

# Kapitola 1

## Častice a ich vzájomné interakcie

### 1.1 Zadanie

Častice a jejich vzájemné interakce Interakce mezi elementárními částicemi, Vlastnosti elementárních částic, Klasifikace elementárních částic, Hadrony, Leptony, Antičástice, Symetrie a zákony zachování, Standardní model, Zákony zachování energie a hybnosti, Souřadné soustavy v subjaderné fyzice, Transformace kinematických veličin mezi soustavami, Mandelstamovy proměnné, Kinematické proměnné – rapidita, pseudorapidita, Feynmanova proměnná, Bjorkenova proměnná

### 1.2 Štandardný model

#### 1.2.1 História

V roku 1960 navrhol Sheldon Glashow teoretickú možnosť ako skombinovať elektromagnetickú a slabú interakciu do jednotnej teórie. O sedem rokov neskôr doplnili Steven Weinberg a Abdus Salam navrhnutý teoretický model o Higgsov mechanizmus, ktorý priamo determinuje hmotnosti elementárnych častíc popísaných v rámci štandardného modelu. Špeciálne ide hlavne o hmotnosti W a Z bozónov a fermiónov. Higgsov mechanizmus takisto vysvetľuje, akým spôsobom "získavajú" hmotnosť kvarky a leptóny.

Po objave slabých neutrálnych prúdov v CERNe, spôsobených výmenou Z bozónov sa elektroslabá teória stala široko akceptovanou. Glashow, Salam a Weinberg, tvorcovia tejto teórie, následne dostali v roku 1979 Nobelovú cenu za fyziku. Neskôr, v r. 1981 boli experimentálne objavené bozóny W a Z. Experimentálne boli určené ich hmotnosti, pričom tieto boli v dobrej zhode s predpoveďami poskytnutými Štandardným modelom.

Teória silnej interakcie získala svoju modernú podobu v rokoch 1973 – 74, kedy experimenty potvrdili, že hadróny sú zložené zo zlomkovo nabitých kvarkov.

### 1.2.2 Prehľad

Štandardný model fyziky častíc je zjednotený súbor teoretických poznatkov zahrňujúci väčšinu známych elementárnych častíc. V rámci modelu je možné zjednoteným spôsobom (zjednotenou matematickou formuláciou) popísať tri zo štyroch fundamentálnych interakcií: silnú, slabú, a elektromagnetickú. Štandardný model predstavuje relativistickú kvantovú teóriu vyhovujúcu zároveň princípom špeciálnej teórie relativity i kvantovej mechaniky. Gravitačná interakcie a teda ani všeobecná teória relativity nie sú v modeli zahrnuté. Fundamentálnymi objektmi vystupujúcimi v tejto teórii sú polia v časopriestore. Štandardný model bol vypracovávaný postupne. Jeho základy boli položené začiatkom 20. storočia. Súčasná formulácia bola dokončená v 70-tych rokoch po experimentálnom potvrdení existencie kvarkov. Táto teória je v dobrom súlade so súčasnými experimentálnymi údajmi. Zahrňuje však 18 voľných parametrov, ktorých hodnotu nepredpovedá. Hodnota týchto parametrov je určená výhradne na základe experimentálnych výsledkov. Nepopisuje taktiež gravitáciu, tmavú hmotu či tmavú energiu.

Štandardný model je kalibračná teória silných ( $SU(3)$ ) a elektroslabých ( $SU(2) \times U(1)$ ) interakcií s kalibračnou grupou nazývanou tiež Štandardný model symetrickej grupy  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ .

V nasledujúcej časti si povieme o elementarných časticiach a interakciách medzi nimi.

## 1.3 Elementárne častice a ich klasifikácia

Pod pojmom elementárna častica alebo fundamentálna častica rozumieme časticu, ktorej subštruktúra je neznáma, a teda nie je známe, či je zložená z iných častíc. Tieto častice môžu byť rozdelené do dvoch skupín: elementarne fermiony a bosony.

### 1.3.1 Elementárne fermióny

Do tejto skupiny patria kvarky a leptony, ktoré tvoria hmotu okolo nás preto ich môžeme nazvať aj časticami hmoty. Rozdelenie týchto častíc je nasledovne, pozri tabuľku (1.1).

Leptony								
1. generácia			2. generácia			3. generácia		
Meno	Naboj	MeV/c <sup>2</sup>	Meno	Naboj	MeV/c <sup>2</sup>	Meno	Naboj	MeV/c <sup>2</sup>
Elektron	-1 e	0.511	Mion	-1 e	105.7	Tau	-1 e	1780
El.neutrino	0	nezn.	Mion neutrino	0	nezn.	Tau neutrino	0	nezn.
Kvarky								
Meno	Naboj	MeV/c <sup>2</sup>	Meno	Naboj	MeV/c <sup>2</sup>	Meno	Naboj	MeV/c <sup>2</sup>
Up	2 / 3 e	1.9	Charm	2 / 3 e	1320	Top	2 / 3 e	172700
Down	- 1 / 3 e	4.4	Strange	- 1 / 3 e	87	Bottom	- 1 / 3 e	4240

Obr. 1.1: Tabuľka fermionov

Všetky elementarne fermiony sú častice s poločíselným spinom ( $1/2$ ), antisymetrickou vlnovou funkciou, splňajú Pauliho vylučovací princíp a ich správanie určuje Fermi-Diracovo rozdelenie, ktoré je

$$f(\epsilon_i) = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/kT} + 1}, \quad (1.1)$$

kde  $k$  je Boltzmannova konštanta,  $T$  je absolútna teplota,  $\epsilon_i$  je energia jedno-časticoveho stavu  $i$  a  $\mu$  je celkový chemický potenciál (pre  $T=0$  to je fermiho energia).

Nabité **leptóny** ( $e^-$ ,  $\mu^-$ ,  $\tau^-$ ) interagujú elektromagnetickou a slabou interakciou zatiaľ čo neutrálne leptóny (neutrína) interagujú iba slabou interakciou. Leptóny neinteragujú silnou interakciou!

**Kvarky** interagujú silnou, slabou a elektromagnetickou interakciou. Každý kvark nesie jeden z troch farebných nábojov silnej interakcie (green, red, blue). Izolované kvarky neboli nikdy v prírode pozorované a vyskytujú sa len vo viazaných stavoch zvaných **hadrony**, ktoré majú neutrálny farebný náboj. Existujú stovky rôznych druhov hadrónov, niektoré sú takmer stabilné a niektoré (známe ako rezonancie) majú extrémne krátku životnosť. Stupeň stability závisí hlavne od hmotnosti hadrónu. Hadrony môžeme rozdeliť na baryóny a mezóny.

- **Baryóny** sú zložené častice, ktoré obsahujú 3 kvarky a majú polovičný spin, napr. (proton- $uud$ , neutron- $udd$ ,  $\Lambda$ - $uds$ ). Baryón, ktorý obsahuje jeden alebo viac strange kvarkov, ale žiadny charm, bottom alebo top kvark, sa nazýva hyperón. Keďže silné interakcie si zachovávajú zvláštnosť (strangeness), hyperóny sa nemôžu rozpadnúť silnou interakciou avšak zúčastňujú sa silnej interakcie (to znamená, že môžu vzniknúť silnou interakciou). Rozpadajú sa niekoľko-nasobnou slabou interakciou, ktorá mení ich strangeness, povesine na proton alebo neutron a ine častice (slabá interakcia podivnosť nezachováva).
- **Mezóny** sú zložené z jedného kvarku a jedného antikvarku a výsledný mezon musí byť bezfarebný. Všetky mesóny sú nestabilné, pričom najdlhšia životnosť trvá len niekoľko stotín mikrosekúnd. Nabité mezóny sa rozpadajú na elektróny a neutrína (ako môžu sa rozpadnúť aj na ine mezóny ale tie sa potom tiež rozpadnú až do konca na leptóny). Nabité mezóny sa môžu rozpadnúť na fotóny. Obe tieto rozpady naznačujú, že farebný náboj už nie je vlastnosťou vedľajších produktov. Rozlišujú sa mezóny skalárne (spin kvarku a antikvarku sú orientované opačne, takže výsledný spin mezonu je  $s = 0$ ) a mezóny vektorové (spin kvarku a antikvarku majú rovnaký smer, takže výsledný spin mezonu je  $s = 1$ ). Mesóny sa zaraďujú medzi bosóny, keďže majú celociselný spin avšak nie medzi elementárne bosóny.

### 1.3.2 Elementárne bozóny

Sú to častice, ktoré zprostredkujú základné interakcie; foton pre elektromagnetickú interakciu, bosóny  $W^\pm$ ,  $Z^0$  pre slabú interakciu a gluóny pre silnú interakciu. Tieto častice majú celociselný spin, symetrickú vlnovú funkciu, nesplňajú Pauliho vylúčovací princíp, a ich správanie je riadené Bose-Einsteinovou statistikou, ktoré má tvar

$$f(\epsilon_i) = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/kT} - 1}. \quad (1.2)$$

Do tejto skupiny patrí aj Higgsov boson, ktorý má spin  $= 0$  a ktorý je zodpovedný za hmotnosť častíc.

## 1.4 Fundamentálne interakcie

Este nez pristupime k jednotlivému popisu jednotlivých interakcií, uvedieme tabuľku, v ktorej su základne charakteristiky fundamentalných interakcií, obrazok 1.2

Interaction	Gravitational	Electroweak		Strong	
		Weak	Electromagnetism	Fundamental	Composite
Posobi na:	Hmota-energia	Flavour	Elektricky nabo	Farebny nabo	
Na aku casticu:	Vsetky	Kvark, lepton	Elektricky nabite cast.	Kvark, gluon	Hadron
Mediatorom je:	Graviton?	Z, W+-	foton	Gluon	Mezon
Relativna sila	10 <sup>-38</sup>	10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-2</sup>	1	Nepouzitelne
Rozsah posobenia	infinity	~10 <sup>-18</sup> m	infinity	~10 <sup>-15</sup>	

Obr. 1.2: Tabuľka interakcií

### 1.4.1 Elektromagnetická interakcia

Prvou interakciou, ktorou sa budeme zaoberat, je elektromagnetická interakcia, ktorá posobi medzi časticami s nenulovým elektrickým nábojom. Mediatorom tejto interakcie je fotón, čo je vektorova častice (spin = 1).

Opis tejto interakcie zacneme najprv z klasickeho hladiska. V klasickom elektromagnetisme se elektromagnetické pole riadi sadou rovníc známych jako Maxwellovy rovnice

$$\begin{aligned}
 \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\
 \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\
 \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
 \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

Prvá rovnica opisuje, ako sú elektrické polia vyvolané naboymi. Druhá rovnica hovorí, že neexistuje nič také ako magnetický monopol. Tretia rovnica opisuje indukciu elektrických polí zmenou magnetických polí a štvrtá rovnica opisuje generovanie magnetických polí elektrickými prúdmi a indukciu magnetických polí casovou zmenou elektrických polí.

Z druhej a tretej Maxwellovej rovnice sa navyse da ukazat, ze polia  $\vec{E}$  a  $\vec{B}$  mozu byt prepisane nasledovne

$$\begin{aligned}
 \vec{B} &= \nabla \times \vec{A} \\
 \vec{E} &= -\nabla \varphi - \frac{\partial}{\partial t} \vec{A},
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

kde funkcia  $\vec{A}$  sa nazyva vektorovy elektromagneticky potencial a funkcia  $\varphi$  je skalarny elektromagneticky potencial. Skalarny a vektorovy potencial su urcene hustotami elektrickeho naboja a prudu prostrednictvom rovníc, ktore dostaneme zo zvsnych dvoch Maxwellovych rovníc, ked do nich dosadime  $\vec{B}$  a  $\vec{E}$  vyjadrene cez dane potencialy. Co je vsak dolezitejsie je to, ze tieto potencialy nie su urcene jednoznacne. A tak mozme z potencialu  $\vec{A}$  prejst na potencial

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A} + \text{grad}(\Lambda). \tag{1.5}$$

Toto mozme urobit preto lebo rotacia gradientu akejkolvek vektorovej funkcie je vzdy nula, takže naše  $\vec{B}$  sa vobec nezmeni. Nasledne aby sa nezmenil ani skalarny potencial tak aj ten musi prejsť z  $\varphi$  na

$$\varphi \rightarrow \varphi - \frac{\partial}{\partial t} \Lambda \quad (1.6)$$

. Touto transformaciou poli sa nezmeni ani  $\vec{B}$  ani  $\vec{E}$ . Uvedena transformacia elmag potencialov (oboch súčasne!) sa nazýva **kalibracna transformacia**.

Prečo sme to ale vlastne cele robili a zaviedli sme taketo potencialy? Odpoveďou napríklad je, že kvantová mechanika častice v elmag. poli je opísaná Schrodingerovou rovnicou, v ktorej vystupujú elmag potencialy a nie elmag polia. Nahradenie elmag potencialov elmag. poliami by tu bolo značne komplikované a neprirodzené. Navyše kvantová teória samotného elmag. pola, tzv. kvantová elektrodynamika, je založená na tzv. kvantovaní klasickej teórie. K tomuto kvantovaniu je potrebné mať sformulovanú klasickú elektrodynamiku v lagrangeovskom alebo hamiltonovskom formalizme. Pre oba tieto formalizmy su elmag. potencialy oveľa vhodnejšie a prirodzenejšie ako elmag. polia.

Problémy klasického elektromagnetizmu nastali keď Einstein publikoval teóriu fotoelektrického javu, v ktorej predpokladá, že svetlo se šíri ako vlnenie elektromagnetického pola, ale môže existovať vo forme častíc, diskretných kvant, neskôr nazývaných fotony. Einsteinova teória fotoelektrického javu bola v súlade s predstavami, ktoré sa objavili v navrhnutom riešení Maxe Plancka v roku 1900. Vo svojej práci Planck predpokladal, že elektromagnetické vyžarovanie telies prebieha cez diskretné kvanta, čo vedie ku konečnej celkovej energii. Táto predstava bola v priamom protiklade s klasickým pohľadom na svetlo ako spojitú vlnu. Planckova a Einsteinova teória následne viedly ku kvantovej mechanike, ktorá bola formulovaná v roku 1925. Na jej základe bola okolo roku 1940 dokončená nová kvantovo-mechanická teória elektromagnetizmu; kvantová elektrodynamika („QED“) a je jednou z najpresnejších fyzikálnych teórií.

