

Zestaw 2

Jakub Figura

19 października 2025

Zadanie 1

Sprawdź metodą zerojedynkową skróconą, czy następująca formuła jest tautologią:

1. $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$
2. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
3. $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
4. $\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
5. $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
6. $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow q)$
7. $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)) \rightarrow (p \vee q)$
8. $\neg(p \perp q) \rightarrow (p / q)$
9. $((p / q) \downarrow (r \rightarrow \neg p)) \rightarrow (r \wedge q)$
10. $\neg((\neg p \downarrow q) \rightarrow (r \vee s)) \rightarrow ((q \wedge s) \vee \neg p)$
11. $((r \wedge \neg q) \rightarrow (\neg r \equiv p)) \rightarrow ((r / \neg q) \vee (\neg r \downarrow p))$
12. $((((p/q) \equiv r) \wedge ((r \downarrow q) / p)) \rightarrow (((r \equiv p) \wedge q) \rightarrow p)$
13. $\neg(\neg(\neg p / \neg q) \rightarrow \neg(q \downarrow r)) \rightarrow \neg(\neg(r \wedge p) \vee \neg q)$
14. $((p \downarrow q) \wedge \neg(\neg r \vee q)) \rightarrow \neg((p \vee q) \perp r)$
15. $((p \equiv q) \rightarrow (r \downarrow q)) \rightarrow (\neg(q / r) \rightarrow p)$

Uwaga! Jeżeli formuła nie jest tautologią podaj dla jakich wartości jest fałszywa.

Zadanie 2

Sprawdź metodą zerojedynkową skróconą, czy następująca formuła jest tautologią:

1. $((p \perp q) / r) \rightarrow ((r \equiv \neg q) \rightarrow \neg p)$
2. $((p \vee q) / (\neg p \rightarrow q)) \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow \neg r))$
3. $((p / \neg q) \wedge \neg(r \wedge \neg p)) \rightarrow ((\neg q \vee r) / \neg(p \perp \neg r))$
4. $((p \vee \neg q) \perp (r \downarrow s)) \rightarrow \neg((q \rightarrow p) \equiv \neg(r \vee s))$
5. $\neg(\neg(p \downarrow \neg q) \rightarrow (r \equiv p)) \rightarrow ((\neg p \vee r) \rightarrow (q \downarrow r))$

Zadanie dodatkowe

Adam, Bartek i Czarek są podejrzani o uchyłanie się od płacenia podatków. Składają następujące zeznania pod przysięgą:

Adam: Bartek jest winny, a Czarek nie jest winny.

Bartek: Jeżeli Adam jest winny, to winny jest też Czarek.

Czarek: Nie jestem winny, ale przynajmniej jedna osoba z pozostałych jest winna.

Przyjmując, że zdanie p - oznacza „Adam jest winny”, q - „Bartek jest winny”, r - „Czarek jest winny” odpowiedz na pytanie:

Zakładając, że zeznania każdego są prawdziwe, kto jest winny?¹

¹Zadanie pochodzi z H. de Swart, *Philosophical and Mathematical Logic*, Springer 2018, s. 60 - 61.