

Kapitola 1

Teorie jaderných procesů

1.1 Zadaní

Energie reakce, Energie rozpadu, Výtěžek jaderných reakcí (tlustý a tenký terč), Zákony zachování, Princip detailní rovnováhy, Klasifikace jaderných reakcí, Mechanismy jaderných reakcí (model složeného jádra, přímé reakce, optický model atomového jádra), Štěpení, Syntéza, Uvést příklady některých důležitých jaderných reakcí.

1.2 Historický přehled studia jaderných reakcí

Termín jaderná reakce je značně široký, ve fyzice atomového jádra si pod ním představujeme interakci nebo jinak řečeno srážku dvou mikročástic, ze které se opět vynořují mikročástice. Alespoň jedna z těchto mikročástic musí být jádrem s atomovým číslem Z větším než jedna. Jaderné reakce probíhají v podstatě v neomezeném intervalu energií, ve fyzice atomového jádra však máme na mysli relativní kinetické energie převážně v intervalu od nuly do 100 MeV, výjimečně až do hodnot rovných řádově několika GeV.

- r. 1919 - Ernest Rutherford - 1. umělá jaderná reakce $\alpha + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + p$
- r. 1924 \rightarrow potvrzeno Blackettem za použití Wilsonovy mlžné komory
- r. 1932 - objev neutronu J. Chadwickem v reakci $\alpha + {}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + n$
- r. 1932 - Cockroft a Walton \rightarrow 1. reakce s urychlenými protony: $p + {}^7_3\text{Li} \rightarrow 2\alpha$
- v r. 1934 - manželé Curierovi objevili umělou radioaktivitu
- v r. 1939 - objeveno štěpení uranu \rightarrow Hahn, Strassmann
- v r. 1942 \rightarrow Fermi - spuštění 1. jaderného reaktoru s přírodním uranem o výkonu několika wattů
- r. 1951 \rightarrow 1. jaderná ponorka (Nautilus)
- r. 1955 \rightarrow 1. jaderná elektrárna (Shipping Port)

1.3 Základní pojmy

- zapisujeme jako relaci tak, že na levé straně se píšou objekty vstupující do reakce a na pravé straně objekty z ní vystupující, od vstupujících k vystupujícím směřuje šipka definující, které objekty považujeme za počáteční a které za koncové

→ sevřený zápis \Rightarrow jen tehdy, když v reakcích vystupují elementární částice nebo jádra helia (α), deuteronu (d), tritia (t) \Rightarrow odpovídá experimentu \Rightarrow těžké částice vstupující do reakce jsou zpravidla nehybným terčíkem, lehká částice je obvykle na jistou energii urychleným projektil

- Zápis: $a + A \rightarrow C^* \rightarrow B + b$, C^* ... složené jádro, mezistav, přes který může reakce probíhat

- Sevřený zápis: $A(a, b)B$

1.3.1 Různé procesy

- \rightarrow pružný rozptyl $(n, n), (p, p)$
- \rightarrow nepružný rozptyl $(n, n'), (p, p'), \dots$
- \rightarrow jaderné reakce:
 - \rightarrow vznik nového jádra a částice - $A(a, b)B$
 - \rightarrow vznik nového jádra a více částic - $A(a, b_1 b_2 b_3 \dots)B$
 - \rightarrow štěpení jádra - (n, f)
 - \rightarrow tříštění jader

1.3.2 Základní definice

- vstupní kanál - částice (jádra) a jejich charakteristiky (energie, hybnosti, spiny,) do reakce vstupující
- výstupní kanál - částice (jádra) a jejich charakteristiky z reakce vystupující
- účinný průřez σ - závisí na energiích, hybnostech, spinech, nábojích \Rightarrow pravděpodobnost, že při srážce $A + a$ dojde k přeměně $a + A \rightarrow b + B$, $[\sigma] = \text{m}^2$
- excitační funkce - závislost účinného průřezu na energii $\sigma(E)$ - excitační funkce
- prahová reakce - nastávají až od určité energie
- výtěžek reakce - počet přeměn dělený počtem nalétávajících částic
- tenký terčík - nezmění hustotu a energii částic svazku
- tlustý terčík - hustota a energie částic svazku se mění

1.3.3 Zákony zachování

⇒ energie, hybnosti, momentu hybnosti, el. náboje, parity, baryonového a leptonového čísla

- Energie a hybnosti
 - lze určit směry výletu a možné energie produktů reakce
 - pro určení úhlového rozdělení a energetického rozdělení je třeba znát typ interakce
 - k nalezení možných směrů výletu produktů reakce lze použít vektorový diagram hybností ⇒ diagram nezávisí na typu interakce a lze jej použít pouze pro nerelativistické přiblížení
- Momentu hybnosti
 - pouze diskrétní hodnoty $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ $[\hbar]$
 - pro nízké energie a krátký dosah sil → reakce možná pouze pro ohraničené nevelké číslo l
 - ⇒ výhodné přejít do vlastních stavů momentu hybnosti
 - poloklasicky $pb = l\hbar \Rightarrow l \leq \frac{pb_{max}}{\hbar} = \frac{2\pi R}{\lambda}$
- Náboje - suma el. nábojů před reakcí a po ní se zachovává
- Baryonového čísla - pro nízké energie ($E < m_n c^2$) → zákon zachování počtu nukleonů
- Parity - parita výchozího stavu se během reakce nemění, protože při změně relativního orbitálního momentu $\Pi_f = (-1)^{\Delta l} \Pi_i$, např. při pružném rozptylu, nemůže dojít ke změně orbitálního momentu o $\Delta l = \text{liché}$, i když by to při změně orientace spinu bylo z hlediska zachování momentu hybnosti možné
- REAKCE POD VLIVEM SILNÉ INTERAKCE - platí zákon zachování celkového izotopického spinu (izospin) i zákon zachování jeho projekce do jedné ze souřadných os a dále zákon zachování parity
- REAKCE POD VLIVEM ELEKTROMAGNETICKÉ INTERAKCE - neplatí zákon zachování celkového izotopického spinu
- REAKCE POD VLIVEM SLABÉ INTERAKCE - neplatí zákon zachování izospinu v žádné formě, ani zákon zachování parity

