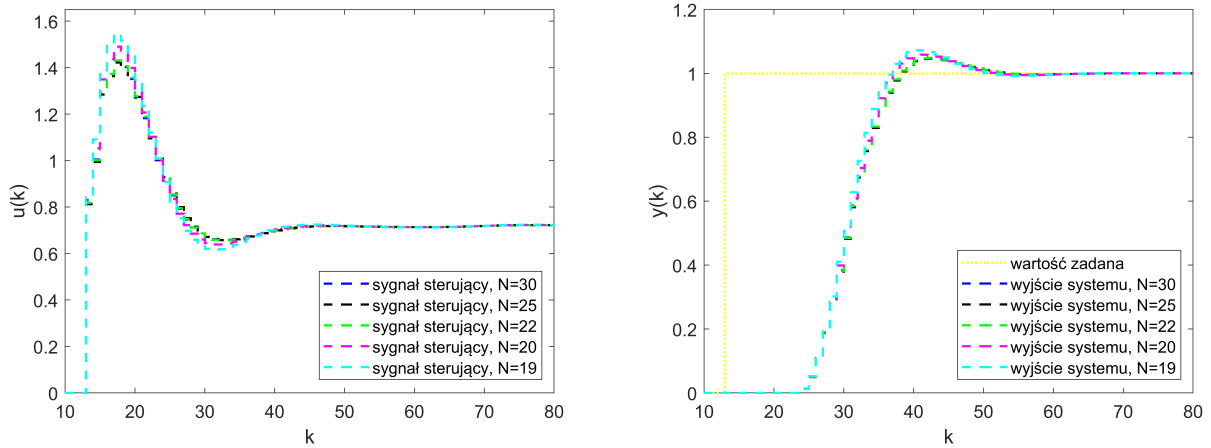
Na podstawie odpowiedzi skokowej obiektu określono horyzont dynamiki $D = 70$ (dla wartości $K_{stat} = 1.4$ w chwili $k = 70$ wyjście obiektu osiągało wartość ≈ 1.39). Na rysunku 4 przedstawiono wyniki działania systemu. W całym zadaniu układ badano dla zmiany wartości zadanej z 0 na 1 w chwili $k = 13$. Przyjęto czas symulacji równy $80k$ ponieważ pozwalał on na ustabilizowanie się systemu w każdym z badanych przypadków.



Rysunek 4: Sygnał sterujący u oraz wyjście układu y dla obiektu z regulatorem DMC.

b) Stopniowo skracać horyzont predykcji i wybrać jego docelową długość (przy $N_u = N$).

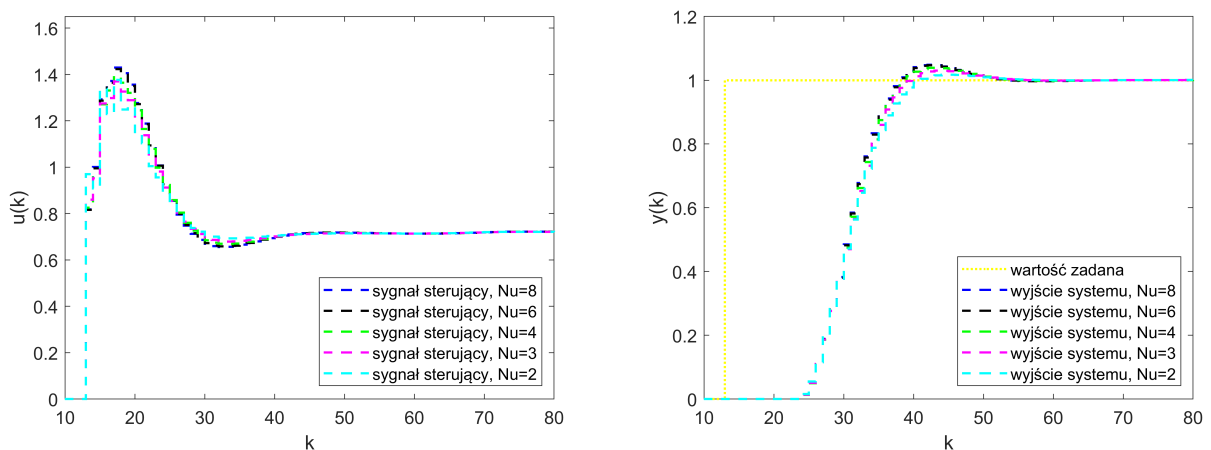
Badanie zachowania układu wykazało, że zmiana wartości N od 30 do 70 nie wpływała na wynik symulacji. Wynik kolejnych symulacji przedstawiono na rysunku 5. Można zauważyć, że zmniejszanie horyzontu predykcji prowadziło do zwiększania wartości sygnału sterującego, czyli w konsekwencji do większego przeregulowania układu bez znaczącego wpływu na czas osiągnięcia wartości zadanej. Ostatecznie wybrano wartość $N = 22$.