**Kvantová elektrodynamika** je nauka o pohybe elektrických nábojov (nabitých telies) vobecne premenných elektromagnetických poliach. Klasická elektrodynamika študuje elektrodynamické interakcie medzi makroskopickými telesami, kvantová elektrodynamika interakcie medzi mikro-objektmi. QED popisuje interakciu žiarenia s hmotou (fotoelektrický jav, Comptonov rozptyl, brzdné žiarenie), elektromagnetické interakcie medzi nabitými elementárnymi časticami, reakcie fotonov. Kvantová elektrodynamika vznikla ako teória interakcie elektromagnetického pole a pole popisujúceho elektrony a pozitrony.

A podme teraz na samotný matematický aparát QED. Tento bude trochu dlhší ako tie ďalšie dva a to len preto aby som demonštroval silu tých kalibračných transformácií. Zme začneme veľmi zľahka a to tým, že si napíšeme Diracov lagrangian pre diracovu vlnu časticu (kde  $c=\hbar=1$ ).

$$\mathcal{L}_D = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \quad (1.7)$$

Pomocou Euler–Lagrange rovnice pohybu pre pole, ktorá má tvar

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \psi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} = 0, \quad (1.8)$$

sme schopny dostat Diracovu rovniciu v tvare

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0. \quad (1.9)$$

Toto je pohybova rovnice pre volny elektrony. V pripade pozitronu by sme dostali

$$\bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu + m) = 0. \quad (1.10)$$

Z týchto dvoch rovníc (keď ich scitame a vynasobime  $\bar{\psi}$ ,  $\psi$ ) mozme odvodiť rovnicu kontinuity (spojitosti) pre 4-vektor prúdu

$$\partial_\mu j^\mu = 0, \quad (1.11)$$

kde  $j = e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ . Toto odvodenie bolo na klasickej hladine, v kvantovom pripade by to bolo uplne to iste len akurat by to musela byt normalne usporiadana nabojovala hustota. Pre vacsie detaily ohľadom tohto usporiadania pozri ([http://sophia.dtp.fmph.uniba.sk/peterp/QED\\_A.pdf](http://sophia.dtp.fmph.uniba.sk/peterp/QED_A.pdf)).

Ako som už spomínal toto odvodenie bolo len pre volnu diracovu casticu, ktora s nicim neinteragovala. Teraz vsak budeme chcieť aby s nasim nabitým polom  $\psi$  interagovalo nejake dalsie pole. Ako ale pridať nejake dalsie pole tak aby sme nenarúšili celu tuto konstrukciu? Mozme si vsimnúť, že fyzikálne veličiny ako hustota náboja ( $\bar{\psi}\psi$ ) alebo prúd ( $\bar{\psi}\gamma^\mu$ ) su invariantne ak pridame lokálnu fazu  $\Lambda(x)$  do pola  $\psi$ .

$$\begin{aligned} \psi(x) &\rightarrow e^{iq\Lambda(x)}\psi(x) \\ \bar{\psi}(x) &\rightarrow e^{-iq\Lambda(x)}\bar{\psi}(x), \end{aligned} \quad (1.12)$$

tato transformacia sa nazyva lokalna U(1) kalibracna transformacia. Keby sme tuto transformáciu aplikujeme na člen  $\bar{\psi}\partial_\mu\psi$  zistíme, že nie je invariantny pre tuto transformáciu pretože derivácia ( $\partial_\mu$ ) sa pod touto U(1) symetriou netransformuje invariantne.

$$\bar{\psi}\partial_\mu\psi \rightarrow (\bar{\psi}e^{-iq\Lambda(x)})\partial_\mu(e^{iq\Lambda(x)}\psi) = \bar{\psi}(\partial_\mu + iq\Lambda(x))\psi \neq \bar{\psi}\partial_\mu\psi. \quad (1.13)$$

Aby sme vyriesili nekovariantnosť derivácie a spravili tak lagrangian kalibracne invariantny, musíme zaviesť kalibracne pole  $A_\mu$  a to nasledovne

$$D_\mu = \partial_\mu - iqA_\mu, \quad (1.14)$$

kde ako už vieme  $A_\mu$  sa musí transformovať ako  $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu\Lambda(x)$ .  $D_\mu$  sa nazyva kovariantna derivácia a je invariantna pod lokálnymi kalibracnymi transformáciami, čo vlastne znamená

$$\bar{\psi}D_\mu\psi = \bar{\psi}(\partial_\mu - iqA_\mu)\psi \rightarrow \bar{\psi}e^{-iq\Lambda(x)}(\partial_\mu - iq(A_\mu + \partial_\mu\Lambda(x)))e^{iq\Lambda(x)}\psi = \bar{\psi}D_\mu\psi. \quad (1.15)$$

Keď teraz do lagrangianu pre volnu casticu vložíme tuto kovariantnu deriváciu namiesto normalnej parcialnej derivácie ( $\partial_\mu \rightarrow D_\mu$ ) a vykonáme na ňom kalibracnu transformáciu všetkých poli

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow e^{iq\Lambda(x)}\psi, \\ \bar{\psi} &\rightarrow e^{-iq\Lambda(x)}\bar{\psi}, \\ A_\mu &\rightarrow A_\mu + \partial_\mu\Lambda(x), \end{aligned} \quad (1.16)$$

tak dostaneme lagrangian, ktorý môžeme napísať tvare

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu. \quad (1.17)$$

Ako môžeme vidieť, tento lagrangian pozostáva z pôvodného Diracovho lagrangianu pre voľnú časticu a nového interakčného členu medzi polom častice a novým kalibračným polom. Symbol  $q$  značí elektrický náboj častice. Tento lagrangian už obsahuje to, čo sme chceli akurát nie je kompletný a to z toho dôvodu, že mu chýba kinetický člen pre pole  $A_\mu$ . Tento člen sa dá ľahko dostať z Procovho lagrangianu, ten použijeme preto lebo pole  $A_\mu$  musí reprezentovať vektorovú časticu

$$\mathcal{L}_{Proc} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu. \quad (1.18)$$

Člen, ktorý obsahuje hmotnosť nie je kalibračne invariantný a preto položíme hmotnosť toho pola rovnu nule. Ako už viete alebo ste zistili z názvu toto pole  $A_\mu$  bude reprezentovať foton. A teraz môžeme písať lagrangian pre kvantovú elektrodynamiku

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (1.19)$$

Vložením tohto lagrangianu do Euler-Lagrangeovej rovnice pohybu pre pole, dostaneme

$$\begin{aligned} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi &= q\gamma^\mu A_\mu\psi \\ \partial_\mu F^{\mu\nu} &= q\bar{\psi}\gamma^\nu\psi = qj^\nu \end{aligned} \quad (1.20)$$

Prvá rovnica je Diracova rovnica pre časticu v elektromagnetickom poli a druhá rovnica je súbor Maxwellových rovníc so zdrojom  $j^\nu$ , ktorý pochádza z Diracovej rovnice.

Povedzme si teraz nejaké vlastnosti a výsledky QED. Veľkosť tejto interakcie je charakterizovaná konstantou jemnej štruktúry

$$\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} \quad (1.21)$$

Grafickou reprezentáciou procesov QED sú Feynmanove diagramy. Najčastejšie používané a najjednoduchšie sú diagramy na tzv. stromovej úrovni (three-level approximation), čo sú diagramy odpovedajúce prvému príspevku poruchovej teórie. Keďže QED je prototypom kvantovej teórie pola je charakterizovaná dvoma dôležitými vlastnosťami: kalibračnou invarianciou, čo sme si už povedali a renormalizovateľnosťou.

Vo všetkých výpočtoch QED vystupujú divergentné členy. Aby sme im zabránili v divergovaní, bolo objavené, že je možné predefinovať hmotnosť a náboj. Akési, holé "hmotnosti  $m_0$  a náboje  $e_0$  (nemerateľné hodnoty) je vždy možné prenásobiť bezrozmerným členom tak, aby sme dostali fyzikálnych veličín  $m$  a  $e$ , ktoré už sú určené z experimentu. Ďalším dôležitým bodom pri renormalizácii je to, že väzbové konštanty (ako napr.  $\alpha$ ) v skutočnosti nie sú konštantami, ale závisia na škále energie, na ktorých sa vykonávajú experimenty.

Jedným z najznámejších triumfov teórie kvantovej elektrodynamiky je presná predpoveď elektrónového faktora  $g_s$ , ktorý vystupuje v spinovom magnetickom dipolovom momente

$$\vec{\mu}_s = -g_s \mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar}. \quad (1.22)$$

Z Diracovej rovnice vychádza ze  $q_s = 2$ . Avšak experimentálne sa ukázalo, že to nie je presne 2 ale 2.00231930436182. Vidíme, že táto hodnota je len o dvetisíciny väčšie ako hodnota z Diracovej rovnice. Malá korekcia je známa ako *anomálny magnetický dipólový moment elektrónu*. Vyplýva to z interakcie elektrónov s virtuálnymi fotónmi v kvantovej elektrodynamike.

### 1.4.2 Slabá interakcia

Slabá interakcia je mechanizmus interakcie medzi sub-atómovými časticami, ktorý spôsobuje rádio-aktívny rozpad. Môžeme ho nazvať tzv. pomalý rozpad, pretože vznik a rozpad častíc pod vplyvom silnej interakcie prebieha v časoch rádovo rovných alebo kratších ako  $10^{-22} s$ , zatiaľ čo doby života častíc rozpadajúcich sa pod vplyvom slabšej interakcie sú omnoho kratšie než  $10^{-13} s$ . Najznámejším príkladom je  $\beta$  rozpad neutronu alebo mionu.

$$\begin{aligned} n &\rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad s \quad \tau \approx 881s \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad s \quad \tau \approx 2.2 \times 10^{-6}s \end{aligned} \quad (1.23)$$

Prvá teória  $\beta$  rozpadu pochádzala od Fermiho a počítala so stvor-fermionovým vertexom

$$\mathcal{L}_{int}^{Fermi} = -G(\bar{\psi}_p \gamma^\mu \psi_n)(\bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_{\bar{\nu}}) + h.c. \quad (1.24)$$

Avšak ukázalo sa, že pri beta premene môže dochádzať k procesom, v ktorých sa mení spin (Gamow-Teller prechod). Nasledne ešte niekoľko experimentov ukázalo, že dochádza k narušeniu parity. Fermiho lagrangian niečo také nemal v sebe. Preto trebalo vymyslieť niečo viac, čo bude v súlade s experimentálnymi pozorovaniami. Po zobrať do úvahy vtedajších výsledkov nadobudol interakčný lagrangian takýto tvar

$$\mathcal{L}_{int}^\beta = -\frac{G_\beta}{\sqrt{2}} [\bar{\psi}_p \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_n] [\bar{\psi}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\bar{\nu}}] + h.c. \quad (1.25)$$

kde  $G_\beta = 1.136 \times 10^{-5} GeV^{-2}$ . Tento lagrangian už v sebe má zakódované to, že slabá interakcia podstupuje celkovému narušeniu parity. Pre elektróny to znamená, že sú takmer všetko ľavo-tocivé a anti-neutrína sú naopak pravo-tocivé.

Približne v tom case, keď vznikala táto teória bol objavený muon, ktorý bolo možné popísať takýmto lagrangianom

$$\mathcal{L}_{int}^\mu = -\frac{G_\mu}{\sqrt{2}} [\bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \psi_\mu] [\bar{\psi}_e \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_e}] + h.c. \quad (1.26)$$

kde  $G_\mu = 1.16639 \times 10^{-5} GeV^{-2}$ . Vidíme, že pre rôzne rozpady častíc, ktorých polcasový rozpad sú veľmi odlišné, hodnoty väzbových konstant  $G_\beta$  a  $G_\mu$  sú veľmi podobné. Táto skutočnosť viedla k myšlienke, že procesy nukleonov s leptonmi a leptonov so sebou samými sú riadené rovnakou silou (Tiomno-Wheeler triangle). A tak vzniká teória od Feynmana a Gell-Manna, ktorá bola veľmi dôležitá vo vývoji slabšej interakcie a ktorá bola vo tvare tzv. current-current form of weak interaction

$$\mathcal{L}_{int}^w = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} J^\rho J_\rho^+ \quad (1.27)$$



kde,  $G_F = G_\mu$  a prúd  $J_\rho$  pozostáva z leptonovej a hadronovej časti

$$J_\rho = \bar{\psi}_{\nu_e} \gamma_\rho (1 - \gamma_5) \psi_e + \bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma_\rho (1 - \gamma_5) \psi_\mu + J_\rho^{hadron}. \quad (1.28)$$

K tomu aby sme mohli previazať minimálne rozdiely medzi  $G_F$  a  $G_\beta$  zavedieme parametrizáciu cez. tzv. Cabibbo uhol

$$\cos(\theta_C) = \frac{G_\beta}{G_F} = 0.974 \quad (1.29)$$

V tomto štádiu sa takáto parametrizácia môže javiť trochu umelá, pretože nie je jasné, prečo by mal byť určitý uhol vhodný na opis jednoduchého faktu, že  $G_\beta < G_F$ . Ozaistna sila tejto parametrizácie sa prejaví keď sa budú uvažovať procesy pri ktorých dochádza ku zmene podivnosti (strangeness). Pretože hlavnou podstatou tohoto uhlu je vyjadriť silu slabšej interakcie pri procesoch, ktoré zachovávajú alebo nezachovávajú podivnosť. Ukazuje sa, že pre procesy, ktoré nezachovávajú podivnosť je táto sila rovná  $G_F \sin(\theta_C)$  zatiaľ čo pre podivnosť zachovávajúce procesy to je  $G_F \cos(\theta_C)$ . Vzhľadom k tomu, že  $\theta_C$  je číselne malý, možno usudzovať, že úloha Cabibbo uhla spočíva v potlačovaní slabých procesov, ktoré menia podivosť, v pomere k tým, ktoré zachovávajú podivosť, avšak tieto procesy nie sú zakázané. Tieto poznatky boli z väčšej miere zistené empiricky z experimentov a vtedy sa aj zaviedli dve vyberové pravidlá, ktorými sa slabá interakcia riadi