1.4 Energie reakce, energie rozpadu

- Energie reakce Q : rozdíl sumy klidových energií částic před reakcí a po ní nebo jako rozdíl sumy kinetických energií po reakci a před ní:

$$Q = \sum_{j=1}^{n_i} m_j c^2 - \sum_{k=1}^{n_f} m_k c^2 = \sum_{k=1}^{n_f} T_K - \sum_{j=1}^{n_i} T_j \quad (1.1)$$

$\Rightarrow Q$ nezávisí na souřadné soustavě

\Rightarrow 3 druhy reakcí:

- Exoergická reakce: $Q > 0 \Rightarrow$ energie se uvolňuje (samovolné rozpady jader či částic, reakce probíhající při libovolné energii nalétávající částice). V případě rozpadu hovoříme o energii rozpadu.
- Pružný rozptyl: $Q = 0$
- Endoergická reakce: $Q < 0 \Rightarrow$ existuje práh reakce, energii je třeba dodat, aby se reakce vůbec uskutečnila

- zůstane-li jádro B ve vzbuzeném stavu $\Rightarrow Q - E^* = T_b + T_B - T_a - T_A$, kde E^* je excitační energie

1.4.1 Prahová energie

- v těžiškové souřadné soustavě (CMS):

- počáteční stav: $\sum_{j=1}^{n_i} \vec{p}_j' = 0$
- ZZH (konečný stav): $\sum_{k=1}^{n_f} \vec{p}_k' = 0$
- reakce může nastat, pokud $\sum_{k=1}^{n_f} T_k' \geq 0$
- prahová energie v CMS



$$T'_{THR} = -Q = \sum_{k=1}^{n_i} T_k' = \sum_{k=1}^{n_f} m_k c^2 - \sum_{j=1}^{n_i} m_j c^2 = |Q| \quad (1.2)$$

- prahová energie v LAB pro projektil a terčik ($p_2 = 0$)

- kinetická energie těžiště ($T = p^2/2m$)

$$T_{CMS} = \frac{p_1^2}{2(m_1 + m_2)} \quad (1.3)$$

$$T_{THR} = T_i = |Q| \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) \quad (1.4)$$

<i>Laboratory system:</i>			
			
Mass	M_1		M_2
Velocity	V_1		$V_2=0$
Kinetic energy	$T_1=\frac{1}{2}M_1V_1^2$		$T_2=0$
Momentum	$P_1=M_1V_1$		$P_2=0$
Galilean transformation with velocity $U=V_1M_1/(M_1+M_2)$.			
<i>Centre-of-mass system:</i>			
			
Velocity	V_1-U		U
Momentum	P_C		P_C
Kinetic energy	$P_C^2/2M_1$		$P_C^2/2M_2$
The centre-of-mass momentum is $P_C=P_1M_2/(M_1+M_2)$.			
The total kinetic energy in the centre-of-mass is $T_C=T_1M_2/(M_1+M_2)$.			

Obr. 1.1: Srovnání laboratorní a těžišťové soustavy

1.4.2 Srážkový diagram hybností

- Předpokládáme, že terčové jádro je v klidu
- Vztahy mezi hybnostmi částic před a po srážce:

$$v'_1 = \tilde{v}'_1 + v_{CM}, \quad p'_1 = \tilde{p}'_1 + \frac{m_1}{m_1 + m_2} p_1 \quad (1.5)$$

$$v'_2 = \tilde{v}'_2 + v_{CM}, \quad p'_2 = -\tilde{p}'_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} p_1 \quad (1.6)$$

Tabuľka 1.1: Přehled hybností

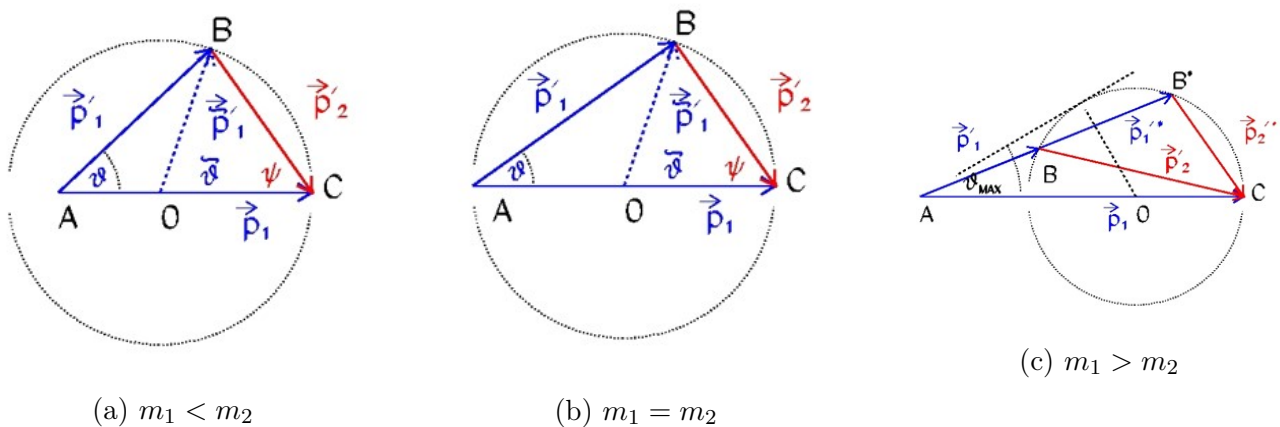
	Před srážkou		Po srážce	
	LAB	CMS	LAB	CMS
Částice 1	p_1	$\tilde{p}_1 = p_1 \frac{m_2}{m_1 + m_2}$	$p'_1 = \tilde{p}'_1 + \frac{m_1}{m_1 + m_2} p_1$	\tilde{p}'_1
Částice 2	$p_2 = 0$	$\tilde{p}_2 = -p_1 \frac{m_2}{m_1 + m_2}$	$p'_2 = -\tilde{p}'_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} p_1$	$\tilde{p}'_2 = -\tilde{p}'_1$