Rysunek 5: Sygnał sterujący u oraz wyjście układu y obiektu z regulatorem DMC dla różnych horyzontów predykcji N .

c) Zbadać wpływ horyzontu sterowania na jakość regulacji (np. przyjąć kolejno $N_u = 1, 2, 3, 4, 5, 10, \dots, N$). Wybrać możliwie małą długość horyzontu sterowania.

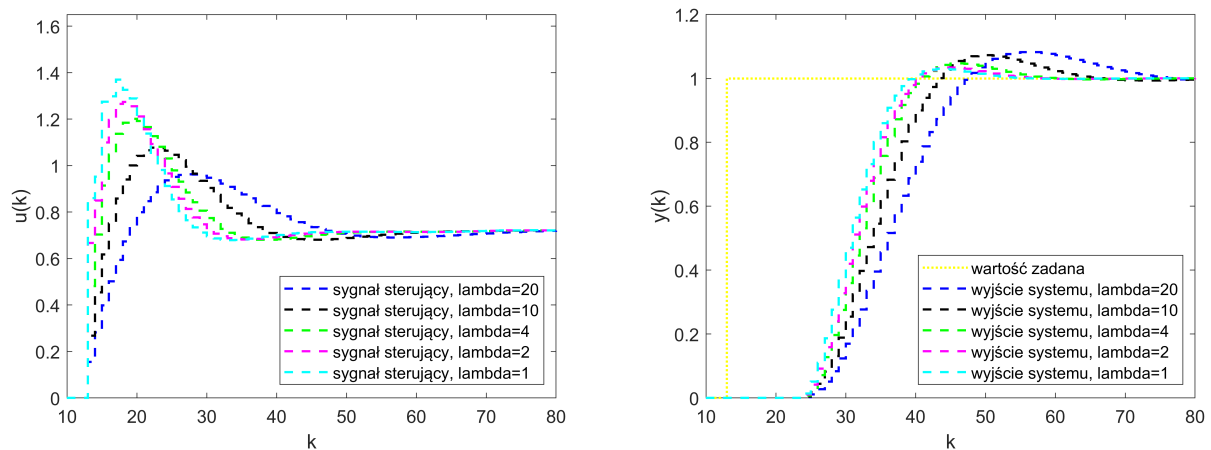
Badanie zachowania układu wykazało, że zmiana wartości N_u od 8 do 22 nie wpływała na wynik symulacji. Wynik kolejnych symulacji przedstawiono na rysunku 6. Można zauważyć, że zwiększanie horyzontu sterowania prowadziło do zwiększania wartości sygnału sterującego, czyli w konsekwencji do większego przeregulowania układu z niewielkim wpływem na czas osiągnięcia wartości zadanej. Ostatecznie wybrano najmniejszą możliwą wartość $N_u = 3$, ponieważ dla $N_u = 2$ wartość sygnału sterującego zmieniała się bardziej nieregularnie, co mogłoby być problemem np. w implementacji na rzeczywistym urządzeniu.



Rysunek 6: Sygnał sterujący u oraz wyjście układu y obiektu z regulatorem DMC dla różnych horyzontów sterowania N_u .

d) Dla ustalonych horyzontów zbadać wpływ współczynnika λ na jakość regulacji i wybrać taką jego wartość, która zapewni właściwy kompromis między szybkością regulacji a postacią sygnału sterującego.

Wynik kolejnych symulacji przedstawiono na rysunku 7. Można zauważyć, że zwiększanie wartości współczynnika λ prowadziło do zmniejszenia wahań sygnału sterującego. Ponieważ, jednak dla dużych wartości λ sygnał sterujący był relatywnie mocno ograniczony, nie był on w stanie odpowiednio szybko reagować na zmiany wyjścia systemu, przez co układ działał wolniej, a także doświadczał większego przeregulowania. Zbyt mała wartość λ mogłaby jednak z kolei doprowadzić do zbyt dużych zmian sygnału sterującego, co mogłoby być problemem np. w implementacji na rzeczywistym urządzeniu. Ostatecznie wybrano wartość współczynnika $\lambda = 4$, ponieważ zapewniała ona wyjście systemu bardzo zbliżone do tego dla mniejszych wartości a jednocześnie pozwalała na użycie widocznie mniejszych wartości sygnału sterującego.



Rysunek 7: Sygnał sterujący u oraz wyjście układu y obiektu z regulatorem DMC dla różnych wartości współczynnika λ .

