

# Modele cząstek

(w zastosowaniu do grafiki komputerowej)

# Próba definicji

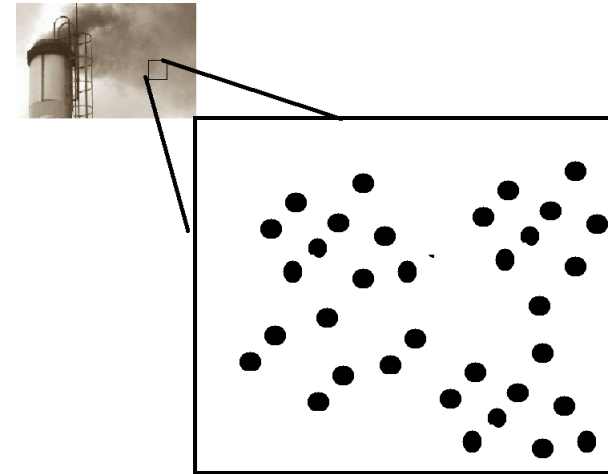
---

- ▶ Pojęcie systemu cząstek (*particle system*) jest w grafice komputerowej nie całkiem precyzyjnie określone.
- ▶ Coś jednak daje się sprecyzować:
  - ▶ System cząstek jest zwykle złożony wielu obiektów
  - ▶ Obiekty nie muszą być identyczne, ale najczęściej są przynajmniej podobne
  - ▶ Cząstki mogą być reprezentowane przez punkty/piksele. ale również przez bardziej złożone obiekty – trójkąty lub siatki wielu trójkątów...
  - ▶ Cząstki zwykle poruszają się według wspólnych zasad fizyki
  - ▶ System cząstek może wykorzystywać element losowości.



# Do czego może służyć system cząstek?

- ▶ Systemy cząstek zwykle są używane do symulacji wielu różnych zjawisk i procesów
  - ▶ Śnieg / Deszcz / Tornada
  - ▶ Eksplozje / Ogień / Dym
  - ▶ Efekty magiczne... np. w filmach animowanych
  - ▶ Przepływ wody / Fontanny / Wodospady / Krew
  - ▶ Kurz
  - ▶ Iskry / Fajerwerki
- ▶ Można również modelować:
  - ▶ Tkaniny
  - ▶ Włosy
  - ▶ Bryły sztywne i elastyczne



# Historyczne prace

---

W.T. Reeves, "Particle Systems - A Technique for Modeling a Class of Fuzzy Objects", Computer Graphics, vol. 17, no. 3, pp 359-376, 1983.

W.T. Reeves, "Approximate and Probabilistic Algorithms for Shading and Rendering Structured Particle Systems", Computer Graphics, vol. 19, no. 3, pp 313-322, 1985.

William Reeves pracował w dziale grafiki komputerowej Lucasfilm oraz był współzałożycielem firmy Pixar.

Proszę przeczytać lub choć przejrzeć pierwszy z artykułów, dostępny np.

<https://www.lri.fr/~mbl/ENS/IG2/devoir2/files/docs/fuzzyParticles.pdf>



# Atrybuty cząstek wprowadzone przez Reevesa (podzielone na grupy)

---

- *Position*
- *Velocity* (speed and direction)
  
- *Color*
- *Shape*
- *Size*
- *Transparency*
  
- *Age*
- *Lifetime*



# Cykl życia cząstek – najbardziej charakterystyczna cecha systemu cząstek

---

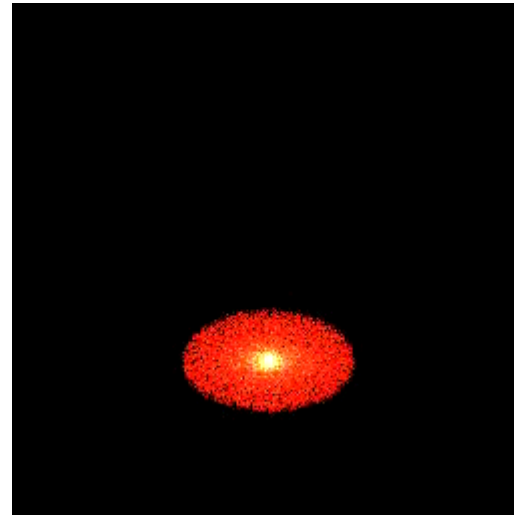
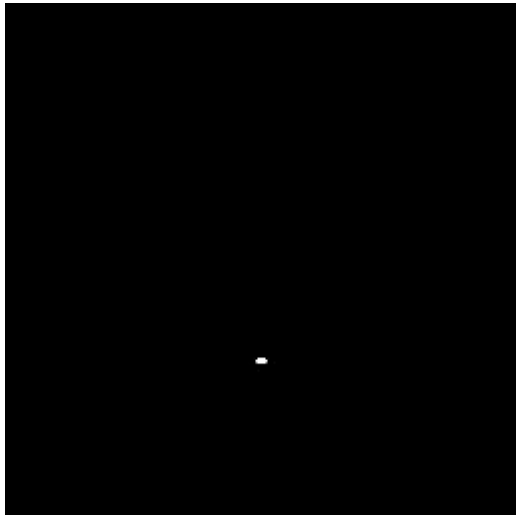
- ▶ Pojawienie się, generacja cząstek – z początkowym położeniem, prędkością i częstością generacji, zwykle losowo według zadanego rozkładu
- ▶ Dynamika cząstek – według zadanych reguł
- ▶ Wiek cząstki, sterowany parametrem Age – może wpływać na wygląd cząstki
- ▶ Zniknięcie cząstki po osiągnięciu wieku Lifetime



# Przykłady z modelu Reevesa

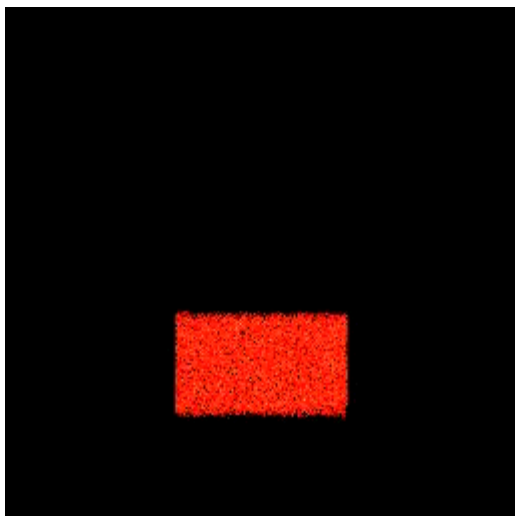
---

Proponuję obejrzeć krótki film z wczesnych rozwiązań systemu cząstek w grafice: <https://youtu.be/XucueQe0qiE>