Sečteme-li tyto rovnice, dostaneme zákon zachování hybnosti pro zkoumaný případ: $p_1 = p'_1 + p'_2$

- Konstrukce vektorového diagramu hybností:

- hybnost p_1 dopadající částice zobrazíme orientovanou úsečkou AC
- rozdělíme úsečku AC na dvě části v poměru $AO : OC = m_1 : m_2$
- kolem bodu 0 opíšeme kružnici procházející bodem $C \Rightarrow$ její poloměr je roven velikosti hybnosti p_1 v těžišťové soustavě $\tilde{p}_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} p_1$

\Rightarrow kružnice je geometrickým místem vrcholů B vektorového trojúhelníku hybností ABC (znázorňuje zákon zachování hybnosti), jehož strany AB a BC představují možné hybnosti částic po srážce v laboratorní soustavě.



Obr. 1.2: Konstrukce vektorového diagramu hybností

V závislosti na poměru hmotností částic se může bod A nacházet uvnitř dané kružnice, na ní nebo vně. Úhel rozptylu v těžišťové soustavě může nabývat všechny možné hodnoty $\tilde{\vartheta}$ od 0 do π . Dovolené hodnoty úhlu rozptylu ϑ v laboratorní soustavě a úhlu odrazu ψ v laboratorní soustavě jsou v tabulce:

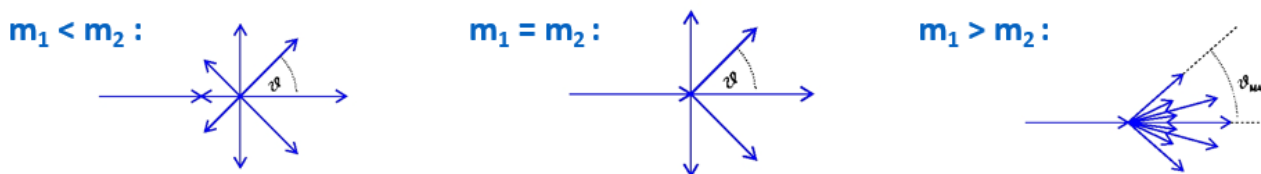
V laboratorní soustavě:

- $m_1 < m_2 \rightarrow$ dopadající částice rozptýleny do obou polokoulí
- $m_1 = m_2 \rightarrow$ dopadající částice rozptýleny do přední polokoule
- $m_1 > m_2 \rightarrow$ dopadající částice rozptýleny do přední polokoule do kužele s vrcholovým úhlem $2\vartheta_{max}$ (osou kužele je směr dopadajících částic): $\sin \vartheta_{max} = m_2/m_1$

Vztah mezi úhly rozptylu a odrazu v laboratorní a těžišťové soustavě (připomínka předpokladu

$m_1 < m_2$	$m_1 = m_2$	$m_1 > m_2$
$v_1 > v_{CM}$	$v_1 = v_{CM}$	$v_1 < v_{CM}$
$\vartheta + \psi > \pi/2$	$\vartheta + \psi = \pi/2$	$\vartheta + \psi < \pi/2$
$\vartheta = \langle 0, \pi \rangle$	$\vartheta = \langle 0, \pi/2 \rangle$	$\vartheta = \langle 0, \vartheta_{MAX} \rangle$
$\psi = \langle 0, \pi/2 \rangle$	$\psi = \langle 0, \pi/2 \rangle$	$\psi = \langle 0, \pi/2 \rangle$

Obr. 1.3: Dovolené hodnoty úhlu rozptylu ϑ v laboratorní soustavě a úhlu odrazu ψ v laboratorní soustavě

Obr. 1.4: Dovolené hodnoty úhlu rozptylu ϑ v laboratorní soustavě

pružného rozptylu):

$$\psi = \frac{\pi - \tilde{\vartheta}}{2} \quad \tan \vartheta = \frac{\sin \tilde{\vartheta}}{\cos \tilde{\vartheta} + (m_1/m_2)}. \quad (1.7)$$

Vektorový diagram hybností poskytuje veškerou informaci, kterou lze získat z pouhých zákonů zachování hybností a energií. Ukazuje možné varianty rozletu částic, nic ale neříká o pravděpodobnostech realizace jednotlivých možných variant.

1.5 Výtěžky reakcí, účinný průřez

- ÚČINNÝ PRŮŘEZ - $\sigma \Rightarrow$ pravděpodobnost, že při srážce $a + A$ dojde k přeměně $a + A \rightarrow B + b$

\Rightarrow závisí pouze na typu interakce (slabá, silná, elektromag.) mezi a a A , základních charakteristikách a a A a pohybových vlastnostech a a A

\Rightarrow nezávisí na hustotě toku dopadajících částic typu a , ani na počtu ostřelovaných terčových jader typu $A \Rightarrow$ nezávisí na provedení experimentu

- VÝTĚŽEK - $\omega \Rightarrow$ udává podíl počtu přeměn ΔN na počtu dopadajících částic N_0

$$\omega = \frac{\Delta N}{N_0} \quad (1.8)$$

\Rightarrow bezrozměrná veličina

\Rightarrow závisí na účinném průřezu σ , na kinetické energii nalétávající částice T_a a na konkrétním terčiku, proto nemůže sloužit jako univerzální charakteristika jaderné reakce

\Rightarrow závisí na tom, zda je terčík tenký nebo tlustý

- TENKÝ TERČÍK \Rightarrow nemění energii a hustotu částic svazku

\Rightarrow na všechna terčíková jádra dopadá stejný tok N_0 ostřelujících částic téže energie (všechny terčové částice mají stejnou šanci zúčastnit se jaderné reakce)

