

# Raport

SIEĆ HOPFIELDA

MIŁOSZ PĄCZKIEWICZ

MACIEJ JAKUBIAK

## Skuteczność sieci

Został przeprowadzony szereg eksperymentów sieci za pomocą zbiorów reprezentujących obrazki. Podczas testów dla każdego zbioru generowanych były zaszumione obrazki (losowo spośród wzorców) o różnym poziomie zaszumienia. Poziom zaszumienia został określony przez parametr o wartości  $\langle 0;1 \rangle$  i jego wartość oznacza prawdopodobieństwo, że dany piksel w obrazku zostanie zmieniony. Im większa wartość poziomu zaszumienia, tym bardziej zaszumiony był obrazek. Każdy z testów polegał na tym, że na wejściu przekazywaliśmy zaszumiony obrazek i sprawdzaliśmy czy obrazek na wyjściu jest równy obrazkowi, który został zaszumiony.

### Skuteczność dla dostarczonych zbiorów

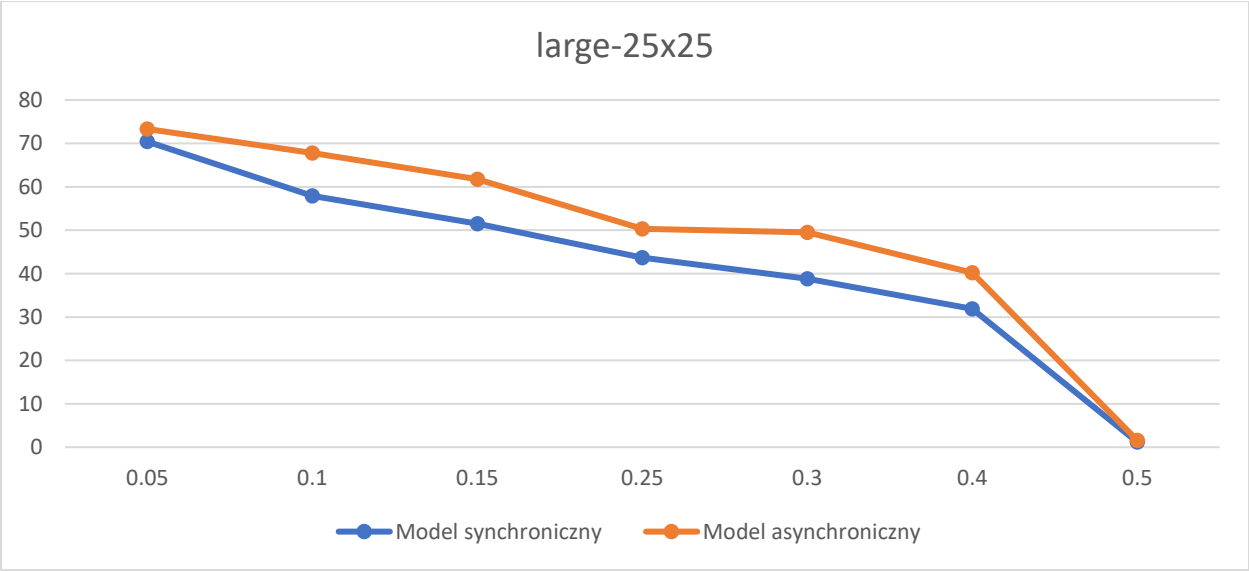
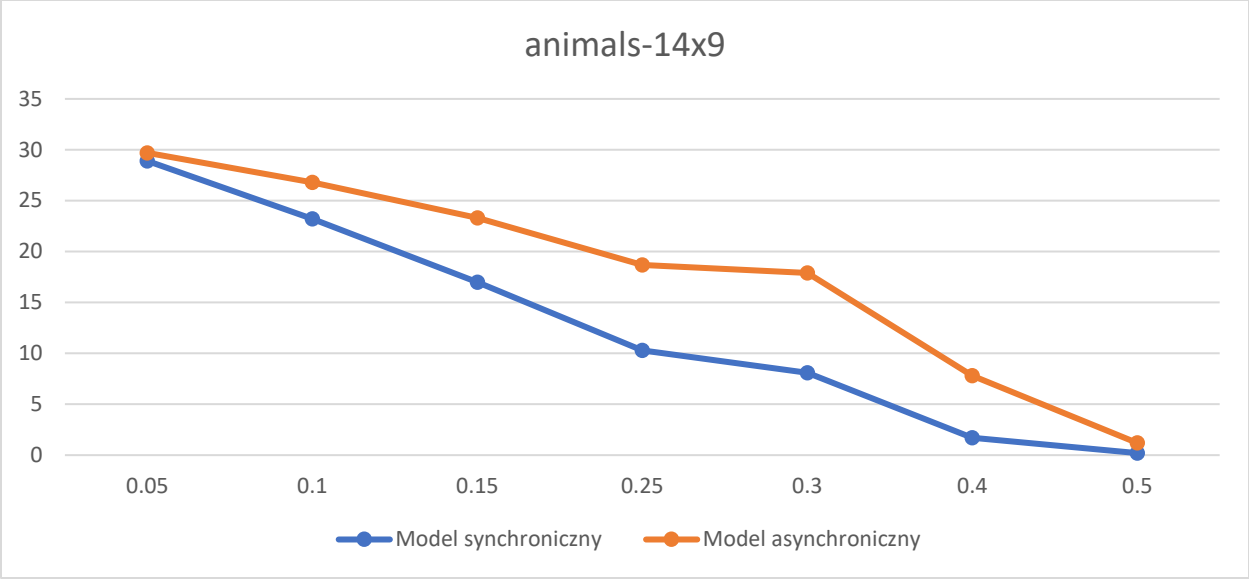
Dla każdego zbioru generowaliśmy obrazki o siedmiu różnych stopniach zaszumienia: 0.05, 0.1, 0.15, 0.25, 0.3, 0.4 i 0.5. Dla każdego poziomu zaszumienia generowanych było po 1000 obrazków. Testy były przeprowadzane zarówno dla modelu synchronicznego jak i asynchronicznego co w sumie daje 14 000 losowo wygenerowanych zaszumionych obrazków dla każdego zbioru. Wyniki są następujące:

