Technická zpráva IMS

Téma 3: Výhledy epidemie Covidu a vliv očkování

Jakub Hlava (xhlava52), Thi Bao Ngoc Vu (xvuthi00)

1 Úvod

Naše práce se zabývá modelováním vývoje epidemie onemocnění Covid-19 a srovnáváním reálného vývoje epidemie v roce 2020 s hypotetickými scénáři zavádění protiepidemických opatření a jejich účinnosti. Po silné podzimní vlně onemocnění Covid-19, která přinesla mnoho nemocných i obětí se rozšířil názor, že vláda situaci podcenila a nezvládla a dřívějším přijetím opatření mohla situaci předejít. V této práci bychom tento názor chtěli podrobit experimentům a ověřit, jaký vliv na průběh podzimní vlny pandemie by mělo, kdyby vláda reagovala dříve, případně jinak.

2 Zdroj údajů

Základ epidemiologického modelu ([12], slide 7) jsme převzali z modelu A od Iniciativy Model antiCOVID-19 pro ČR [8] [11]. Zdrojem dat pro inicializaci importem z ciziny (metoda dle autorů původního modelu) jsou otevřené datové sady Ministerstva zdravotnictví České republiky (MZČR) [5]. Informace o množství, délce a trvání jednotlivých opatřeními, na základě kterých model řídíme pochází z archivu tiskových zpráv MZČR [6] a soupisu opatření a průběhu pandemie v Česku na Wikipedii [3]. Model jsme kalibrovali podle údajů z otevřených datových sad MZČR [5].

3 Fakta

- R₀ původní varianty SARS-CoV-2 je průměrně 2.79 [2].
- Průměrná inkubační doba onemocnění COVID-19 je zhruba 5 dní [11] [4].
- V počátcích pandemie, které modelujeme byl podíl asymptomatických případů přibližně 50% [11].
- Česká republika má 10 647 720 obyvatel.[11]
- Ostré spuštění Chytré karantény nastalo 1.5.2020 [10] [7].
- Pro běh modelu jsme převzali následující parametry od tvůrců původního modelu [11]:
 - Poměr asymptomatických případů, které jsou zachyceny testy: 20%
 - Podíl nemocných, kteří potřebují nemocniční péči: 15%
 - Podíl nemocných, kteří potřebují kyslíkovou terapii: 4.5%
 - Podíl nemocných, kteří potřebují JIP: 3%
 - Smrtnost: 2% (reálná smrtnost k 12. 12. 2021 je 1.475% dle [5], ale vzhledem k statistickým nadúmrtím [9] si můžeme dovolit držet se původní hodnoty 2%)
 - Pravděpodobnosti, že symptomatický pacient bude zachycen testy jsou pro jednotlivé dny inkubační doby následující: 0.05, 0.1, 0.15, 0.3, 0.4
 - Pravděpodobnosti, že asymptomatický pacient bude během počátku své nemoci zachycen testy jsou pro jednotlivé dny následující: 0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.1, 0.1, 0.1, 0.2, 0.3

3.1 Hypotézy a předpoklady

Hlavní hypotézou, kterou simulací ([12], slide 33) ověřujeme je, že vláda reagovala pozdě a dřívější reakcí by mohla odvrátit podzimní vlnu epidemie COVID-19. Předpokládáme, že včasnou reakcí by bylo možné předejít většině smrtí a zbrzdit epidemii v kratším čase.

Dále pak ověřujeme trend vývoje epidemie, kdyby se vláda rozhodla nerozvolnit před Vánoci podzimní uzávěru. Předpokládáme, že při nerozvolnění opatření bychom se vyhnuli nebo alespoň oddálili lednovou vlnu epidemie. Okrajově pak na základě odhadů původních autorů modelu ověřujeme, zda Chytrá karanténa opravdu dostála svým předpokladům a jak by epidemie vypadala, kdyby Chytrá karanténa dosáhla předpokládané účinnosti.

4 Koncepce simulátoru

Jak již bylo zmíněno, původní model vychází z modelu A iniciativy Model antiCOVID-19 pro ČR, jejími autory jsou Eva Hromádková a Michal Šoltés. Jedná se o SEIR (Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered) model popsaný rovnicemi ([12], slide 51) s jednou zemí a jednou populací.