\Rightarrow počet částic N_0 se nemění s hloubkou terče, stejně jako jejich kinetická energie T_a

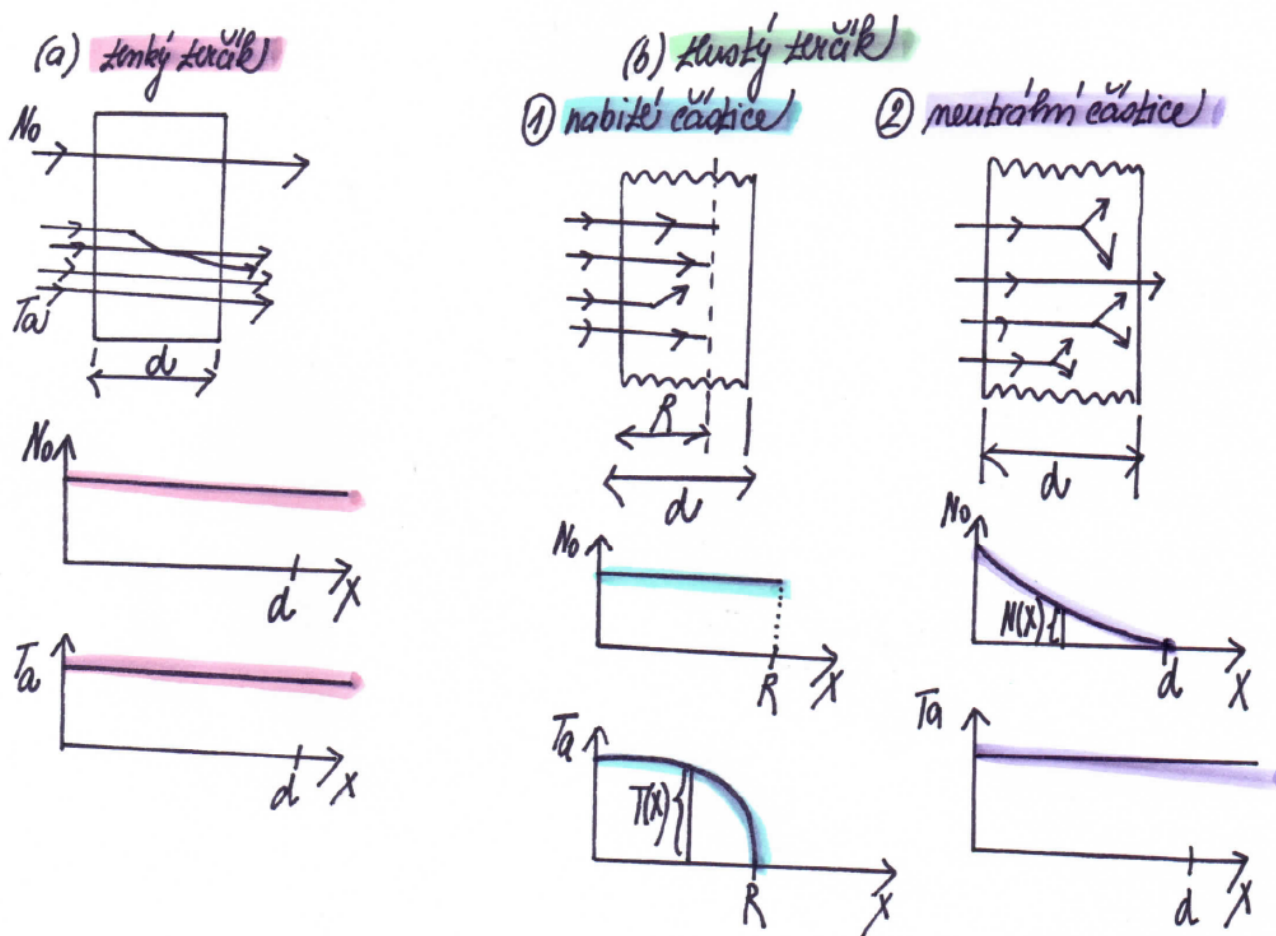
\Rightarrow výtěžek:

$$\omega = \frac{\Delta N}{N_0} = \sigma \cdot n \cdot x \ll 1, \quad (1.9)$$

kde σ je celkový účinný průřez, n je počet terčíkových jader v 1 m^3 a x je tloušťka terče $\Rightarrow n \cdot x$ je plošná hustota terče.

- TLUSTÝ TERČÍK \Rightarrow hustota a energie částic svazku se mění \Rightarrow průběh závisí na tom, o jaký typ částic jde
 - reakce s nabitými částicemi
 - reakce s neutrony
 - reakce s fotony

1.5.1 Interakce v terčíku



Obr. 1.5: Interakce v terčíku

1.6 Reakce s nabitými částicemi

- ztráta energie ionizací a excitací terčíkových atomů
 - reakce nastávají při různé energii T nalétávajících částic: $\sigma(T)$
 - celkový počet částic se mění jadernými reakcemi \Rightarrow lze zanedbat $N(x) = N_0$
 - tlustý terč (tloušťka $d >$ dolet R)

$$dN = N(x) \cdot n \cdot \sigma(x) \cdot dx \cong N_0 \cdot n \cdot \sigma(x) \cdot dx \quad (1.10)$$

- výtěžek reakce je (při $d > R$)

$$\omega = \frac{\Delta N}{N_0} = n \cdot \int_0^R \sigma(x) dx = n \cdot \int_{T_a}^0 \frac{\sigma(T)}{\frac{dT}{dx}} dT = n \int_0^{T_a} \frac{\sigma(T)}{-\frac{dT}{dx}} dT \quad (1.11)$$

z $-\frac{dT}{dx} \Rightarrow$ vyšší T_a , $\sigma(T)$ a nižší energetické ztráty \Rightarrow vyšší dolet a výtěžek $\omega = \omega(T)$ - excitační funkce