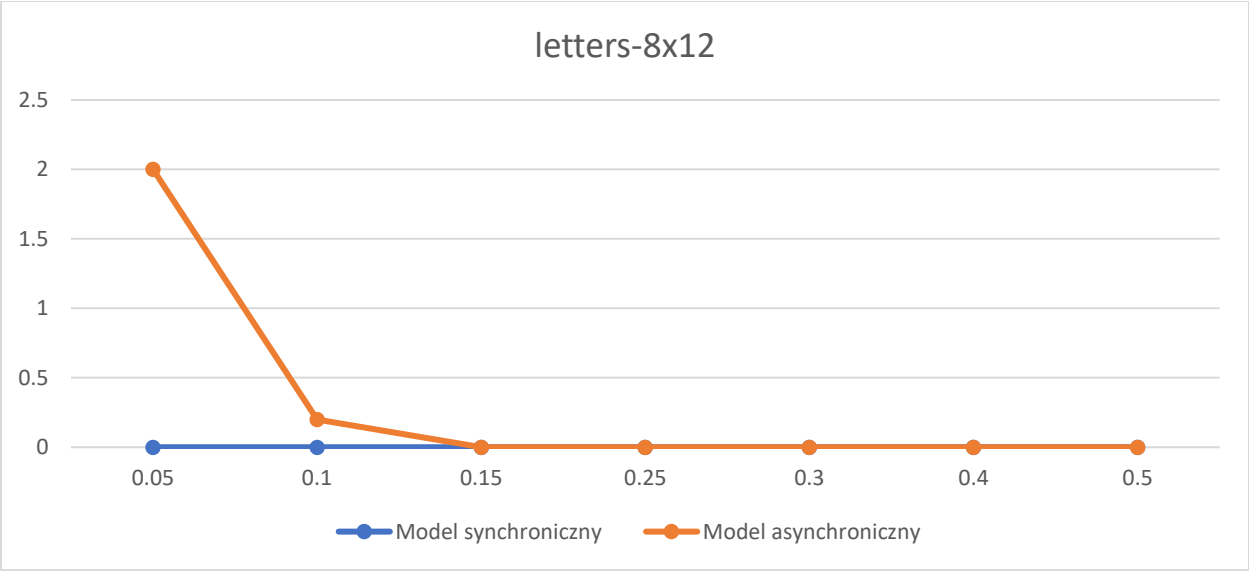
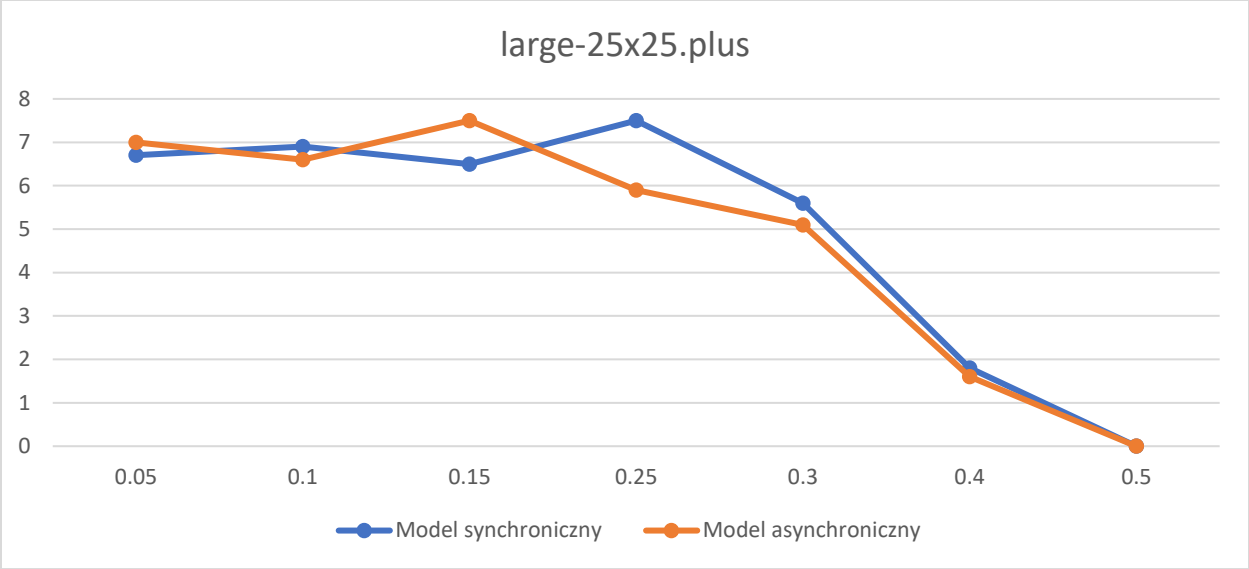
Nazwa zbioru	Rozmiar zbioru	Współczynnik zaszumienia	Skuteczność modelu synchroniczny	Skuteczność modelu asynchronicznego
animals-14x9	6	0.05	6%	29.7%
animals-14x9	6	0.1	23.2%	26.8%
animals-14x9	6	0.15	17%	23.3%
animals-14x9	6	0.25	10.3%	18.7%
animals-14x9	6	0.3	8.1%	17.9%
animals-14x9	6	0.4	1.7%	7.8%
animals-14x9	6	0.5	0.2%	1.2%
large-25x25	6	0.05	70.4%	73.3%
large-25x25	6	0.1	57.9%	67.8%
large-25x25	6	0.15	51.5%	61.7%
large-25x25	6	0.25	43.7%	50.3%
large-25x25	6	0.3	38.8%	49.5%
large-25x25	6	0.4	31.9%	40.2%
large-25x25	6	0.5	1.2%	1.6%
large-25x25.plus	11	0.05	6.7%	7%
large-25x25.plus	11	0.1	6.9%	6.6%
large-25x25.plus	11	0.15	6.5%	7.5%
large-25x25.plus	11	0.25	7.5%	5.9%
large-25x25.plus	11	0.3	5.6%	5.1%

