Wprowadzenie

Jakub Figura

Październik 2025

Polecana literatura

1. Grabowski, A. (2004) *Przewodnik do ćwiczeń z logiki dla studentów prawa i administracji.*
2. Gołba, F., Piękoś, P., Turkowski, P. (2012) *Logika dla prawników. Wykłady. Ćwiczenia. Zadania.*

1 Podstawowa terminologia

1. Język - system znaków rządzący się regułami dotyczącmi łączenia znaków z myślami określonego typu oraz regułami wiązania znaków w wyrażenia złożone.
2. Języki naturalne - języki powstałe w sposób spontaniczny, których reguły badają językoznawcy: np. polski, niemiecki, francuski itd.
3. Język sztuczny - język, którego reguły składniowe i znaczeniowe zostały stworzone świadomie przez językotwórcę.
4. Język formalny - język sztuczny o precyzyjnie zdefiniowanej składni i semantyce.
5. Metajęzyk - język służący do opisu innego języka.

2 Wprowadzenie do KRZ

Klasyczny rachunek zdań - język formalny umożliwiający analizę poprawności rozumowań przeprowadzanych w języku naturalnym.
Jest to rachunek zdań, czyli podstawową jednostką analizy są zdania w sensie logiki. Podczas zajęć będziemy omawiać jeszcze elementy rachunku nazw.
Czym jest zdanie w sensie logiki? **Zdanie w sensie logiki** to wyrażone (najczęściej) w języku naturalnym zdanie oznajmujące, któremu możemy przypisać wartość logiczną prawdy albo wartość logiczną fałszu. Wyróżniamy zdania proste (atomowe) oraz zdania złożone.
Zdanie złożone - to zdanie składające się ze zdań prostych połączonych spójnikiem.
Dlaczego rachunek klasyczny? O rachunku logicznym (logice) mówimy, że jest klasyczna, jeżeli spełnia następujące założenia:

1. Dwuwartościwość - logika klasyczna opiera się na tzw. prawie wyłączonego środka, oznacza to, że każde zdanie jest prawdzwie lub fałszywe. Tertium non datur.

2. Ekstensjonalność - wartość logiczna zdań złożonych jest zależna od wartości logicznej zdań prostych (atomowych)

2.1 Składnia KRZ

Alfabet KRZ:

1. Zmienne zdaniowe: p, q, r, s, t,..., $p_1, p_2, p_3, ...$

2. Spójniki zdaniowe, czyli stałe logiczne (funktory zdaniotwórcze od argumentów zdaniowych): $\neg, \rightarrow, \vee, \wedge, \perp, \equiv, \downarrow, /$

3. Symbole pomocnicze:), (

Wyrażenie KRZ - każdy skończony ciąg złożony z symboli należących do alfabetu KRZ.
Formuła KRZ - wyrażenie sensowne, czyli zbudowane zgodnie z następującymi regułami:

1. Każda pojedyncza **zmienna zdaniowa** jest wyrażeniem sensownym.

2. Jeżeli α, β są wyrażeniami sensownymi, to wyrażeniami sensownymi (formułami) są także: $\neg\alpha$, $(\alpha \rightarrow \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \perp \beta)$, $(\alpha \equiv \beta)$, $(\alpha \downarrow \beta)$, (α / β)[1]

Zbiór wszystkich formuł KRZ oznaczany jest w logice grecką literą Σ.

2.2 Semantyka KRZ

Jak tłumaczymy spójniki z języka naturalnego na język KRZ?

Nazwa spójnika	**Oznaczenie w KRZ**	**Spójnik w języku naturalnym**
Negacja	$\neg, \sim$	nieprawda, że...; ...nie...; nie jest tak, że...
Implikacja	$\rightarrow$	jeżel..., to...; jeśli..., to...; ..., o ile...; ...gdy...;
Koniunkcja	$\wedge$	i, oraz, lecz, ale, chociaż
Alternatywa zwykła	$\vee$	lub, albo, bądź
Alternatywa rozłączna	$\perp$	albo..., albo...; bądź..., bądź...;
Równoważność	$\equiv, \iff$	zawsze i tylko wtedy, gdy..., to...; wtedy i tylko wtedy, gdy..., to...;
Binegacja	$\downarrow$	ani nie..., ani nie...;
Dysjunkcja	$/$	**NIE MA NA EGZAMINIE** albo..., albo..., albo żadne...

[1]**KOMENTARZ** O co chodzi z tymi greckimi literami? W przedstawionej definicji zastosowano notację wykorzystującą greckie litery α, β. Litery te nie należą do alfabetu KRZ. Dlaczego pojawiają się w definicji? Są to oznaczenia tzw. metazmiennych. Pod pojęciem metazmiennej w logice rozumie się oznaczenie, które wskazuje, że w miejscu litery greckiej można podstawić dowolne (w szczególności złożone) zdanie. Przykładowo możemy w miejsce $\alpha = (p \wedge q)$, $\beta = (q \downarrow r)$, wówczas formuła $\alpha \rightarrow \beta$ przyjmuje postać $(p \wedge q) \rightarrow (q \downarrow r)$.

2.3 Formalna definicja wartościowania

Wartościowaniem w KRZ nazywamy każdą funkcję $v : \Sigma \mapsto \{0, 1\}$, taką, że dla dowolnych formuł $\alpha, \beta \in \Sigma$:
$v(\neg\alpha) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $v(\alpha) = 0$
$v(\alpha \to \beta) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $v(\alpha) = 0$ lub $v(\beta) = 1$
$v(\alpha \wedge \beta) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $v(\alpha) = 1$ i $v(\beta) = 1$
$v(\alpha \vee \beta) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $v(\alpha) = 1$ lub $v(\beta) = 1$
$v(\alpha \downarrow \beta) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $v(\alpha) = 0$ i $v(\beta) = 0$
$v(\alpha/\beta) = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $v(\alpha) = 1$ i $v(\beta) = 1$
$v(\alpha \equiv \beta) = 1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $v(\alpha) = 1$ i $v(\beta) = 1$ lub $v(\alpha) = 0$ i $v(\beta) = 0$
$v(\alpha \bot \beta) = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $v(\alpha) = 1$ i $v(\beta) = 0$ lub $v(\alpha) = 0$ i $v(\beta) = 1$

W ujęciu nieformalnym jest to tabela, którą należy opanować na pamięć na następne zajęcia!

α	β	$\neg\alpha$	$\alpha \to \beta$	$\alpha \wedge \beta$	$\alpha \vee \beta$	$\alpha \downarrow \beta$	α/β	$\alpha \equiv \beta$	$\alpha \bot \beta$
1	1	0	1	1	1	0	0	1	0
1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1	0