# Przykłady z modelu Reevesa

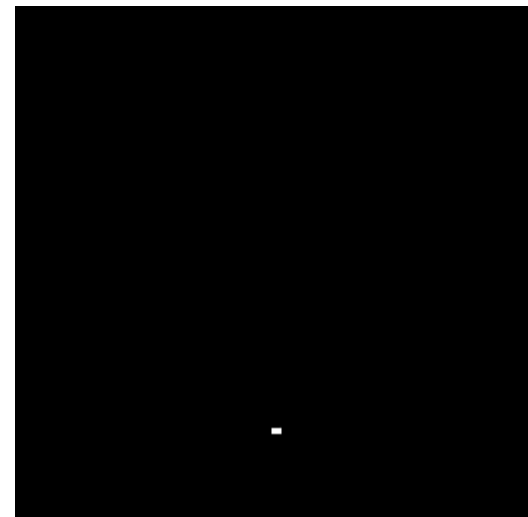
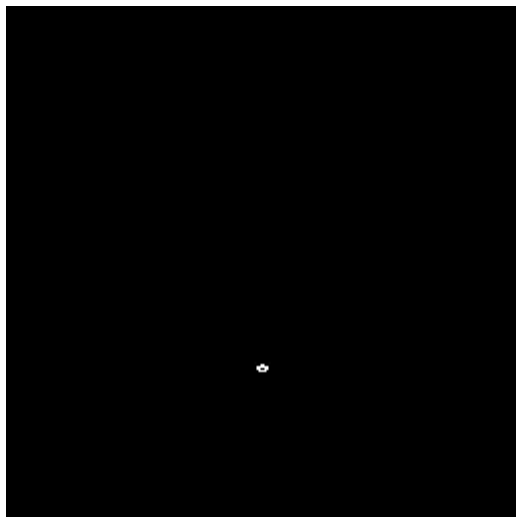
---





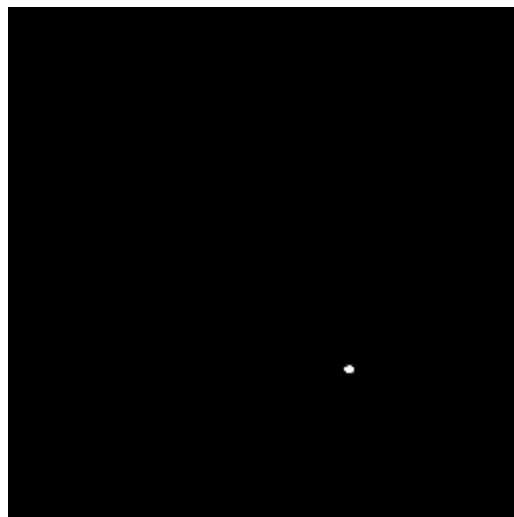
# Przykłady z modelu Reevesa

---



# Przykłady z modelu Reevesa

---



# Wrath of Khan – odcinek z serialu Star Track – efekt Genesis

---



<https://youtu.be/13b7TSiidaM>

<https://youtu.be/52X1yMbxxh8>



# Dynamika cząstek

# Dynamika cząstek – różne, choć pokrewne podejścia

---

- ▶ Ruch cząstek podlega wprost drugiej zasadzie dynamiki. Cząstki poruszają się w zewnętrznym polu sił i/lub w polu sił wytwarzanych przez nie same
- ▶ Cząstki poruszają się w zewnętrznym polu prędkości, zgodnie z wektorami przez nie wskazanymi (cząstki jak piłeczki płynące z nurtem wody). Forma pola prędkości może być wynikiem złożonych obliczeń (np. rozwiązania równan przepływu Naviera-Stokesa)



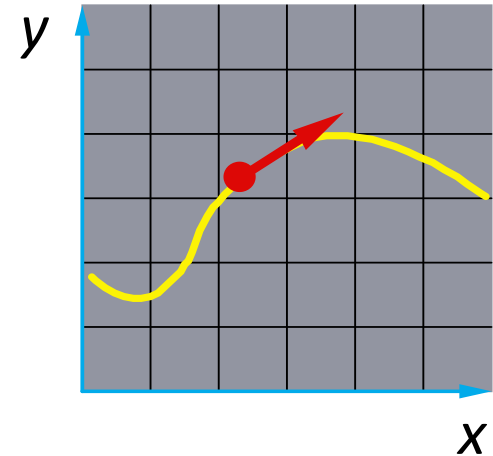
# Cząstki w polu prędkości

---

- ▶ Zaczynamy od pojedynczej cząstki

- ▶ o położeniu w 2D  $\vec{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

- ▶ i prędkości  $\vec{\mathbf{v}} = \dot{\vec{\mathbf{x}}} = \frac{d\vec{\mathbf{x}}}{dt} = \begin{bmatrix} dx/dt \\ dy/dt \end{bmatrix}$

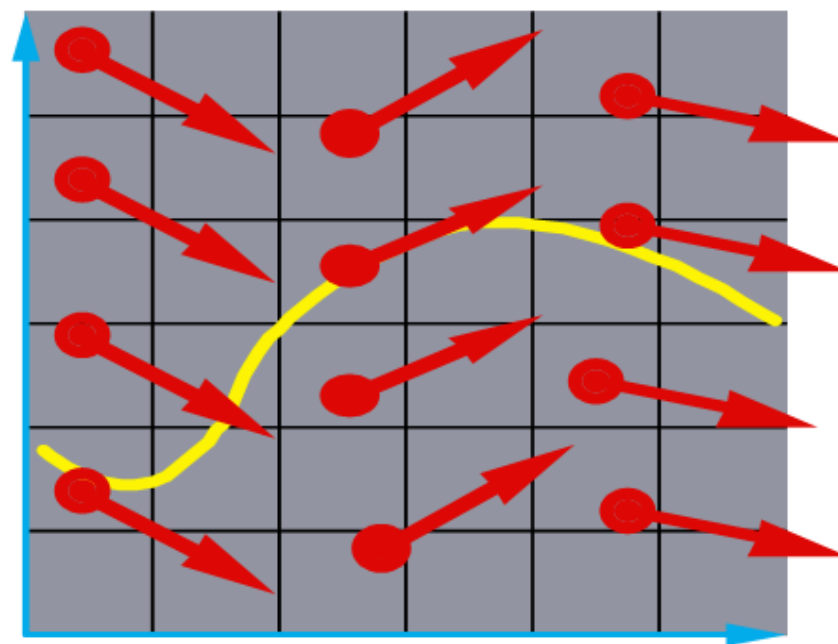


- ▶ Załóżmy, że pole prędkości  
jest określone funkcją  $g$ , i zatem  $\dot{\vec{\mathbf{x}}} = g(\vec{\mathbf{x}}, t)$

# Wektorowe pole prędkości

---

- ▶ Funkcja  $g$  definiuje pole wektorowe nad  $\mathbf{x}$

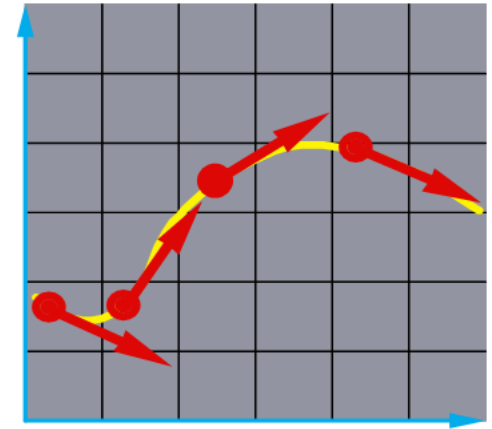


# Trajektorie

---

Równanie prędkości jest równaniem różniczkowym pierwszego rzędu.

Możemy je rozwiązać względem  $x$  dla kolejnych kroków czasowych



Nazywamy to rozwiązaniem zagadnienia początkowego, które jest trajektorią ruchu cząstki – krzywą całkową.





