

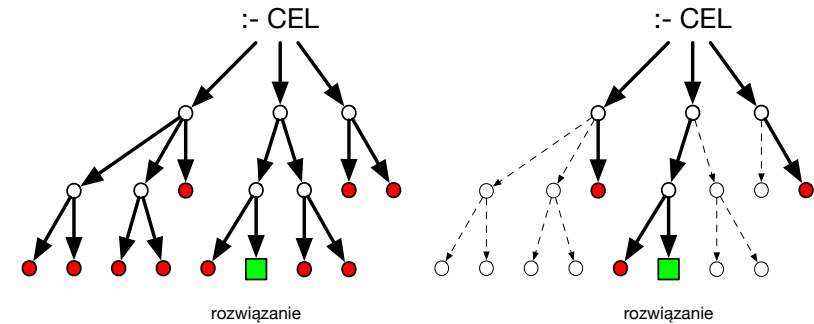
Programowanie w Logice

Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Przemysław Kobylański

Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Idea programowania ograniczeń (wiązków)



a) Prolog bez wiązków

b) Prolog z wiązkami

Navigation icons

Navigation icons

Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Idea programowania ograniczeń (wiązków)

Example (SEND+MORE=MONEY)

Klasyczna krypto-arytmetyczna łamigłówka:

$$\begin{array}{r} \text{SEND} \\ + \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$$

1. Cyfry S, E, N, D, M, O, R, Y są parami różne.
2. Liczby nie rozpoczynają się zerem.

Jakie cyfry znajdują się na poszczególnych pozycjach aby operacja dodawania była poprawna?

Navigation icons

Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Idea programowania ograniczeń (wiązków)

Example (SEND+MORE=MONEY cd.)

% Prolog bez wiązków:

```
digit(0). digit(1). digit(2). digit(3). digit(4).
digit(5). digit(6). digit(7). digit(8). digit(9).
```

```
solve1([[S,E,N,D],[M,O,R,E],[M,O,N,E,Y]]) :-
    digit(S), digit(E), digit(N), digit(D), % generowanie
    digit(M), digit(O), digit(R), digit(Y), % wartości
    S \= E, S \= N, S \= D, S \= M, S \= O, S \= R,
    S \= Y, E \= N, E \= D, E \= M, E \= O, E \= R,
    E \= Y, N \= D, N \= M, N \= O, N \= R, N \= Y,
    D \= M, D \= O, D \= R, D \= Y, M \= O, M \= R,
    M \= Y, O \= R, O \= Y, R \= Y, S > 0, M > 0,
    1000*S + 100*E + 10*N + D + 1000*M + 100*O + 10*R + E
    =: 10000*M + 1000*O + 100*N + 10*E + Y.
```

Navigation icons

Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Atrybuty zmiennych

Example (Korzystanie z atrybutów cd.)

```

attr_unify_hook(Domain, Y) :-
    (   get_attr(Y, domain, Dom2)
    ->  ord_intersection(Domain, Dom2, NewDomain),
        (   NewDomain == []
        ->  fail
        ;   NewDomain = [Value]
        ->  Y = Value
        ;   put_attr(Y, domain, NewDomain)
        )
    ;   var(Y)
    ->  put_attr( Y, domain, Domain )
    ;   ord_memberchk(Y, Domain)
    ).

```



Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Dziedziny

W SWI-Prologu dostępne są następujące moduły dostarczające wieżów na różnych zbiorach wartości:

clpfd skończone dziedziny liczb całkowitych

clpb wartości boolowskie

clpq liczby wymierne (ułamki w postaci ilorazu licznika przez mianownik)

clpr liczby rzeczywiste zmiennopozycyjne

W części wykładów poświęconych programowaniu ograniczeń omówimy wybrane wiezy z modułu **clpfd**.

Zakładamy, że programy źródłowe zawierają dyrektywę:

```
:- use_module(library(clpfd)).
```



Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Atrybuty zmiennych

Example (Korzystanie z atrybutów cd.)

```
attribute_goals(X) -->
    { get_attr(X, domain, List) },
    [domain(X, List)].
```

Przykłady zapytań:

```
?- domain(X, [a, b]), X = c.  
false.
```

```
?- domain(X, [a, b]), domain(X, [b, c]).
X = b.
```

```
?- domain(X, [a, b, c]), domain(X, [b, c, d]).
domain(X, [b, c]).
```



Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Dziedziny

- ▶ Jeśli nie podano dziedziny dla zmiennej, to przyjmujemy się, że dziedziną jej wartości jest cały dostępny zakres liczb całkowitych $\text{inf} \dots \text{sup}$, gdzie inf i sup to, odpowiednio, najmniejsza i największa dostępna liczba całkowita.
- ▶ Predykat Var in Dom definiuje dziedzinę Dom dla zmiennej Var.
- ▶ Dziedzina Dom może być zadana jako: pojedyncza liczba całkowita, zakres wartości $\text{Lo} \dots \text{Hi}$ albo jako suma mnogościowa dwóch dziedzin $\text{Dom1} \setminus \cup \text{Dom2}$.
 $?- X \text{ in } 1 \dots 3 \setminus \cup 5 \dots 8, Y \text{ in } 3 \dots 4 \setminus \cup 3 \dots 9, X = Y.$
 $X = Y,$
 $Y \text{ in } 3 \setminus \cup 5 \dots 8.$
- ▶ Aktualną dziedzinę zmiennej można sprawdzić wywołując $\text{fd_dom}(\text{Var}, \text{Dom})$.
- ▶ Dolny i górny kres aktualnej dziedziny można sprawdzić wywołując, odpowiednio, $\text{fd_inf}(\text{Var}, \text{Lo})$ i $\text{fd_sup}(\text{Var}, \text{Hi})$.



Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Dziedziny

- ▶ Jeśli wielu zmiennym na liście Vars chcemy określić tę samą dziedzinę Dom, to możemy to zrobić predykatem Vars ins Dom.
?- [Wiersz, Kolumna] ins 1..8.
Wiersz in 1..8,
Kolumna in 1..8.
- ▶ Dla przykładu, poniższy predykat zmienne(N, L), dla danego całkowitego N, tworzy listę N zmiennych o dziedzinach 1..N:
zmienne(N, L) :- length(L, N), L ins 1..N.

```
?- zmienne(5, X).
X = [_12418, _12424, _12430, _12436, _12442],
_12418 in 1..5,
_12424 in 1..5,
_12430 in 1..5,
_12436 in 1..5,
_12442 in 1..5.
```



Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Ograniczenia

Example (Ciąg Fibonacciego)

Zdefiniujemy predykat `fib/1`, który znajduje wszystkie liczby w ciągu Fibonacciego:

```
fib(0).
fib(1).
fib(1).
fib(F) :-
    fib(1, 1, F).

fib(F1, F2, F) :-
    F #> F2,
    F3 #= F1+F2,
    (   F #= F3
    ;   fib(F2, F3, F)).
```



Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Ograniczenia

- ▶ Do najprostszych ograniczeń w module **clpfd** należą ograniczenia arytmetyczne.
- ▶ Jeśli Wyr1 i Wyr2 są dwoma wyrażeniami arytmetycznymi, to dostępne są następujące relacje:

```
Wyr1 #= Wyr2
Wyr1 #\= Wyr2
Wyr1 #< Wyr2
Wyr1 #=< Wyr2
Wyr1 #> Wyr2
Wyr1 #>= Wyr2
```



Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Ograniczenia

Example (Ciąg Fibonacciego cd.)

Początkowe wyrazy:

```

?- fib(X).
X = 0 ;
X = 1 ;
X = 1 ;
X = 3 ;
X = 8 ;
...
X = 1 ;
X = 2 ;
X = 5 ;
X = 13 ;

```

Wyrazy mniejsze od 10:

```
?- X < 10, fib(X).
X = 0 ;                      X = 1 ;
X = 1 ;                      X = 2 ;
X = 3 ;                      X = 5 ;
X = 8 ;
false.
```



Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Ograniczenia

Example (Ciąg Fibonacciego cd.)

Wyrazy większe od 20:

```
?- X #> 20, fib(X).  
X = 21 ;           X = 34 ;  
X = 55 ;           X = 89 ;  
X = 144 ;          X = 233 ;  
...
```

Wyrazy z zakresu od 1000 do 5000:

```
?- X in 1000..5000, fib(X).  
X = 1597 ;  
X = 2584 ;  
X = 4181 ;  
false.
```

Navigation icons

Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Ograniczenia

Example (Ciąg Fibonacciego cd.)

Wyrazy podzielne przez 13:

```
?- X mod 13 #= 0, fib(X).  
X = 0 ;           X = 13 ;  
X = 377 ;          X = 10946 ;  
X = 317811 ;       X = 9227465 ;  
X = 267914296 ;    X = 7778742049 ;  
...
```

Sprawdzenie czy dana wartość jest w ciągu Fibonacciego:

```
?- fib(39088169).  
true .  
  
?- fib(54165426).  
false.
```

Navigation icons

Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Ograniczenia

- ▶ Ograniczenia wiążą ze sobą zmienne.
- ▶ Niech $C(x_1, \dots, x_n)$ będzie ograniczeniem na zmiennych x_1, \dots, x_n .
- ▶ Niech $D_i = \text{Dom}(x_i)$, dla $i = 1, \dots, n$, będzie dziedziną i -tej zmiennej.
- ▶ Jeśli istnieje wartość $a_i \in D_i$, taka że nie można w dziedzinach pozostałych zmiennych wybrać dla nich wartości $b_1 \in D_1, \dots, b_{i-1} \in D_{i-1}, b_{i+1} \in D_{i+1}, \dots, b_n \in D_n$, tak aby wybrane wartości i wartość a_i spełniały $C(b_1, \dots, b_{i-1}, a_i, b_{i+1}, \dots, b_n)$, to wartość a_i należy usunąć z dziedziny D_i przyjmując $D_i := D_i - \{a_i\}$.
- ▶ Taki proces zawężania dziedzin nazywa się propagowaniem ograniczenia.
- ▶ Powtarza się go dopóki zmieniają się dziedziny zmiennych.

Navigation icons

Zmienne, dziedziny i ograniczenia

Ograniczenia

Example (Propagowanie ograniczenia)

Niech $C(X, Y, Z) \equiv X + 2Y = Z$ oraz $D_X = D_Y = D_Z = 1..10$.

\inf_X	\sup_X	\inf_Y	\sup_Y	\inf_Z	\sup_Z	$ D_X \cdot D_Y \cdot D_Z $
1	10	1	10	1	10	1000
1	10	1	10	3	10	800
1	8	1	10	3	10	640
1	8	1	4	3	10	256

```
?- [X, Y, Z] ins 1..10, X + 2*Y #= Z.  
X in 1..8,  
X+2*Y#=Z,  
Y in 1..4,  
Z in 3..10.
```

Navigation icons

Etykietowanie zmiennych

- ◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ≡ ↺ 🔍 ↻

Etykietowanie zmiennych

Diagram illustrating the relationship between the width X , height Y , and area $P = X * Y$ of a rectangle. A red dot is at the top-left corner and a green dot is at the bottom-right corner. An arrow points from the green dot to the equation $X + 2 * Y = D$.

◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡ ↺ 🔍 ↻