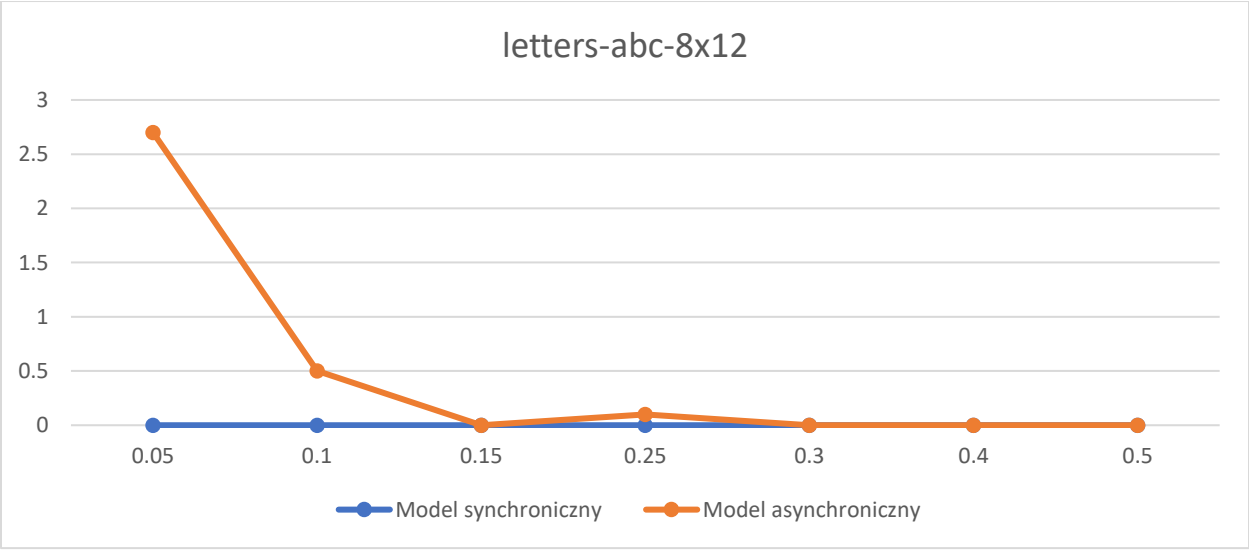
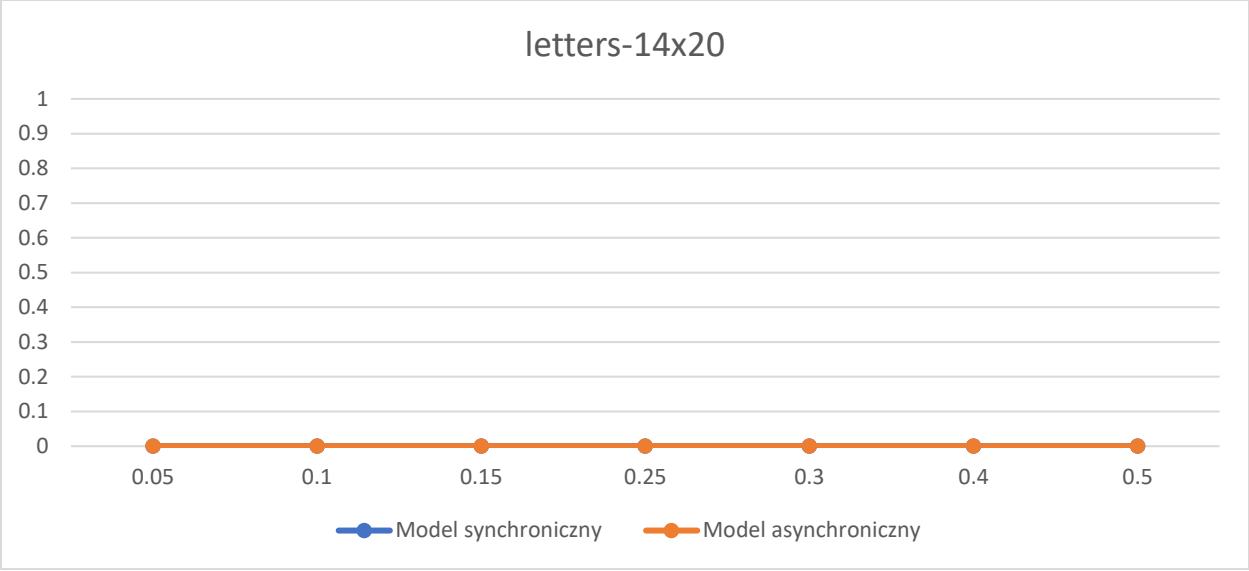
large-25x25.plus	11	0.4	1.8%	1.6%
large-25x25.plus	11	0.5	0%	0%
letters-8x12	26	0.05	0%	2%
letters-8x12	26	0.1	0%	0.2%
letters-8x12	26	0.15	0%	0%
letters-8x12	26	0.25	0%	0%
letters-8x12	26	0.3	0%	0%
letters-8x12	26	0.4	0%	0%
letters-8x12	26	0.5	0%	0%
letters-14x20	26	0.05	0%	0%
letters-14x20	26	0.1	0%	0%
letters-14x20	26	0.15	0%	0%
letters-14x20	26	0.25	0%	0%
letters-14x20	26	0.3	0%	0%
letters-14x20	26	0.4	0%	0%
letters-14x20	26	0.5	0%	0%
letters-abc-8x12	3	0.05	0%	2.7%
letters-abc-8x12	3	0.1	0%	0.5%
letters-abc-8x12	3	0.15	0%	0%
letters-abc-8x12	3	0.25	0%	0.1%
letters-abc-8x12	3	0.3	0%	0%
letters-abc-8x12	3	0.4	0%	0%
letters-abc-8x12	3	0.5	0%	0%
small-7x7	5	0.05	46.9%	55.5%
small-7x7	5	0.1	44.4%	47.5%
small-7x7	5	0.15	43.7%	42.1%
small-7x7	5	0.25	36.8%	34.4%
small-7x7	5	0.3	31.5%	30.1%
small-7x7	5	0.4	20.6%	20.6%
small-7x7	5	0.5	7.6%	8.2%

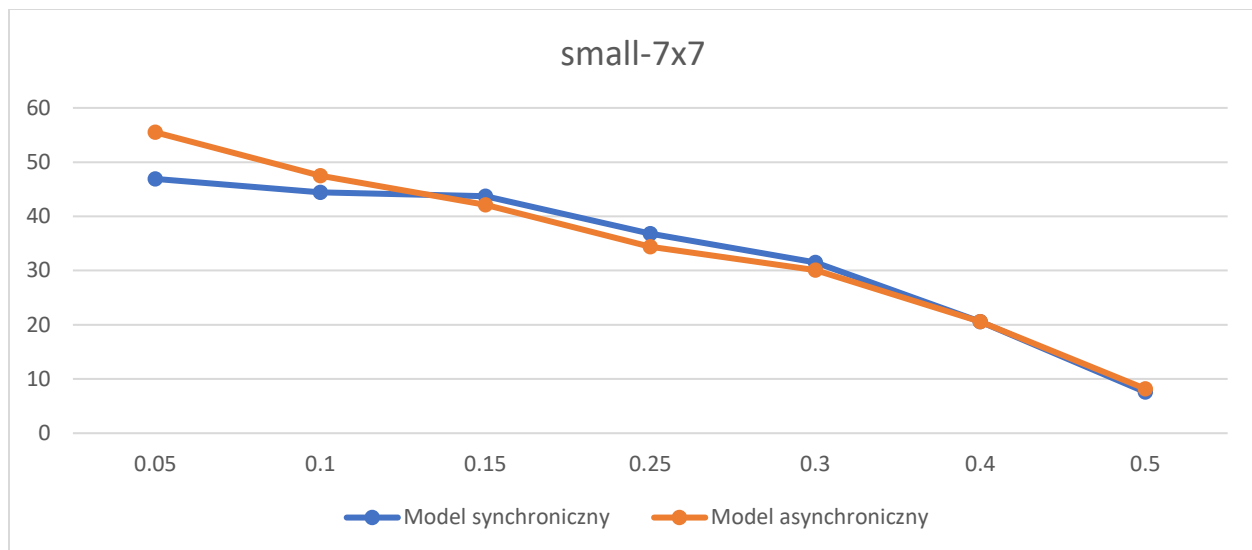
Dla porównania przy zerowym zaszumieniu skuteczność sieci była następująca dla modelu synchronicznego:

Zbiór	Skuteczność
animals-14x9	34.7%
large-25x25	84.2%
large-25x25.plus	8%
letters-8x12	0
letters-14x20	0
letters-abc-8x12	0
small-7x7	61.9%









Zakładając, że przy 50% zaburzeniu wejścia uzyskujemy obraz losowy można wysnuć następujące wnioski dla:

- animals-14x9.csv, large-25x25.plus.csv, letters-8x12.csv, letters-14x20.csv, letters-abc-8x12.csv - sieć zbiegała do punktów statycznych niebędących żadnym obrazkiem ze zbioru uczącego.
- large-25x25.csv, small-7x7.csv - sieć czasami zbiegała do punktu będącego jednym z obrazów uczących. Ten wniosek wynika stąd, że jeśli szukany był obrazek X, a na wejściu był losowy obraz to uzyskując X przyznawany był punkt. Być może dla innych losowych obrazów sieć zbiegała również do X, ale tego nie da się stwierdzić z powyższych danych.