\Rightarrow

$$\sigma(T) = \frac{1}{n} \frac{d\omega}{dT} \left| \frac{dT}{dx} \right| \quad (1.12)$$

- střední účinný průřez

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{R} \int_0^R \sigma(x) dx \Rightarrow \omega = n \cdot \bar{\sigma} \cdot R \quad (1.13)$$

1.7 Reakce s neutrony

- neinteragují s atomovými obaly, pouze rozptyl a absorpce na jádrech

- ubývá počet neutronů, ale jejich energie se příliš nemění
- svazek monoenergetických neutronů o hustotě toku N_0
- počet reakcí dN ve vrstvě terče dx v hloubce x je

$$dN = -N(x) \cdot n \cdot \sigma \cdot dx, \quad (1.14)$$

kde $N(x)$ je hustota toku neutronů v místě x .

- σ je celkový účinný průřez $\sigma = \sigma_{pruzny} + \sigma_{nepruzny} + \sigma_{absorbce} + \dots$
- počet neutronů prošlých terčíkem o tloušťce x

$$N(x) = N_0 \exp(-n\sigma x) \quad \text{pro } 0 \leq x \leq d \quad (1.15)$$

- z N_0 neutronů bude interagovat v terči o tloušťce d :

$$\Delta N = N_0(1 - \exp(-n\sigma d)) \quad (1.16)$$

\Rightarrow výtěžek je pak:

$$\omega = \frac{\Delta N}{N_0} = 1 - \exp(-n\sigma d) \quad (1.17)$$

- pro určování účinného průřezu $\sigma \Rightarrow$ transmisní metoda, kdy měříme intenzitu na začátku a na konci terčíku

$$\sigma = -\frac{1}{nd} \ln \left(\frac{N(d)}{N_0} \right) \quad (1.18)$$

- závislost $\sigma = \sigma(T_a)$, $\omega = \omega(T_a)$... excitační funkce

- cílem studia jaderných reakcí \Rightarrow měření excitační funkce, úhlového rozložení produktů, energetického rozložení produktů, studium vnitřního kvantového stavu produktů

1.8 Reakce s fotony

- reagují s jádry i elektrony - rozptyl a absorpce \Rightarrow zmenšení hustoty toku fotonů:

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x), \quad (1.19)$$

kde μ je lineární součinitel zeslabení, $\mu = \mu_a \cdot n$, kde μ_a je atomový součinitel zeslabení, n je počet terčových atomů v jednotce objemu

- pro tenký terčik (zeslabení lze zanedbat) je výtěžek reakce:

$$\omega = \frac{\Delta I}{I_0} \frac{\sigma}{\mu_a} = n \cdot \sigma \cdot d, \quad (1.20)$$

kde ΔI je celkový počet reakcí, $\frac{\sigma}{\mu_a}$ je počet studovaných fotojaderných reakcí

- pro tlustý terčik:

$$\omega = \frac{\Delta I}{I_0} \frac{\sigma}{\mu_a} = \frac{\sigma}{\mu_a} (1 - \exp(-\mu_a n d)) \quad (1.21)$$

1.9 Klasifikace jaderných reakcí

Podle použitého projektilu:

- pružný rozptyl (n,n), (p,p) $\Rightarrow Q = 0$
 - při pružném rozptylu v poli jádra dochází k zakřivení dráhy nalétávající částice, avšak kinetická energie se nemění v jiný druh energie - nedochází ke změně vnitřního stavu částice, žádné excitace ani deexcitace
 - při pružném rozptylu je splněn zákon zachování energie a hybnosti nalétávající částice a a rozptylujícího se jádra A
 - částice pokračuje v pohybu obecně odlišným směrem a s nižší energií a hybností, jejíž část byla předána jádru
 - symbolický zápis pružného rozptylu je $a + A \rightarrow a' + A'$, kde částice napravo jsou tytéž jako částice nalevo, jen s jinou hybností a kinetickou energií
 - dochází tedy jen k transformaci interakční energie a kinetické energie translačního pohybu částice
 - příklady mohou být: zpomalování neutronů lehkými jádry, metoda odražených jader využívá k detekci rychlých neutronů, zpětný rozptyl
- nepružný rozptyl $(n, n' \gamma), (\alpha, \alpha' \gamma) \Rightarrow Q < 0$
 - při nepružném rozptylu dochází k přeměnám kinetické energie částice a na jiné druhy energie při jiných procesech než mechanickém pohybu (např. k emisi kvant záření, změnám vnitřní struktury - excitace, deexcitace)

- typickým procesem při nepružném rozptylu je excitace jádra A - přechod nukleonů na některou z vyšších energetických hladin, při následné deexcitaci je emitováno záření γ
- při nepružném rozptylu primárních částic obecně vzniká sekundární ionizující záření
- příklady: nepružný rozptyl rychlých neutronů, Coulombická excitace atomových jader
- radiační záchyt (n, γ) , (p, γ) - záchyt pomalých neutronů (používá se v reaktorech k výrobě radionuklidů apod.), záchyt protonů lze pozorovat u lehčích prvků
- deutronové reakce (d, p) , (d, t) , (d, n) - reakce ${}^2H(d, n){}^3He$ a ${}^3H(d, n){}^4He$ se používají v neutronových generátorech termojaderné reakce
- reakce s α -částicemi (α, p) , (α, n) - důležité pro lehké prvky, reakce ${}^9_4Be(\alpha, n){}^{12}_6C$ vedla k objevení neutronu - užitím této reakce se získávají neutrony v radionuklidových zdrojích
- reakce s neutrony (n, p) , (n, α) - detekce pomalých neutronů ${}^6Li(n, \alpha){}^3H$, ${}^{10}B(n, \alpha){}^7Li$; prahové detektory pro rychlé neutrony ${}^{32}S(n, p){}^{32}P$; tvorba radiouhlíku ${}^{14}C$ v jaderné reakci ${}^{14}N(n, p){}^{14}C$
- Fotojaderné reakce (γ, n) , (γ, p) , (γ, α) při $Q < 0$
 - významné u D a Be
 - fotojaderné reakce vyvolávané brzděným zářením na těžkých prvcích (W, U), zdroje neutronů, např. ${}^9_4Be(\gamma, n){}^8_4Be$
- reakce s protony - (p, α)
- reakce s těžkými ionty
- štěpení (n, f)
 - tepelné a rezonanční neutrony způsobují štěpení ${}^{235}U$, ${}^{238}U$, ${}^{239}Pu$
 - ostatní jádra se štěpí rychlými neutrony
- tříštivé procesy (hluboké štěpení)
 - dopadající vysokoenergetické částice ($T > 100$ MeV) mohou roztříštit jádro na velký počet drobných odštěpků, stopy v emulzích, komorách vykazují tvar hvězdy