- Procesy, v ktorých sa zmenila podivnosť viac ako o jednotku, sú veľmi silno potlačené:  $\Xi \rightarrow n + \pi^-$  kde  $\Delta S = 2$  a B.R. je  $1.9 \times 10^{-5}$
- Druhé pravidlo je  $\Delta S = \Delta Q$ , ktoré platí pre semileptonové rozpady. Majme všeobecný rozpad:

$$h_i = h_f + \text{lepton pair}.$$

Platí  $\Delta S = S(h_f) - S(h_i)$  a  $\Delta Q = Q(h_f) - Q(h_i)$ . Všimnime si že tieto hodnoty nie sú v absolútnej hodnote. Dobrým príkladom je napríklad takýto rozpad:

$$\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e \quad \text{kde} \quad \Delta S = \Delta Q = 1$$

takže, tento rozpad je oveľa častejší ako napríklad rozpad

$$\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad \text{kde} \quad \Delta S = 1 \neq \Delta Q = -1$$

Tieto pravidlá sa použili aj na tvorbu prvého tvaru hadronového prúdu, ktorý obsahoval zatiaľ len 3 kvarky, menovite u, d, s. Takže keď zahrnieme všetky tieto myšlienky tak celkový prúd môžeme písať ako

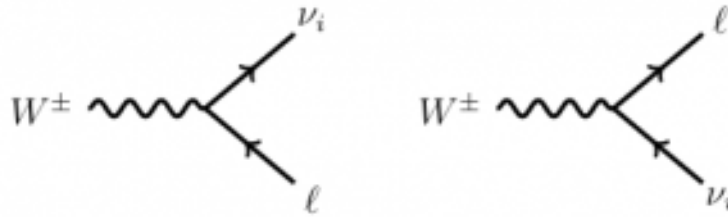
$$J_\rho = \bar{\psi}_{\nu_e} \gamma_\rho (1 - \gamma_5) \psi_e + \bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma_\rho (1 - \gamma_5) \psi_\mu + \bar{\psi}_u \gamma_\rho (1 - \gamma_5) (\psi_d \cos(\theta_C) + \psi_s \sin(\theta_C)) \quad (1.30)$$

Avšak tento problém mal stále problémy popisovať nejaké procesy, v ktorých vychádzali divergentné členy v rozptylových amplitudách. Zdrojom všetkých ťažkostí, ktoré vznikajú v tomto Fermiho modeli, je dimenzionalita príslušnej väzbovej konštanty  $G_F$ . A preto bolo zase potrebné nejakým spôsobom upraviť vtedajšiu teóriu aby zrušila tieto divergencie. Formálne sa dá zbaviť rozmernej väzbovej

konštanty a to tak, ak sa pôvodná interakcia "prúd x prúd" nahradí spojením slabého prúdu  $J_\rho$  s nejakým vektorovým poľom

$$\mathcal{L}_{int}^w = \frac{g}{2\sqrt{2}}(J_\mu W^{+\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}). \quad (1.31)$$

Teraz je konstanta  $g$  bezrozmerná, čo sme chceli. Pole  $W_\mu$  musí byť komplexné, pretože je spojené s nabitým prúdom. Vektorové pole  $W_\mu$  propaguje slabú interakciu fermionov a preto  $W^+$  a  $W^-$  označujeme ako intermedialne bozóny slabej interakcie so spinom 1. Navyše vieme, že slabá interakcia je kratko dosahová, čo znamená, že tento  $W^\pm$  boson musí byť veľmi hmotný. Vertex je znázornený na obrázku 1.3.



Obr. 1.3: Všeobecný rozpad W bosonu na leptonový pár.

Porovnaním predoslej teórie s touto dostávame, že platí

$$\frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}. \quad (1.32)$$

Kedže W bozóny sú nositeľmi elektrického náboja tak je s nimi možná aj elektromagnetická interakcia. Postup odvodenia interakcie W bosonu s fotonom si opiseme len slovne.

Kedže W boson je hmotná vektorová častica tak musí spĺňať správanie popísané Procovým lagrangianom. V tomto lagrangiane transformujeme polia a derivácie pomocou lokálnej kalibračnej transformácie presne tak isto ako v prípade elektromagnetickej interakcie. Keď sa obmedzíme na členy, ktorých dimenzia nebude vyššia ako 4 tak po pár úpravách dostaneme, že interakčný lagrangian medzi W a fotonom má tvar  $\mathcal{L}^{em} = \mathcal{L}_{WW\gamma} + \mathcal{L}_{WW\gamma\gamma}$ . Takže náš celkový interakčný lagrangian má tvar

$$\mathcal{L}^{ew} = \mathcal{L}^w + \mathcal{L}^{em} = \mathcal{L}_{CC} + \mathcal{L}_{fermion}^{em} + \mathcal{L}_{WW\gamma} + \mathcal{L}_{WW\gamma\gamma}.$$

Aj keď bol tento model navrhnutý, aby sa zbavil predoslých divergencií z Fermiho modelu, pri spojení elektrickej a slabej interakcie nám vznikli procesy, v ktorých sa objavujú ďalšie divergentné členy.

Veľký progres vo vývoji prišiel, keď sa aplikovali poznatky plynúce zo štúdie Yang-Mills teórie založenej na ne-Abelovskej kalibračnej symetrii. Ukázalo sa, že táto symetria môže zrušiť nejaké nežiaduce divergencie. Dôkladný odvodenie perturbatívnej renormalizácie založenej na ne-Abelovskej kalibračnej symetrii, ktorá zahŕňa Higgsov mechanizmus pre generovanie hmoty, bolo odvodené Hooft-om v roku 1971. Rozhodujúcim momentom bol experimentálny objav slabého neutrálneho prúdu v roku 1973, ktorý jasne ukázal, že kalibračný model, ktorý zahŕňa neutrálny vektorový

bozón, moze byt pouzity na opis realneho sveta. Tento model bol nasledne vylepsovany az nakoniec dospel do tvaru, navrhnutého Weinberg-om, Salam-om a Glashow-om, zvany ako standartny model elektroslabej interakcie.

Tento model je zalozeny na ne-Abelovskej  $SU(2) \times U(1)$  kalibracnej grupe. Prislusnymi kalibracnymi bozonmy su 3 W bosony izospinu z  $SU(2)$  grupy ( $W_1, W_2, W_3$ ) a B bozon slabeho-naboja z  $U(1)$  grupy. Vestky tieto polia su bezhmotne. Az ich vzajomna kombinacia bude davat uz nam zname  $W^\pm, Z^0, \gamma$  bozony, hmotnost tymchto castic (okrem  $\gamma$ ), vypliva zo spontanneho narusenja symetrie, ktora je zakladom tkz. Higgsovho mechanizmu, ktory je zalozeny na existencii jednej skalarnej, neutralnej a spin=0 castici - Higgsov bozon. Vyseledny lagrangian bude vo vseobecnom tvare naslednovy

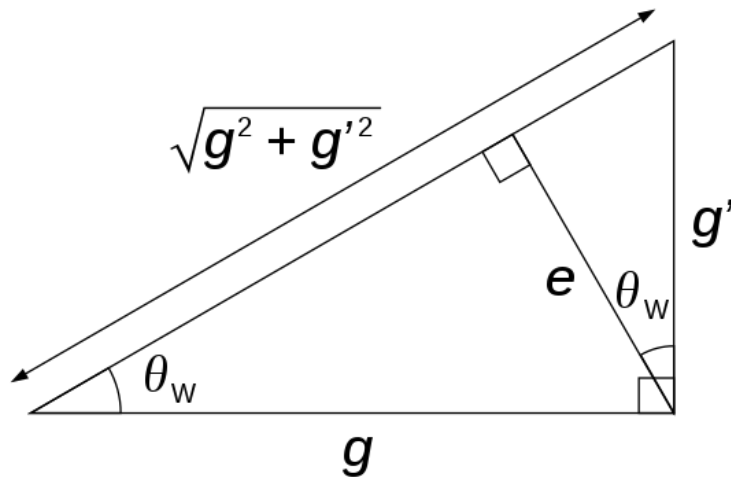
$$\mathcal{L}_{ew} = \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_N + \mathcal{L}_C + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{HV} + \mathcal{L}_{WWV} + \mathcal{L}_{WWVV} + \mathcal{L}_Y, \quad (1.33)$$

kde  $\mathcal{L}_K$  je kineticky clen pozostavajuci z kvadratickych clenov, ktore zahrnuju dynamicke clenov a hmotnostne clenov,  $\mathcal{L}_N$  a  $\mathcal{L}_C$  su clenov, ktore obsahuju neutralny a nabyty prud. Ich komponenty obsahuju interakcie medzi fermionmy a bozonmy,  $\mathcal{L}_H$  obsahuje interakcie Higgs three-point and Higgs four-point self interaction,  $\mathcal{L}_{HV}$  obsahuje interakcie Higgsa s W,Z bozonom,  $\mathcal{L}_{WWV}$  obsahuje three-point self interakciu W,Z, $\gamma$  bozonov,  $\mathcal{L}_{WWVV}$  obsahuje four-point self interakciu W,Z, $\gamma$  bozonov a  $\mathcal{L}_Y$  obsahuje Yukawovsku interakciu medzi fermionmy a Higgsom.

Povedzme si teraz nejake vlastnosti a vysledky z daneho lagrangianu. **Unification condition** - je vzťah, ktory viaze vazbove konstanty slabej interakcie a elektromagnetizmu. Moze byt vyjadrena nasledovne

$$e = g \sin(\theta_W) = g' \cos(\theta_W)$$

kde  $g$  je vazbova konstanta pre  $SU(2)$  grupu,  $g'$  je vazbova konstanta pre  $U(1)$  grupu a  $\theta_W$  sa vola weak mixing uhol alebo Weinbergov uhol, ktorym spontanne narusenie symetrie rotuje povodne  $W_3$  a  $B$  vektorove kalibracne bozony, jeho experimentalna hodnota je  $\sin^2(\theta_W) = 0.222 \pm 0.006$ . Vyuzitim tohto uhla sa daju dane kalibracne polia nakonbinovat tak, ze vzniknu  $Z^0$  a  $\gamma$  bozon. Graficky sa ta cela unification condition da znazornit nasledovne, obrazok 1.4.



Obr. 1.4:  $g$ -vazbova konstanta pre  $SU(2)$  grupu,  $g'$  je vazbova konstanta pre  $U(1)$  grupu.

Hmotnosti  $W^\pm$  a  $Z^0$  sa dajú vyjadriť ako

$$m_W = \left( \sqrt{\frac{\pi\alpha}{G_F\sqrt{2}}} \right) \frac{1}{\sin(\theta_W)} = 80,42 \text{ GeV}/c^2, \quad m_Z = \frac{m_W}{\cos(\theta_W)} = 91,18 \text{ GeV}/c^2$$

Uvedme základne pravidla pre konštrukciu vertexov pre slabé interakcie. V každom vertexe musí byť zachovávaný elektrický náboj, leptonové číslo a počet kvarkov. Keďže nabité  $W^\pm$  bozóny menia náboj kvarku, v slabých vertexoch sa nezachovávajú vône kvarkov. Ich farba ale zostáva zachovaná, lebo  $W$  bozóny nie sú nositeľmi farebného náboja. Je potrebné tiež zmieniť, že slabé interakcie pôsobiace prostredníctvom  $W$  bosonov nemajú generáciu leptonov. Slabé interakcie zahrnujúce  $W$  bozon sa nazývajú interakcie nabitými prúdmi, naopak slabé interakcie s  $Z$  bozonom sa nazývajú interakcie neutrálnymi prúdmi. Pravidlá pre vertexy  $Zqq$  sú veľmi jednoduché - nemení sa v nich leptonová generácia, kvarková vôňa ani farba.

**Miesanie kvarkov, Cabbibov uhol, CKM matice** Ako sme už spomínali pri odvodzovaní lagrangianu v 60. rokoch minulého storočia sa ukázali experimenty, kedy doslo k tomu, že sa nezachovávala podivnosť. Tie sú síce potlačené oproti tým, čo nemajú podivnosť ale aj tak existujú a to bolo treba vysvetliť a popísať. S popisom prišiel Gabbibo, ktorý si všimol pozoruhodnú súvislosť medzi známymi slabými procesmi. Pre procesy kde sa podivnosť nemení má efektívna hadronová konštanta hodnotu  $G_F \cos(\theta_C)$ , pre podivnosť meniace procesy má táto efektívna konštanta hodnotu  $G_F \sin(\theta_C)$ . Experimentálne sa určilo, že Gabbibov uhol má hodnotu  $\theta_C = 13,04^\circ$ . V rámci dvojgeneračného modelu (u, s, d, c kvarky) je možné také zmiešavanie popísať pomocou reálnych koeficientov, ktoré je možné suhrnne zapísať do tvaru matice

$$U_C = \begin{pmatrix} \cos(\theta_C) & \sin(\theta_C) \\ -\sin(\theta_C) & \cos(\theta_C) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{ud} & U_{us} \\ U_{cd} & U_{cs} \end{pmatrix}$$

tato matica popisuje zmiešavanie kvarkov, ktoré sa dá napísať nasledovne

$$\begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_C) & \sin(\theta_C) \\ -\sin(\theta_C) & \cos(\theta_C) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

Pre tri generácie je zmiešavanie kvarkov vyjadrené pomocou Cabibbo-Kobayashi-Maskawovou maticou

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

jej elementy sú obecné komplexné (dajú sa parametrizovať pomocou troch uhlov Gabbibovho typu a jednej fázy). Presné vyjadrenie elementov CKM matice patrí k hlavným aktuálnym cieľom experimentálnej časticovej fyziky lebo predstavuje jeden zo zásadných testov správnosti štandardného modelu elektroslabej interakcie.