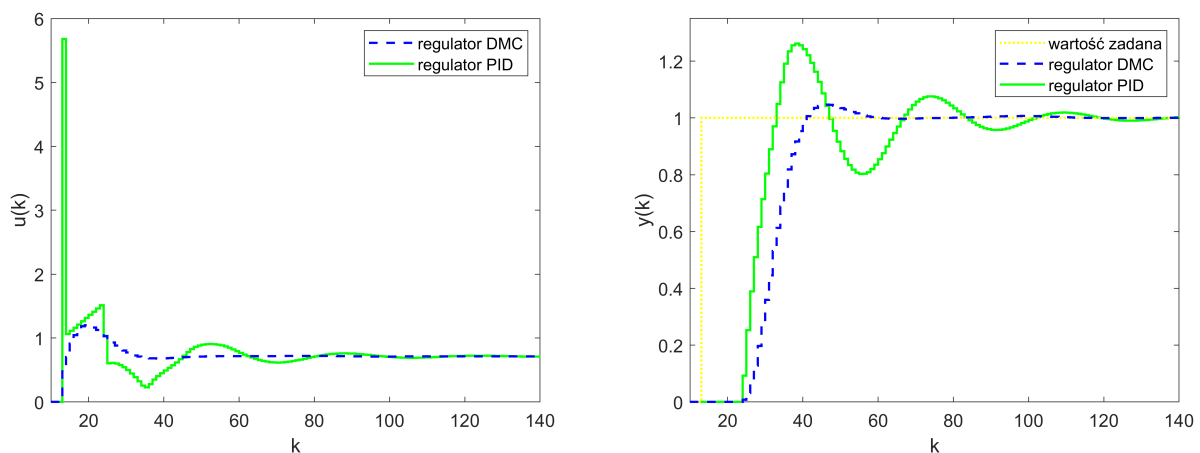
Ostatecznie zatem wyznaczono następujące parametry algorytmu DMC:

$$N = 22$$

$$N_u = 3$$

$$\lambda = 4$$

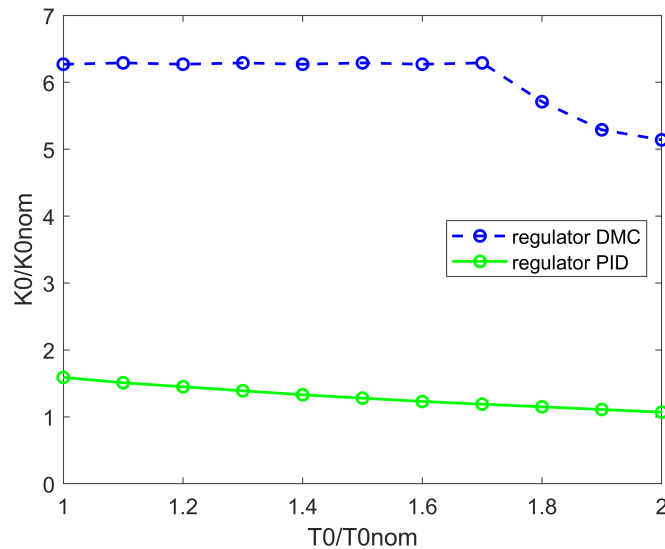
Zad 6. Przy skokowej zmianie wartości zadanej porównać jakość regulacji cyfrowego algorytmu PID i algorytmu DMC dostrojonego w poprzednim punkcie. Wyznaczyć obszary stabilności obu algorytmów, tzn. krzywą K_0/K_0^{nom} w funkcji T_0/T_0^{nom} , przyjmując $T_0/T_0^{nom} = \{1; 1, 1; 1, 2; 1, 3; 1, 4; 1, 5; 1, 6; 1, 7; 1, 8; 1, 9; 2\}$.



Rysunek 8: Porównanie sygnału sterującego u oraz wyjścia układu y dla dwóch wersji regulatora.

Na rysunku 8 pokazano porównanie działania obu wersji regulatora. Na tej podstawie można z dużą dozą pewności stwierdzić, że regulator DMC działa lepiej od regulatora PID, ponieważ jego wykorzystanie prowadzi do mniejszych wahań sygnału sterującego, mniejszych przeregulowań wyjścia układu oraz jego szybszego ustalenia się na wartości zadanej. Należy jednak wspomnieć, że otrzymane parametry regulatora DMC zostały dobrane na podstawie badań, a dla regulatora PID jedynie na podstawie wzoru. Oznacza to, że dalsze testowanie regulatora PID prawdopodobnie doprowadziłoby do polepszenia jakości jego działania.

Zbadano również obszary stabilności i wyznaczono odpowiednie krzywe zgodnie z warunkami zadania, które pokazano na rysunku 9, gdzie układ jest niestabilny "powyżej" wyznaczonej krzywej.



Rysunek 9: Obszary stabilności układu regulacji przy zmianach współczynnika wzmocnienia i opóźnienia obiektu.

Na podstawie wykresu można stwierdzić, że dla omawianego obiektu regulator DMC wykazuje lepsze właściwości obszarów stabilności niż regulator PID. Po pierwsze, jego obszary stabilności są bezwzględnie większe, a po drugie zmiana opóźnienia obiektu ma mniejszy wpływ na dopuszczalną wielkość współczynnika wzmocnienia (krzywa zaczyna zauważalnie opadać dopiero dla $T_0/T_0^{nom} = 1.8$).

Ogólnie można zatem powiedzieć, że algorytm DMC jest być może nieco trudniejszy w zrozumieniu i implementacji niż algorytm PID, jednak jest również skuteczniejszy w działaniu.