Inicializace šíření nákazy je provedena, stejně jako na počátku pandemie COVID-19 v ČR, zavlečením nákazy ze zahraničí. Inicializaci provádíme mírně odlišně od matematických rovnic původního modelu, protože se popis inicializace modelu jeví být v rozporu s těmito rovnicemi.

Konkrétní postup inicializace je následující: podle popisu původního podelu se držíme posunu o 8 dní vzad (tedy začínáme sbírat data a považujeme za nultý den 8. krok modelu), jako datový podklad používáme počet importovaných případů pro každých den podle dat MZČR, tyto považujeme za symptomatické a na základě popisu původního modelu ke každému přidáváme do simulace 2 asymptomatické, netestované případy. Importované případy do simulace přidáváme 21 kroků, k tomuto počtu jsme se dopracovali při kalibračních experimentech.

Nultým dnem simulace rozumíme ve vztahu k reálnému průběhu pandemie COVID-19 1.3.2020, kdy byl na naše území importován první případ. [5]

Simulátor následně pro každý krok modelového času ([12], slide 21) přepočítává počty osob v jednotlivých fázích simulace podle rovnic (pro přehlednost viz příloha 6). Každý krok má délku jednoho dne. Všechny osoby z populace vstupují do simulace jako zdravé a schopné se nakazit. Každý den je na základě rovnice 1 určitý počet zdravých vystaven viru a začne u nich běžet pětidenní inkubační doba. Po uplynutí inkubační doby se vysvtavení stávají infekčními, buď asymptomatickými nebo symptomatickými, případně, pokud je dle konfigurace simulátoru již v provozu systém chytré karantény, mohou být přemístěni do karantény. Část asymptomatických infekčních osob šíří po 9 dnů nemoc a zůstane oficiálně nedetekována, zbytek je detekován nejvýše do 5 dní, detekování jsou izolování a po 21 dnech domácí léčby opouští model jako zotavení. Symptomatičtí pacienti se dělí na pacienty, kteří se během 21 dnů vyléčí doma a opouští model jako zotavení a na pacienty, kteří vyžadují hospitalizaci, která nastává po třech dnech symptomů. Část hospitalizovaných potřebuje po 2 dnech hospitalizace kyslík, zbytek se po 14 dnech zotaví a opouští model. Pacienti na kyslíku se dále dělí na pacienty, kterým se po 1 dnu na kyslíku zhorší stav a přesouvají se na JIP a na ostatní, kteří se po 21 dnech zotaví a opouští model. Pacienti na JIP se buď za 28 dnů zotaví a opustí model a nebo za 7 dní zemřou a opouští model jako mrtví. [11]

Do simulace a pravděpodobnosti nákazy vstupují tři faktory: reprodukční číslo R0, opatření a jejich účinnost a chytrá karanténa. Zde došlo z naší strany k úpravám modelu, aby lépe reflektoval naše potřeby. Reprodukční číslo R0 a účinnost opatření lze v rámci simulátoru konfigurovat a pro intervaly dnů/simulačních kroků nastavovat různé hodnoty čísla R0 (pro simulaci dominance nových mutací) a parametry účinnosti opatření (pro definování průběžných opatření a lockdownů). U chytré karantény jsme pro účely experimentování umožnili konfigurovat termín jejího spuštění, měřítko její účinnosti a dobu náběhu (v době tvorby původního modelu ještě v provozu nebyla).

Počty dnů vychází z původního modelu, kde jsou definovány jako průměrné hodnoty zjištěné během prvních několika měsíců pandemie. Model zanedbává vliv přetížení nemocnic a neevidovaná statistická nadúmrtí, nicméně pro ověření našich hypotéz tyto vlivy nejsou příliš podstatné.