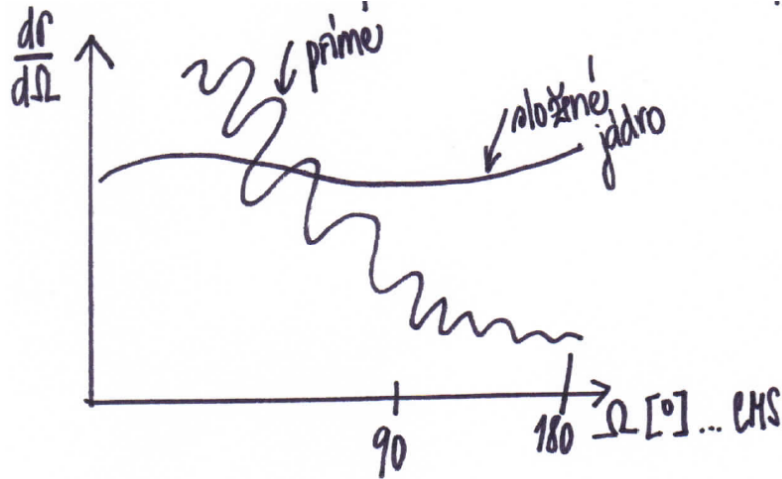
1.10 Mechanismy jaderných reakcí

- pronikne-li ostřelující částice do oblasti terčíkového jádra, může interakce probíhat v zásadě dvěma způsoby: reakcí přes složené jádro, přímou reakcí

- přímé reakce (také pružný a nepružný rozptyl) - reakce trvající velmi krátce $\tau \sim 10^{-22}$ s \rightarrow široké (rozmazané) hladiny \rightarrow pomalé změny σ s energií projektilu

- reakce přes složené jádro (Bohr) - vzniká jádro s poločasem rozpadu $\tau \sim 10^{-16}$ s \rightarrow úzké hladiny \rightarrow rychlé změny σ s energií projektilu (rezonanční charakter), rozpad do různých kanálů

1.10.1 Srovnání úhlových rozdělení



Obr. 1.6: Srovnání úhlových rozdělení

1.10.2 Princip detailní rovnováhy

Nízkoenergetické reakce \rightarrow energie interakce $H_{int} \ll$ energie celé soustavy \rightarrow lze pro určení pravděpodobnosti P_{if} přechodu od stavu ϕ_i ke stavu ϕ_f použít zlaté pravidlo poruchového počtu:

$$P_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{fi}|^2 \frac{d\nu}{dE_0}, \quad (1.22)$$

kde H_{fi} je maticový element přechodu: $H_{fi} = \langle \phi_f | H_{int} | \phi_i \rangle = \int \phi_f^* H_{int} \phi_i dV$

V objemu V je počet $d\nu$ stavů (elementárních buněk po jedné částici s hybností $p \div p + dp$):

$$d\nu = \frac{V \cdot 4\pi \cdot p^2 dp}{h^3} = \frac{4\pi \cdot V p^2 dp}{(2\pi\hbar^3)} \quad (1.23)$$

a tedy:

$$\frac{d\nu}{dE_0} = \frac{1}{dE_0} \frac{4\pi \cdot V p^2 dp}{(2\pi\hbar^3)} \quad (1.24)$$

Dále uvažujme reakci $A(a, b)B$ v těžišťové soustavě. V konečném stavu platí: $\vec{p}_b = -\vec{p}_B \rightarrow$ pouze jedna nezávislá hybnost (zvolme p_b). Jestli $dE_0 = dE_b + dE_B$:

$$\frac{d\nu}{dE_0} = \frac{1}{dE_b + dE_B} \frac{4\pi \cdot V_b p_b^2 dp_b}{(2\pi\hbar^3)} \quad (1.25)$$

Dosadíme za $dE = (p/m)dp$:

$$dE_b + dE_B = \frac{p_b}{m_b} dp_b + \frac{p_B}{m_B} dp_B = \left(\frac{1}{m_b} + \frac{1}{m_B} \right) p_b dp_b = \frac{1}{m_f} p_b dp_b, \quad (1.26)$$

kde m_f je redukovaná hmotnost konečného stavu.