Patrząc na wyniki można stwierdzić, że:

- Zbiory smal-7x7, large-25x25 uczy się w miarę poprawnie – w large-25x25 tylko 1 z 6 obrazów wejściowych nie był punktem stabilnym, a w smal-7x7 2 z 5 obrazków nie były punktami stabilnymi
- Zbiory large-25x25.plus, animals-14x9 uczyły się częściowo poprawnie – w large-25x25.plus jeden wzór z 15 był punktem stabilnym, a w animals-14x9 tylko 2 z 6 wzorów były punktami stabilnymi
- Pozostałe uczyły się niepoprawnie

Dlaczego uczyły się niepoprawnie? Ponieważ jak napisali: Liou, C.-Y.; Yuan, S.-K. (1999) w "Error Tolerant Associative Memory", Biological Cybernetics. 81: 331–342 obrazy uczące powinny znajdować w stabilnym wierzchołku (takim, z którego przekształcenie prowadzi do tego wierzchołka) N wymiarowej kostki, gdzie każdy wierzchołek reprezentuje jedną możliwą kombinację wartości -1 i 1 w wektorze o zadanej długości. Żeby to osiągnąć to wszystkie wzorce uczące powinny być jak najróżniejsze od siebie i nie powinno być ich więcej niż  $13,8\% \cdot \text{długość wektora}$ .

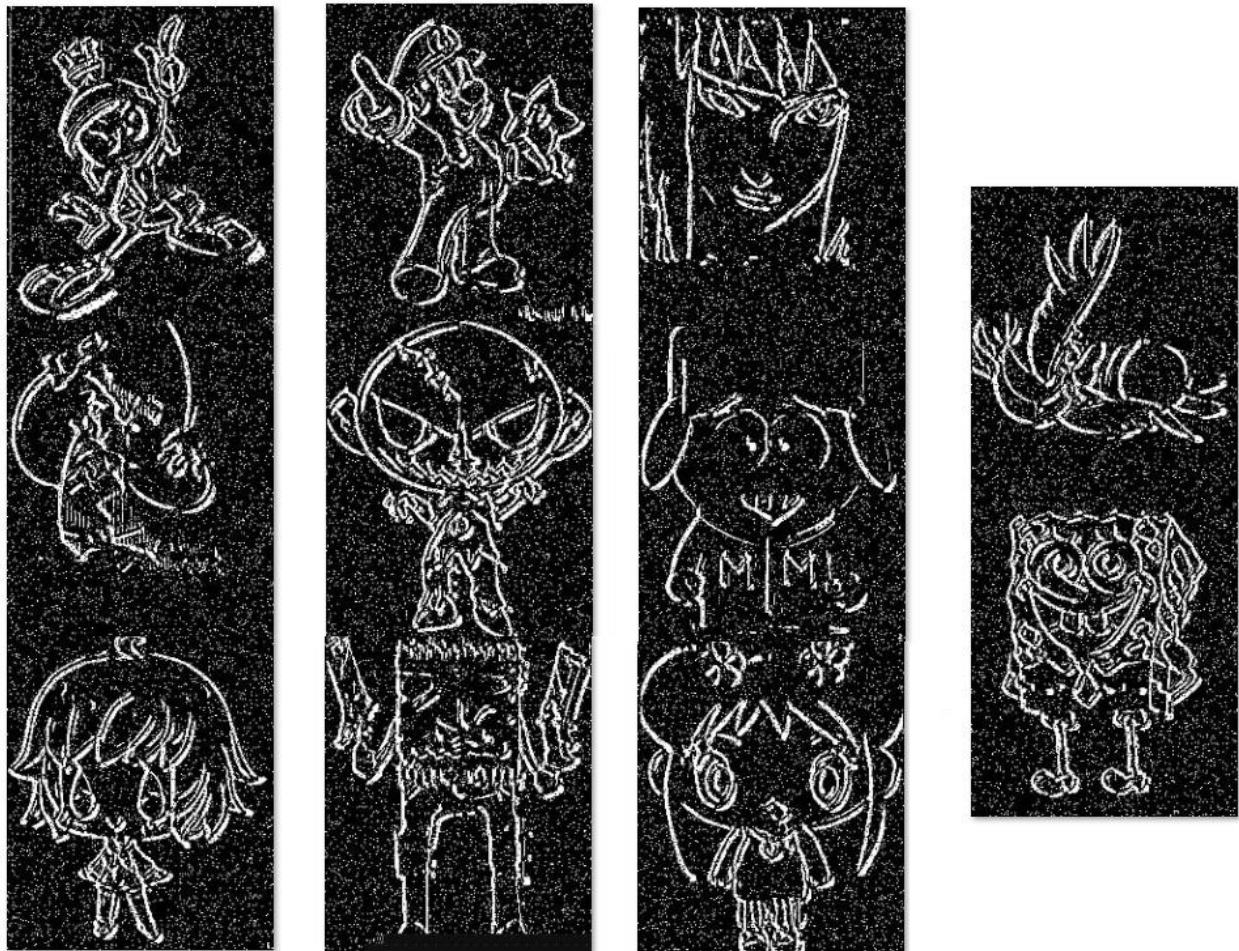
## Eksperymenty na dużych zbiorach

Stworzyliśmy dwa zbiory zawierające duże bitmapy – jeden zbiór zawierał 11 obrazków 149x149, a drugi zawierał 11 obrazków 250x300.

Obie sieci zbiegały do jednego punktu stabilnego dla dowolnego wejścia.

Ciężko było przeprowadzić symulacje na drugim zbiorze, ponieważ macierz 75000 x 75000 zajmowałaby w pamięci około 41,9 GB, a nie dysponujemy sprzętem o takiej ilości RAM-u. Całe szczęście po zmianie typu danych przechowywanych w macierzy z float64 do byte udało się zmniejszyć objętość macierzy do 5GB i przeprowadzić obliczenia.