5 Experimenty

5.1 Kalibrační experimenty

Model jsme kalibrovali pomocí datové sady MZČR s denními přírůstky nakažených osob přepočtených na plovoucí 7denní průměr, abychom redukovali vliv omezeného testování o víkendech, který je z modelu vynechán, v kombinaci s informacemi o termínech a intenzitě platných protiepidemických opatření a funkci chytré karantény. Předmětem experimentálního zjišťování a kalibrace bylo především zjištění parametrů účinnosti opatření, datum startu, doba náběhu a maximální účinnost chytré karantény a základní reprodukční číslo R0 varianty koronaviru B.1.258 (v médiích občas zmiňovaná jako tzv. "česká" mutace), která se stala během září a října 2020 dominantní variantou. [1]

Experimentálně zjištěné hodnoty, pro které model odpovídá realitě

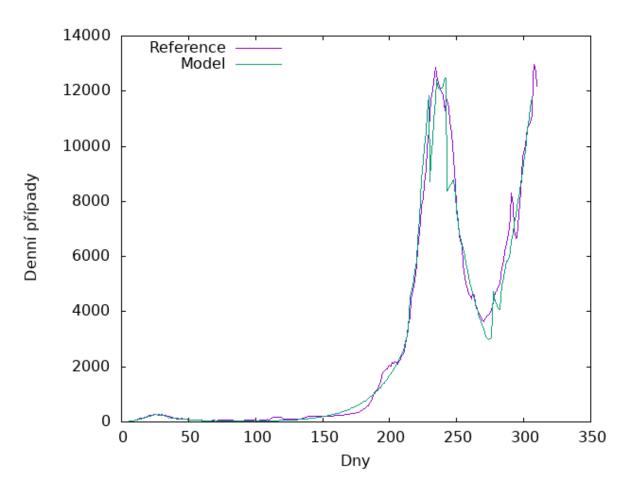
Tabulka 1: Tabulka s hodnotami získanými kalibrací

Název	$\mathbf{Hodnota}$	Poznámka
Začátek chytré karantény	Krok 45	Plný provoz byl spuštěn 1. 5. 2020 [7], ale pilotní provoz probíhal i během dubna, experimentálně byl zvolen tento kompromis
Doba náběhu chytré karantény	36 kroků	K původně předpokládaným (původní model) 21 dnům přidává 15 dnů přidaných k začátku, aby reflektovala pilotní testování
R0 varianty B.1.258	3.95	Přibližně ve vztahu k R0 původního viru, chytré karanténě, apod.
Účinnost jarního lockdownu	0.75	S postupným náběhem po 2-3 dnech v hodnotách 0.35, 0.45, 0.55, 0.6
Účinnost jarního lockdownu po částečném rozvolnění	0.55	
Účinnost podzimního lockdownu v první fázi	0.37	
Účinnost podzimního lockdownu v hlavní	0.61	
fázi		
Účinnost opatření v prosincovém rozvolnění	0.3	
Účinnost povánočního lockdownu	0.6	

5.2 Výsledky výchozího experimentu po kalibraci

Za dobu běhu 307 dnů (1. 3. 2020 - 1. 1. 2021) bylo pozitivně testováno 746 820 osob, z čehož 12 342 zemřelo. Vrchol zkoumané podzimní vlny je 12 507 nově nakažených v rámci jednoho dne.

Reálná data ukazují, že maximum plovoucího sedmidenního průměru nakažených v podzimní vlně bylo v ČR 12 869 nově nakažených a k 1. 1. 2021 bylo evidováno 735 862 nakažených a 12 168 oficiálně hlášených úmrtí.



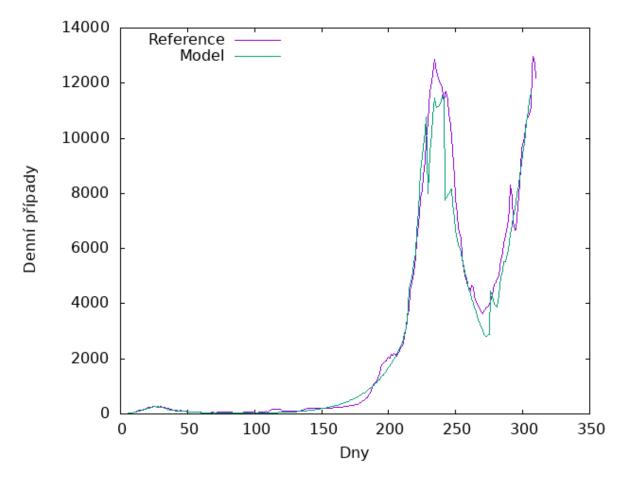
Obrázek 1: Srovnání výpočtu modelu s reálnými daty