Pak dostaneme:

$$\frac{d\nu}{dE_0} = \frac{4\pi \cdot V}{(2\pi\hbar^3)} m_f p_b. \quad (1.27)$$

Má-li částice (fermion) spin I , podle Pauliho principu může být v každém stavu $2I + 1$ částic. Platí to pro oba produkty reakce:

$$\frac{d\nu}{dE_0} = \frac{4\pi \cdot V}{(2\pi\hbar^3)} (2I_b + 1)(2I_s + 1) m_f p_b \quad (1.28)$$

Dosadíme do výrazu pro pravděpodobnost ($P_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{fi}|^2 \frac{d\nu}{dE_0}$)

$$P_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{if}|^2 \frac{4\pi \cdot V}{(2\pi\hbar^3)} (2I_b + 1)(2I_B + 1) m_f p_b = |H_{if}|^2 \frac{4\pi \cdot V}{(2\pi)^2 \hbar^4} (2I_b + 1)(2I_B + 1) m_f p_b \quad (1.29)$$

Vztah mezi diferenciálním účinným průřezem a pravděpodobností přechodu:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta = \frac{(P_{if})_\theta}{j} = \frac{P_{if}}{4\pi \cdot j}, \quad (1.30)$$

kde $(P_{if})_\theta = (1/4\pi)P_{if}$ pravděpodobnost vztažená na jednotku prostorového úhlu. Hustota toku dopadajících částic: $j = Nv_i$, kde v_i je rychlost dopadajících částic a N je jejich počet v jednotce objemu. Vztáhneme-li jej na jednu dopadající částici (V je objem zaujímaný jednou částicí):

$$N = 1/V, \quad \rightarrow j = v_i/V \quad (1.31)$$

Potom

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta = \frac{P_{if}V}{4\pi v_i} = \frac{Vm_i}{4\pi \cdot p_i} P_{if}, \quad (1.32)$$

kde m_i je redukovaná počáteční hmotnost (jádro považujeme za nehybné, takže v_i je vzájemná rychlost). Dosadíme za P_{if} :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta = \frac{V^2(2I_b + 1)(2I_B + 1)}{(2\pi)^2 \hbar^4} |H_{fi}|^2 m_i m_f \frac{p_f}{p_i} = \frac{(2I_b + 1)(2I_B + 1)}{(2\pi)^2 \hbar^4} |H_{if}|_{norm}^2 m_i m_f \frac{p_f}{p_i} \quad (1.33)$$

Člen V^2 se pokrátil s faktorem $1/V^2$, který se objeví před členem $|H_{if}|$ v případě normování vlnových funkcí členem $1/\sqrt{V}$. Úhlová závislost je plně obsažena v $|H_{fi}|$.

Odvodíme obdobný vztah pro inverzní proces.

Jestliže: $|H_{fi}|^2 = |H_{if}|^2$ spočteme poměr obou účinných průřezů:

$$\frac{\sigma_{i \rightarrow f}}{\sigma_{f \rightarrow i}} = \frac{(2I_b + 1)(2I_B + 1)p_f^2}{(2I_a + 1)(2I_A + 1)p_i^2} \quad (1.34)$$

Tento vztah se nazývá princip detailní rovnováhy jaderné reakce.

Je-li v malé oblasti energií $|H_{if}|^2$ konstantní, dostáváme: $\sigma = konst. \frac{p_f}{p_i}$

1.10.3 Model složeného jádra

→ vhodný pro neutrony s $T_n < 1$ MeV

- v r. 1936 dánský fyzik Niels Bohr \Rightarrow chtěl vysvětlit jaderné reakce jako dvoufázový proces sestávající nejdříve z vytvoření relativně dlouhožijícího přechodového jádra a jeho následného rozpadu

- bombardující částice nejprve ztratí veškerou svou energii v cílovém jádře (po vniknutí do jádra v něm vykoná několik srážek s nukleony, při nichž ztratí tolik energie, že již není schopna jádro opustit), načež se stane nedílnou součástí nového excitovaného nestabilního jádra zvaného složené jádro

$$a + A \rightarrow C^* \rightarrow b + B \quad (1.35)$$

- rozpad složeného jádra: 10^{-19} s – 10^{-15} s

\Rightarrow jádro přechází do stabilního stavu \Rightarrow emisí kvant γ , emisí částice (n, p, α) \Rightarrow emitovány izotropně do všech směrů (jádro "zapomíná", jakým způsobem vzniklo)

\Rightarrow druhá etapa jaderné reakce je nezávislá na první

\Rightarrow ztrácí se informace o původní částici

- máme buď reakci:

- rezonanční
- nerezonanční

- představme si, že nalétávající částice a je nukleon \Rightarrow aby se vytvořilo složené (nestabilní) jádro C^* \Rightarrow musí se nukleon dostat na nějakou neobsazenou hladinu v tomto jádře \Rightarrow vytvořené jádro je nestabilní

\Rightarrow energetickým hladinám nukleonů v jádře budou obecně příslušet nenulové šířky hladin Γ , které umožňují zánik daného nestabilního stavu

\Rightarrow střední doba života nestabilního jádra je $\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$

- rezonanční charakter

→ jednotlivé energetické hladiny i s jejich šířkami Γ dostatečně daleko od sebe $\Rightarrow \Delta E \gg \Gamma \rightarrow \sigma(E)$

→ dopadající neutron může vytvořit složené jádro jen tehdy, když jeho energie bude ležet v blízkém okolí ostré hodnoty příslušné danému energet. stavu

→ rezonanční maximum v průběhu účinného průřezu v místě izolované (od ostatních hladin oddělené) hladiny E_{res}

→ tvar rezonance popisuje Breit-Wignerův vzorec:

$$\sigma_{cb} = \pi g \left(\frac{\lambda_a}{2\pi} \right)^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E - E_{res})^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (1.36)$$

$$g = \frac{2I_c + 1}{(2I_a + 1)(2I_A + 1)} \quad (1.37)$$

- pro oblast okolo 1-20 MeV rezonance hustě blízko sebe a jsou široké
- nedají se rozdělit - vzniká kontinuum (statistická oblast)
- nerezonanční charakter
 - když budou jednotlivé energetické hladiny složeného jádra ležet velmi blízko u sebe \Rightarrow svými šířkami se budou prakticky "překrývat", neutron o energii ležící v relativně širokém intervalu může vytvořit složené jádro $\Rightarrow \Delta E \ll \Gamma \rightarrow \sigma(E)$
 - účinný průřez: $\sigma_{ab} = \sigma_{ac} \cdot \sigma_{cb} = \sigma_{Ac} \frac{\Gamma_b}{\Gamma}$
 - Γ_b je pravděpodobnost, že rozpad C^* bude probíhat s vysláním částice $b \Rightarrow$ představuje současně šířku energetické hladiny C^*

$$\Gamma_b = \frac{\hbar}{\tau_b} = \hbar\omega_b \quad \dots \text{Heisenbergův princip neurčitosti} \quad (1.38)$$