Przykładowy test zawierający 11 zaszumionych obrazków rozmiaru 250x300:



Dla każdego z obrazków sieć zbiegała do następującego obrazka:





## Porównanie modelu synchronicznego i asynchronicznego

Model synchroniczny najczęściej zwracał gorsze wyniki niż model asynchroniczny, jednak nie jest to regułą. Wadą modelu asynchronicznego jest wielokrotnie dłuższy czas działania - model synchroniczny wymagał mniej niż 10 iteracji żeby osiągnąć stabilny stan, podczas gdy model asynchroniczny potrzebował kilkuset iteracji.

## Porównanie zbiorów gdzie elementy są podobne i niepodobne o podobnej liczności

Porównamy wyniki dla dostarczonych zbiorów: large-25x25.csv i animals-14x9.csv

W zbiorze large-25x25 znajdowały się takie obrazki jak: szachownica, poziome linie, domek, fragment alfabetu, słońce i strzała. W zbiorze zwierząt były takie obiekty jak: ryba, żółw, koń, pies, twarz i kaczka. W pierwszym zbiorze ciężko znaleźć podobieństwa między obiektami, natomiast w zbiorze zwierząt pies, żółw i kaczka mają nogi (poziome linie w podobnych miejscach), tułów (ciemny obszar na środku obrazka), i głowę (ciemny obszar po prawej stronie obrazka).



Patrząc na wyniki działania pies, żółw, koń i kaczka zbiegają do zdegenerowanego zwierzątka (nie przypomina zwierzątka), które jest podobne do każdego z nich. Twarz i ryba są poprawnie rozpoznawane. Dokładność sieci dla zwierząt z szumem na poziomie 5% wynosi około 30%

W zbiorze large-25x25 wszystkie obrazki poza strzałą są stanami stabilnymi, a dokładność sieci dla tych obiektów z szumem na poziomie 5% wynosi około 70%

## Maksymalny zbiór wektorów uczących 5x5, gdzie każdy wektor uczący jest stanem stabilnym nauczonej sieci

Nie trudno zauważyć, że zbiór składający się z  $2^{25}$  różnych wektorów (wszystkie możliwe obrazki 5x5) nauczy sieć Hopfielda tak, że każdy wzorzec z tego zbioru będzie stabilny (potrzebne jest dodatkowe założenie, że jeśli wynikiem obliczenia dla którejś pozycji jest 0 to przyjmujemy, że wynikiem jest to co było na wejściu). Wtedy ucząc taką sieć otrzymamy macierz  $W$  25x25 składającą się z samych 0 i wtedy dla każdego  $X$ ,  $WX = [0,0,0,0,0] \rightarrow X$ .

## Zbiór uczący i wektor testowy prowadzący do oscylacji między dwoma stanami

- Zbiór uczący:
  - $X_1 = [+1, +1, +1, +1, +1]$
  - $X_2 = [+1, -1, -1, +1, -1]$
  - $X_3 = [-1, +1, -1, -1, -1]$
- Nauczona macierz ( $W$ ):

0	-1	1	3	1
-1	0	1	-1	1
1	1	0	1	3
3	-1	1	0	1
1	1	3	1	0

- Wektor prowadzący do cyklu:
  - $X = [+1, -1, -1, +1, +1]$
- Obliczenie

$$WX = [+4, -2, +4, +4, -2]$$

$$X' = [+1, -1, +1, +1, -1]$$

$$WX' = [+4, -2, -2, +4, +4]$$

$$X'' = [+1, -1, -1, +1, +1]$$

$$WX'' = [+2, -2, +4, +4, -2]$$

$$X''' = [+1, -1, +1, +1, -1] = X'$$

- Dlaczego prowadzi do cyklu

Zauważmy, że  $H(X2, X) = 1$  oraz  $H(-X3, X) = 1$  oraz wiedząc, że jeśli  $Y$  jest stanem stabilnym to  $-Y$  też jest stanem stabilnym, to widać że wektor  $X$  jest tak samo podobny do  $X2$  i do  $-X3$ , więc sieć nie może zdecydować, do którego z nich  $X$  jest bardziej podobny, więc obliczenie wpada w cykl.

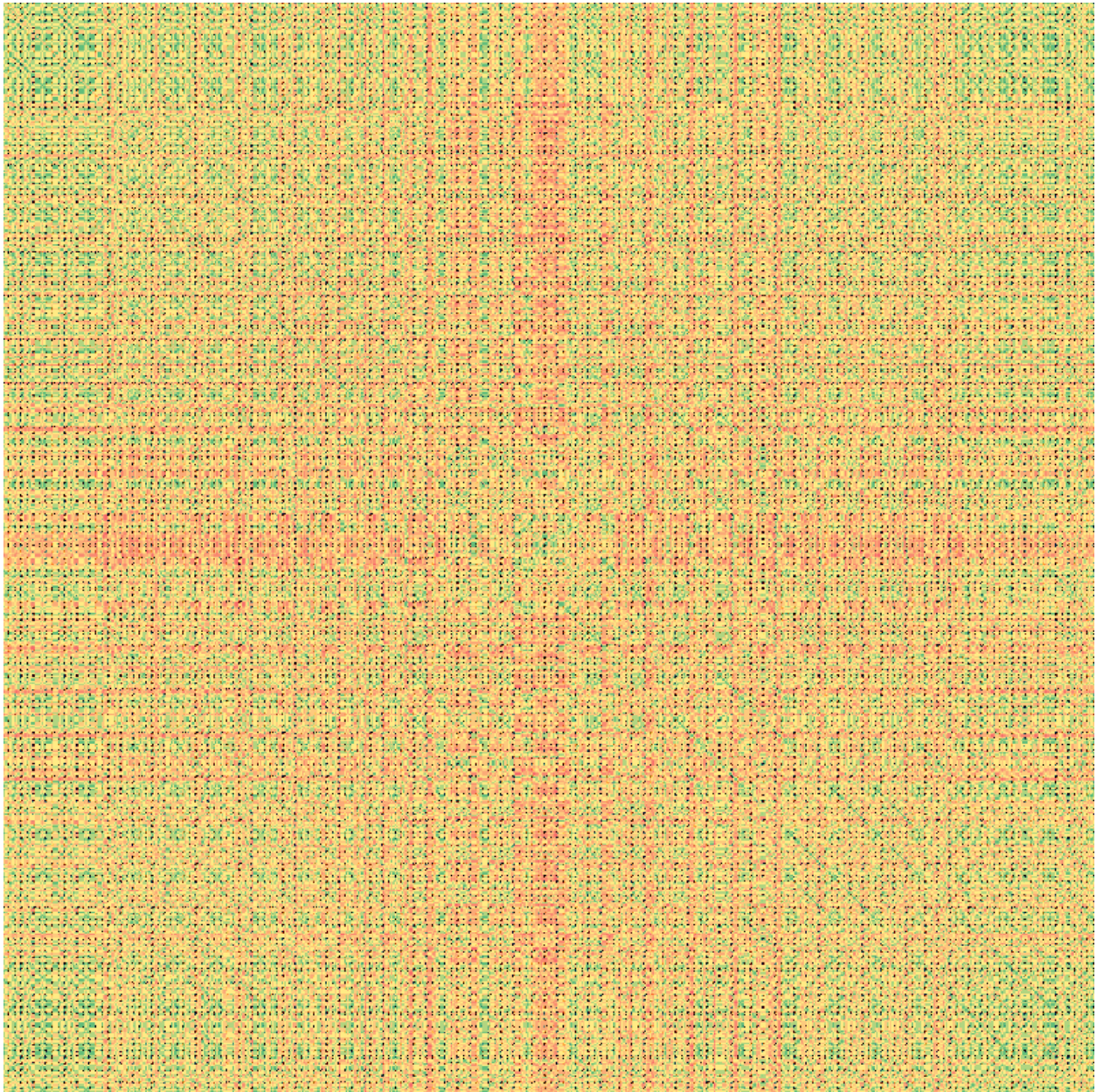
## Wizualna reprezentacja macierzy wag dla poszczególnych zbiorów