5.3 Experimenty s načasováním podzimních opatření

Pro ověření naší hlavní hypotézy jsme provedli experimenty, kdy jsme kalibrovaná opatření posunuli v čase zpět o 1, 3 a 7 dnů a poté ještě určili moment, kdy počet nakažených 7 dnů v kuse přesahoval 1000 a aplikovali tato opatření v tento moment, následně jsme experimentovali s rozvolněním opatření pouze na úrove \check{N} před lockdownem, nikoliv na prosincovou předvánoční úroveň jako ve výchozím experimentu. U všech experimentů je doba běhu shodná s výchozím, tedy období 307 dnů od 1. 3. do 1. 1. Údaje o kolik více či méně nakažených by bylo v určitých experimentech se $v\check{z}dy$ vztahují k $v\acute{y}choz\acute{m}u$ experimentu výše.

5.3.1 Experiment 1: posun o 1 den zpět

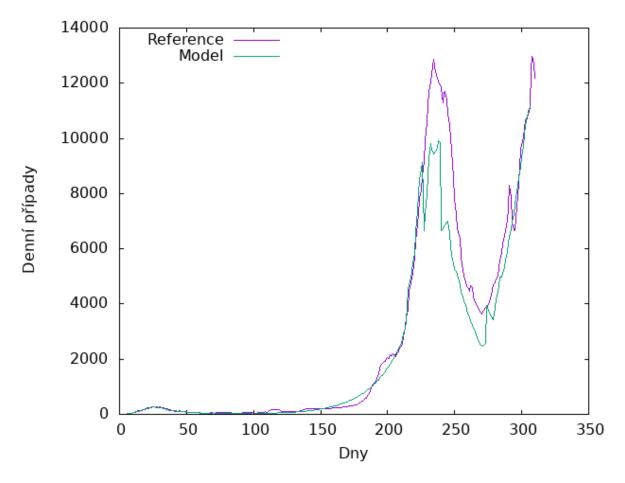
Při posunu o 1 den zpět by bylo celkem pozitivně testováno 711 642 osob (o 35 178 (4.71%) méně než při výchozím běhu) a zemřelo 11 647 osob (o 695 (5.8%) méně). Vrchol vlny by byl 12 432 nakažených v jednom dni.



Obrázek 2: Srovnání výpočtu modelu při posunu opatření o 1 den zpět s reálnými daty

5.3.2 Experiment 2: posun o 3 dny zpět

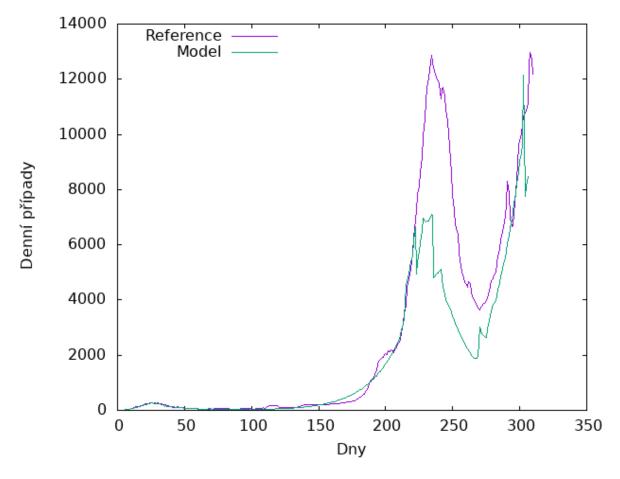
Při posunu o 3 dny zpět by bylo celkem pozitivně testováno 647 100 osob (o 99 720 (13.35%) méně), zemřelo 10 397 osob (o 1 945 (15.75%) méně). Vrchol vlny by byl 9 907 nakažených v jednom dni.