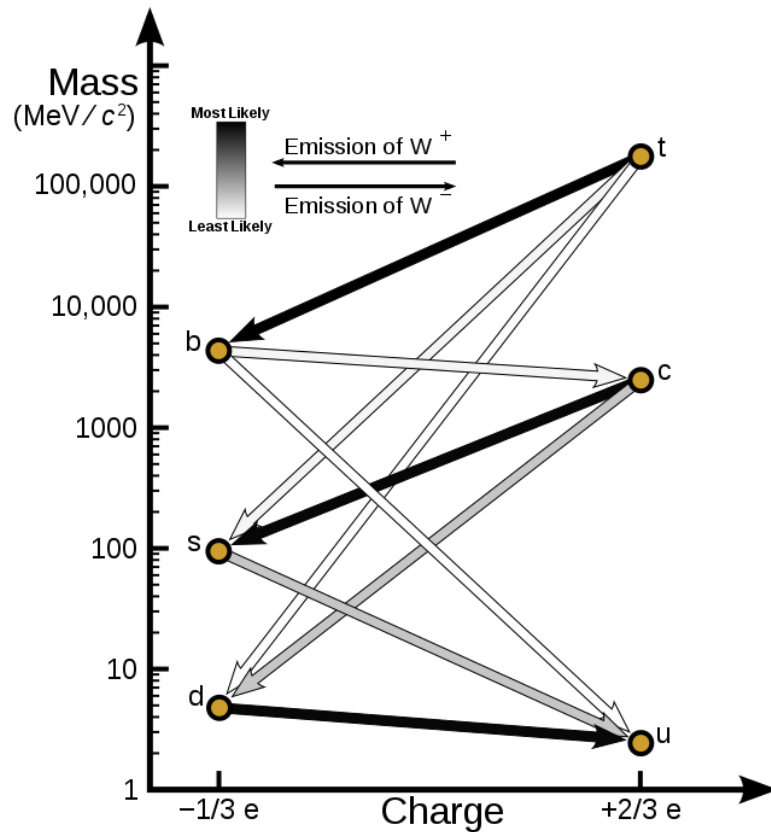
$$\begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,975 & 0,221 & 0,022 \\ 0,221 & 0,974 & 0,040 \\ 0,009 & 0,039 & 0,999 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Hodnoty CKM matice na diagonale su skoro rovnake velke a blizko jednotky co implikuje napríklad, ze  $t$  kvark sa s najvacsiou pravdepodobnostou rozpadne na  $b$  kvark. Nediagonalne prvy su zase dost male.

Obecne plati, ze kvark s nabojom  $+2/3$  ( $u, c, t$ ) sa transformuje na kvark s nabojom  $-1/3$  ( $d, s, b$ ) a naopak prostrednictvom nabiteho  $W^\pm$  bozonu, ktorý mení naboje o jednotku. Tiež plati, ze sa kvarky rozpadaju v postupnosti od najviac hmotnych po tie najmenej hmotne

$$t \rightarrow b \rightarrow s \rightarrow u \leftrightarrow d$$

Nasledujuci obrazok graficky znazornuje prechody medzi kvarkmy 1.6



Obr. 1.5: Diagram znazornujuci prechodove moznosti medzi kvarkmy prostrednictvom slabej interakcie a indikacie pravdepodobnosti prechodov, ktoré su dane CKM maticou.

Obr. 1.6

### 1.4.3 Silná interakcia

Silna interakcia je sila posobiaca len medzi casticami s nenulovym farebnym nabojom, ktorý obsahujú iba kvarky a nie je preto univerzálna interakcia. Je silna len na malých vzdialenostiach hadronov a jej dosah je priblizne  $10^{-15} m$ . Jej prejavy su

- jadrove sily medzi nukleonmy v jadre
- sily, ktoré držia kvarky pohromade v nukleone

- produkcia castic pri vysokoenergetickych zrazkach jadronov

Okrem toho, ze silna interakcia nie je univerzalna, cize plati len pre kvarky, tak je aj obmedzena vacsim poctom zakonov zachovania ako ostatne interakcie.

Silnej interakcii prislucha vazbova konstanta, ktora charakterizuje jej velkost

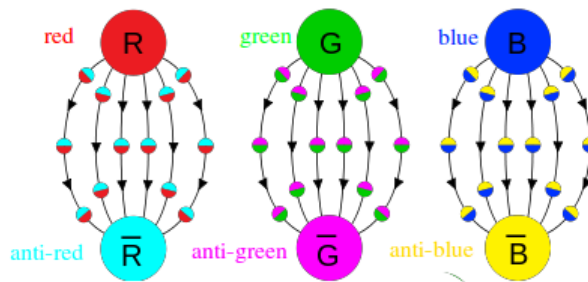
$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi},$$

kde  $g_s$  je naboje konstituentneho kvarku. Pre male energie je hodnota tejto konstanty  $\alpha \approx 1$ . Vazbova konstanta pre silnu interakciu je ovela vacsia ako pre elektromagneticku interakciu. Velkost tejto konstanty pre male energie ma za nasledok nepouzitelnost poruchovej teorie kvoli divergentnym clenom. Avsak tato konstanta ma tu vlastnost, ze jej velkost zavisi od prenesenej energie (resp. hybnosti), preto sa tato konstanta nazýva aj *beziaca* vazbova konstanta. S rastucou energiou interakcie (s rastucou hybnostou zrazajucich sa castic) totiz tato vazbova konstanta klesa, co vedie k asymptotickej volnosti (divergentne clený zacnu konvergovat, co umozni pouzít poruchovu teoriu). Zavislost  $\alpha_s$  na hybnosti je nasledujuca

$$\alpha_s \approx \frac{12\pi}{(11n_c - 2n_f) \ln\left(\frac{k^2}{\Lambda^2}\right)}$$

kde  $n_c$  je pocet farebných nabojev,  $n_f$  je pocet kvarkovych druhov castice (flavour) a  $\Lambda$  je skalovaci parameter vychadzajuci z renormalizacneho procesu a ma hodnotu priblizne  $200 \text{ MeV}$ . (Napri.  $\alpha_s = 0.12$  pre  $k^2 = (100 \text{ GeV})^2$ .)

Mediatorom silnej interakcie je vektorova castica gluon, ktora je neutralna a nehmotna, nieco ako foton pre QED. Avsak pre elektromagneticku interakciu mame len dva typy elektrického naboja: kladny a zaporny. V teorii silnej interakcie, ktora je popisana kvantovou chromodynamikou (QCD), vsak existuje 6 druhov naboja, ktory sa z nevysvetliteľnej príčiny nazývajú **farebný** naboje a su to tieto, obrazok 1.7

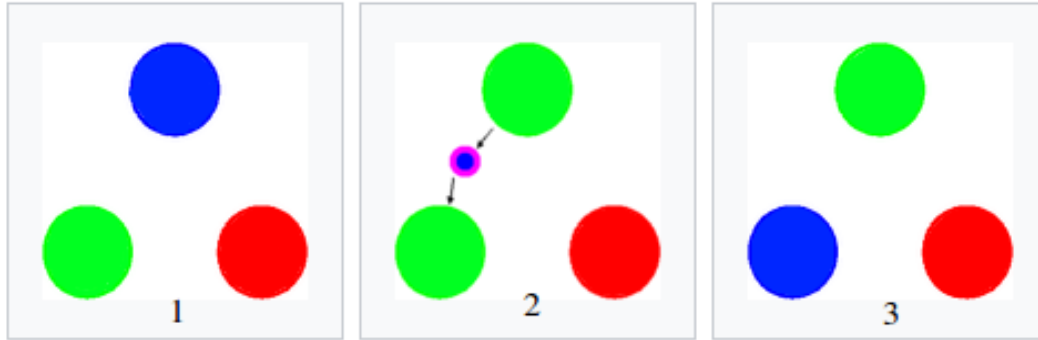


Obr. 1.7: 6 druhov kvarkov, horne tri su farebne naboje red, green, blue a spodne su ich anti-farebne naboje anti-red, anti-green, anti-blue.

Podla QCD su baryony (castice tvorene z 3 kvarkov) a mezony (castice tvorene jedným kvarkom a anti-kvarkom) farebne neutralne. Pre glouny plati, ze su nositelmy aj jednej farby aj jednej anti-farby sucasne, kebyze to tak nie tak by potom hadrony nemohli byt viazane vo farebne neutralnom systeme. Z toho potom mame celkovo  $3^2 = 9$  moznych farebných kombinácii pre gluony. Avsak ako vieme, nie je to uplne pravda, ze ich je 9. V skutocnosti mame len 8 gluonov a to z toho dovodu, ze

bezfarebný singletný stav  $\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + b\bar{b} + q\bar{q})$ , nespôsobuje žiadnu interakciu medzi farebnými stavmi. Može nanajvýš interagovať s ďalším singletným stavom. Avšak interakcie s gluónmi na dlhé vzdialenosti neexistujú, čo dokazuje, že ani gluóny v singulárnom stave neexistujú.

Podme si načrtnúť ako to v takom bezfarebnom systéme vlastne funguje. Majme nasledujúci obrázok 1.8



Obr. 1.8

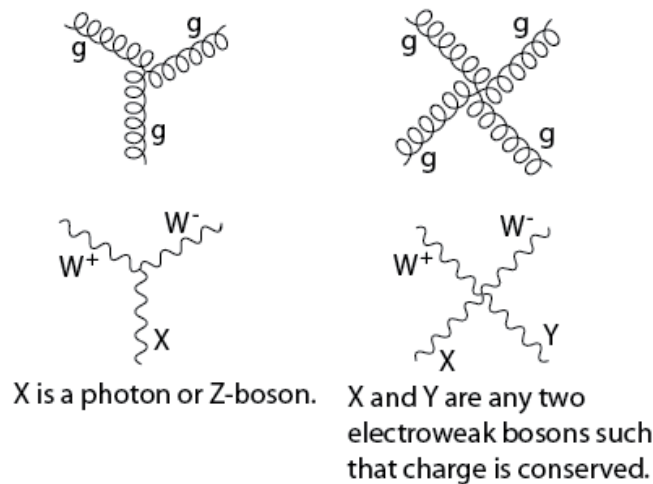
Na 1. obrázku máme systém, ktorý je bezfarebný a zatiaľ neprebíha žiadna výmena gluónu. Na 2. obrázku však už máme gluón, ktorý sa uvoľnil z modrého kvarku. Keďže tento gluón pochádza z modrého kvarku, tak jeho farebná polovica musí byť modrá. Tá anti-farebná časť gluónu môže byť prakticky hociká. V našom prípade je anti-zelená. Keďže sa odnáša anti-zelená farba, tak kvark musí byť zelený, aby bol celý systém stále farebne neutrálny. Na 3. obrázku sa gluón obsarboval do zeleného kvarku. Tam sa spoločne vybili anti-zelená a zelená farba a jedine čo z gluónu ostalo je modrá farba. Navyše gluóny majú tú vlastnosť, že môžu interagovať medzi sebou, to fotóny napríklad nemôžu. Takže, keď máme systém, kde je viac gluónov, môže dôjsť k tomu, že gluóny navzájom budú interagovať, čo môže viesť k tomu, že sa zmení ich celkový farebný náboj. Avšak stále sa nesmie zmeniť celkový farebný náboj systému. Pre názornejšie a krajšie vysvetlenie odporúčam si pozrieť toto video (Introduction to subatomic physics and subatomic particles: Part III na YOUTUBE).

Vzhľadom k tomu, že su gluóny nehmotné, je možné očakávať, že časť statického QCD potenciálu bude podobná QED potenciálu. Tvar QCD potenciálu je

$$V_{QCD} = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + kr.$$

Tento potenciál sa nazýva Cornell-ov potenciál. Faktor  $4/3$  vyplýva z toho, že máme 8 farebných gluónov, ktoré môžu pôsobiť na 3 kvarky o rôznych farbách. Vidíme, že pre malé hodnoty  $r$  dominuje negatívna časť potenciálu a nastáva *asymptotic freedom* a môžeme použiť one-gluon exchange (to je vlastne len to, že môžeme počítať poruchovú teóriu s predpokladom, že sa tam vymieňa gluón, podobne niečo ako pre foton, keď sa vymieňa). Druhý člen je asociovaný s väzanosťou kvarku. Pre veľké vzdialenosti je potenciálna energia medzi kvarkmi taká veľká, že v istom momente sa táto energia premení na novo vzniknutý kvark-antikvark pár. Takže namiesto toho, aby sme dostali oddelený kvark a anti-kvark, dostaneme dva páry kvark-antikvark.

Vertex faktor silnej interakcie pozostava z kvarkov a gluonov. Zakladny vertex sa sklada z dvoch fermionovych liniek a jednej bozonovej. Ako sme uz spominali vysie, na rozdiel od QED je mozne v tomto pripade mat aj dva vertexy, ktore zahrnuju troj- a stvor- gluonovu interakciu. Toto je zakladny rozdiel oproti QED, kde fotony navzajom medzi sebou neinteraguju. Vyskyt z tychto vertexov v QCD je mozny vďaka ne-Abelovskej kalibracnej transformacii. Je to velmi podobne tomu, co sme mali pre elektroslabu interakciu. Aj tam sa totiz nachadzaju pripady, kedy dochadza ku troj- a stvor- bozonovej interakcii, ktora je taktiez podmienena touto ne-Abelovskou kalibracnou transformaciou. Akurat tam medzi sebou interaguju  $W^\pm$ ,  $Z^0$  a  $\gamma$  bozony. Porzi nasledujuci obrazok 1.9.



Obr. 1.9

Kedze sme sa uz dostali k tym kalibracnym transformaciam, zdefinujme si, co to ta QCD vlastne je. QCD je typ kvantovej teórie poľa zvanej teória ne-Abelovskej kalibracnej transformacii so skupinou symetrií  $SU(3)$  navrhnutá David-om Gross-om, David-om Politzer-om, and Frank-om Wilczek-om. Lgrangian pre QCD ma tvar

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \sum_{\psi} \bar{\psi}_i (i\gamma^\mu (\partial_\mu \delta_{ij} - ig_s G_\mu^a T_{ij}^a) - m_\psi \delta_{ij}) \psi_j \quad (1.34)$$

$$G_{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu + gf_{abc}A_b^\mu A_c^\nu$$

kde  $G^{\mu\nu}$  je antisymetricky tenzor, ktoreho posledny clen kompenzuje nekomutativnost rotacii vo farebnom priestore, a tento posledny clen moze za tu troj- a stvor- gluonovu self-interakciu,  $\psi_i$  je Dirakov spinor kvarkoveho pola s farbou  $i=(r,q,b)$ ,  $G_\mu^a$  je 8 komponentne  $SU(3)$  kalibracne pole,  $T_{ij}^a$  reprezentuje 3x3 Gell-Mannovu maticu,  $g_s$  silna vazbova konstanta.

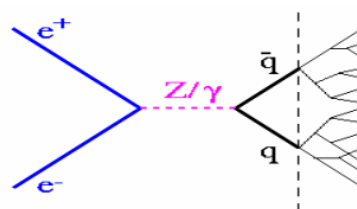
Existuje vela sposobov ako nalozit s QCD. Da sa k nej pristupovat pomocou poruchovej teorie, ktora je zalozena na assymptotickej volnosti (male  $\alpha_s$ ). Medzi neporuchovýmá teoriema ma najsilnejšie postavenie tkz. Lattice QCD - k redukcii analytickych integrabilnych drahovych integralov sa na numericke vypocty poziva sada diskretnych bodov rozlozenych na mriezke (lattice). Pre riesenie specifickych problemov sa používajú efektívne teórie, ktoré v istých limitách dávajú kvalitatívne presné výsledky. Takouto teoriou je napríklad Chirálna poruchová teória, čo je efektívna teória pre QCD pri nízkych energiách.