- Γ je celková šířka = součet částečných šířek hladin (\Rightarrow doba života τ)

$$\Gamma = \Gamma_\gamma + \Gamma_a + \Gamma_{a'} + \Gamma_b + \dots \quad (1.39)$$

- možná reprezentace reakce přes složené jádro v rámci kapkového modelu:
 - vybuzené složené jádro - ohřátá kapka vody
 - snížení energie výletem nukleonů - ochlazení odpařením molekul \Rightarrow vypařovací modely
 - Maximum pro pružnou část: $\Gamma_b = 0, \Gamma_a = \Gamma : \sigma_{aamax} = 4 \frac{\pi}{k_a^2}$
 - Maximum pro nepružnou část: $\Gamma_b = \Gamma_a = \Gamma/2 : \sigma_{abmax} = \frac{\pi}{k_a^2}$

1.10.4 Přímé jaderné reakce

$$a + A \rightarrow b + B \quad (1.40)$$

- trvá: 10^{-22} s - čas průletu projektilu terčíkem (pružný a nepružný rozptyl)
- částice se srazí s jedním (nebo s několika) z nukleonů a uvede jej do vyššího energetického stavu nebo jej vyrazí z jádra (uvolní z vazby v poli jaderných sil)
 - sama částice může zůstat v jádře vázána, nebo jej opustí
 - i případ dvojnásobné kolize, srážka primární částice s 2 nukleony
 - přímý proces = při interakci předá dopadající částice nukleonům jádra hybnost přímo
- reakce strhávání - z deuteronu může být stržen neutron a pohlcen terčíkovým jádrem, zatímco proton pokračuje v pohybu ve směru pohybu deuteronu \Rightarrow reakce (d,p)
 - \Rightarrow při vyšších energiích i (d, n) způsobená strháváním protonů
- reakce vytrhávání (nabírání) - (n,d), (p,d) - vytržení nukleonu z jádra kolem letícím projektil

- reakce přenosu (vybíjení) - výměna nukleonů mezi terčíkem a projektilem
- Rozdíly ve srovnání s reakcí přes složené jádro:
 - úhlové rozdělení je nesymetrické - silný vzrůst intenzity ve směru dopadu
 - excitační funkce nemá rezonanční charakter
 - větší podíl vyletujících částic s vyšší energií
 - relativní poměry účinných průřezů různých procesů neodpovídají modelu složeného jádra

1.10.5 Modely jaderných reakcí

Pro popis reakcí se vytvářejí modely, které popisují různé třídy reakcí.

Střední potenciál jádra vytvářený nukleony terčíkového jádra.

Projektil vletí do jádra \rightarrow je pod vlivem středního potenciálu \rightarrow ten se může změnit vlivem energie projektilu.

Nutnost započítání vlivu elektromagnetické interakce a coulombovské pole - fotojaderné a elektrojaderné reakce, reakce coulombovského buzení. Elektromagnetickou část interakce lze spočítat přesně.

- OPTICKÝ MODEL - jádro je spojitě prostředí - láme a pohlcuje de Broglieho vlnu spojenou s nalétávající částicí
- STATISTICKÝ MODEL - v reakcích přes složené jádro spousta mezistavů \rightarrow velký počet stupňů volnosti \rightarrow uvažujeme pouze střední hodnoty veličin
- KASKÁDNÍ MODEL - vysoké (relativistické) energie \rightarrow malá vlnová délka nukleonů \rightarrow nukleony dobře lokalizovány \rightarrow reakce (tříštivá) jako sekvence srážek jednotlivých nukleonů
- jaderná reakce je popsána úplně - známe σ pro všechny měřitelné parametry (energie, úhly, druhy částic ...). Tomu se lze blížit v modelech přímých reakcí, nelze v statistickém modelu.

1.10.6 Optický model

Při hrubém průměrování excitační funkce se ukáže i rozdělení vykazující ve směru dopadu maxima vznikající při ohybu \rightarrow potenciálový rozptyl. Kromě potenciálového rozptylu je třeba popsat i pohlcení dopadající částice (vznik složeného jádra).

Lze popsat optickým modelem:

Předpoklad: jádro je spojitě prostředí, které láme a absorbuje de Broglieho vlny dopadajících částic.

Limitní případ je model černého tělesa \rightarrow jádro pohlcuje všechny dopadající částice.

Zjednodušení: reakce dopadající částice s jádrem se aproximuje rozptylem a pohlcením částice silovým centrem

Problém $A_1 + A_2$ částic \rightarrow problém dvou částic

Hledá se tvar středního potenciálu (optický potenciál) $U(r)$ vytvářený silovým centrem, který po dosazení do Schrödingerovy rovnice a splnění okrajových podmínek dává přímo střední hodnotu amplitudy rozptylu.

Optický potenciál zavedeme jako empirický potenciál. Volba parametrů \rightarrow spočítání diferenciálního účinného průřezu \rightarrow porovnání s experimentálním úhlovým rozdělením.

Přítomnost absorbce \rightarrow komplexní člen $\rightarrow U(r) = V(r) + iW(r)$

Reálná část $V(r)$ má tvar potenciálu slupkového modelu (nejčastěji Woodsova - Saxonova tvaru se započtením spin-orbitální interakce)

Imaginární část: nízké energie \rightarrow převaha absorbce na povrchu

vyšší energie (≥ 80 MeV) \rightarrow převaha absorbce v objemu

Při konkrétních výpočtech je třeba započítat vliv coulombovského potenciálu a odstředivého potenciálu.