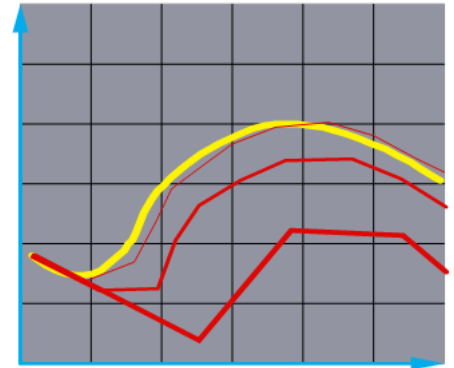
# Obliczanie trajektorii - schemat numeryczny

---

Najprostszy jest znany schemat Eulera

Znany również z dużych błędów dla dużych kroków czasowych – prowadzących często do niestabilności

Jak można sobie z tym poradzić?



## Dygresja. Jak zaprojektować ciekawe pole $g$ ?

---

- ▶ Funkcja  $g$  może być rozwiązaniem równania przepływu, np. ciepła (co jest prostsze) lub płynu w różnych warunkach brzegowych (np. równania Bernoulliego, Naviera-Stokesa lub innych)
- ▶ Może być również zdefiniowana w prostszy sposób, co jest wspomniane na kilku następnych slajdach



# Animation Aerodynamics

---

Jakub Wejchert i David Humann

*Animation Aerodynamics*

Computer Graphics, Volume 25, number 4 July 1991

Autorzy opisują prosty sposób modelowania i sterowania ruchem cząstek w polu przepływów.

Mechanika przepływu jest opisana przez równania Naviera-Stokesa, Przy upraszczających założeniach, że płyn jest nielepki, nieściśliwy i bezwirowy, a samo pole  $\Phi$  jest potencjalne.

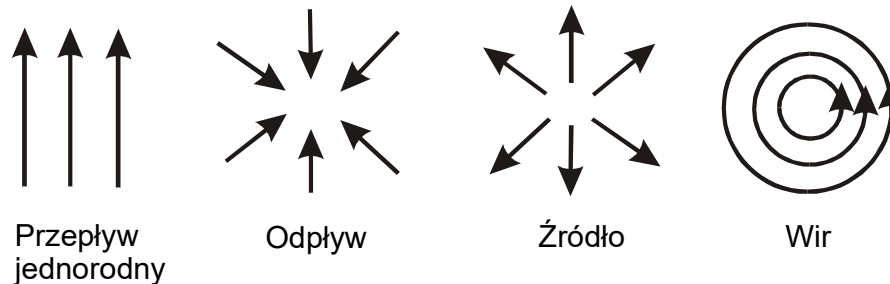
$$\nabla \mathbf{v} = \nabla \nabla \Phi = \nabla^2 \Phi = 0$$

$$\mathbf{v} = \nabla \Phi$$



# Flow primitives

---



$$\Phi = \frac{a}{2\pi} * \ln r \quad v_r = \frac{a}{2\pi r} \quad v_\theta = 0 \quad v_z = 0 \quad \text{źródło}$$

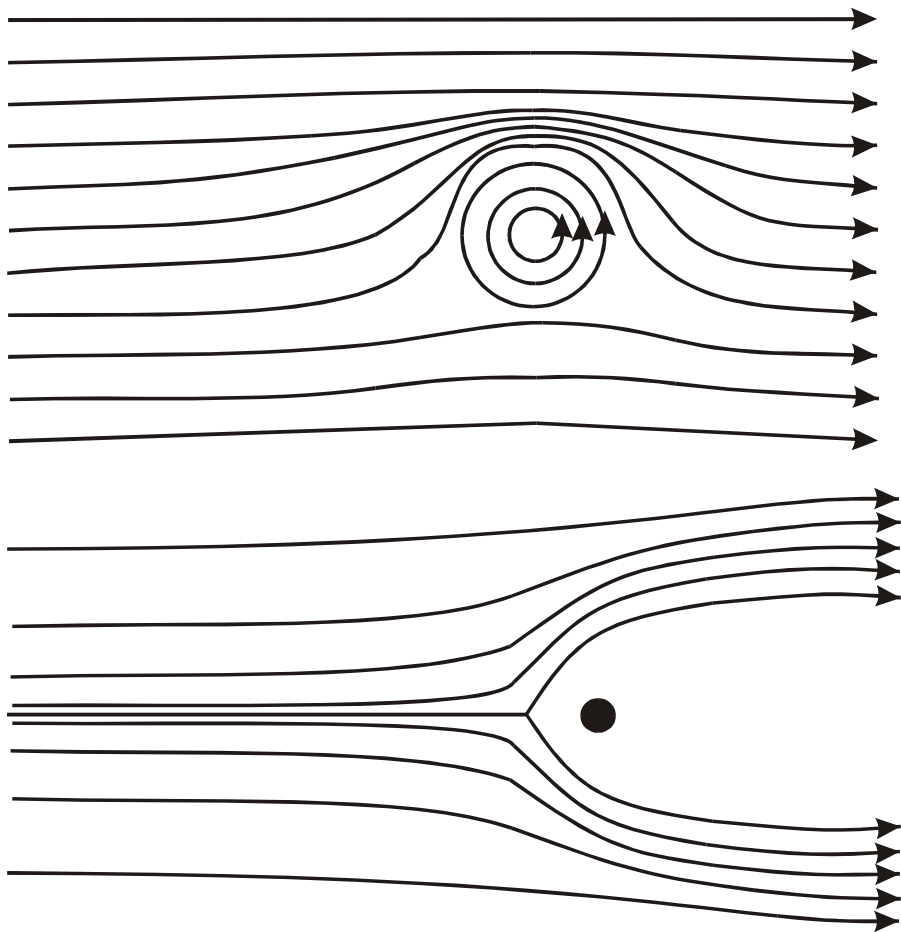
$$\Phi = \frac{b}{2\pi} * \theta \quad v_r = 0 \quad v_\theta = \frac{b}{2\pi r} \quad v_z = 0 \quad \text{wir}$$

$$V = v_{wir}(x, y, z) + v_{odptyw}(x, y, z) + v_{źródło}(x, y, z) + \dots$$



# Superpozycja podstawowych pól

---



# Opór obiektów

---

Pojedyncza kula:  $F = 6\pi a \eta v^r$

gdzie:  $v^r = v - p$  prędkość względna

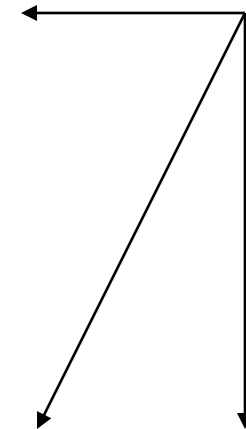
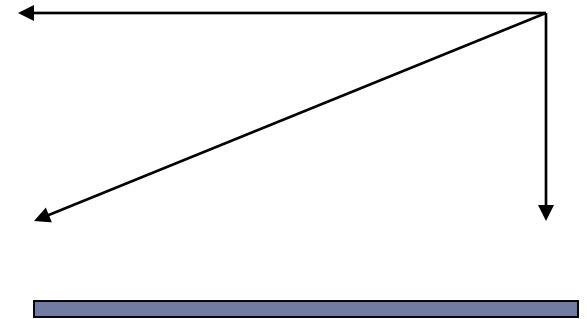
Z kolei  $v^r = v^n + v^t$