Przeprowadziliśmy wizualizację macierzy wag dla wzorów zaprezentowanych w danych testowych. Wygląda ona następująco:

0	6	6	6	1	1	6	6	4	1	1	1	1	6	1	4	5	4	6	1	6	4	0	2	0	1	4	1	1	6	1	2	2	2	0	2	1	C	1	1	6	1	1	2	2	1	2	2	1	2	0	2	2	1	1	2	0	2	2	2	0	0	
0	C	0	6	1	6	6	1	1	1	1	1	6	1	4	5	4	6	1	6	4	0	2	0	1	4	1	1	6	1	2	2	2	0	2	1	C	1	1	6	1	1	2	2	1	2	2	1	2	0	2	2	1	1	2	0	2	2	2	0	0		
6	6	0	6	4	6	6	4	4	4	4	4	6	4	4	5	4	6	4	6	4	0	2	0	4	4	1	6	1	2	2	2	0	2	0	2	4	0	4	1	6	1	1	2	2	2	1	2	0	2	2	1	1	2	0	2	2	2	0	0			
6	6	1	1	4	6	6	4	4	4	4	4	6	4	4	5	4	6	4	6	4	0	2	0	4	4	4	6	1	2	2	2	0	2	0	2	4	0	4	1	6	1	1	2	2	2	1	2	0	2	2	1	1	2	0	2	2	2	0	0			
1	1	1	1	C	1	1	2	2	6	2	2	1	1	6	1	6	1	6	1	2	0	2	2	2	2	1	1	6	1	2	2	1	1	2	1	6	2	2	2	1	0	2	2	1	0	2	0	-2	1	0	2	2	2	0	-2	-1	0	-2	-2	0		
6	6	6	6	1	6	6	1	1	1	1	1	6	1	4	5	4	6	1	6	4	0	2	0	4	4	1	6	1	2	2	1	1	2	1	6	1	4	1	6	1	1	2	2	1	2	2	1	2	0	2	2	1	1	2	0	2	2	2	0	0		
4	4	4	4	2	4	4	0	6	2	2	2	2	4	2	4	6	2	4	6	2	0	2	4	6	2	2	4	1	6	1	2	2	1	1	2	0	2	4	6	1	1	2	2	1	2	2	1	2	0	2	2	1	1	2	0	2	2	2	0	0		
1	1	1	1	2	1	1	0	0	2	2	2	2	1	2	2	1	2	1	6	2	2	2	6	0	2	2	1	2	2	2	2	1	1	2	0	2	2	1	2	2	1	2	0	2	0	2	0	-2	0	2	2	2	0	2	0	0	2	2	0	2	2	0
1	1	1	1	6	4	4	2	2	1	1	1	6	1	6	1	6	1	6	1	2	0	2	2	2	2	1	1	6	1	2	2	1	1	2	0	2	2	1	2	2	1	0	2	2	1	0	2	0	-2	0	2	2	2	0	-2	-1	0	-2	-2	0		
1	1	1	1	2	1	1	2	2	6	6	1	1	2	2	1	2	1	2	1	2	0	2	2	2	2	1	2	0	2	2	2	1	1	2	0	2	2	1	2	2	1	0	2	2	1	0	2	0	-2	0	2	2	2	0	-2	-1	0	-2	-2	0		
4	4	4	4	2	4	4	2	2	6	0	6	4	2	4	2	4	2	4	2	0	2	2	2	2	2	4	2	0	2	2	2	1	1	2	0	2	2	1	2	2	1	0	2	2	1	0	2	0	-2	0	2	2	2	0	-2	-1	0	-2	-2	0		
4	4	4																																																												

