

# Zestaw 2

Jakub Figura

19 października 2025

## Zadanie 1

Sprawdź metodą zerojedynekową skróconą, czy następująca formuła jest tautologią:

1.  $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$
2.  $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
3.  $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
4.  $\neg(p \vee q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
5.  $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
6.  $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$
7.  $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow p)) \rightarrow (p \vee q)$
8.  $\neg(p \perp q) \rightarrow (p / q)$
9.  $((p / q) \downarrow (r \rightarrow \neg p)) \rightarrow (r \wedge q)$
10.  $\neg((\neg p \downarrow q) \rightarrow (r \vee s)) \rightarrow ((q \wedge s) \vee \neg p)$
11.  $((r \wedge \neg q) \rightarrow (\neg r \equiv p)) \rightarrow ((r / \neg q) \vee (\neg r \downarrow p))$
12.  $((p / q) \equiv r) \wedge ((r \downarrow q) / p) \rightarrow (((r \equiv p) \wedge q) \rightarrow p)$
13.  $\neg(\neg(\neg p / \neg q) \rightarrow \neg(q \downarrow r)) \rightarrow \neg(\neg(r \wedge p) \vee \neg q)$
14.  $((p \downarrow q) \wedge \neg(\neg r \vee q)) \rightarrow \neg((p \vee q) \perp r)$
15.  $((p \equiv q) \rightarrow (r \downarrow q)) \rightarrow (\neg(q / r) \rightarrow p)$

Uwaga! Jeżeli formuła nie jest tautologią podaj dla jakich wartości jest fałszywa.

## Zadanie 2

Sprawdź metodą zerojedynekową skróconą, czy następująca formuła jest tautologią:

1.  $((p \perp q) / r) \rightarrow ((r \equiv \neg q) \rightarrow \neg p)$
2.  $((p \vee q) / (\neg p \rightarrow q)) \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow \neg r))$
3.  $((p / \neg q) \wedge \neg(r \wedge \neg p)) \rightarrow ((\neg q \vee r) / \neg(p \perp \neg r))$
4.  $((p \vee \neg q) \perp (r \downarrow s)) \rightarrow \neg((q \rightarrow p) \equiv \neg(r \vee s))$
5.  $\neg(\neg(p \downarrow \neg q) \rightarrow (r \equiv p)) \rightarrow ((\neg p \vee r) \rightarrow (q \downarrow r))$

## Zadanie dodatkowe

Adam, Bartek i Czarek są podejrzani o uchylanie się od płacenia podatków. Składają następujące zeznania pod przysięgą:

**Adam:** Bartek jest winny, a Czarek nie jest winny.

**Bartek:** Jeżeli Adam jest winny, to winny jest też Czarek.

**Czarek:** Nie jestem winny, ale przynajmniej jedna osoba z posotałych jest winna.

Przyjmując, że zdanie  $p$  - oznacza „Adam jest winny”,  $q$  - „Bartek jest winny”,  $r$  - „Czarek jest winny” odpowiedz na pytanie:

Zakładając, że zeznania każdego są prawdziwe, kto jest winny?<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Zadanie pochodzi z H. de Swart, *Philosophical and Mathematical Logic*, Springer 2018, s. 60 - 61.