$$F^n = \rho A v^2$$

$$F^t = A \eta \frac{dv}{dy}$$

$$\vec{F}^n = \rho A v \vec{v}$$

$$\vec{F}^t = A \eta \vec{v}^t$$

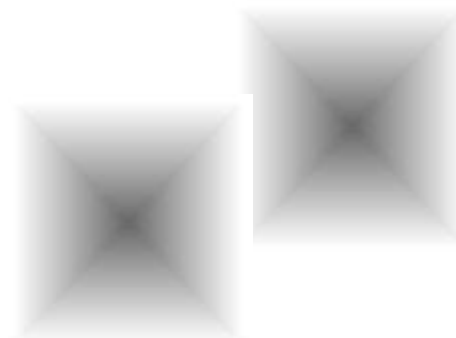
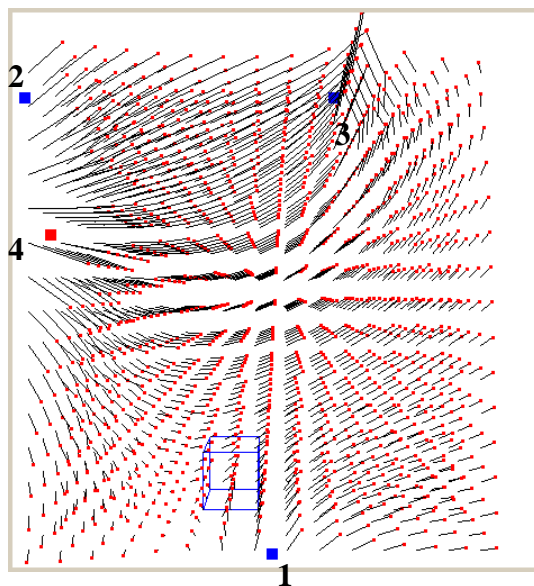


# Rysunki Wejcherta

---



## Prosty przykład





# Demonstracja Karla Simsa, Particle Dreams, 1988

---



<https://youtu.be/m-JVJbqwe1E>

---

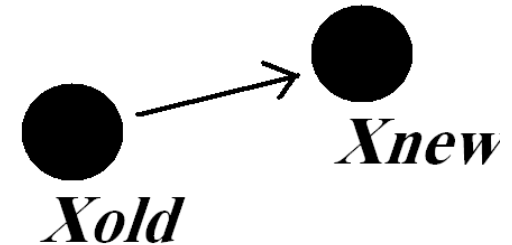


# Dynamika cząstek w polu sił

---

- ▶ Korzystamy wprost z równań ruchu Newtona

$$a = \frac{F}{m}$$
$$x' = x + v\Delta t$$
$$v' = v + a\Delta t$$

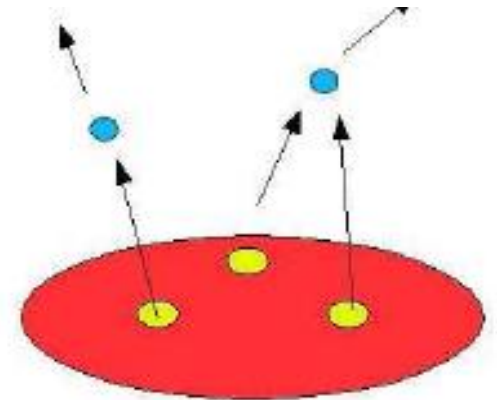
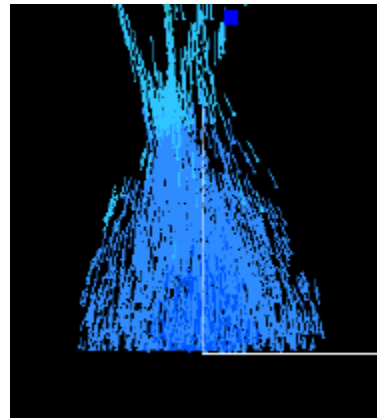
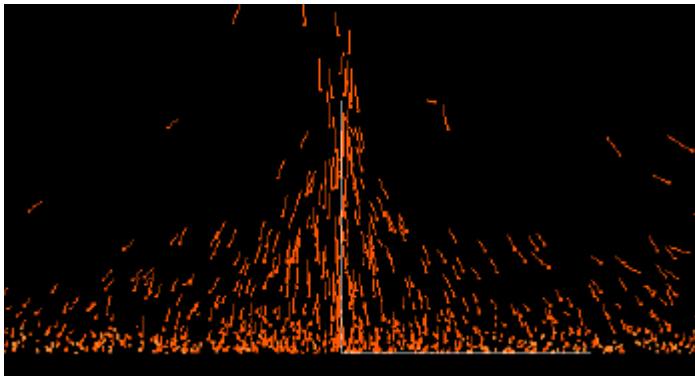


- ▶ Wrócimy do tego nieco później



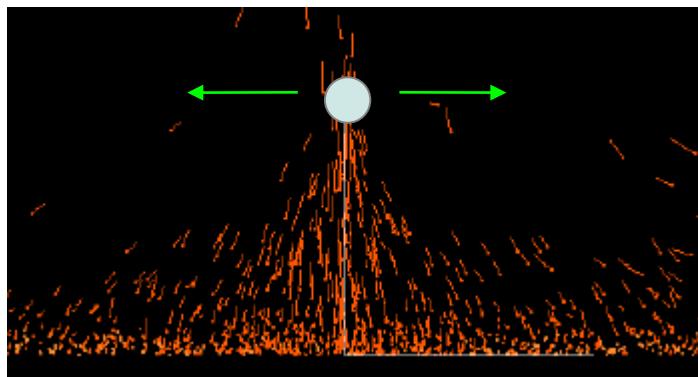
# Modelowanie ognia

- Definiujemy obszar emisji
- Cząstki pojawiają się losowo



# Modelowanie ognia (2)

- Do cząstek dodana jest siła, tak, że przemieszczają się do określonego punktu
- Cel ruchu jest poddany generatorowi liczb losowych i drga



$$g_x = 7\sin(\text{rand}(-1, 1) \times \pi)$$

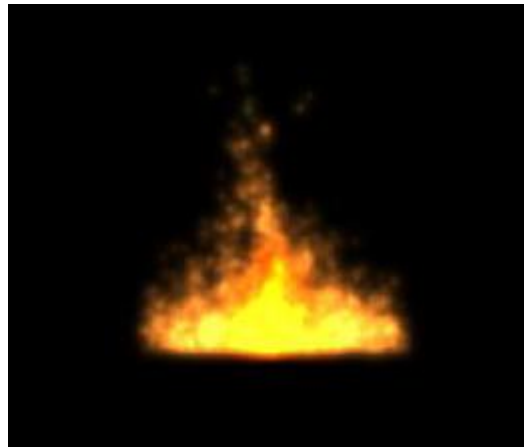
$$g_z = 7\cos(\text{rand}(-1, 1) \times \pi)$$

$$g_y = \text{rand}(5, 25)$$

<https://youtu.be/7LbtpmFSKF4>

# Modelowanie ognia (3)

- Kolor cząstek zmienia się, tak że najjaśniejsze są w środku i ciemnieją ku brzegom



[https://youtu.be/gS\\_koVukVzE](https://youtu.be/gS_koVukVzE)

# Modelowanie cieczy za pomocą cząstek

- Możemy symulować takie rzeczy jak
  - wodę,
  - płomień,
  - przepływ powietrza

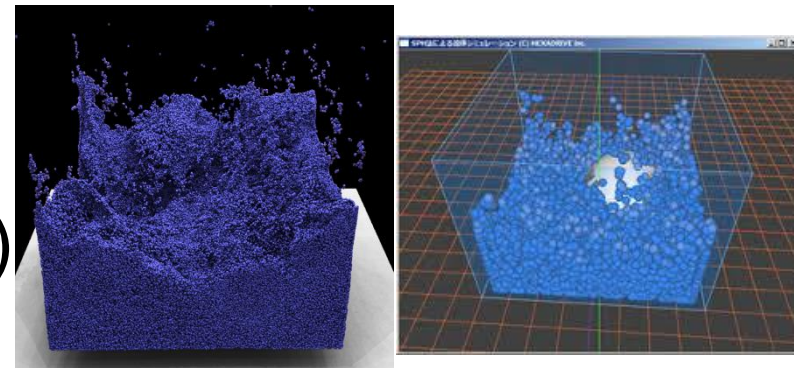


# Symulacja cieczy (2)

– Dwa podejścia

- Lagrange'a

- np. SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics)