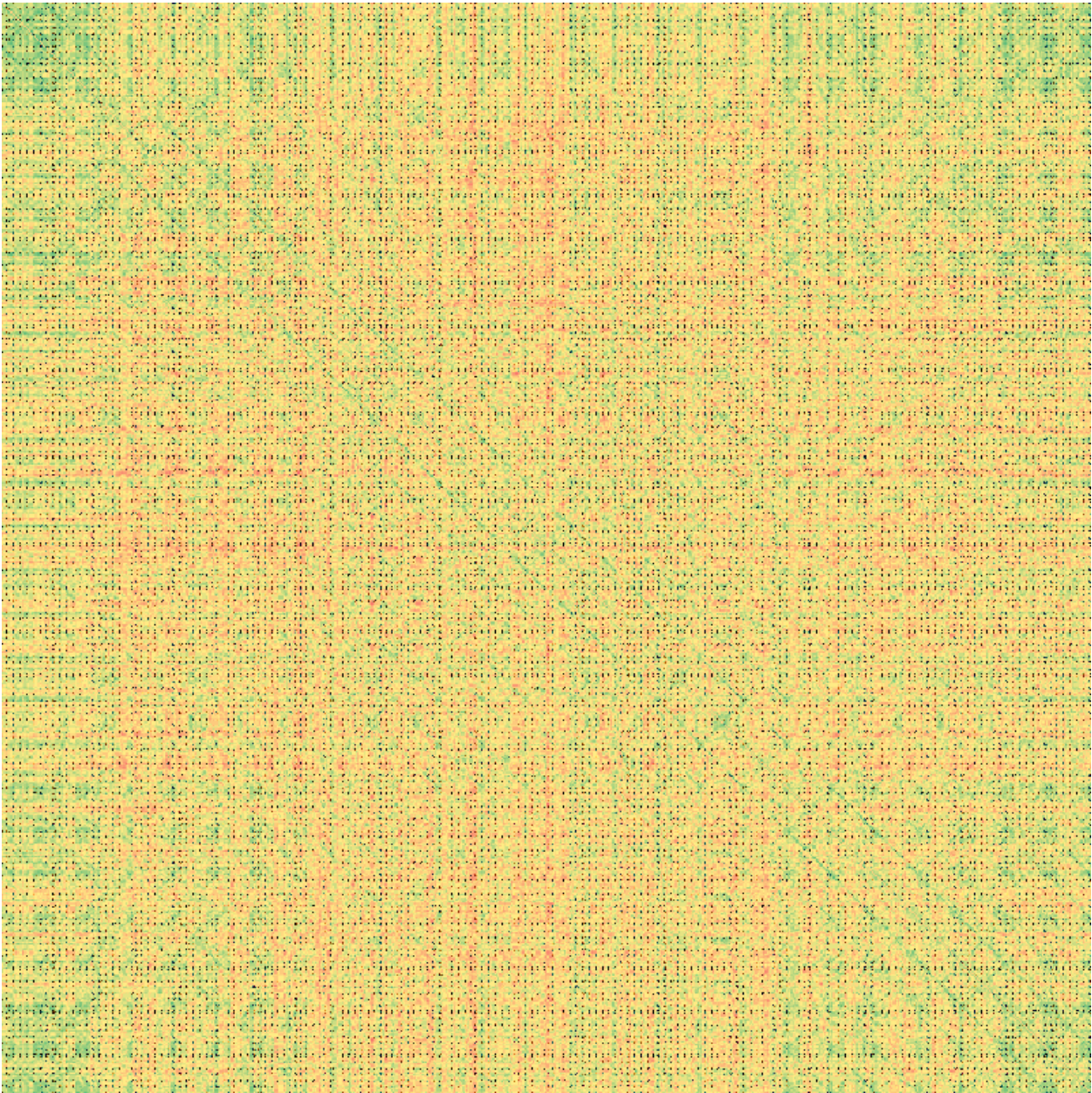


large-25x25





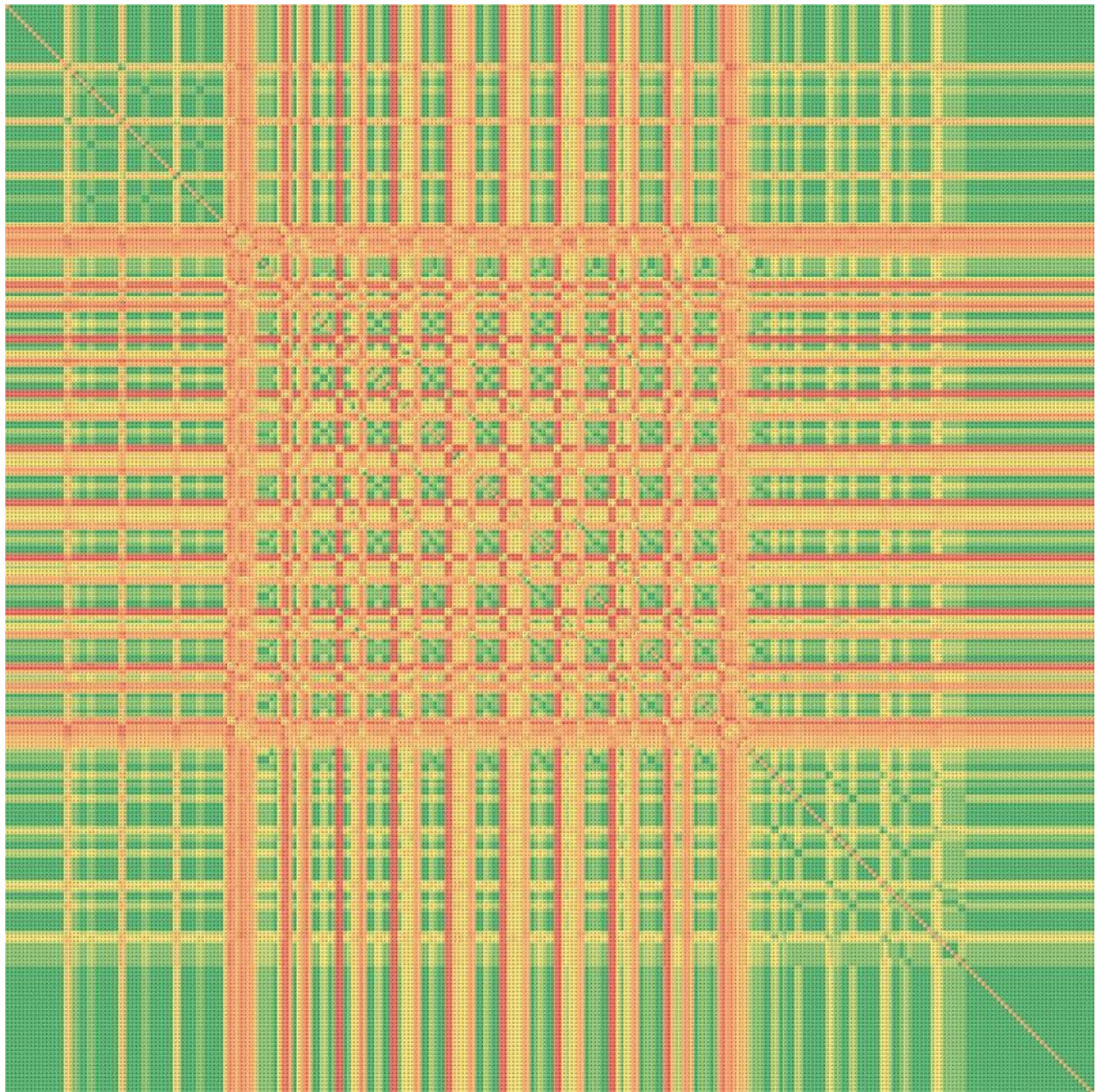
large-25x25.plus



This image is a dense grid of small, colorful squares, each containing a small, illegible text snippet. The colors of the squares vary, including shades of red, orange, yellow, green, blue, and purple. The text within the squares is too small to be read, but it appears to be a mix of different characters and symbols, possibly representing a large dataset or a complex pattern. The overall effect is a vibrant, textured mosaic.