**Hadronizacia** alebo tiež fragmentacia je formovanie hadronov z kvarkov a gluonov. Tento jav moze nastat po vysoko-energetickych zrazkach v collideri castic, kde su produkovane "volne" kvarky a gluony. Takato produkcia parov moze vzniknut napríklad anihilaciou pri interakcii  $e^-e^+$ . Nasledne medzi kvarkom a antikvarkom nastava dynamicka separacia. Ta nastane preto, lebo tieto castice maju taku velku energiu, ze sila, ktora ich drzi po kope nie je dostatočne velka, aby tomu zabranila. Su dva pristupy ako kvantitativne pochopit proces formovania hadronov:

- Chromostatic

Kvark-antikvark par vytvori dalsi kvark-antikvark par, akonahle vzdialenost medzi prvym povodnym parom je radovo  $1\text{ fm}$ . Pri takejto vzdialenosti je hustota energia medzi kvarkmy natolko velka, ze dojde k vytvoreniu dalsieho paru. Tento proces pokracuje az kym relativna hybnost kvarkov neklesne na taku hodnotu, ze uz nebude moct dochadzat k tvoreniu dalsich parov, pozri obrazok 1.10. Hadrony nasledne vznikaju pozdlz retazca tvorenia kvarkov. Vytvorene hadrony produkujú sprsku zvanu jety, ktore su priblizne v smere prveho kvarku, anti-kvarku.

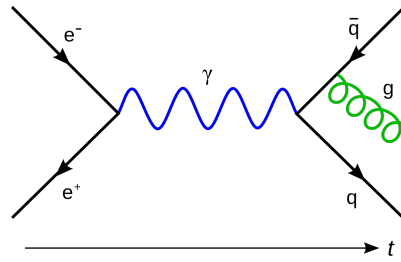


Obr. 1.10

- Chromodynamical

Tento pristup sa odohrava tkz. kvark-gluonovou kaskadou, pozri obrazok 1.11. Zacina emisiou gluonu kvarkom alebo anti-kvarkom. Tento gluon moze produkovať bud kvark-antikvark par alebo gluonovy par. Kedze je viac gluonov ako kvarkov tak statisticky sa tento gluon bude rozpadat viac do gluonov ako do kvarkov. Silna vazba bude narastat so zmensujucou sa hodnotou hybnosti virtualnej castice. Na konci kaskady kvarky vytvoria bezfarebne viazane stavy. Je jasne, ze tento model nemoze byt pouzity az na koniec hadronizacneho procesu. Dovodom je, ze pre male hodnoty hybnosti sa vazbova konstanta zvacsuje a tym sa narusa poruchovy rozvoj. V tejto oblasti prevláda elasticky efekt, ktorý skončí tvorbou hadronou. Hadrony su tvorene vo vakuu na konci kvark-gluonovej kaskady. Transverzalna hybnost hadronov vzhľadom na povodny smer kvarku je limitovana Heisenbergovym princípom neurčitosti. Hadrony su preto koncentrovane okolo povodneho smeru kvarku a tvoria jety. Ak ma prvý gluon dostatočne velku transversálnu hybnost, tak moze vzniknut tretí hadronový jet v smere tohto gluonu.

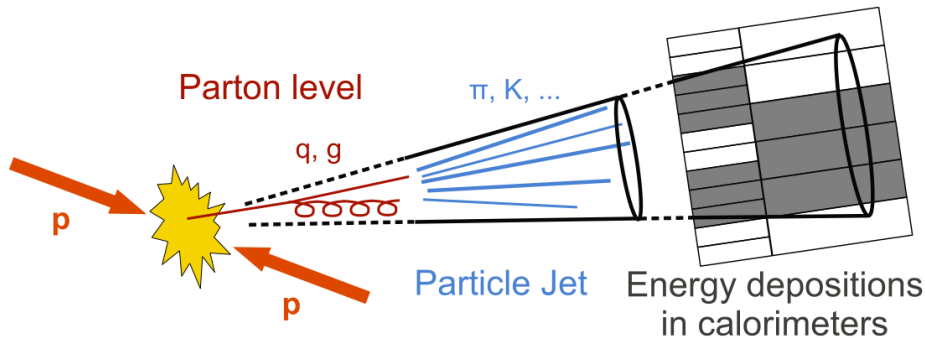
Dynamika tychto hadronizacnych procesov stale nie je úplne pochopena pomocou QCD a to vďaka tomu, ze poruchova teoria v QCD, formulovana pomocou kvarkov a gluonov, je platna len na malých vzdialenostiach. Na väčších vzdialenostiach sa tato poruchova teoria zhrouti. Existuju



Obr. 1.11

vsak rozne fenomenologicke modely, ktore sa to snazia popisat. Prvym takymto modelom bol Feynmanov a Fieldov, nezávisle vytvorený, fragmentačný model. Základnou myšlienkou tohto modelu je predstava hadronizácie kvark-dikvarkového systému ako nezávislej fragmentácie kvarku a dikvarku. Tento predpoklad je ale v princípe neudržateľný, pretože k hadronizácii dochádza vďaka vzájomnej interakcii medzi nimi. Avšak ukázalo sa, že výsledné rozdelenie hadronov môže byť v istom priblížení popísané fragmentačnou funkciou  $D_q^h(k, p_T)$  (jazyk fragmentačného modelu). Tá popisuje pravdepodobnosť, že parton  $q$  vytvorí hadron  $h$  nesúci časť  $k$  z pôvodnej energie partonu a príchovou hybnosťou  $p_T$ . Táto funkcia ako každá iná distribučná funkcia by mala byť univerzálna t.j. nezávislá na procese.

**Jet** je sprška častíc, ktorá sa nachádza v úzkom kuzely, ktorá vzniká pri hadronizácii kvarkov a gluonov. Sú to vlastne experimentálne znaky kvarkov a gluonov produkovaných vo vysokoenergetickej fyzike, pozri obrázok 1.12. Skutočnosť, že smery a energie jetov dobre odpovedajú



Obr. 1.12

smere a energiam pôvodných kvarkov, nie je triválna vlastnosť procesu hadronizácie. Smerové rozdelenie jetov v priestore vzhľadom ku smeru  $e^-e^+$  zrazky by malo byť rovnaké ako koncový stav pri procese  $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ , pretože mióny a kvarky majú spin  $1/2$ . Tento fakt je jedným zo silnejších dôkazov toho, že kvarky majú spin  $1/2$ . Kvark, anti-kvark a gluon môžu fragmentovať do hadronov, čo vedie ku troj-jetovým eventom. Vzhľadom k tomu, že uhľové rozdelenie jetov je v súlade s teoretickou predpoveďou pre gluon so spinom 1, poskytli tieto eventy jednoznačný dôkaz o existencii gluonov.

### 1.4.4 Gravitačná interakcia

Tato sila sa uplatňuje len pri silovom posobení medzi makroskopickými objektmi a v kozmickej mechanike. V subatomarnej fyzike nehra podstatnú rolu a preto môže byť zanedbaná. Starsia teória gravitácie pochádza od Newtona, ktorý túto silu popísal ako

$$\vec{F} = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

kde  $\kappa = 6.672 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^2$ , je väzbová konštanta. Jej pôsobenie je nekonečné, podobne ako pre elektromagnetickú interakciu. Da sa povedať, že to je najdemokratickejšia sila akú poznáme. Pretože je univerzálna a na všetky telesá pôsobí rovnako. Modernou teóriou gravitácie je Všeobecná teória relativity, ktorá tvrdí, že zrýchlenie a gravitačná sila je tá istá vec. Sprostredkovateľom tejto interakcie je graviton (zatiaľ nebol pozorovaný), ktorý by mal byť nehmotný a mal by mať spin=2.

## 1.5 Vlastnosti leptónov a hadrónov

Sem si pripomenieme vlastnosti, ktoré sme hore neuviedli. A ak spomíam niečo tak to je dôležité a je dobré si to znova pripomenúť.

### Leptony

- Leptony nemajú farebný náboj a tak nepodliehajú silnej interakcii podobne ako neutrína, ktoré nemajú elektrický náboj a tak nepodliehajú elektromagnetickej interakcii. Neutrína interagujú jedine slabou.
- Keďže leptony majú spin, môžu vytvárať magnetické pole. Veľkosť magnetického dipólového momentu je daná

$$\mu = g \frac{Q\hbar}{4m},$$

kde  $m$  je hmotnosť leptonu,  $g$  je tzv.  $g$ -faktor pre lepton. Prvý rád približnej kvantovej mechaniky predpovedá túto hodnotu rovnú 2 pre všetky leptony. Avšak, vyššie rády kvantového efektu spôsobujú korekciu tejto hodnoty označovanú ako anomálny magnetický moment. Toto číslo je veľmi citlivé na veľa detailov a preto jeho spocítanie a následne experimentálne zmeranie bolo obravským úspechom QED. Vo Feynmanových diagramoch toto číslo reprezentujú slučky. Táto korekcia má približne hodnotu  $a_e = 0.001159\dots$

- všetky leptony, okrem tau neutrína, boli pozorované priamo v experimentoch - ako voľne častice.
- Presné merania mionových vlastností boli vykonané prostredníctvom skúmania mezoatomov vytvorených zachytením mionu v atóme na Bohrových orbitách. Hodnota energie stavu mezoatому s hlavným kvantovým číslom  $n$  je lineárne úmerná hmotnosti mionu

$$E(n) = -\frac{Z^2 e^4 m}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2}$$

a teda je v absolutnej hodnote asi 200-krát vacsia než energie odpovedajúce tomu istému stavu ale s elektronom. Prechod do stavu z nízou hladinou energie spôsobuje emisiu rentgenového žiarenia, ktoré je charakteristické a možno z neho vyvodit informácie o naboji, hmotnosti a spine.

- Doba života mionov je okolo  $\tau_0 = 2.2\mu s$  a ich rýchlosť je  $\beta = 0.98$ . Veľká časť mionov vzniká vysoko v atmosfére, asi 10 km nad zemou. Keďže sa pohybujú tak rýchlo nastáva dilatácia času vzhľadom na pozorovateľa na Zemi. To znamená, že vo svojej sústave má mion dobu života tých  $\tau_0$  ale v sústave pozorovateľa, ktorý stojí na zemskom povrchu a sleduje miony je ten čas o čosi dlhší presnejšie  $\tau = \tau_0 / \sqrt{1 - \beta^2} \approx 11\mu s$ . Takže dráhu, ktorú prejde mion určíme veľmi jednoducho  $l = \beta c \tau \approx 13.2 km$ . A preto je možné, že pozorujeme kozmické miony na povrchu Zeme. Toto je aj jeden z dôkazov Einsteinovej teórie relativity.
- dominantný rozpad mionu:  $\mu^- = e^- + \bar{\nu}_e + \nu_{\mu^-}$ . Ostatné možné rozpady napr.  $\mu^- = e^- + \gamma$  je sice kinematicky možný ale nezachováva sa flavor number. Takéto rozpady majú  $BR \sim 10^{-12}$ .
- Helicita častice je vyjadrenie orientácie medzi spinom častice a jej hybnosťou. Častice, ktorých spin je orientovaný v rovnakom smere ako hybnosť, sú pravo-tocivé a v prípade, že orientácia je v protismere tak hovoríme o ľavo-tocivých časticiach. Pre QCD a QED sú častice rovnako pravo a ľavo tocivé, nedochádza tam k žiadnej asymetrii. Avšak, v prípade slabšej interakcie máme len ľavo-tocivé fermiony a pravo-tocivé neutrína-maximálne narušenie parity.
- Elektrický náboj môže byť spočítaný z projekcie spinu a slabého-hypernáboja cez *Gell – Mann – Nishijima* formulu

$$Q = T_3 + \frac{Y_W}{2}$$

- Kinetická energia  $\beta$  častice má spojité spektrum od 0 až po maximálnu predanú energiu. Typická energia je  $1 MeV$ , ale extrémnych prípadoch to môže byť aj niekoľko  $10 MeV$ . Fundamentálny  $\beta$  rozpad nastáva vďaka konverzii d-kvarku neutrónu na u-kvark protonu emisiou  $W^-$  bozonu, ktorý sa následne rozpadá na  $e^-$  a  $\nu_{e^-}$ .
- $\Gamma \sim KG_F^2 m_l^5$ , kde  $K$  je číselná konštanta,  $G_F$  je Fermiho konštanta a  $m_l$  je hmotnosť leptonu. Stredná doba života je  $\tau = \hbar/\Gamma$
- Kvarky, ktoré určujú vlastnosti hadronov sa nazývajú valencné kvarky. Hadrony navyše obsahujú tiež prchavé kvark-antikvark pary, ktoré nemenia vlastností, ale prispievajú k jeho kludovej energii. Tieto kvarky sa nazývajú morské kvarky.

•

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} = 3\Sigma_q e_q^2$$

tento pomer je založený na tom, že existujú tri farebné stavy kvarkov a je na energii takmer nezávislý. Porovnaním experimentálnych dát vychádza, že to sedí.

## Hadrony

- Vlastnosti hadronov ako náboj, spin, atď. sú určené valenčnými kvarkmi, zatiaľ čo hmotnosť hadronov má s valenčnými kvarkmi veľmi málo spoločné a veľká časť hmotnosti pochádza z množstva energie, ktorú prenášajú gluóny.
- Hadrony sa rýchlo rozpadajú silnou interakciou, pokiaľ im to umožnia kvantové čísla (zákony zachovania kvantových čísel). Ďalej potom už pracuje slabá interakcia, ktorá mení vonu kvarkov až na kvarky prvej generácie a nakoniec až na nejaké leptóny.
- Najťažšie známe častice, vznikajúce pri časticových interakciách pri vysokých energiách, sú hadrony zvané hyperóny. Všetky hyperóny vykazujú silnú interakciu a sú vysoko nestabilné s veľmi krátkou dobou života. Vzhľadom k tomu, že hyperóny interagujú silno, môžu vstupovať do jadier a byť tam naviazané jadrovými silami - vzniknú hyperjadrá. V typickom hyperjadre je jeden nukleón nahradený hyperónom. Sú to nestabilné tvary, ktoré sa rozpadajú dvojako: buď mezonovým rozpadom alebo nukleónovým rozpadom.
- Hypernáboj je definovaný ako  $Y = B + S + C + T + \tilde{B}$ , kde jednotlivé znaky sú baryonové číslo, podivnosť, povab, topnosť a beauty - kvantové čísla. Nasledne vďaka tomu môžeme spočítať priemet izospinu  $I_3 = Q - Y/2$ , kde  $Q$  je elektrický náboj.