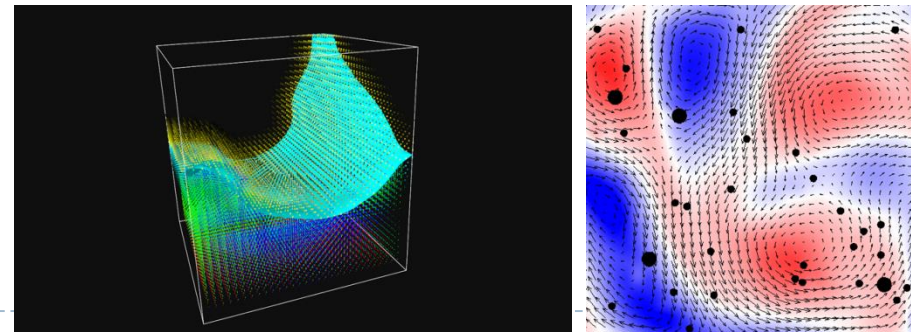


- Eulera

- pola wektorowe na siatce

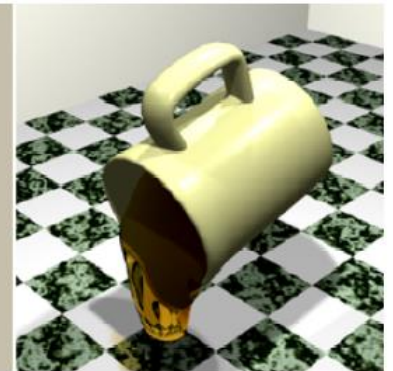
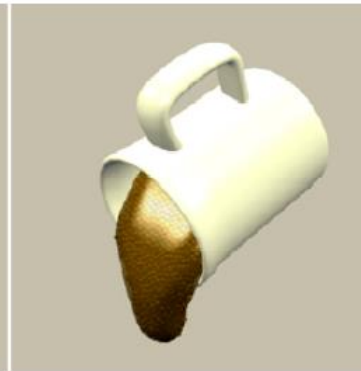
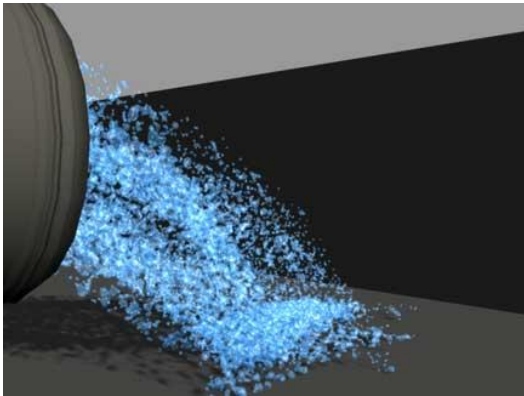
- np. tzw.

- „Stable Fluids”



# Renderowanie cieczy

- Na dwa sposoby
  - Renderujemy każdą cząstkę oddzielnie
  - Renderujemy powierzchnię otaczającą cząstki



<http://www.youtube.com/watch?v=n5lOjME8B6M>

<http://david.li/fluid/>





# Inne historyczne prace

---

- ▶ Jim X. Chen
- ▶ Nishita
- ▶ Dobashi...



Jim X. Chen ([www.cs.gmu.edu/~jchen](http://www.cs.gmu.edu/~jchen))

---

J. X. Chen, Xiaodong Fu, and E. J. Wegman, "Real-Time Simulation of Dust Behaviors Generated by a Fast Traveling Vehicle," ACM Transactions on Modeling and Simulation, Vol. 9, No. 2, April, 2000, pp. 81-104.

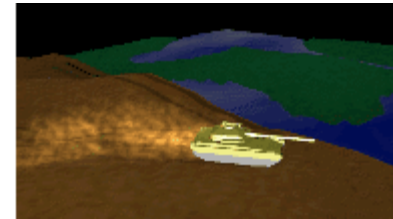
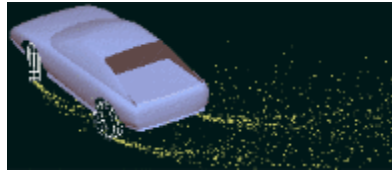
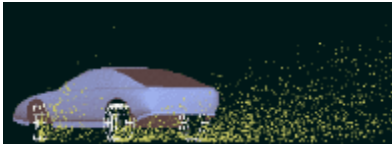
<http://www.cs.unc.edu/~lin/COMP259/PAPERS/p81-chen.pdf>

Proszę przejrzeć ten artykuł.



# J.X.Chen

---



Chen cd.

---

# Simulating Dust



George Mason University  
Computer Graphics Group



# Prace z przełomu wieków (1997-2002)

---

## Modelowanie śniegu



Norishige Chiba  
([www-cg.cis.iwate-u.ac.jp/](http://www-cg.cis.iwate-u.ac.jp/))



# Tomoyuki Nishita, Yoshinori Dobashi

---

„A Modeling and Rendering Method for Snow by Using Metaballs” Nishita, Iwasaki, Dobashi, Nakamae , Eurographics 1997 (<http://nis-lab.is.s.u-tokyo.ac.jp/~nis/>)

Modeling and Rendering of Various Natural Phenomena  
Consisting of Particles (CGI'01)  
July 03 - 06, 2001 Hong Kong, China



# Co możemy zrobić w three.js?

---

<https://gpfault.net/posts/webgl2-particles.txt.html>

<https://turanszkij.wordpress.com/2017/11/07/gpu-based-particle-simulation/>

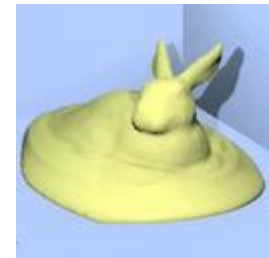


# Animating sand as a fluid

---

- ▶ Y. Zhu and R. Bridson, ACM SIGGRAPH 2005
- ▶ <http://www.cs.ubc.ca/~rbridson/> - na stronie Roberta Bridsona są również inne demonstracje symulacji cząsteczkowych i nie tylko.