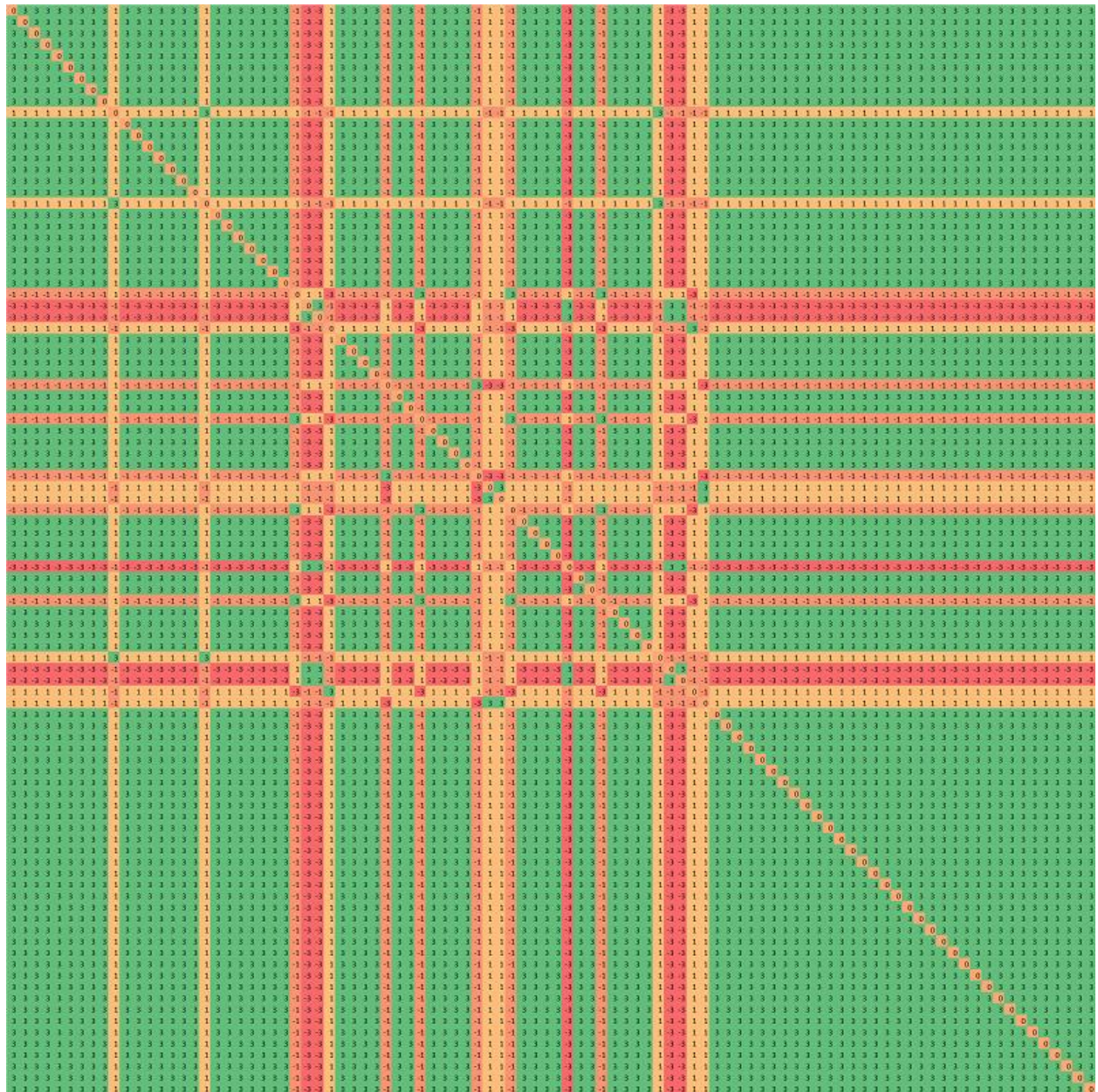


letters-14x20

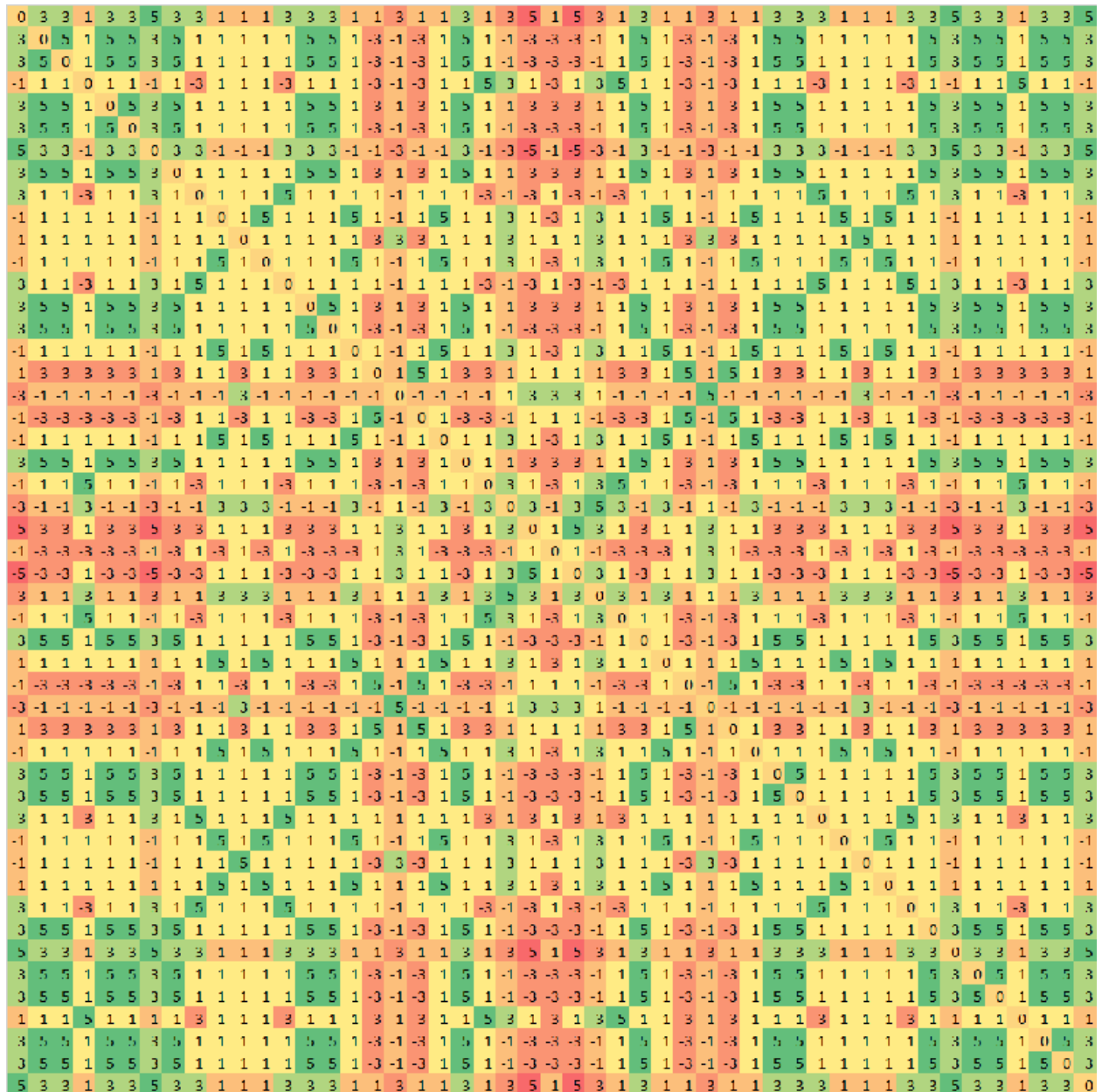




# letters-abs-8x12



small-7x7



Patrząc na powyższe rysunki można wysnuć wniosek, że im bardziej regularna macierz (na przykład dla letters) i można dopatrzeć się wzorów, powtórzeń i regularności, tym mniejsza jest skuteczność rozpoznawania wzorów. Jeśli macierz zawiera równomiernie rozłożone wartości ujemne i dodatnie to należy się spodziewać, że będzie lepiej rozpoznawała wzory (macierze inne niż dla letters)