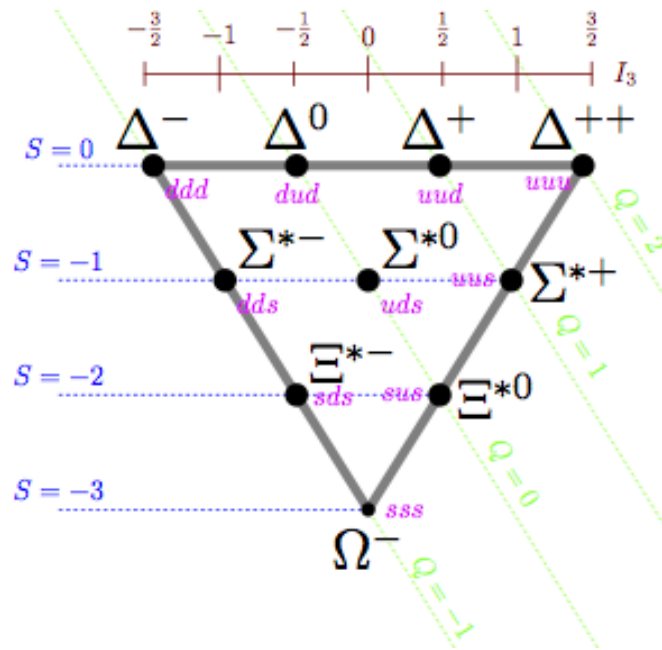
## 1.6 Symetrie a zákony zachovania

### Izospin

Fyzikální veličina, kterou zavedl v roce 1935 Eugene Paul Wigner, aby mohl popsat multiplety různých částic. Jedná se o kvantové číslo související se silnou interakcí. Částice, na něž působí silná interakce shodně, ale které mají různý elektrický náboj, lze považovat za jedinou částici s hodnotou izospinu související s počtem nabitých stavů. Izospin je bezrozměrná veličina a její název je odvozen od skutečnosti, že matematické struktury, které popisuje, jsou podobné těm, které popisuje vnitřní moment hybnosti, zvaný spin.

Některé částice mají mnoho společných znaků, proto je možné chápat je jako obměny jediného objektu. K rozlišení těchto stavů se zavádějí různá kvantová čísla, z nichž nejčastější je izospin. Takové skupiny příbuzných elementárních částic se nazývají multiplety. Částice v multipletu se vzájemně liší projekcí izospinu. Všechny částice multipletu mají stejnou velikost izospinu a liší se její projekcí do libovolné osy, pozri obrázok 1.13.

Částice v rámci jednoho multipletu se od sebe odlišují převážně elektrickým nábojem, popsaným zetovou složkou izospinu. Naopak příbuzné částice v multipletu mají stejnou hodnotu spinu, baryonového čísla a podobnou klidovou hmotnost.



Obr. 1.13: Kombinácia troch u, d alebo s-kvarkov tvoriacich baryóny so spinom=3/2 tvorí baryónový decuplet.

Zjistilo se, že při procesech způsobovaných silnou interakcí se hodnota izospinu zachovává, zatímco v procesech elektromagnetické interakce se hodnota izospinu může zvýšit nebo snížit o jedničku.

Počet částic v multipletu je dán hodnotou izospinu. Kupříkladu pro nukleon je hodnota izospinu 1/2, multiplet má tedy dvě částice neutron a proton a nazýváme ho dublet. Je-li hodnota izospinu 1, má multiplet 3 částice, příkladem může být kladný, záporný a neutrální pion, takový multiplet nazýváme triplet. Existují též singlety, pro ně je izospin roven 0. Příbuzné částice v multipletu, například proton a neutron, lze považovat za různé kvantové stavy jediné částice = nukleon. Izospin tyto částice odlišuje.

### Dalsie hadronove cisla

Vedla izospinu je tu este sada kvantovych cisiel, ktore su charakteristicke len pre hadrony. Su to baryonove cislo B, podivnost S, povab C, krása B, topness T.

Obrazok 1.14 znazornuje velicity a ich zachovavanie sa v roznych interakciach. Skor ako prejdeme ku samotnym zakonom vysvetlime najprv vyznam zakonu zachovania. So zakonmy zachovania velmi suvisia transformacie. Predpokladajme, ze mame system popisany lubovolnymi suradnicami, napr.  $\vec{r} = x, y, z$ . Nasledne posunieme system po osi  $x$  o vzdialenost  $a$ . Prepokladajme, ze fyzikalny popis systemu sa tymto nezmeni, tzn. chovanie systemu je invariantne voci pousnutiu pozdlz osi  $x$ .

V teoretickej fyzike existuje teorem, ktory spojuje invarianciu vzhľadom k danej transformácii so zachovavajucou sa velicinou-**Noetherovej teorem**: Kazdej grupe transformacii suradnic zavislych spojito na realnom parametri, pri ktorych Lagrangeova funkcia zostava invariantna, odpoveda prvý integral Lagrangeovych rovníc tejto sustavy = zakon zachovania. V nasom pripade invariancia vzhľadom k posunutiu v  $x$ -ovej osi sa teda dostaneme k zachovaniu  $x$ -ovej zlozky hybnosti.

Veličina	Silná interakce	Elektromagnetická interakce	Slabá interakce
Hybnost	✓	✓	✓
Celková energie	✓	✓	✓
Moment hybnosti	✓	✓	✓
Elektrický náboj	✓	✓	✓
Počet kvarků	✓	✓	✓
Vůně kvarků	✓	✓	nezachovává se
Leptonové číslo	-	✓	✓
Parita	✓	✓	nezachovává se
Nábojové sdružení	✓	✓	nezachovává se
Izospin	✓	nezachovává se	nezachovává se
Baryonové číslo	✓	✓	✓

Obr. 1.14: Tu len pripomeniem, že baryonové číslo je definované ako  $B = \frac{1}{3}(n_q + n_{\bar{q}})$ . Pre leptonové číslo platí  $L = n_l - n_{\bar{l}}$ , tu musí byť zachované aj flavor leptonu. Napríklad takýto proces nie je pozorovaný:  $\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$ .

Tato invariancia sa nazýva symetria systému.

Uvedieme zhrnutie, obrázok 1.14, týchto spojených transformácií a k nim pridružíme zachovávajúce sa veličiny za predpokladu, že systém je invariantný voči daným transformáciám

Transformace	Zachovávaní se veličina
Posunutí	hybnost
Posunutí v čase	energie
Rotace	moment hybnosti

Obr. 1.15: Spojité transformácie a s nimi spojené zachovávajúce sa veličiny. Všetky spojité transformácie sú spojené s aditívnymi kvantovými číslami, aditívne v tom zmysle, že všetky príspevky rôznych častí systému sa sčítajú do celkovej hodnoty.

Spojité transformácie majú tú vlastnosť, že každá transformácia môže byť vyjadrená ako súčet malých transformácií. Opakom k týmto transformáciám sú transformácie diskretne, ktoré nemožno byť vyjadrené pomocou menších transformácií. Medzi diskretne veličiny patrí Parita, Nábojové združenie alebo Time reversal.

### Parita

Pred rokom 1956 fyzici verili, že zrkadlový obraz akejkolvek fyzikálneho procesu reprezentuje ďalší možný fyzikálny proces. A práve v tomto roku bol Lee-om a Yang-om navrhnutý experimentálny test, ktorý mal zistiť či je to pravda, a to aj pri pôsobení slabšej interakcie. V tomto experimente boli poctivo zrovnane spiny jadier  $^{60}\text{Co}$  tak, aby mierili všetky do jedného smeru (povedzme, že napríklad hore). Kobalt sa následne rozpadol beta rozpadom a bol pozorovaný smer vyletujúcich elektrónov. Tento smer pre podstatnú väčšinu elektrónov bol v smere spinu jadier

kobaltu.

Toto jednoduche pozorovanie malo vsak udivujuce nasledky. Predpokladajme, ze pozorujeme zrkadlový obraz tohto procesu. Obraz jadra rotuje opacným smerom (spin smeruje dolu). Zrkadlove elektrony ale aj tak vylietavajú smerom hore, ako to bolo v predchádzajúcom prípade. V zrkadlovom odraze su tak elektrony emitované v smere opacnom k smeru spinu jadier. Mame tak fyzikálny proces, ktoreho zrkadlový obraz nepozorujeme v prírode. Parita sa tak pri slabých interakciách nezachováva (pokiaľ by sa zachovávala tak elektrony by boli emitované rovnomerne v oboch smeroch). Nezachovávanie parity je stopou slabej interakcie.

Najviac zreteľne je narušenie parity v správaní neutrín. Vieme, že neutrína su ľavotocivé a anti-neutrína su pravotocivé. Relatívne jednoduchou nepriamou metódou merania helicity neutrín je využitie rozpadu pionu:  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ . Pokiaľ je pion v klude, mion a anti-neutrino su emitované v opacnom smere. Keďže pion má nulový spin, spiny mionu a anti-neutrína musia byť opacné. V prípade, že anti-neutrino je pravotocivé, musí byť aj mion pravotocivý (v kludovej sustave pionu), čo je overené experimentálne (to že su oba pravotocivé vychádza z definície helicity-smer spinu je paralelný so smerom hybnosti danej častice).

Navzdory narušenia parity v slabej interakcii, v silných a elektromagnetických interakciách sa parita zachováva. Je teda užitočné vytvoriť formalizmus a terminológiu pre operáciu parity. Označme operátor parity ako  $\hat{P}$ . Pokiaľ tento operátor aplikujeme na vektor  $\vec{a}$ , tak vytvoríme vektor do opacného smeru:  $\hat{P}\vec{a} = -\vec{a}$ . Uvažujeme teraz vektorový súčin  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ . Operátor parity zmení znamienko obidvom vektorom, a tak vektorový súčin nazmení znamienko:  $\hat{P}\vec{c} = \vec{c}$ . Podobná situácia je aj pre skalary. Operácia parity môže byť zhrnutá nasledovne

$$\begin{array}{ll} \text{Skalar} : \hat{P}s = s & \text{Pseudoskalar} : \hat{P}p = -p \\ \text{Vektor} : \hat{P}\vec{v} = -\vec{v} & \text{Pseudovektor} : \hat{P}\vec{a} = \vec{a} \end{array}$$

Pri dvojnásobnej aplikácii operátora parity dostaneme pôvodný stav, platí teda  $\hat{P}^2 = I$ ,  $I$  je jednotková matica. Vlastnými hodnotami tohto operátora su  $\pm 1$ .

Majme teraz vlnovú funkciu  $\psi(\vec{r})$ , ktorá popisuje určité system. Keď na ňu aplikujeme operátor parity dostávame

$$\hat{P}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}).$$

Pokiaľ je táto funkcia vlastnou hodnotou tohto operátora, tak podobne ako pre normálny vektor môžeme písať

$$\hat{P}\psi(\vec{r}) = \pm\psi(\vec{r}),$$

kde vlastne funkcie operátora  $\hat{P}$  s vlastnou hodnotou  $(+1)$  nazveme parné (sude), zatiaľ čo tie s vlastnou hodnotou  $(-1)$  nazveme nepárne (liche). V prípade centrálnych interakcií, kedy vlnovú funkciu závislú na  $\vec{r}$  môžeme napísať ako súčin radially vlnovej funkcie a sférickej vlnovej funkcie závislej na orbitálnom momente hybnosti  $l$  a jeho projekcii  $m$  do z-tovej osy

$$\psi(\vec{r}) = R(r)Y_l^m(\theta, \varphi),$$

môžeme transformovať  $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ ,  $\theta \rightarrow \pi - \theta$ ,  $\varphi \rightarrow \pi + \varphi$ . Odtiaľto vidíme, že stavy častice pohybujúce sa v poli centrálnych síl s párnym orbitálnym momentom hybnosti  $l$  majú párnú paritu a stavy s nepárnym  $l$  majú nepárnu paritu.



Mimo parity spojenej s orbitálnym pohybom castice zavadzame aj tkz. *vnutornu paritu*, ktora je bud kladna alebo zaporna. Velmi lahko sa da pochopit v pripade hadronov, ktore maju vnutornu strukturu. Avsak, aj elementarne castice maju vnutornu paritu, ktora je chapana ako charakteristicky rys danej castice.

Hadrony su vlastne stavy  $\hat{P}$  a je ich mozene klasifikovat pomocou vlastnej hodnoty parity, rovnako ako su klasifikacie pomocou spinu, naboja, izospinu, podivnosti atd. Parita fermionov musi byt opacna k parite odpovedajucej anticastice, parita bozonu musi byt totazna s paritou danej anticastice. Pokial priradime kvarkom kladnu vnutornu paritu, anti-kvarky ju musia mat zapornu. Parita zlozeného systému v zakladnom stave je produktom (sucinom) parit jeho konstituentov (multiplikativne kvantove cislo) - preto maju baryony kladnu paritu a mezony zapornu. Pre excitovane stavy plati  $(-1)^l$ , kde  $l$  je moment hybnosti.

Majme napríklad rozpad  $\rho_0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ . Vieme, ze spin pre  $\rho$  je rovný 1 a piony maju spin rovný 0, preto výsledný pionový stav má  $l = 1$ . Dalej vieme, ze vnutorna parita  $\rho$  mezonu a pionov je  $(-1)$ . Plati potom  $(-1) = (-1)(-1)(-1)^l$ , kde v nasom pripade  $l = 1$ . Vidime, ze celkom parita sa zachovava a nic nebráni aby tento proces nastal.

Zoberme si ale teraz pripad  $\rho_0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ . Tu plati skoro vsetko, co pre predchadzajuci pripad. Nastava tu vsak jedne problem. A to taky, ze mame dva rovnake bozony, ktore sa musia riadot Bose-Einsteinovou statistikou a tak musia vytvorit symetricku funkciu. Avsak pre  $l = 1$  mame iba anti-symetricku vlnovu funkciu a z toho dovodu tento proces nemoze nastat.