Sandbunny

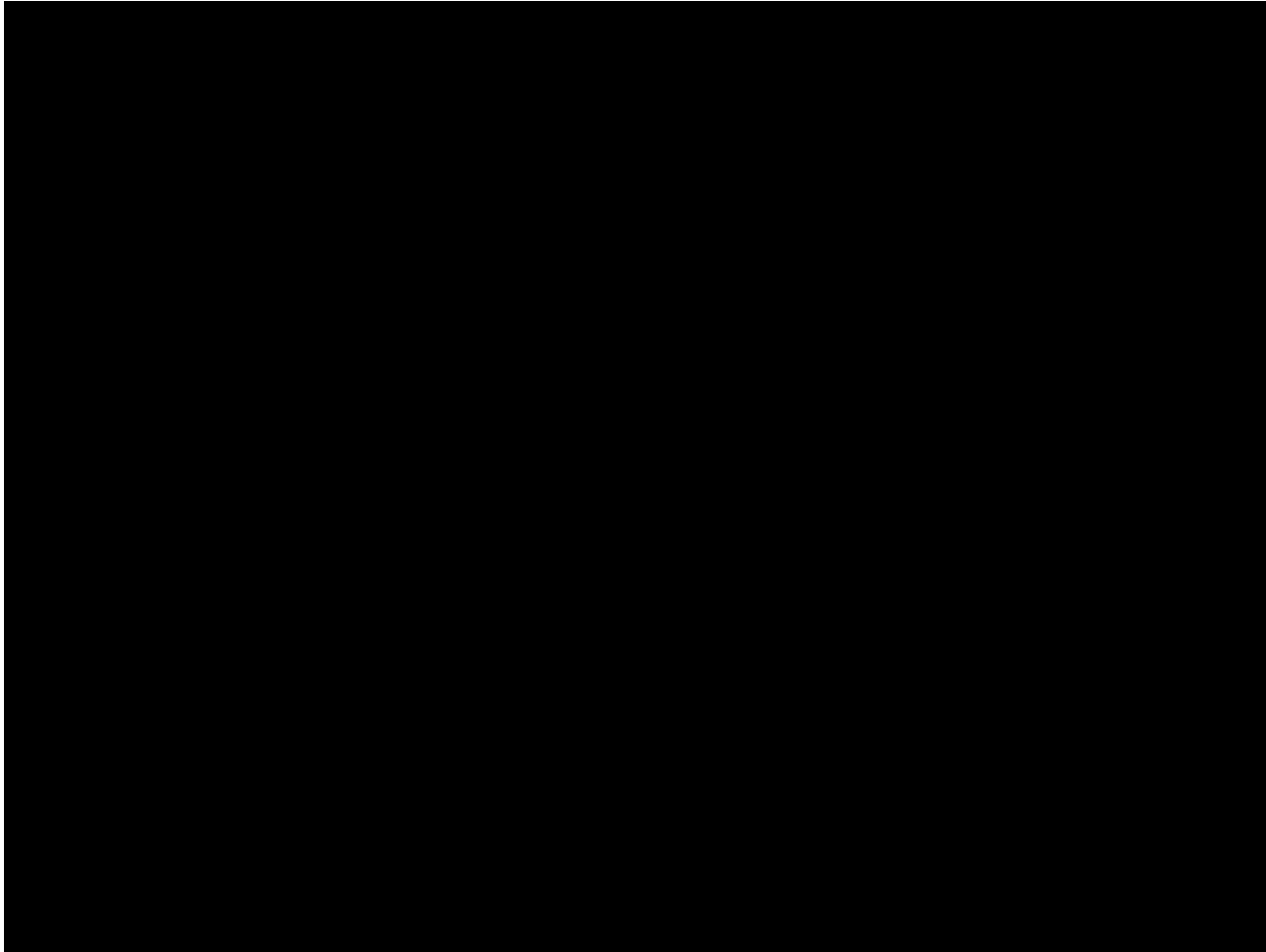




# A parallel SPH implementation on multi-core CPU

---

- ▶ Ihmsen, Akinci et al., SIGGRAPH 2011



# Versatile Rigid-Fluid Coupling for Incompressible SPH

---

- ▶ Akinci et al., SIGGRAPH 2012

Incompressible SPH



# Animating Bubble Interaction in Liquid Foam

---

- ▶ Busaryev, SIGGRAPH 2012.

Bubbles

<https://youtu.be/GPbFp50ZGUE>



# Position based fluids, Siggraph 2013

---

► M. Macklin, M. Mueller NVIDIA

Position based Fluids



# Reconstructing Surfaces of Particle-Based Fluids Using Anisotropic Kernels

---

► Yu, Turk, SIGGRAPH 2013

Anisotropic\_Kernels



# SPH w WebGL

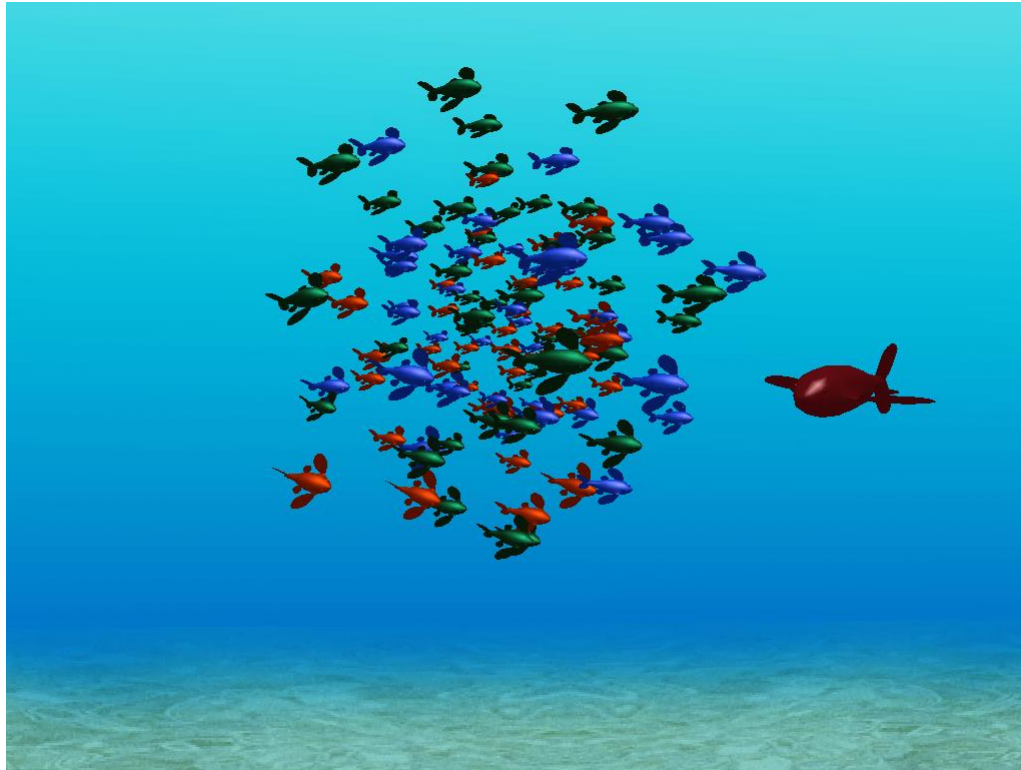
---

- ▶ Three.js raczej mniej użyteczny
- ▶ <http://dev.miaumiau.cat/sph/>
- ▶ [http://www.yuwang-cg.com/2\\_0\\_SPH\\_WebGL\\_WebCL/sph\\_webgl\\_webcl.html](http://www.yuwang-cg.com/2_0_SPH_WebGL_WebCL/sph_webgl_webcl.html)
- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=2SeXwilxc2s>
- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=YpuZRN3V0cs>
- ▶ [https://docs.google.com/presentation/d/1JbPvIINS7ExcDAGiAbU6cjhfUQzfhptHNNa48eK97oo/edit?pli=1#slide=id.g3324075be\\_01074](https://docs.google.com/presentation/d/1JbPvIINS7ExcDAGiAbU6cjhfUQzfhptHNNa48eK97oo/edit?pli=1#slide=id.g3324075be_01074)



# Flocks, Herds, Schools

---



<http://nicksainz.com/boid-simulation>

---



# Three.js boids

---

- ▶ Jeden z podstawowych przykładów:

[http://mrdoob.github.io/three.js/examples/canvas\\_geometry\\_birds.html](http://mrdoob.github.io/three.js/examples/canvas_geometry_birds.html)

- ▶ Zmodyfikowany np. w taki sposób:

<http://blog.int3ractive.com/2012/05/fish-boids-threejs-demo.html>





# Połączone cząstki

---

- ▶ Połączone elastycznie cząstki mogą tworzyć liny, tkaniny...



