Algebra I., úkol č. 3

Řekneme, že grupoid $(G, \cdot)$ je

- *s levým krácením, platí-li v něm pro libovolná $a, b, c \in G$ implikace $c \cdot a = c \cdot b \Rightarrow a = b$*
- *s levým dělením, má-li rovnice $a \cdot x = b$ s proměnnou x řešení pro každou dvojici $a, b \in G$.*

Podobně definujeme i pravé verze obou vlastností.

Úloha č.1
Určete, které z výše uvedených čtyř vlastností platí v těchto případech:

a) $(P, \circ)$, kde $P = \{f : M \to M \mid f \text{ je na}\}$ a $\circ$ je operace skládání zobrazení (M je neprázdná množina)

b) $(R, \circ)$, kde $R = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \mid f \text{ je prosté } \& \ \mathbb{N} \setminus f(\mathbb{N}) \text{ je nekonečná}\}$ a $\circ$ je operace skládání zobrazení.

(1 + 1 bod)

Úloha č.2
Ukažte, že pologrupa s pravým i levým krácením i dělením je grupa.

(1 bod)

Úloha č.3

Buď S pologrupa, $T \subseteq S$ její podpologrupa a předpokládejme, že S je dokonce grupa.

a) Ukažte, že je-li T konečná, je také podgrupou.

b) Najděte příklad, který ukáže, že předpoklad konečnosti v bodě *a)* je nezbytný.

(1 + 1 bod)