### Nabojove zdruzenie

Vo fyzike elementarnych castic zavadzame operaciu, ktory nazývame *nabojove zdruzenie*  $\hat{C}$ . Tato operacia konvertuje casticu na jej anti-castice:  $\hat{C}|p\rangle = |\bar{p}\rangle$ .

Nazov nabojove zdruzenie je vsak trochu nevhodny pretoze  $\hat{C}$  mozeme aplikovat aj na neutralne castice a vysledkom prevratena hodnota znamienok u vsetkych vnutornych kvantovych cisel, tj. naboj, baryonove cislo, leptonove cislo, podivnost atd., pricom hmota, energia, hybnost a spin danej castice zostanu nedoknute. Ronovako ako u parity aj v tomto pripade, ked zaposobime na stav dvakrat dostavame povodny stav, tj.  $\hat{C} = I$  a vlastnymi hodnotami su tiez  $\pm 1$ . Pre  $|p\rangle$ , ktore je vlastnym stavom  $\hat{C}$ , plati  $\hat{C}|p\rangle = \pm|p\rangle = |\bar{p}\rangle$ , kde  $|\bar{p}\rangle$  a  $|p\rangle$  sa lisia len znamienkom, co znamena, ze reprezentuju ten isty fyziklany jav. Odtialto je zrejmé, ze len tie castice, ktore su svojimi vlastnymi anti-casticami, mozu byt vlastnymi stavmy  $\hat{C}$ , cize su to fotony a mezony leziace uprostred diagramov Eightfold way.

Kedze je foton kvantom elektromagnetickeho pola, ktore meni znamienko pri nabojovom zdruzeni, dava smysel, ze vlastna hodnota nabojoveho zdruzenia fotonu je  $-1$ . System zahrnujuci castice so spinom  $1/2$  a ich anti-casticame v konfiguracii s momentom hybnosti  $l$  a celkovým spinom  $s$  predstavuju vlastny stav  $\hat{C}$  s vlastnou hodnotou  $(-1)^{l+s}$ . Podla kvarkoveho modelu tak pre mezony plati: pseudoskalary maju  $l = 0$  a  $s = 0$ , a teda  $C = +1$ , vektory  $l = 0$  a  $s = 1$  maju  $C = -1$ .  $C$  je multiplikativne kvantove cislo a rovnoka ako parita sa zachovava v silnych a elektromagnetickych interakciach. Preto napríklad  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ , kde  $C = +1$  pred i po reakcii ale nemoze sa rozpadat na tri fotony (pre system pre  $n$  fotonov je  $C = (-1)^n$ ). Na druhu stranu  $C$  sa

nezachovava pri slabých interakciách. Pokiaľ by sme  $C$  aplikovali na ľavotocivé neutrino, dostali by sme ľavotocivé anti-neutrino, ktoré však neexistuje. Nabojová verzia akejkolvek procesu s neutrínami preto nie je z fyzikálneho hľadiska.

### Time reversal = Časová inverzie

Zmena toku času  $t \rightarrow -t$ . Prevrátenie toku času tiež prevráti časovú deriváciu priestorových veličín, čo znamená obrátenie všetkých hybností  $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$  a momentu hybnosti.  $\vec{L} \rightarrow -\vec{L}$ . Invariancia vzhľadom k tejto transformácii má za následok, že pokiaľ by sme mali dva procesy, z nich druhý by bol procesom opačným k tomu prvému, boli by oba dva rovnako pravdepodobné. Vďaka tejto invarianci tak môžeme použiť účinné prierezy atomových alebo jadrových reakcií k účinným prierezom opačných reakcií. Zatiaľ nebol nájdený žiadny dôkaz toho, že to tak nie je.

Transformace	Popis	Zachovávající se veličina
Parita (P)	$\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$	parita
Nábojové sdružení (C)	částice $\leftrightarrow$ antičástice	kvantové číslo nábojového sdružení
Změna toku času (T)	$t \rightarrow -t$	-

Obr. 1.16: Diskretne transformácie a ich vlastnosti.

### CP symetria a jej narušenie

Naznačili sme, že slabé interakcie narušujú paritu (P) a aj nábojové združenie (C). Pôvodne sa komunita fyzikov domnievala, že kombinácia CP symetrie zostáva slabými interakciami nenarušená. Platilo by totiž  $\hat{C}\hat{P}\nu_L = \hat{C}\nu_P = \nu_{\bar{P}}$ .

V 50. rokoch však bolo narušenie CP symetrie navrhnuté ako reakcia na objavenie narušenia parity. K experimentálnemu potvrdeniu sa dospelo v roku 1964 v BNL objavením anomálie v rozpade neutrálného kaonu. Bolo totiž zistené, že neutrálne kaony sa môžu premeniť na svoje anti-častice a naopak, ale k týmto prechodom nedochádza s presne rovnakou pravdepodobnosťou v oboch smeroch = mierne narušenie CP symetrie.

V roku 1968 prisiel A. Sacharov s myšlienkou, že by narušenie CP symetrie v silnej interakcii mohlo mať pri vzniku Vesmíru za následok prevládanie hmoty nad anti-hmotou. V období pred Veľkým zjednotením interakcií častice X a Y prechody spôsobovali nerovnosti medzi kvarkmi a leptonmi. Vďaka narušeniu CP invariance v silnej interakcii prebiehali tieto procesy mierne nesymetricky a viedli k veľmi malému porušeniu rovnováhy medzi hmotou a anti-hmotou. Zhruba na jednu miliardu reakcií oboja smermi prebehlo o jednu reakciu viac smerom k hmote. Keď sa Vesmír dostatočne ochladil, došlo k anihilácii látky s anti-látkou. Pri tejto anihilácii však na každú miliardu častíc a anti-častíc zostala kvôli narušeniu CP symetrie jedna častica hmoty. Práve z týchto častíc je dnes vesmír postavený.

Narušenie CP symetrie bolo pozorované až v roku 2004 na detektore BABAR na Stanforde. Pri zrázkach tu vznikali kvarky a anti-kvarky  $b$ . Sledované boli rozpady častice  $B^0$  a jej anticastice  $\bar{B}^0$ . Rozpad oboch častíc má možnosť prebiehať veľa možnosťami, z nich bolo tiež možné sledovať vzácny rozpad na dvojicu pión a kaon  $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$  alebo  $\bar{B}^0 \rightarrow K^-\pi^+$ .

V prípade rovnakých vlastností hmoty a anti-hmoty by obe reakcie mali prebiehať rovnako

pravdepodobne a mali by sa objavovať rovnake počty kvarkov  $K^-\pi^+$  a  $K^+\pi^-$ . Skutočnosť ale bola iná. V experimente bolo detekované 910 parov  $K^+\pi^-$  a len 695  $K^-\pi^+$ . Spôsob rozpadu hmoty a anti-hmoty tak prebieha odlišne.

Narúšenie CP symetrie je v štandardnom modeli zahrnuté zavedením komplexnej fázy v CKM matici popisujúcej miešanie kvarkov. V tomto schéme je pre komplexnú fázu, a teda narúšenie CP symetrie, nevyhnutnou podmienkou existencie najmenej troch generácií kvarkov. Podľa CPT teoremu odpovedá narúšenie CP symetrie narúšeniu invariance vzhľadom ku zmene toku času. Keby CP bola skutočnou symetriou, potom by prírodné zákony platili rovnako ako pre hmotu tak aj pre anti-hmotu.

### CPT theorem

Vo fyzikálnych javoch sa zachováva CPT symetria. Kombinácia všetkých diskretných transformácií sa pokladá za nenarúšenu vo všetkých fundamentálnych interakciách a zároveň za základnú vlastnosť fyzikálnych zákonov. CPT teória konkrétne prehlasuje, že všetky lokálne interagujúce polia, ktorých Lagrangiany sú invariantné vo vlastnej Lorentzovej transformácii, sú invariantné voči kombinovanej transformácii naboju, parity a časovej inverzie. Experimentálne overovanie tejto invariance sa robilo porovnávaním vlastností častíc s ich anti-časticami. Pokiaľ je totiž CPT teória správna, každá častica musí mať presne rovnakú hmotu a dobu života ako jej odpovedajúca anti-častica. Prebehlo mnoho meraní parov častica-antičastica, najcitlivejšie overené rozdiely poskytli pár  $K^0 - \bar{K}^0$ , pozri obrázok 1.17.

Částice	Horní mez
$K^0/\bar{K}^0$	$10^{-19}$
$e^-/e^+$	$10^{-8}$
$\Lambda/\bar{\Lambda}$	$5 \cdot 10^{-6}$

Obr. 1.17: Relatívne hmotnostné rozdiely medzi časticami a anti-časticami.

Relatívne rozdiely medzi hmotnosťami častíc a anti-častíc sa robilo pomocou

$$\delta(m) = \frac{m - \bar{m}}{m + \bar{m}}$$

. Zo stredných dob života mionov bola stanovená horná medza pomerov na

$$\frac{\tau(\mu^+) - \tau(\mu^-)}{\tau(\mu^+) + \tau(\mu^-)} < 10^{-4}$$

. S veľkou presnosťou boli zmerané magnetické momenty elektronov-pozitron a mion-antimion. Výsledky sú obvykle prezentované v pojmoch gyromagnetických faktorov  $g$ , ktorými sú vyjadrené magnetické momenty častíc. Pre elektrony máme

$$\frac{g(e^+) - g(e^-)}{g(e^+) + g(e^-)} < 10^{-12}$$

. Obdobná veľkosť pre miony má hornú medzu  $10^{-8}$ . Všetky experimentálne dôkazy podporujú invarianciu všetkých interakcií voči transformácii CPT. Pokiaľ je totiž invariancia niektorej z operácií narúšená, musí byť kompenzovaná ostatnými transformáciami. Napríklad narúšenie invariance vzhľadom k časovej inverzii, musí byť tiež narúšená invariancia vzhľadom k CP.

Dosledkom CPT symetrie je to, že se zrkadlový obraz nášho vesmíru, teda otočenie všetkých objektov s ich pozíciami v ľubovolnej rovine (odpovedajúce inverzii parity), obrátenie všetkých hybností (odpovedajúce časovej inverzii) a nahradenie všetkej hmoty antihmotou (čo odpovedá nábojovej inverzii), bude vyvíjať presne podľa známych fyzikálnych zákonov. CPT transformácia zmení náš vesmír na jeho zrkadlový obraz a naopak.

Dosledkov platnosti CPT symetrie je hneď niekoľko

- Častice s celociselným spinom podliehajú Bose-Einsteinovej statistike, zatiaľ čo polociselné Fermi-Diracovej statistike.
- Častice a ich anti-častice majú totožne hmotnosti a doby života.
- všetky vnútorné čísla častíc sú opačné k vnútorným kvantovým číslam prislúchajúcich anti-častíc.

## 1.7 Súradnicové sústavy v subjadrovej fyzike

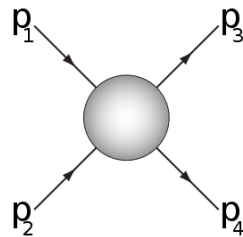
Transformácie kinematických veličín medzi sústavami, Mandelstamovy premenné,

### Mandelstamovy premenne

Mandelstamové premenné sú číselné veličiny, ktoré kódujú energiu, hybnosť a uhly častíc v rozptylovom procese Lorentzovo-invariantným spôsobom. Používajú sa na rozptylové procesy dvoch častíc na dve častice, pozri obrázok 1.18. V Minkovskej metrike  $\text{diag}(1, -1, -1, -1)$  majú tieto premenne nasledujúci tvar

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2 \\ u &= (p_1 - p_4)^2 = (p_3 - p_2)^2 \end{aligned} \quad (1.35)$$

Každý z týchto premenných odpovedá určitej topológii zrazky. Tieto typy odpovedajú rôznym



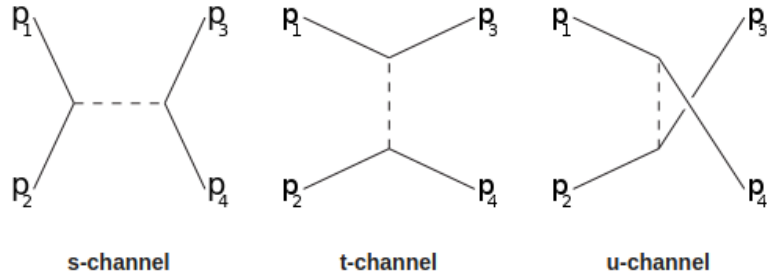
Obr. 1.18: V tomto diagrame častice s  $p_1$  a  $p_2$  prichádzajú a interagujú zatiaľ čo  $p_3$  a  $p_4$  odchádzajú z interakcie.

Feynmanovým diagramom. s-kanal, t-kanal, u-kanal, pozri obrázok 1.19.

V relativistickej limite zanedbáme hmotnosti oproti hybnosti  $p^2 \gg (m_0 c^2)^2$ .

Suma Mandelstam-ových premenných nám dá sumu hmotností častíc.

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2$$



Obr. 1.19: s, t, u -kanaly. s-kanál je jediný spôsob, akým môžu byť objavené rezonancie a nové nestabilné častice za predpokladu, že ich životnosť je dostatočne dlhá a že sú priamo zistiteľné. t-kanál predstavuje proces, v ktorom častica 1 emituje intermedialnu časticu a stáva sa konečnou časticou 3, zatiaľ čo častica 2 absorbuje intermedialnu časticu a stáva sa 4. Pre u-kanal zameníme v t-kanaly len 3 a 4.