# Pierwsze znaczące prace

---

- ▶ D.E. Breen, D.H. House and M.J. Wozny, “Predicting the Drape of Woven Cloth Using Interacting Particles,” *SIGGRAPH '94 Conference Proceedings*, (Orlando, FL, July 1994) pp. 365-372
- ▶ Tematem tej pracy jest otrzymanie statycznej (końcowej) konfiguracji.
  - ▶ Modelowanie statyczne.
  - ▶ Czy bawełna układa się tak jak jedwab?



# Modelowanie statyczne

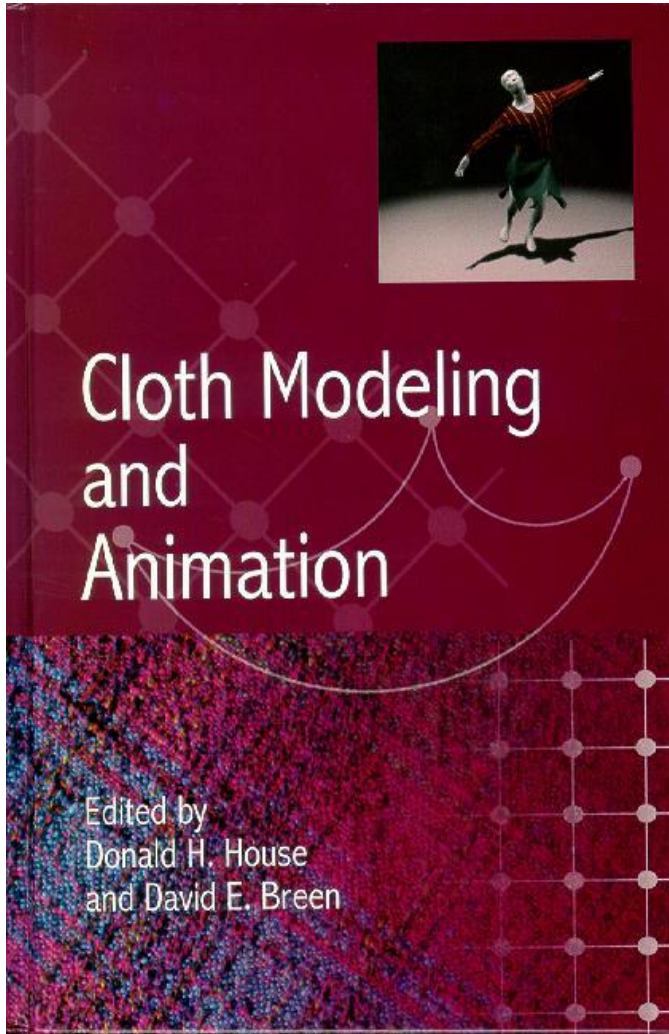
---

- ▶ Przykład ułożenia tkaniny na obiekcie (Breen, House Wozny, 1994)



# Animacja pojawiła się dość szybko

---



Wydawnictwo: A.K.Peters, Ltd

July 2000

ISBN 1-56881-090-3



# Model oparty na cząstkach połączonych sprężynkami

---

## ► Włókna i splot

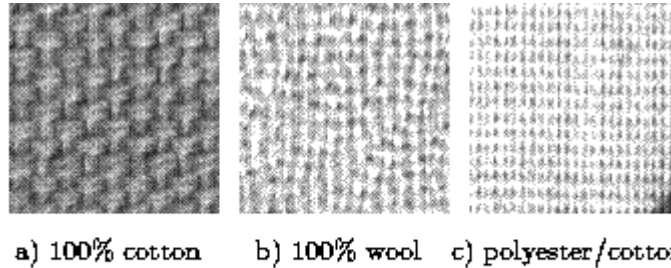
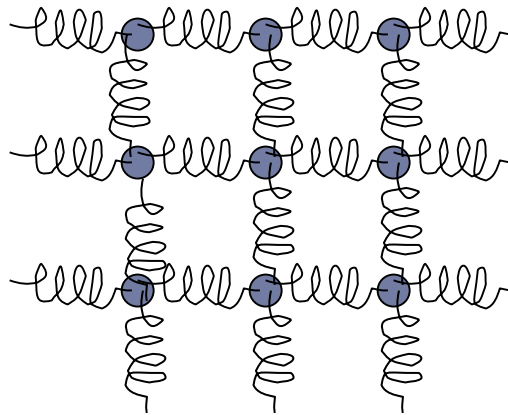


Figure 1.2: Magnified views of 3 samples of woven cloth

## ► Przybliżenie masami na sprężynkach.



# Dynamika tkanin

---

- ▶ Breen zwracał uwagę na stan statyczny
  - ▶ Krok czasowy mógł być dowolnie mały
- ▶ VR + gry wymagają interakcji.
  - ▶ Symulacja w czasie rzeczywistym wymaga dłuższego kroku czasowego ( $dt > .03$  sec)