Obrázek 3: Srovnání výpočtu modelu při posunu opatření o 3 den zpět s reálnými daty

5.3.3 Experiment 3: posun o 7 dní zpět

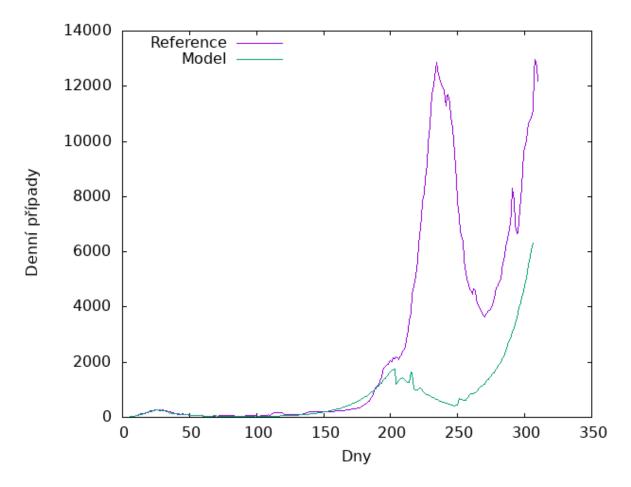
Při posunu o týden zpět by bylo celkem pozitivně testováno 531 547 osob (o 215 283 (28.82%) méně), zemřelo 8295 osob (o 4047 (32.79%) méně). Vrchol vlny by byl 7 101 nakažených v jednom dni.



Obrázek 4: Srovnání výpočtu modelu při posunu opatření o 7 den zpět s reálnými daty

5.3.4 Experiment 4: posun na období po překročení průměru 1000 nakažených za poslední týden

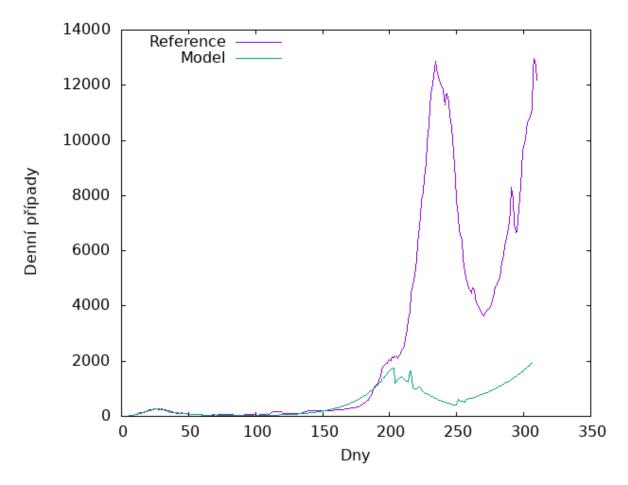
Při posunu na dobu, kdy byl v ČR týden v kuse přírůstek případu vyšší než 1000 nakažených denně, konkrétně 26 dní oproti reálné době zavedení opatření, by bylo pozitivně testováno 224 568 osob (o 522 252 (69.93%) méně) a zemřelo by 3 181 osob (o 9161 (72.22%) méně). Vrchol vlny by byl 1 742 nakažených v jednom dni.



Obrázek 5: Srovnání výpočtu modelu při posunu opatření o 26 dnů zpět s reálnými daty

5.3.5 Experiment 5: překročení průměru 1000 nakažených + menší rozvolnění

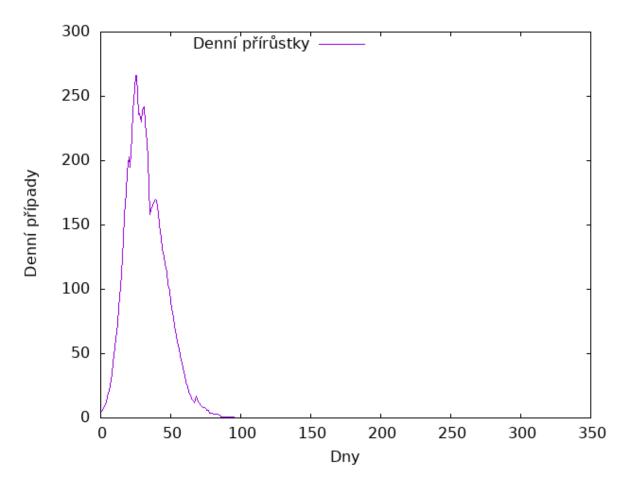
Při posunu na obdobnou dobu, jako při experimentu 4 a zároveň navrácení opatření (v té době stupeň 4 systému PES [3]) by bylo celkem pozitivně testováno 155 001 osob (o 591 819 (79.24% méně)), zemřelo by 2 657 osob (o 9 685 (78.47%) méně). Vrchol vlny by byl 1 742 nakažených v jednom dni. Trend grafu také napovídá, že nastávající prosincová/lednová vlna by přišla později a ve výrazně menší síle.