### Lorentzovské transformácie

Uvážujme dve kartezské vzťažné sústavy  $S$  a  $S'$ , tak že ich počiatky splývajú v prípade  $t = t' = 0$ . Súradnicové osy oboch sústav sú vzajomne rovnobežné a pohybujú sa tak, že sústava  $S$  (kludová) zostáva v pokoji a sústava  $S'$  sa vzhladom na  $S$  hybe rýchlosťou  $v$  v kladnom smere osy  $x$ . Lorentzove transformácie potom sú

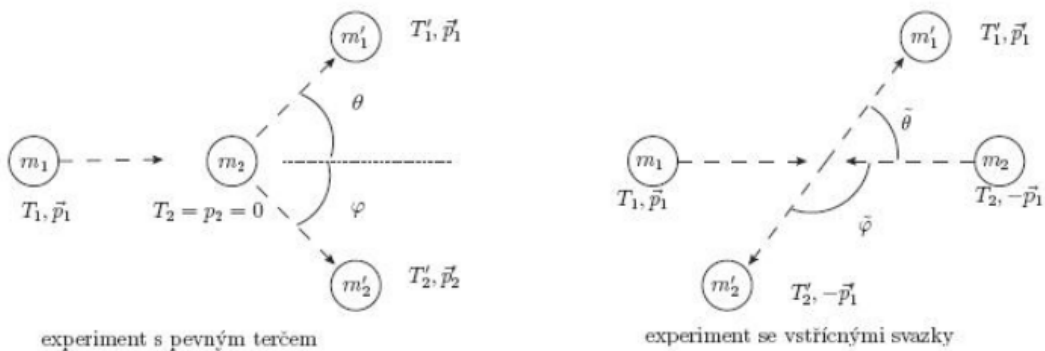
$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.36)$$

kde  $\beta = v/c$  a  $c$  je rýchlosť svetla vo vákuu. Pre transformácie energie a hybnosti z jednej do druhej sústavy dostávame

$$E' = \frac{E - p_x v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad p'_x = \frac{p_x - \frac{vE}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.37)$$

### Kinematika zrážkových procesov

Experimentálne zrážkové procesy: experiment s pevným tercom, experiment s naproti iduciami zväzkami, pozri obrázky 1.20. Sústavy sú pred a po interakcii izolované. Oblasť, kde sa častice



Obr. 1.20: Rôzne druhy zrážkových procesov. Vľavo Lab frame a vpravo CMS frame.

stretnu a interagujú sa nazývajú *interakčná oblasť*. Mimo túto oblasť sa častice pohybujú voľne (reálne je sila interakcie zanedbateľne menšia ako pre oblasť interakcie). Budeme používať značenie veľícín nasledovne: pred interakciou budú veľiciny bez čiarok a po zraze s čiarokou.

Zakony zachovania energie a celkovej hybnosti izolovanej sústavy môžeme napísať v tvare:  $E = E'$  a  $\vec{P} = \vec{P}'$ . Podľa produktov rozlišujeme nasledujúce dva druhy interakcií

- **pružný rozptyl:** nemenia sa kludové hmotnosti ani typy častíc po interakcii. Zo zákona zachovania energie plynie, že celková kinetická energia sa zachováva.
- **nepružný rozptyl:** pri interakcii sa menia hmotnosti zúčastnených častíc. Veľčinu  $Q = [(m_1 + m_2)^2 - (m'_1 + m'_2)^2] = (M - M')^2$  nazývame energiou interakcie. Zo zákona zachovania plynie  $T' = T + Q$ . Pre nepružnú interakciu je  $Q$  nerovne nule a naopak pre pružnú zrazku je to  $Q$  nulové.

### Suradnicové systémy

- **Laboratorná sústava** - táto sústava je pevne spojená s detektorom. Jej použitie nie je vždy vhodné, keďže vzťahy popisujúce interakciu sú v nej dosť zložité. V tejto sústave sa merali hlavne experimenty s pevným tercom. Avšak nemusí to byť vždy sústava spojená s detektorom. Používa sa aj laboratorná sústava spojená s nejakou časticou, s ktorou má druhá častica interagovať.
- **Tázisková sústava (CMS)** - táto sústava je v pokoji. Zaujímá nás len relatívny pohyb častíc. Celková hybnosť častíc je rovná nule, čo dosť môže zjednodušiť výpočet.
- **Terciková sústava** - sústava, v ktorej je hybnosť terca nulová.
- **Sústava zväzku** - sústava, v ktorej je hybnosť zväzku nulová.
- **Colliding beam frame** - sústava, v ktorej sa zväzky zrazajú pod uhlom  $\theta$ .

Kinetickú energiu v laboratornej sústave je možné rozdeliť na časť, ktorá patrí translacnému pohybu sústavy častíc - (kinetickú energiu táziska) a časť, ktorá patrí relatívnemu pohybu častíc - (kinetická energia v táziskovej sústave). Kinematické vzťahy v táziskovej sústave sa vyznačujú maximálnou symetriou, čo je jednoduchšie na výpočty. Vzhľadom k tomu, že väčšina experimentálnych výsledkov je získaná v laboratornej sústave, je nutné medzi táziskovou a laboratornou sústavou prechádzať.

Zapíšeme zákon zachovania hybnosti, zákon zachovania energie a rýchlosti táziska v laboratornej sústave

$$\begin{aligned}\vec{p}_1 + \vec{p}_2 &= \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \\ T_1 + T_2 &= T'_1 + T'_2 \\ \vec{v}_T &= \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}.\end{aligned}\tag{1.38}$$

Teraz uvedieme zákony zachovania a rýchlosť ťažiska v ťažiskovej sustave

$$\begin{aligned}\tilde{\vec{p}}_1 + \tilde{\vec{p}}_2 &= \tilde{\vec{p}}'_1 + \tilde{\vec{p}}'_2 = 0 \\ \tilde{T}_1 + \tilde{T}_2 &= \tilde{T}'_1 + \tilde{T}'_2 \\ \vec{v}_T &= 0.\end{aligned}\tag{1.39}$$

z čoho plynie

$$|\tilde{\vec{p}}_1| = |\tilde{\vec{p}}_2| = |\tilde{\vec{p}}'_1| = |\tilde{\vec{p}}'_2|, \quad \tilde{v}_1 = \tilde{v}'_1, \quad \tilde{v}_2 = \tilde{v}'_2, \quad \tilde{T}_1 = \tilde{T}'_1, \quad \tilde{T}_2 = \tilde{T}'_2.$$

Za predpokladu, že je v laboratornej sustave terciková castica v klidu ( $p_2 = 0, T_2 = 0$ ), potom platí

$$\begin{aligned}\tilde{\vec{v}}_1 &= \vec{v}_1 - \vec{v}_T = \vec{v}_1 - \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 \rightarrow \tilde{\vec{p}}_1 = \mu\vec{v}_1 \\ \tilde{\vec{v}}_2 &= \vec{v}_2 - \vec{v}_T = \vec{v}_2 - \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = -\frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 \rightarrow \tilde{\vec{p}}_2 = -\mu\vec{v}_1 \\ \tilde{T} &= \tilde{T}_1 + \tilde{T}_2 = \frac{\tilde{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\tilde{p}_2^2}{2m_2} = \frac{1}{2}\mu v_1^2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}T_1\end{aligned}\tag{1.40}$$

kde  $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  je redukovaná hmotnosť. Toto sú vzťahy prechodu medzi ťažiskovou a laboratornou sustavou.

## 1.8 Kinematické premenné

Uvažujeme že  $c = \hbar = 1$ .

Majme proces  $a + b \rightarrow c + X$ , kde  $X$  sú nespécifikované castice. Casticu  $c$  môžeme považovať za dcerskú casticu od castice  $a$  alebo  $b$ . Zrazku castíc budeme uvažovať v sustave, kde zväzok castíc  $a$  nalieta v smere osi  $z$  na terc tvorený casticami  $b$ .

Označme

$$\begin{aligned}p_a &= (E_a, \vec{p}_{Ta}, p_{za}) && 4 - \text{impulz nalietajúcej castice} \\ p_b &= (E_b, \vec{p}_{Tb}, p_{zb}) && 4 - \text{impulz tercikovej castice},\end{aligned}\tag{1.41}$$

kde sme zaviedli tkz. priecnu hybnosť, ktorá je definovaná ako  $p_T = p \sin(\theta)$ , kde  $\theta$  je uhol rozptylu.

Hľadáme premenné, ktoré sú zložené zo zložiek 4-impulzu castice (ktorú meriame) a majú nejakú špeciálnu vlastnosť pri Lorentzovskej transformácii (čo nám veľmi zjednoduší popis). Pre detekovanie dcerskej castice  $c$  definujeme

$$\begin{aligned}c_+ &= E_c + p_{zc} && \text{forward lightcone momentum} \\ c_- &= E_c - p_{zc} && \text{backward lightcone momentum}.\end{aligned}\tag{1.42}$$

Pre pomer dvoch lightcone premenných platí (zarovň to je Lorentzovsky invariant)

$$x_{\pm} = \frac{E_c \pm p_{cz}}{E_b \pm p_{bz}} \quad 0 < x_{\pm} < 1,$$

kde  $x_{\pm}$  je forward (backward) lightcone premenná castice  $c$  vzhľadom k castici  $b$ .

Rovnako by sme mohli zavies  $x_{\pm}$  vzhľadom na casticu  $a$  pretoze nie vzdy je mozne povedat, ktora castica je materskou casticou. Pokial skumame experiment, ktory produkuje castice v jednom preferovanom smere, berieme obvykle len jednu z lightcone premennych, druha sa nepouziva.

### Rapidita

Rapidita je bezrozměrná fyzikální veličina, která je mírou pohybu prostorem, podobně jako rychlost. Zatímco rychlost objektů je podle speciální teorie relativity shora omezena rychlostí světla ve vakuu  $c$ , rapidita může být libovolně velká. Pro objekty v klidu má hodnotu 0 a pro pomalé objekty je přímo úměrná rychlosti. Když se rychlost objektu přibližuje  $c$ , roste rapidita nade všechny meze. Je definována nasledovne

$$y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{x_+}{x_-} \right),$$

v nerelativisticke limite  $y \rightarrow \beta$ . Rapidita nie je lorentzovsky invariant, ale transformuje sa ako  $\tilde{y} = y - y_{\beta}$  kde  $y_{\beta}$  je rychlost pohybujucej sa vztaznej sustavy  $S'$ .

Dalej plati

$$\begin{aligned} E &= m_T \cosh(y) \\ p_z &= m_T \sinh(y), \end{aligned} \tag{1.43}$$

kde velicina  $m_T$  je tzv. priecna hmotnost a je definovana nasledujucim sposobom

$$m^2 = E^2 - p^2 = E^2 - p_z^2 - p_T^2 \rightarrow E^2 - p_z^2 = m^2 + p_T^2 = m_T^2.$$

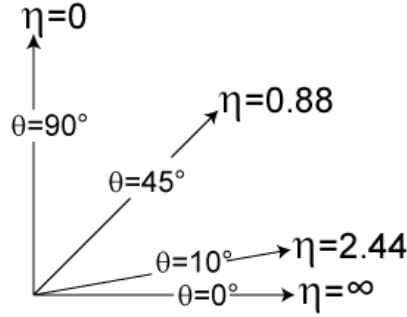


### Pseudorapidita

Jej výhodou je oproti rapidite v tom, že staci jedna premenna pre jej definiciu - uhol vyletu. Pseudorapidita je definovaná nasledovne

$$\eta = -\ln \left( \tan \frac{\theta}{2} \right) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z} \right),$$

kde uhol  $\theta$  je uhol medzi hybnosťou castice  $\vec{p}$  a osou zväzku. V druhej casti vzťahu môžeme vidieť, že pre veľké hybnosti (resp. malé hmotnosti) rapidita a pseudorapidita splyvajú ( $p \approx E$ ).



Obr. 1.21: Tu môžeme vidieť ako sa pseudorapidita mení s uhlom  $\theta$ .

### Feynmanova promenna

Bola zavedená pri štúdiu vysoko-energetických zraziek hadronov pre popis elementárnej interakcie na kvarkovej úrovni. Je definovaná vzťahom

$$x_F = \frac{\tilde{p}_z}{\tilde{p}_z^{max}}.$$

Feynmanova premenná je obvykle definovaná v sústave, v ktorej sa castica pohybuje s nekonečnou hybnosťou (infinite momentum frame). Je tomu tak preto, lebo v kvantovej mechanike nie je operator počtu castíc invariantný voči prechodu z jednej sústavy do druhej, a tak počet castíc, ktoré pozorujeme pri lete vysoko-energetickej castice, závisí na sústave, v ktorej proces študujeme. Limitná sústava je potom sústava, kde sa všetky castice pohybujú s nekonečnou hybnosťou, a tak doba života kvantovo vytvorených castíc je nekonečne malá a je tak možné dobre definovať casticové obsadenie sústavy.

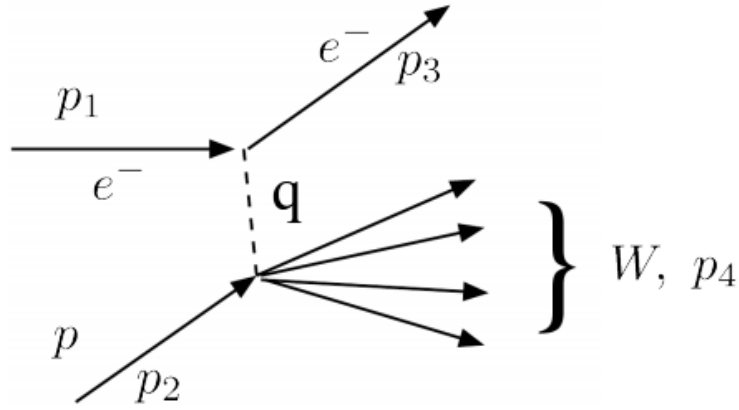
V tejto sústave môžeme ukázať, že  $x_F = \frac{2\tilde{p}_z}{\sqrt{s}}$ , ďalej tiež platí  $0 < x_F < 1$  a pre  $E \rightarrow \infty$  máme  $x_F = 1$ .

### Bjorkenova promenna

Jeto veľičina, ktorá je definovaná nasledovne

$$x = \frac{Q^2}{2(p_2 \cdot q)},$$

kde  $Q^2 = -q^2$ . Na obrázku 1.22 sú znázornené jednotlivé 4-impulzy vyskytujúce sa v tejto premennej. Podľa obrázka máme



Obr. 1.22: Rozptyl elektronu na protone.

$$p_4^2 = M_W^2 = (q + p_2)^2 = q^2 + 2qp_2 + p_2^2 = -Q^2 + 2qp_2 + M_p^2 \rightarrow Q^2 = 2qp_2 + M_p^2 - M_W^2,$$

keďže je  $M_p$  hmotnosť protonu, ktorý je najľahší baryon, a  $M_W$  hmotnosť akejkolvek iného baryonu tak  $Q^2$  nebude nikdy viac ako  $2qp_2$ . Potom máme pre neelastický rozptyl:  $0 < x < 1$ , zatiaľ čo pre elastický rozptyl  $x = 1$ .

$(1-x)$  ako keby reprezentovala časť prenesenej energie, ktorá sa spotrebuje na vytvorenie takéhoto baryonu (avšak toto je len môj názor takže treba na to pozerat z nadhľadom).