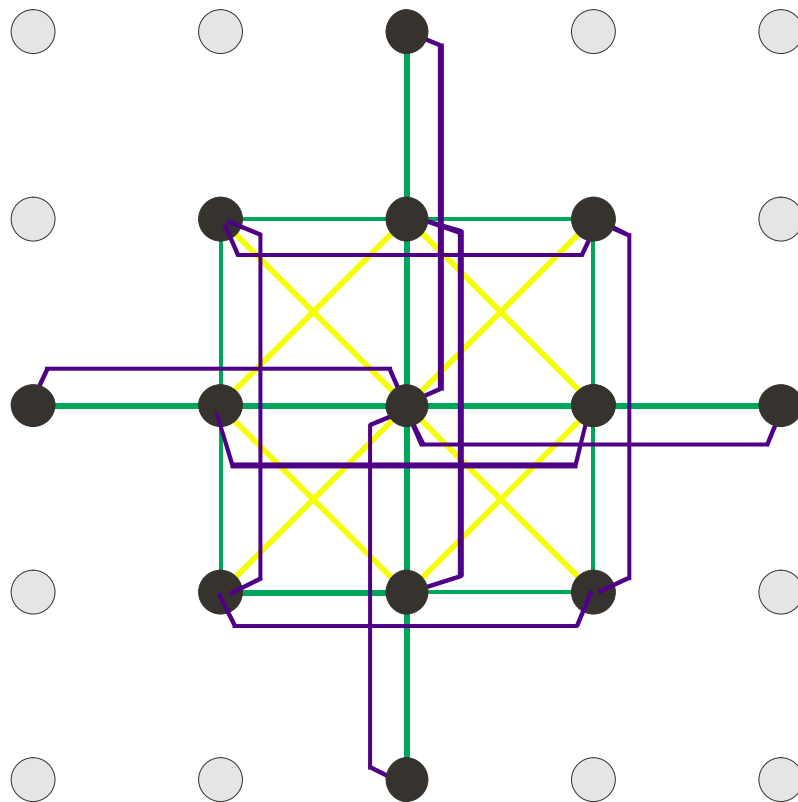
# Xavier Provot

---



# Rodzaje sprężyn w modelu Provota

---



- Zielone – strukturalne
- Żółte – rozpinające
- Fioletowe – napinające



# Model Fizyczny- siły

---

- ▶ Sprężystość

$$\vec{F}_h = K_s (\vec{l}_0 - \vec{l}), \text{ gdzie } K_s = \frac{SE}{l_0}$$

- ▶ Tłumienie sprężynek

$$\vec{F}_d = \frac{(\Delta \vec{v} \cdot \Delta \vec{x}) K_d}{l}$$

- ▶ Tłumienie środowiska

$$\vec{F}_d = -K_D \vec{v}_i$$

- ▶ Grawitacji

$$\vec{F}_g = m_i \vec{a}$$

- ▶ Wiatru

$$\vec{F}_w = K_w (\vec{N}_i \cdot (\vec{v}_w - \vec{v}_i)) \vec{N}_i$$

- ▶ Wynikające z kolizji
- ▶ Wprowadzone przez użytkownika



# całkowanie

---

## ► Postępowanie

- Mając dane położenie  $x(t_0)$  i prędkość  $v(t_0)$  w chwili  $t_0$ 
  - Znajdujemy nowe położenie  $x(t_0+h)$  i nową prędkość  $v(t_0+h)$  w chwili  $t_0+h$



# Całkowanie bezpośrednie

---

## ► Euler

$$\begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{v} \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}_0 \end{pmatrix}$$

where the force  $\mathbf{f}_0$  is defined by  $\mathbf{f}_0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0)$

- rezultat zależy jedynie od warunków w chwili  $t_0$
- nie patrzy na zmiany pochodnych



# Całkowanie bezpośrednie

---

- ▶ Użycie metody Eulera jest niewygodne. Wymaga zdecydowanie małych kroków.
- ▶ Możliwe użycie schematu Rungego-Kutty 4 rzędu
  - ▶ Gładzsze rozwiązanie
    - ▶ Ale siła musi być obliczana więcej niż raz w kroku.
  - ▶ Trochę bardziej stabilny, ale nie rozwiązuje podstawowych problemów
    - ▶ RK4 nie lubi nieciągłości.



# Całkowanie bezpośrednio

---

- ▶ Schemat Eulera

$$\begin{aligned}v^{n+1} &= v^n + F^n \frac{h}{m}, \\x^{n+1} &= x^n + v^{n+1}h\end{aligned}$$

- ▶ Schemat punktu środkowego

$$\begin{aligned}v^{n+1} &= v^n + F^{n+\frac{1}{2}} \frac{h}{m}, \\x^{n+1} &= x^n + v^{n+1}h\end{aligned}$$

- ▶ Rungego-Kutty 4 rzędu

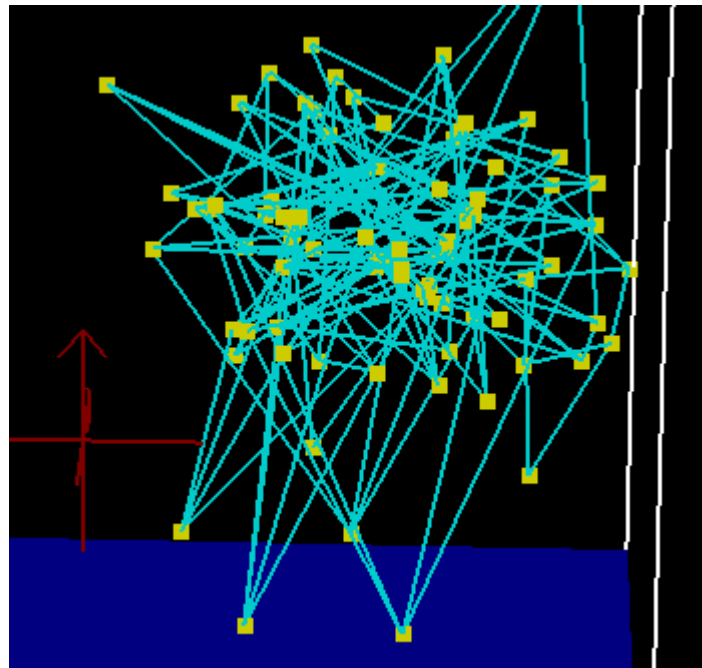
$$\begin{aligned}\Delta v^{n+1} &= \frac{\Delta v^{n+\frac{1}{2}}}{6} + \frac{\Delta v^{n+1}}{3} + \frac{\Delta v^{n+2}}{3} + \frac{\Delta v^{n+3}}{6}, \\ \Delta x^{n+1} &= \frac{\Delta x^{n+\frac{1}{2}}}{6} + \frac{\Delta x^{n+1}}{3} + \frac{\Delta x^{n+2}}{3} + \frac{\Delta x^{n+3}}{6}\end{aligned}$$



# Całkowanie bezpośrednie

---

- ▶ Możliwe uboczne efekty w niestabilności: Jeff Lander  
[www.gamasutra.com/features/20000327/lander\\_pfv.htm](http://www.gamasutra.com/features/20000327/lander_pfv.htm)



# Całkowanie pośrednie

---

Pierwszy raz w modelowaniu tkanin:

David Baraff and Andrew Witkin

„Large Steps in Cloth Simulation”

*SIGGRAPH’98, Computer Graphics Proceedings*

(Orlando, FL, July 1998) pp. 43-54

<https://www.cs.cmu.edu/~baraff/papers/sig98.pdf>



# Baraff/Witkin

---





# Całkowanie pośrednie

---

- ▶ Metoda pośrednia Eulera („backward” Euler)

$$\begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{v} \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} \mathbf{v}_0 + \Delta \mathbf{v} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{v}_0 + \Delta \mathbf{v}) \end{pmatrix}$$

- ▶ Przypomnijmy – w całkowaniu bezpośrednim mamy:

$$\begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{v} \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}_0 \end{pmatrix}$$



# Metoda pośrednia a bezpośrednia

---

W metodzie bezpośredniej wystarczy wyliczyć  $\mathbf{f}$  na podstawie bieżących położeń.

W metodzie pośredniej trzeba rozwiązać układ równań, żeby znaleźć  $\Delta \mathbf{x}$  i  $\Delta \mathbf{v}$ .

Równania są generalnie nieliniowe, więc dla uproszczenia obliczeń zwykle dokonujemy linearyzacji.



# Backward Euler

---

- ▶ Musimy obliczyć  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + d\mathbf{x}, \mathbf{v}_0 + d\mathbf{v})$ 
  - ▶ Stosujemy przybliżenie pierwszego rzędu

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{v}_0 + \Delta \mathbf{v}) = \mathbf{f}_0 + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \Delta \mathbf{v}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{v} \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} \mathbf{v}_0 + \Delta \mathbf{v} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{f}_0 + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \Delta \mathbf{v}) \end{pmatrix}$$



# Backward Euler

---

- ▶ Grupując wszystkie  $\Delta \mathbf{v}$  otrzymujemy

- ▶ 
$$\Delta \mathbf{v} = \left( \mathbf{I} - h\mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} - h^2 \mathbf{M}^{-1} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right) \Delta \mathbf{v} = h\mathbf{M}^{-1} \left( \mathbf{f}_0 + h \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{v}_0 \right)$$

- ▶ Rozwiązujemy dla  $\Delta \mathbf{v}$  i  $\Delta \mathbf{x}$



# Przykłady modelowania tkanin w three.js

---

- ▶ [http://threejs.org/examples/webgl\\_animation\\_cloth.html](http://threejs.org/examples/webgl_animation_cloth.html)
- ▶ <https://www.chromeexperiments.com/experiment/curtain-me>