Obrázek 6: Srovnání výpočtu modelu při posunu opatření o 26 dnů zpět a omezeným rozvolněním s reálnými daty

5.4 Experiment 6: Úspěch chytré karantény

Poslední experiment ověřuje předpoklad z původního modelu, kde tvůrci přisoudili jako úspěch chytré karantény účinnost 60%. Na výsledku lze vidět, že i v našem podání by úspěšná chytrá karanténa zavedená 1. 5. 2020 po březnovém lockdownu způsobila, že by bylo celkem pozitivně testováno 7 862 osob, zemřelo by 166 osob a epidemie COVID-19 by v Česku po 95 dnech (4.6.2020) skončila, protože by už nezůstal žádný infekční člověk. Pozor, graf má jiné měřítko než u experimentů výše



Obrázek 7: Vývoj denního přírůstu připadů s chytrou karanténou

6 Závěr

Studií provedenou na upraveném a zkalibrovaném modelu bylo jednoznačně prokázáno, že by vláda mohla kritické situaci na podzim roku 2020 předejít včasným zavedením protiepidemických opatření. Dále bylo ověřeno, že projekt Chytré karantény byl méně úspěšný, než bylo předpokládáno, protože při úspěchu měl potenciál epidemii v České republice zastavit.

$$S[t+1] = S[t] * \left(1 - \frac{c27 * (1 - EfLockdown[t+1]) * I[t]}{c24 * Pop}\right)$$
 (1)

$$E[t+1] = \frac{c27 * (1 - EfLockdown[t+1]) * I[t] * S[t]}{c24 * Pop}$$
 (2)

$$E^{k}[t+1] = E^{k-1}[t]; \quad k \in \{2, 3, 4, 5\}$$
 (3)

$$I_S^1[t+1] = E^5[t] * (1-c26) * (1-ed1)$$
 (4)

$$I_S^k[t+1] = I_S^{k-1}[t] * (1 - cd^k); \quad k \in \{2, 3, 4, 5\}$$
 (5)

$$I_{NT}^{1}[t+1] = E^{5}[t] * c26 * par * (1 - ed1)$$
(6)

$$I_{NT}^{k}[t+1] = I_{NT}^{k-1}[t] * (1 - cd^{k}); \quad k \in \{2, 3, 4, 5\}$$

$$(7)$$

$$I_{NN}^{1}[t+1] = E^{5}[t] * c26 * (1-par) * (1-ed1)$$
 (8)

$$I_{NN}^{k}[t+1] = I_{NN}^{k-1}[t] * (1 - dd^{k}); \quad k \in \{2, \dots, 9\}$$
 (9)

$$Q^{1}[t+1] = E^{5}[t] * ed1_{t}$$
 (10)

$$Q^{k}[t+1] = Q^{k-1}[t] \quad k \in \{2, 3, 4, 5\}$$
(11)

$$HC_R^1[t+1] = (1-c40) * Diagnosed_t$$
 (12)

$$HC_R^k[t+1] = HC_R^{k-1}[t]; \quad k \in \{2, \dots, 21\}$$
 (13)

$$HC_{Ho}^{1}[t+1] = c40 * Diagnosed_{t}$$

$$\tag{14}$$

$$HC_{Ho}^{k}[t+1] = HC_{Ho}^{k-1}[t]; \quad k \in \{2,3\}$$
 (15)

$$HC_{NT}^{1}[t+1] = \sum_{k=1}^{9} (I_{NN}^{k}[t] * dd^{k})$$
 (16)

$$HC_{NT}^{k}[t+1] = HC_{NT}^{k-1}[t] \quad k \in \{2, \dots, 21\}$$
 (17)

$$Ho_O^1[t+1] = HC_{Ho}^3[t] * \frac{c41}{c40}$$
 (18)

$$Ho_O^2[t+1] = Ho_O^1[t] \tag{19}$$

$$Ho_{SR}^{1}[t+1] = HC_{Ho}^{3}[t] * \left(1 - \frac{c41}{c40}\right)$$
 (20)

$$Ho_{SR}^{k}[t+1] = Ho_{SR}^{k-1}[t] \quad k \in \{2, \dots 14\}$$
 (21)

$$Ho_{OICU}[t+1] = HO_O^2[t] * \frac{c42}{c41}$$
 (22)

$$Ho_{OR}^{1}[t+1] = Ho_{O}^{2}[t] * \left(1 - \frac{c42}{c41}\right)$$
 (23)

$$Ho_{OR}^{k}[t+1] = Ho_{OR}^{k-1}[t] \quad k \in \{2, \dots, 21\}$$
 (24)

$$Ho_{ICUR}^{1}[t+1] = Ho_{OICU}[t] * \left(1 - \frac{c43}{c42}\right)$$
 (25)

$$Ho_{ICUR}^{k}[t+1] = Ho_{ICUR}^{k-1}[t] \quad k \in \{2, \dots, 28\}$$
 (26)

$$Ho_{ICUD}^{1}[t+1] = Ho_{OICU}[t] * \frac{c43}{c42}$$
 (27)

$$Ho_{ICUD}^{k}[t+1] = Ho_{ICUD}^{k-1}[t] \quad k \in \{2, \dots, 7\}$$
 (28)

$$Death[t+1] = Death[t] + Ho_{\text{ICUD}}^{7}[t]$$
(29)

$$Recovery[t+1] = Recovery[t] + Ho_{ICUR}^{28}[t] + HC_{NT}^{21}[t] + Ho_{OR}^{21}[t] + Ho_{SR}^{14}[t] + HC_{R}^{21}[t]$$
(30)

$$Diagnosed[t] = Q^{5}[t] + \sum_{k}^{4} (I_{S}^{k}[t] * cd^{k}) + I_{S}^{5}[t] + \sum_{k}^{4} (I_{NT}^{k}[t] * cd^{k}) + I_{NT}^{5}[t]$$
(31)

$$Infectious[t] = \sum_{k}^{5} I_{S}^{k}[t] + \sum_{k}^{5} I_{NT}^{k}[t] + \sum_{k}^{9} I_{NN}^{k}[t]$$
 (32)

$$ed1[t] = \min \left\{ sqmax, \frac{sqmax * (1 + t - sqstart)}{sqrise + 1} \right\}$$
(33)

$$Total Diagnosed[t] = Total Diagnosed[t-1] + Diagnosed[t]$$
 (34)

$$TotalExposed[t] = TotalExposed[t-1] + E[t]$$
(35)

Tabulka 2: Legenda k rovnicím

S osoby, které se mohou nakazit

E osoby vystavené viru (v inkubační době)

 I_S infekční osoby se symptomy

 I_{NT} infekční osoby bez symptomů (otestované) I_{NN} infekční osoby bez symptomů (neotestované)

Q osoby v karanténě

 HC_R osoby v domácí péči, které se jistě zotaví

 HC_{Ho} osoby v domácí péči, které budou potřebovat hospitalizaci HC_{NT} osoby bez symptomů, otestované, zotavující se v domácí péči

 Ho_O osoby v nemocnici, které budou potřebovat kyslík Ho_{SR} osoby v nemocnici na běžném pokoji, které se zotaví osoby v nemocnici na kyslíku, které se zotaví

 Ho_{OICU} osoby v nemocnici na kyslíku, které budou potřebovat JIP

 Ho_{ICUR} osoby na JIP, které se zotaví Ho_{ICUD} osoby na JIP, které zemřou Death celkový počet zemřelých Recovery celkový počet zotavených

Diagnosed počet diagnostikovaných pacientů daný den

 $\begin{array}{ll} Infectious \ {\rm or} \ I \\ Total Diagnosed \\ Total Exposed \\ Ef Lockdown \\ sqmax \end{array} \begin{array}{ll} {\rm aktuální\ počet\ infekčních\ osob} \\ {\rm celkový\ počet\ diagnostikovaných} \\ {\rm celkový\ počet\ osob\ vystavených\ viru} \\ {\rm parametr\ \'u\'einnosti\ lockdownu} \\ {\rm maxim\'aln\'i\ \'u\'einnost\ chytr\'e\ karant\'eny} \\ \end{array}$

sąstart den/krok, kdy chytrá karanténa začíná fungovat

sgrise počet dnů, od začátku fungování chytré karantény do její plné účinnosti

Pop celková populace

c26 podíl asymptomatických případů

cd pravděpodobnost být otestován při symptomatickém průběhu v jednotlivých dnech inku-

bační doby

dd pravděpodobnost být otestován při asymptomatickém průběhu v jednotlivých dnech

par poměr asymptomatických případů, které jsou léčeny jako symptomatické

c27 základní číslo R0 podle konfigurace simulátoru

c24 inkubační doba

c40 poměr hospitalizovaných mezi nemocnými

c41 poměr hospitalizovaných s kyslíke memzi nemocnými c42 poměr pacientů na plicní ventilaci mezi nemocnými

c43 smrtnost

Odkazy

- [1] Emma B. Hodcroft. CoVariants: SARS-CoV-2 Mutations and Variants of Interest. 2021. URL: https://covariants.org/.
- [2] Ying Liu a Joacim Rocklöv. "The reproductive number of the Delta variant of SARS-CoV-2 is far higher compared to the ancestral SARS-CoV-2 virus". In: Journal of Travel Medicine 28.7 (srp. 2021). taab124. ISSN: 1708-8305. DOI: 10.1093/jtm/taab124. eprint: https://academic.oup.com/jtm/article-pdf/28/7/taab124/40567572/taab124.pdf. URL: https://doi.org/10.1093/jtm/taab124.
- [3] Průběh pandemie covidu-19 V česku. Pros. 2021. URL: https://cs.wikipedia.org/wiki/Pr%C5%AFb% C4%9Bh_pandemie_covidu-19_v_%C4%8Cesku.
- [4] Balgram Rai, Anandi Shukla a Laxmi Kant Dwivedi. "Incubation period for COVID-19: a systematic review and meta-analysis". In: Zeitschrift fur Gesundheitswissenschaften = Journal of public health (ún. 2021). ISSN: 0943-1853. DOI: 10.1007/s10389-021-01478-1. URL: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC7901514/.
- [5] URL: https://onemocneni-aktualne.mzcr.cz/api/v1/covid-19/osoby.csv. (accessed: 01.11.2021).
- [6] URL: https://koronavirus.mzcr.cz/category/tiskove-zpravy/. (accessed: 01.11.2021).
- [7] URL: https://www.seznamzpravy.cz/clanek/chytra-karantena-117621.
- [8] Iniciativa Model antiCOVID 19 pro CR. *Model A.* URL: https://idea.cerge-ei.cz/images/COVID/Model_antiCOVID/modelA.pdf. (accessed: 01.11.2021).
- [9] Český statistický úřad. URL: https://www.czso.cz/csu/czso/obypz_cr.
- [10] ČTK. Kompletní chytrá karanténa začne fungovat ve všech krajích Česka od 1. května, prozradil Prymula. URL: https://www.lidovky.cz/domov/chytra-karantena-bude-fungovat-ve-vsech-krajich-na-ostro-od-1-kvetna.A200420_181343_ln_domov_ele.
- [11] Eva Hromádková a Michal Šoltés. MODEL A Technical Description. URL: https://idea.cerge-ei.cz/images/COVID/Model_antiCOVID/Model_A_Technical_Description.pdf. (accessed: 01.11.2021).
- [12] Modelování a simulace texty k přednáškám. URL: http://www.fit.vutbr.cz/study/courses/IMS/public/prednasky/IMS.pdf.